
ΑΣΚΗΣΕΙΣ

ΑΠΟΚΡΙΣΕΙΣ ΕΝΙΣΧΥΤΩΝ

9.1 Η απόκριση ενισχυτή περιγράφεται από τη σχέση,

$$A(jf) = -\frac{100}{(1 + j\frac{f}{10^6})(1 - j\frac{10^3}{f})}$$

Να προσδιορίσετε τις συχνότητες, για τις οποίες το μέτρο της ενίσχυσης είναι 10dB κάτω από την μέγιστη τιμή της.

Λύση

Επειδή η ανώτερη και η κατώτερη συχνότητα αποκοπής διαφέρουν μεταξύ τους πολύ, μπορούμε να θεωρήσουμε, ότι, στην περιοχή των χαμηλών και μεσαίων συχνοτήτων, η λειτουργία του ενισχυτή περιγράφεται από τη σχέση,

$$A = -\frac{100}{1 - j\frac{10^3}{f}}$$

Επομένως,

$$|A| = \frac{100}{(1 + \frac{10^6}{f^2})^{1/2}}$$

$$20 \log |A| = 20 \log 100 - 20 \log(1 + \frac{10^6}{f^2})^{1/2}$$

$$20 \log(1 + \frac{10^6}{f^2})^{1/2} = 20 \log 100 - 20 \log |A|$$

$$10 \log(1 + \frac{10^6}{f^2}) = 10$$

$$f = 333,3\text{Hz}$$

Με ανάλογο τρόπο, για την περιοχή των υψηλών συχνοτήτων, προσδιορίζουμε ότι, η συχνότητα για την οποία η ενίσχυση είναι 10dB κάτω από τη μέγιστη της τιμή είναι,

$$f = 3\text{MHz}$$

9.2 Ενισχυτής αποτελείται από τρεις όμοιες βαθυπερατές βαθμίδες σε σύζευξη μεταξύ τους και χωρίς αλληλεπίδραση. Να προσδιορίσετε:

- τη συχνότητα, για την οποία το μέτρο της ενίσχυσης είναι 1dB κάτω από τη μέγιστη τιμή της.
- τη φάση της απόκρισης του ενισχυτή στη συχνότητα αποκοπής, οριζόμενη στα -3dB.

Λύση

α) Η ενίσχυση του ενισχυτή θα δίδεται από τη σχέση,

$$A = \frac{A_m^3}{(1 + j\frac{f}{f_H})^3}$$

$$\text{οπότε, } |A| = \frac{A_m^3}{(1 + \frac{f^2}{f_H^2})^{3/2}}$$

$$20 \log |A| = 20 \log A_m^3 - 20 \log \left(1 + \frac{f^2}{f_H^2}\right)^{3/2}$$

$$20 \log \left(1 + \frac{f^2}{f_H^2}\right)^{3/2} = 20 \log A_m^3 - 20 \log |A|$$

$$20 \log \left(1 + \frac{f^2}{f_H^2}\right)^{3/2} = 1$$

$$f = (10^{1/30} - 1)^{1/2} \cdot f_H$$

9.4 Να χαράξετε τις αποκρίσεις μέτρου και φάσης ενός κυκλώματος, για το οποίο είναι γνωστά, οι μηδενισμοί και οι πόλοι της συνάρτησης μεταφοράς του, δηλ., $z_1 = -1$, $p_1 = -10$ και $p_2 = -100$ και ότι, η ενίσχυσή του στην περιοχή των μεσαίων συχνοτήτων είναι 20dB.

Λύση

Σύμφωνα με την περιγραφή των πόλων και των μηδενισμών, η συνάρτηση μεταφοράς του κυκλώματος θα δίνεται από τη σχέση,

$$H(s) = \frac{K(s+1)}{(s+10)(s+100)} = \frac{K}{1000} \cdot \frac{(s+1)}{(0.1s+1)(0.01s+1)}$$

Προφανώς, για $\omega=0$,

$$|H(j\omega)| = \frac{K}{1000}$$

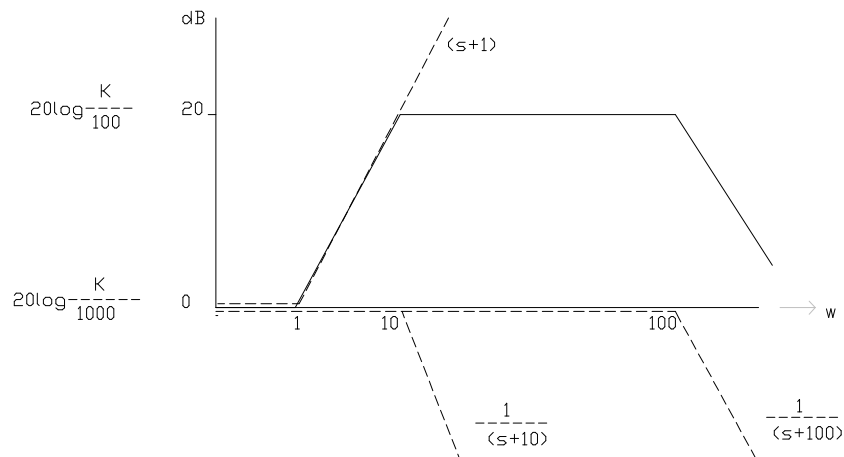
Η περιοχή μεσαίων συχνοτήτων για το κύκλωμα καθορίζεται για $10 < \omega < 100$. Γι' αυτήν την περιοχή συχνοτήτων, η συνάρτηση μεταφοράς, προσεγγιστικά, μπορεί να γραφεί ως,

$$H(s) = \frac{K}{1000} \cdot \frac{(s+1)}{(0.1s+1)} \approx \frac{K}{1000} \cdot \frac{s}{0.1s} \approx \frac{K}{100}$$

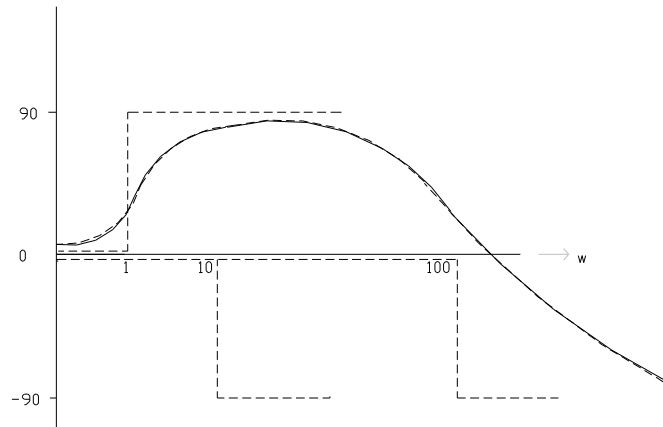
Συνεπώς,

$$20 \log \frac{K}{100} = 20 \Rightarrow K = 1000$$

Η απόκριση μέτρου και φάσης του κυκλώματος, όπως προκύπτουν με χρήση των διαγραμμάτων Bode, δεικνύονται παρακάτω.



Απόκριση συχνότητας μέτρου



Απόκριση συχνότητας φάσης

11.37) Ποια είναι η A_{mid} σε db, η f_H , f_L και το BW για τον ενισχυτή που περιγράφεται από τη σχέση

$$A_v(s) = \frac{2\pi \times 10^7 s}{(s + 20\pi)(s + 2\pi \times 10^4)}$$

Για τι τύπο ενισχυτή πρόκειται?

$$A_v = \frac{2\pi \times 10^7 s}{(s + 20\pi)(s + 2\pi \times 10^4)} = \frac{1000s}{(s + 20\pi)\left(1 + \frac{s}{2\pi \times 10^4}\right)} \quad | \quad A_{mid} = +1000 = 60 \text{ dB}$$

$$f_L = \frac{20\pi}{2\pi} = 10 \text{ Hz} \quad | \quad f_H = \frac{2\pi \times 10^4}{2\pi} = 10 \text{ kHz} \quad | \quad BW = 10\text{kHz} - 10\text{Hz} = 9.99 \text{ kHz}$$

Bandpass Amplifier

11.38) Ποια είναι η A_{mid} σε db, η f_H , f_L και το BW για τον ενισχυτή που περιγράφεται από τη σχέση

$$A_v(s) = \frac{2\pi \times 10^6}{(s + 20\pi)}$$

Για τι τύπο ενισχυτή πρόκειται?

$$A_v = \frac{2\pi \times 10^6}{s + 20\pi} = \frac{10^5}{1 + \frac{s}{20\pi}} \rightarrow \text{Low-pass Amplifier} \quad | \quad A_{mid} = +10^5 = 100 \text{ dB}$$

$$f_L = 0 \text{ Hz} \quad | \quad f_H = \frac{20\pi}{2\pi} = 10 \text{ Hz} \quad | \quad BW = 10\text{Hz} - 0\text{Hz} = 10 \text{ Hz}$$

11.39) Ποια είναι η A_{mid} σε db, η f_H , f_L και το BW για τον ενισχυτή που περιγράφεται από τη σχέση

$$A_v(s) = \frac{10^4 s}{(s + 100\pi)}$$

Για τι τύπο ενισχυτή πρόκειται?

$$A_v = \frac{10^4 s}{s + 100\pi} \quad | \quad \text{High-pass Amplifier} \quad | \quad A_{mid} = +10^4 = 80 \text{ dB}$$

$$f_L = \frac{100\pi}{2\pi} = 50 \text{ Hz} \quad | \quad f_H = \infty \quad | \quad BW = \infty$$

Στη είσοδο εφαρμόζεται σήμα $v_s = 0.3 \sin \omega t$ (mV). Να γράψετε μία έκφραση για την τάση εξόδου του ενισχυτή σε συχνότητες 1Hz, 50Hz και 5KHz

$$A_v(s) = \frac{10^4 s}{s + 100\pi} \quad | \quad A_v(j\omega) = \frac{10^4 j\omega}{j\omega + 100\pi} = \frac{10^4 jf}{jf + 50}$$

$$|A_v(j\omega)| = \frac{10^4 f}{\sqrt{f^2 + 50^2}} \quad | \quad \angle A_v(j\omega) = 90^\circ - \tan^{-1} \frac{f}{50}$$

$$(a) 1 \text{ Hz} : |A_v(j\omega)| = 200 \quad | \quad \angle A_v(j\omega) = 88.9^\circ \quad | \quad v_o = 0.06 \sin(2\pi t + 88.9^\circ) \text{ V}$$

$$(b) 50 \text{ Hz} : |A_v(j\omega)| = 7071 \quad | \quad \angle A_v(j\omega) = 45.0^\circ \quad | \quad v_o = 2.12 \sin(100\pi t + 45.0^\circ) \text{ V}$$

$$(c) 5 \text{ kHz} : |A_v(j\omega)| = 10^4 \quad | \quad \angle A_v(j\omega) = 0.573^\circ \quad | \quad v_o = 3.00 \sin(10^4 \pi t + 0.573^\circ) \text{ V}$$

11.40) Ποια είναι η A_{mid} σε db, η f_H , f_L και το BW για τον ενισχυτή που περιγράφεται από τη σχέση

$$A_v(s) = \frac{10^7 s}{(s^2 + 10^5 s + 10^{14})}$$

Για τι τύπο ενισχυτή πρόκειται?

$$A_v(s) = \frac{10^7 s}{s^2 + 10^5 s + 10^{14}} = 10^2 \frac{10^5 s}{s^2 + 10^5 s + 10^{14}} = A_{mid} \frac{s \frac{\omega_o}{Q}}{s^2 + s \frac{\omega_o}{Q} + \omega_o^2}$$

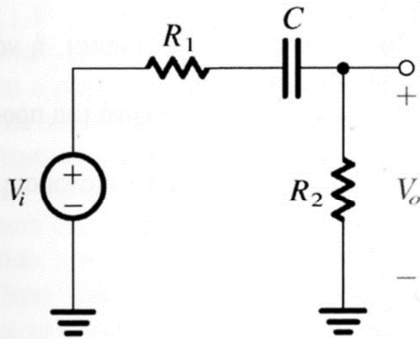
$$\text{Bandpass Amplifier} \quad | \quad A_{mid} = 100 = 40 \text{ dB} \quad | \quad f_o = \frac{10^7}{2\pi} = 1.592 \text{ MHz} \quad | \quad Q = \frac{\omega_o}{10^5} = 100$$

$$BW = \frac{1.592 \text{ MHz}}{100} = 15.92 \text{ kHz} \quad | \quad \text{For a high Q circuit} :$$

$$f_L = f_o - \frac{BW}{2} = 1.592 \text{ MHz} - 15.92 \text{ kHz} = 1.584 \text{ MHz}$$

$$f_H = f_o + \frac{BW}{2} = 1.592 \text{ MHz} + 15.92 \text{ kHz} = 1.600 \text{ MHz}$$

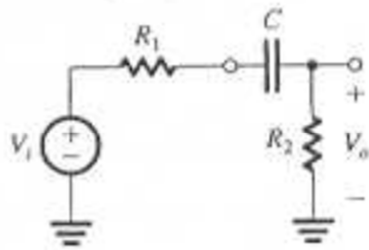
1.68 Για το κύκλωμα του Σχ. Π1.68, βρείτε τη συνάρτηση μεταφοράς $T(s) = V_o(s)/V_i(s)$ και διαμορφώστε την στην κατάλληλη τυπική μορφή (Πίνακας 1.2). Πρόκειται για υπεραπλοποιημένο ή βαθυπλοποιημένο δίκτυο; Πόση γίνεται η διέλευση στις πολύ υψηλές συχνότητες; [Υπολογίστε αυτή την παράμετρο α) απευθείας και β) θέτοντας $s \rightarrow \infty$



ΣΧΗΜΑ Π1.68

στην έκφρασή σας για την $T(s)$. Ποια είναι η συχνότητα γωνιάτου (καμψής) ω_0 ; Για $R_1 = 10 \text{ k}\Omega$, $R_2 = 40 \text{ k}\Omega$ και $C = 0.1 \text{ }\mu\text{F}$, βρείτε την f_0 . Ποια είναι η τιμή της $|T(j\omega_0)|$;

Απάντηση



$$T(s) = \frac{V_o}{V_i} = \frac{R_2}{R_2 + R_1 + \frac{1}{sC}}$$

$$= \frac{R_2}{R_1 + R_2} \frac{s}{s + \frac{1}{C(R_1 + R_2)}}$$

Υπεραπλοποιημένο με K και ω_0

$$K = \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

$$\omega_0 = \frac{1}{C(R_1 + R_2)}$$

Όταν $s \rightarrow 0 \rightarrow T(s) = 0$ και όταν $s \rightarrow \infty$ τότε $T(s) = R_2 / (R_1 + R_2)$

Για τις τιμές που μας δίδονται για τα στοιχεία του κυκλώματος έχουμε:

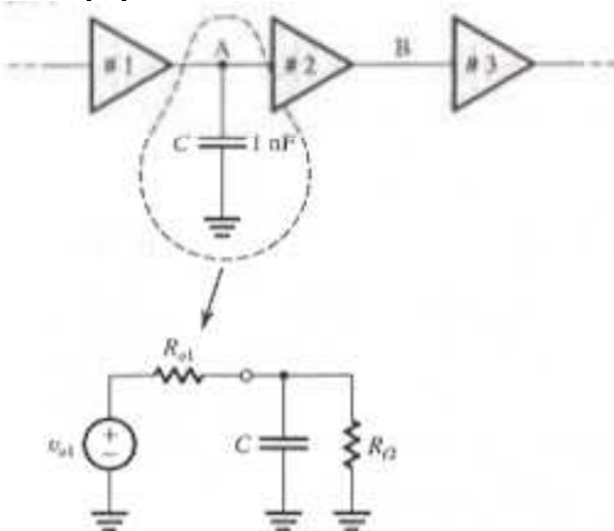
$$f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} = \frac{1}{2\pi \times 0.1 \times 10^{-6} (10 + 40) \times 10^3}$$

$$= 31.8 \text{ Hz}$$

$$|T(j\omega_0)| = \frac{K}{\sqrt{2}} = \frac{40}{10 + 40} \frac{1}{\sqrt{2}} = 0.57 \text{ V/V}$$

Σ*1.74 Ένας σχεδιαστής που θέλει να χαμηλώσει τη συνολική μέγιστη τιμή της συχνότητας 3 dB ενός ενισχυτή τριών σταδίων στα 10 kHz, σκέφτεται να διακλαδώσει έναν από τους ακόλουθους δύο κόμβους προς τη γη με τη χρήση ενός πυκνωτή: τον Κόμβο Α, μεταξύ της εξόδου του πρώτου σταδίου και της εισόδου του δεύτερου σταδίου, και τον Κόμβο Β, μεταξύ της εξόδου του δεύτερου σταδίου και της εισόδου του τρίτου σταδίου. Κατά τη μέτρηση της συνολικής απόκρισης συχνότητας του ενισχυτή, συνδέει παράλληλα έναν πυκνωτή 1 nF πρώτα στον Κόμβο Α και κατόπιν στον Κόμβο Β, χαμηλώνοντας έτσι τη συχνότητα 3 dB από τα 2 MHz σε 150 kHz και 15 kHz, αντίστοιχα. Εάν ξέρει ότι κάθε στάδιο του ενισχυτή έχει αντίσταση εισόδου 100 kΩ, πόση αντίσταση εξόδου πρέπει να έχει το στάδιο οδήγησης στον Κόμβο Α; Στον Κόμβο Β; Πόσης χωρητικότητας πυκνωτή θα έπρεπε να συνδέσει, και σε ποιον από τους δύο κόμβους, για να λύσει με τον πιο οικονομικό τρόπο το σχεδιαστικό του πρόβλημα;

Απάντηση



Εφόσον με τη σύνδεση του C σε οποιονδήποτε από τους 2 κόμβους (A ή B), η συχνότητα -3db μειώνεται δραματικά μπορούμε να συμπεράνουμε ότι η τιμή του C πρέπει να είναι η μεγαλύτερη από οποιαδήποτε παρασιτική χωρητικότητα υπάρχει αρχικά μεταξύ κόμβου A-γης (ή B-γης). Συνεπώς, μπορούμε να θεωρήσουμε ότι ο C είναι ο πιο καθοριστικός (επικρατών) στον καθορισμό της συχνότητας -3db. Για το δικτύωμα 1^{ης} τάξης που δημιουργείται με την προσθήκη του μπορούμε να γράψουμε:

$$150 \text{ kHz} = \frac{1}{2\pi C(R_{o1} \parallel R_{i2})}$$

$$\Rightarrow (R_{o1} \parallel R_{i2}) = \frac{1}{2\pi \times 150 \times 10^3 \times 1 \times 10^{-9}}$$

$$= 1.06 \text{ k}\Omega$$

$$R_{i2} = 100 \text{ k}\Omega,$$

$$R_{o1} = 1.07 \text{ k}\Omega$$

Αντιστοίχως, για τον κόμβο B

$$15 \text{ kHz} = \frac{1}{2\pi C(R_{o2} \parallel R_{i3})}$$

$$\Rightarrow R_{o2} \parallel R_{i3} = \frac{1}{2\pi \times 15 \times 10^3 \times 1 \times 10^{-9}}$$

$$= 10.6 \text{ k}\Omega$$

$$R_{o2} = 11.9 \text{ k}\Omega$$

Προφανώς, μας συμφέρει να συνδέσουμε τον πυκνωτή στον κόμβο B. Η απαιτούμενη τιμή του υπολογίζεται:

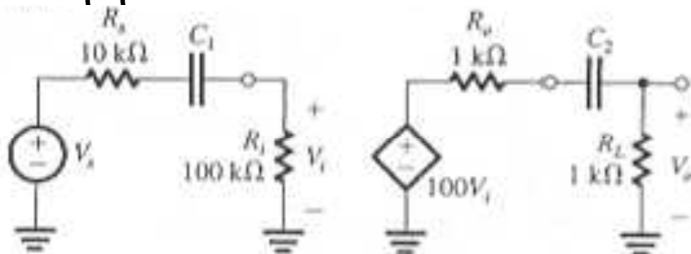
$$10 \text{ kHz} = \frac{1}{2\pi C_p(R_{o2} \parallel R_{i3})}$$

$$\Rightarrow C_p = \frac{1}{2\pi \times 10 \times 10^3 \times 10.6 \times 10^3}$$

$$= 1.5 \text{ nF}$$

1.75

Απάντηση



Για το κύκλωμα εισόδου η συχνότητα f_{01} βρίσκεται ως εξής:

$$f_{01} = \frac{1}{2\pi C_1(R_i + R_s)}$$

Για συχνότητα γονάτου μικρότερη από 100Hz θα έχω

$$\frac{1}{2\pi C_1(10 + 100) \times 10^3} \leq 100$$

$$\Rightarrow C_1 \geq \frac{1}{2\pi \times 110 \times 10^3 \times 10^2} = 4.4 \times 10^{-8}$$

Επιλέγοντας

$$C_1 = 1 \times 10^{-7} \text{ F} = 0.1 \mu\text{F}$$

η πραγματική συχνότητα γονάτου που θα οφείλεται στον C_1 θα είναι:

$$f_{01} = \frac{1}{2\pi \times 10^{-7} \times 110 \times 10^3} = 14.5 \text{ Hz}$$

Για το κύκλωμα εξόδου, θα έχω αντιστοίχως

$$f_{02} = \frac{1}{2\pi C_2(R_o + R_L)}$$

Για συχνότητα γονάτου μικρότερη από 100Hz θα έχω

$$\frac{1}{2\pi C_2(1 + 1) \times 10^3} \leq 100$$

$$\Rightarrow C_2 \geq \frac{1}{2\pi \times 2 \times 10^3 \times 10^2} = 0.8 \times 10^{-6}$$

Επιλέγοντας

$$C_2 = 1 \times 10^{-6} = 1 \mu\text{F}$$

η πραγματική συχνότητα γονάτου που θα οφείλεται στον C_2 θα είναι:

$$f_{02} = \frac{1}{2\pi \times 10^{-6} \times 2 \times 10^3} = 80 \text{ Hz}$$

Για την $T(s)$ έχω

$$T(s) = 100 \frac{s}{\left(1 + \frac{s}{2\pi f_{01}}\right) \left(1 + \frac{s}{2\pi f_{02}}\right)}$$

1.80

Απάντηση

Το υπερερατό δικτύωμα (του οποίου η απόκριση στις χαμηλές συχνότητες καθορίζει την απόκριση του ενισχυτή) έχει στις χαμηλές συχνότητες $\Delta\phi=11.4^\circ$ στα 100Hz. Χρησιμοποιώντας τον πίνακα με τις εξισώσεις των δικτύων 1^{ης} τάξης θα έχουμε

$$\tan^{-1} \frac{f_0}{100} = 11.4^\circ \Rightarrow f_0 = 20.16 \text{ Hz.}$$

Το βαθυπερατό δικτύωμα 1^{ης} τάξης (του οποίου η απόκριση στις υψηλές συχνότητες καθορίζει την απόκριση του ενισχυτή) έχει $\Delta\varphi = -11.4^\circ$ στα 1000Hz. Χρησιμοποιώντας τον πίνακα με τις εξισώσεις των δικτύων 1^{ης} τάξης θα έχουμε

$$-\tan^{-1} \frac{10^3}{f_0} = -11.4^\circ \Rightarrow f_0 = 4959.4 \text{ Hz}$$

Στα 100Hz η μείωση στην απολαβή θα οφείλεται στο υπερπερατό δικτύωμα και θα ισούται με

$$20 \log \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{20.16}{100}\right)^2}} = -0.17 \text{ dB}$$

Ενώ στα 1000Hz η μείωση στην απολαβή θα οφείλεται στο βαθυπερατό δικτύωμα και θα ισούται με

$$20 \log \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{1000}{4959.4}\right)^2}} = -0.17 \text{ dB}$$

Προφανώς μείωση 3db θα παρουσιαστεί στις συχνότητες γονάτου των δικτυωμάτων 1^{ης} τάξης που υπολογίσαμε πριν, ήτοι στα 20.16Hz και στα 4959.4Hz