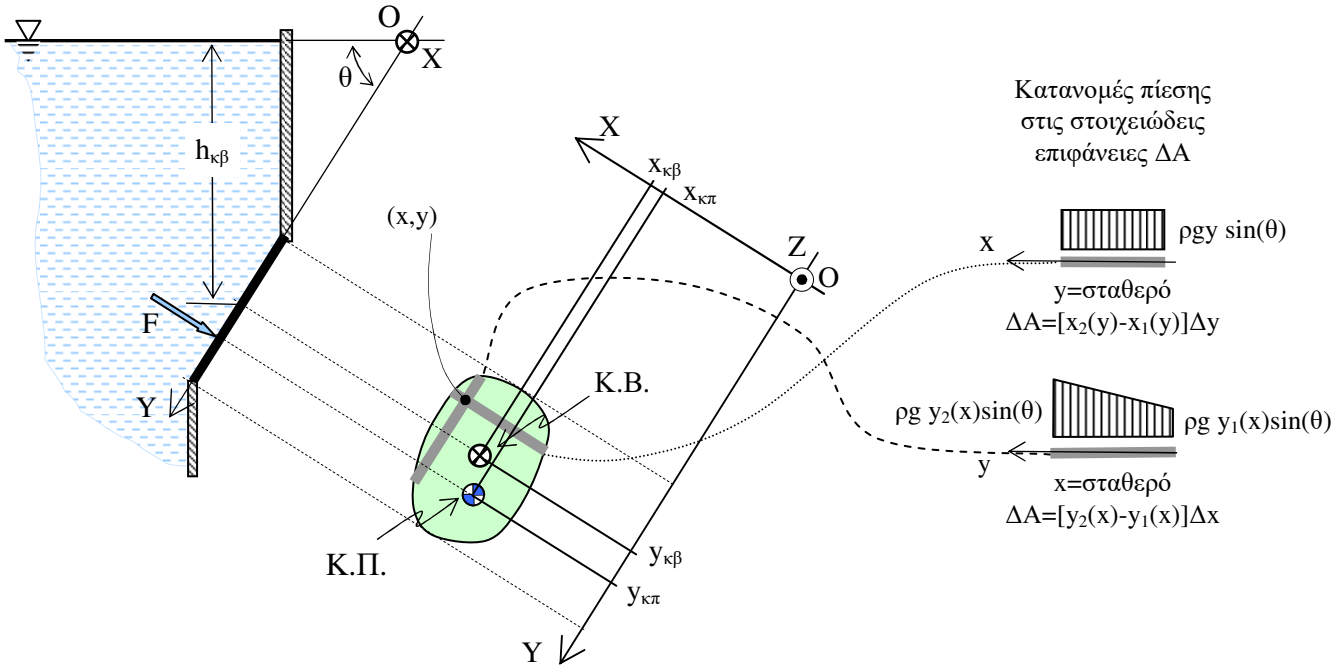


## ΥΔΡΟΣΤΑΤΙΚΕΣ ΔΥΝΑΜΕΙΣ ΣΕ ΚΕΚΛΙΜΕΝΕΣ ΕΠΙΠΕΔΕΣ ΕΠΙΦΑΝΕΙΕΣ



### Προσδιορισμός Κέντρου Βάρους (ΚΒ) επιφάνειας A

Συνιστώσες του κέντρου βάρους ΚΒ (κεντροβαρικές συνιστώσες) της επιφάνειας,  $x_{κβ}$  και  $y_{κβ}$ :

$$\sum M_{Oy} (dA) = 0 \Rightarrow \int_A x dA - x_{κβ} A = 0 \Rightarrow x_{κβ} = \frac{1}{A} \int_A x dA \quad (1)$$

$$\sum M_{Ox} (dA) = 0 \Rightarrow \int_A y dA - y_{κβ} A = 0 \Rightarrow y_{κβ} = \frac{1}{A} \int_A y dA \quad (2)$$

**Συνολική δύναμη, F**, που δέχεται η επιφάνεια A εξ αιτίας της κατανομής της υδροστατικής πίεσης:

$$F = \int_A \rho g y \sin(\theta) dA = \rho g \sin(\theta) \int_A y dA \stackrel{(2)}{\Rightarrow} F = \rho g \sin(\theta) y_{κβ} A \Leftrightarrow \boxed{F = \rho g h_{κβ} A} \quad (3)$$

Η F εφαρμόζεται στο κέντρο πίεσης (ΚΠ).

### Προσδιορισμός Κέντρου Πίεσης (ΚΠ) επιφάνειας A

Ορισμός: το ΚΠ είναι το σημείο της επιφάνειας στο οποίο η εφαρμογή της συνολικής δύναμης από υδροστατική πίεση, θα δημιουργήσει μια κατάσταση φόρτισης στην επιφάνεια, ισοδύναμη -ως προς την ισορροπία- με την φόρτιση από την κατανομή της υδροστατικής πίεσης σε όλη την επιφάνεια.

Συνιστώσες του κέντρου πίεσης ΚΠ της επιφάνειας A,  $x_{κΠ}$  και  $y_{κΠ}$ :

$$M_{Ox} = F y_{κΠ} \Rightarrow \int_A p(y) y dA = F y_{κΠ} \Rightarrow y_{κΠ} = \frac{I_{XX}}{y_{κβ} A}, \text{ με } I_{XX} = \int_A y^2 dA = I_{X_0X_0} + y_{κβ}^2 A \quad (4)$$

$$M_{Oy} = F x_{κΠ} \Rightarrow \int_A x y dA = y_{κβ} F x_{κΠ} \Rightarrow x_{κΠ} = \frac{I_{XY}}{y_{κβ} A}, \text{ με } I_{XY} = \int_A x y dA = I_{X_0Y_0} + x_{κβ} y_{κβ} A \quad (5)$$

### ΠΡΟΣΟΧΗ:

- Τα  $A$ ,  $x_{κβ}$ ,  $y_{κβ}$ ,  $I_{X_0X_0}$ ,  $I_{X_0Y_0}$  υπολογίζονται συνήθως από πίνακες με τα επιφανειακά χαρακτηριστικά (εμβαδά, ροπές αδράνειας κλπ.) τυποποιημένων επιπέδων σχημάτων αναφοράς (πολύγωνα, κυκλικοί τομείς κλπ).
- Η παραπάνω ανάλυση και επομένως οι παραπάνω εκφράσεις ισχύουν όταν ο άξονας OX εφάπτεται της ελεύθερης επιφάνειας του υγρού και η μεταβολή της υδροστατικής πίεσης (λόγω βαρύτητας) παρατηρείται κατά τον άξονα OY ενώ στον άξονα OX η υδροστατική πίεση παραμένει σταθερή. Το τελευταίο αποτελεί «κριτήριο προσανατολισμού» του σχήματος αναφοράς που επιλέγεται από τους πίνακες (για τον υπολογισμό του κ.β. του εμβαδού & της ροπής αδράνειας) σύμφωνα με το σχήμα του προβλήματος (γενικά οι άξονες των δύο σχημάτων δεν ταυτίζονται).

**Κέντρα βάρους και ροπές αδρανείας κοινών επιπέδων επιφανειών**

ΣΧΗΜΑ	ΕΜΒΑΔΟΝ Α	X <sub>k</sub>	Y <sub>k</sub>	I <sub>x<sub>0</sub>x<sub>0</sub></sub>	I <sub>y<sub>0</sub>y<sub>0</sub></sub>	I <sub>xx</sub>	I <sub>yy</sub>	I <sub>x<sub>0</sub>y<sub>0</sub></sub>
	$\alpha\beta$	$\frac{\beta}{2}$	$\frac{\alpha}{2}$	$\frac{1}{12}\beta\alpha^3$	$\frac{1}{12}\alpha\beta^3$	$\frac{1}{3}\beta\alpha^3$	$\frac{1}{3}\alpha\beta^3$	0
	$\frac{1}{2}\beta h$	$\frac{\beta}{3}$	$\frac{h}{3}$	$\frac{1}{36}\beta h^3$	$\frac{1}{36}h\beta^3$	$\frac{1}{12}\beta h^3$	$\frac{1}{12}h\beta^3$	$-\frac{h^2\beta^2}{72}$
	$\pi r^2$	0	r	$\frac{1}{4}\pi r^4$	$\frac{1}{4}\pi r^4$	$\frac{5}{4}\pi r^4$	$\frac{1}{4}\pi r^4$	0

ΣΧΗΜΑ	ΕΜΒΑΔΟΝ Α	X <sub>k</sub>	Y <sub>k</sub>	I <sub>x<sub>0</sub>x<sub>0</sub></sub>	I <sub>y<sub>0</sub>y<sub>0</sub></sub>	I <sub>xx</sub>	I <sub>yy</sub>	I <sub>x<sub>0</sub>y<sub>0</sub></sub>
	$\frac{\pi r^2}{2}$	0	$\frac{4r}{3\pi}$	$\frac{1}{8}\pi r^4 \frac{48r^4}{9\pi}$	$\frac{1}{8}\pi r^4$	$\frac{1}{8}\pi r^4$	$\frac{1}{8}\pi r^4$	0
	$\frac{\pi r^2}{4}$	$\frac{4r}{3\pi}$	$\frac{4r}{3\pi}$	$\frac{1}{16}\pi r^4 - \frac{4r^4}{9\pi}$	$\frac{1}{16}\pi r^4 - \frac{4r^4}{9\pi}$	$\frac{1}{16}\pi r^4$	$\frac{1}{16}\pi r^4$	$r^4 (\frac{1}{8} - \frac{4}{9\pi})$
	$\pi\alpha\beta$	$\alpha$	$\beta$	$\frac{1}{4}\pi\alpha\beta^3$	$\frac{1}{4}\pi\beta\alpha^3$	$\frac{5}{4}\alpha\beta^3$	$\frac{5}{4}\beta\alpha^3$	0