Πρόγραμμα Επικαιροποίησης Γνώσεων Αποφοίτων

ΕΝΟΤΗΤΑ Μ1
ΨΗΦΙΑΚΑ ΗΛΕΚΤΡΟΝΙΚΑ

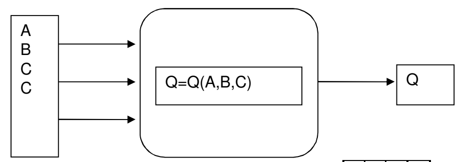
Εκπαιδευτής: Γ. Π. ΠΑΤΣΗΣ, Επικ. Καθηγητής, Τμήμα Ηλεκτρονικών Μηχανικών, ΤΕΙ Αθήνας

ΚΑΝΟΝΙΚΗ ΜΟΡΦΗ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗΣ ΨΗΦΙΑΚΗΣ ΛΟΓΙΚΗΣ

1. Εισαγωγή
2. Κανονική μορφή λογικής συνάρτησης - Ελαχιστόροι και Μεγιστόροι (Minterms , Maxterms)
3. Ασκήσεις

Εισαγωγή

Κάθε κύκλωμα με κάποιο αριθμό εισόδων και μια έξοδο περιγράφεται από μια λογική συνάρτηση της εξόδου συναρτήσει των εισόδων. Ο πίνακας αληθείας περιγράφει πλήρως την τιμή τις εξόδου (της **συνάρτησης λογικής**, **ΛΣ**) για κάθε συνδυασμό τιμών των εισόδων. Ένα παράδειγμα φαίνεται στην **Εικόνα 1**.



A	B	C	Q
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	0

Εικόνα 1. Κάθε κύκλωμα με κάποιο αριθμό εισόδων και μια έξοδο περιγράφεται από μια λογική συνάρτηση της εξόδου συναρτήσει των εισόδων.

Κανονική μορφή λογικής συνάρτησης - Ελαχιστόροι και Μεγιστόροι (Minterms , Maxterms)

Η **κανονική μορφή μιας συνάρτησης λογικής** (**ΚΜΛΣ**) από τον πίνακα αληθείας προκύπτει ως εξής:

1. Παράγουμε ένα **γινόμενο όρων** από την κάθε σειρά για την οποία η ΛΣ είναι 1. Καθένας από αυτούς τους όρους ονομάζεται ελαχιστόρος (minterm).
2. Σε κάθε γινόμενο οι επιμέρους μεταβλητές είναι ασυμπλήρωτες, αν η τιμή της μεταβλητής στη γραμμή αυτή είναι 1 και συμπληρωμένες, αν η τιμή της μεταβλητής σε αυτή τη γραμμή είναι 0.
3. Προσθέτουμε όλους αυτούς τους όρους.
4. Η μορφή αυτή της ΛΣ ονομάζεται άθροισμα ελαχιστόρων.

Διαφορετικά:

1. Παράγουμε ένα **άθροισμα όρων** από την κάθε σειρά για την οποία η ΛΣ είναι 0. Καθένας από αυτούς τους όρους ονομάζεται μεγιστόρος (maxterm).
2. Σε κάθε άθροισμα οι επιμέρους μεταβλητές είναι ασυμπλήρωτες, αν η τιμή της μεταβλητής στη γραμμή αυτή είναι 0 και συμπληρωμένες, αν η τιμή της μεταβλητής σε αυτή τη γραμμή είναι 1.
3. Πολλαπλασιάζουμε όλους αυτούς του όρους.
4. Η μορφή αυτή της ΛΣ ονομάζεται γινόμενο μεγιστόρων.

Κανονική μορφή λογικής συνάρτησης - Ελαχιστόροι και Μεγιστόροι (Minterms , Maxterms)

Στον **Πίνακα 1,** παρουσιάζεται ένα παράδειγμα πίνακα αληθείας, για ένα κύκλωμα με τρεις εισόδους (A,B,C) και μια έξοδο (P). Παρατίθενται οι ελαχιστόροι, στις θέσεις που η έξοδος είναι 1 και οι μεγιστόροι, στις θέσεις που η έξοδος είναι 0. Ωστόσο, ελαχιστόρους και μεγιστόρους μπορούμε να ορίσουμε στις όλες τις θέσεις ανεξάρτητα του αν η έξοδος είναι 1 ή 0, γιατί αυτοί οι όροι εξαρτώνται μόνο από τις τιμές των εισόδων.

Πίνακας 1. Παράδειγμα πίνακα αληθείας για ένα κύκλωμα με τρεις εισόδους (A,B,C) και μια έξοδο (P) και οι αντίστοιχοι ελαχιστόροι και μεγιστόροι στις θέσεις των 1 και 0 αντίστοιχα.

i	A	B	C	P	Minterm	Maxterm
0	0	0	0	1	A'B'C'	
1	0	0	1	0		A+B+C'
2	0	1	0	0		A+B'+C
3	0	1	1	0		A+B'+C'
4	1	0	0	1	AB'C'	
5	1	0	1	1	AB'C	
6	1	1	0	0		A'+B'+C
7	1	1	1	0		A'+B'+C'

Κανονική μορφή λογικής συνάρτησης - Ελαχιστόροι και Μεγιστόροι (Minterms , Maxterms)

1. Η ΛΣ ως άθροισμα ελαχιστόρων (minterms) προκύπτει αθροίζοντας τους ελαχιστόρους των θέσεων όπου η έξοδος του κυκλώματος είναι 1. Δηλαδή για το παραπάνω παράδειγμα ισχύει:
2. P(A,B,C)=A’B’C’+AB’C’+AB’C
3. Ένας άλλος συμβολισμός για αυτή τη ΛΣ είναι ο επόμενος:
4. P(A,B,C)=Σm(0,4,5) ή Σ(0,4,5)
5. Η ΛΣ ως γινόμενο μεγιστόρων (maxterms) προκύπτει πολλαπλασιάζοντας τους μεγιστόρους των θέσεων στις οποίες η έξοδος είναι 0. Δηλαδή για το παραπάνω παράδειγμα η ΛΣ γράφεται ως εξής:
6. P(A,B,C)= (A+B+C’)(A+B’+C)(A+B’+C’)(A’+B’+C)(A’+B’+C’)
7. Ένας άλλος συμβολισμός για αυτή τη μορφή της ΛΣ είναι ο επόμενος:
8. P(A,B,C)=ΠΜ(1,2,3,6,7) ή Π(1,2,3,6,7)
9. Κάθε ελαχιστόρος συμβολίζεται με m_j και κάθε μεγιστόρος M_j όπου j είναι το δεκαδικό ισοδύναμο του δυαδικού αριθμού που αντιστοιχεί στον ελαχιστόρο. Ο **Πίνακας 2** συνοψίζει τους ελαχιστόρους και τους μεγιστόρους για τους ακεραίους 0 – 7.

Κανονική μορφή λογικής συνάρτησης - Ελαχιστόροι και Μεγιστόροι (Minterms , Maxterms)

Πίνακας 2. Ελαχιστόροι και τους μεγιστόροι για τους ακεραίους 0 – 7.

x y z	Δεκαδικός	Ελαχιστόρος		Μεγιστόρος	
0 0 0	0	x'y'z'	m_0	x+y+z	M_0
0 0 1	1	x'y'z	m_1	x+y+z'	M_1
0 1 0	2	x'yz'	m_2	x+y'+z	M_2
0 1 1	3	x'yz	m_3	x+y'+z'	M_3
1 0 0	4	xy'z'	m_4	x'+y+z	M_4
1 0 1	5	xy'z	m_5	x'+y+z'	M_5
1 1 0	6	xyz'	m_6	x'+y'+z	M_6
1 1 1	7	xyz	m_7	x'+y'+z'	M_7

Παρατηρούμε ότι: **(Πλήθος ελαχιστόρων) + (Πλήθος μεγιστόρων) = 2^n.**

Ένα ακόμα παράδειγμα: Με βάση τον επόμενο πίνακα αληθείας (**Πίνακας 3**), η λογική συνάρτηση Q εκφρασμένη ως άθροισμα ελαχιστόρων είναι:

Πίνακας 3.

A	B	C	Q
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	0

Q=A'B'C+A'BC+A'BC+AB'C'+AB'C
= Σ(1,3,4,5)

Q=(A+B+C)(A+B'+C)(A'+B'+C)(A'+B'+C')
= Π(0,2,6,7)

Εφαρμογή στην τάξη: Υλοποίηση του κυκλώματος στο TINA...

1. Και οι δύο αυτές εκφράσεις μπορούν να οδηγήσουν σε ισοδύναμες κυκλωματικές υλοποιήσεις AND-OR και OR-AND αντίστοιχα.
2. Η μία ή η άλλη μορφή είναι προτιμότερη όταν έχει μικρότερο αριθμό όρων. Π.χ. αν στο συγκεκριμένο παράδειγμα η συνάρτηση λογικής είναι π.χ. 2 μόνον 1 και 6 μηδενικών, τότε θα μας συνέφερε να την υλοποιήσουμε ως άθροισμα ελαχιστόρων, αφού αυτό θα είχε μόνο δύο όρους αντί για 6 όρους, που θα είχε το γινόμενο μεγιστόρων.