Σχολή Μηχανικών
Τμήμα Ηλεκτρολόγων και Ηλεκτρονικών Μηχανικών
Μάθημα: Υπολογιστική Νοημοσύνη - Εργαστήριο
Διδάσκοντες: Δρ. Αλεξανδρίδης Αλέξανδρος, Καθηγητής
Δρ. Φαμέλης Ιωάννης, Καθηγητής

1η Σειρά Ασκήσεων

(Παράδοση: Ομάδα Α μέχρι 25 Νοεμβρίου, Ομάδα Β μέχρι 2 Δεκεμβρίου)

The sciences do not try to explain, they hardly even try to interpret, they mainly make models. By a model is meant a mathematical construct which, with the addition of certain verbal interpretations, describes observed phenomena. The justification of such a mathematical construct is solely and precisely that it is expected to work.

John Von Neumann

1η Άσκηση – Εξάσκηση στο Matlab

Δίνεται ο πίνακας $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 4 \\ 5 & 7 & 6 \\ 9 & 2 & 8 \end{bmatrix}$.

Α) Γράψτε τις απαιτούμενες εντολές Matlab για να:

i) Δημιουργήσετε ένα διάνυσμα **x** διάστασης 3 x 1 που να περιέχει τα στοιχεία της πρώτης στήλης του πίνακα **A**

ii) Δημιουργήστε ένα διάνυσμα **y** διάστασης 1 x 3 που να περιέχει τα στοιχεία της τρίτης γραμμής του πίνακα **A**

iii) Δημιουργήστε ένα πίνακα **B** διάστασης 2 x 3 που να περιέχει τις δύο τελευταίες γραμμές του πίνακα **A**.

Β) Με βάση τους παραπάνω πίνακες και διανύσματα, καθορίστε ποιες από τις παρακάτω πράξεις θα εκτελεστούν σωστά και δώστε το αποτέλεσμα. Αν θεωρείτε ότι κάποια πράξη δεν θα εκτελεστεί σωστά, εξηγήστε γιατί.

i) **x** + **y**
ii) **x** + **y**'
iii) [**x**' ; **y**]
iv) [**x**' **y**]
v) **x** + **A**
vi) **B** + [**x** ; **y**]
vii) **B** + [**x**' ; **y**]
viii) **A** + 3
ix) **A** * **B**
x) **A** * **B**'

2η Άσκηση – Αριθμοί Fibonacci και χρυσός αριθμός

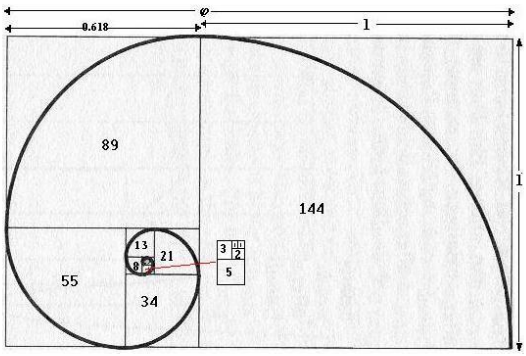
Η ακολουθία των αριθμών Fibonacci, ορίζεται από τις ακόλουθες σχέσεις:

$F_n = 1$, για n=1,2

$F_n = F_{n-2} + F_{n-1}$, για n=3,4,…

α) Γράψτε πρόγραμμα τύπου function που να δέχεται ως όρισμα το n και να επιστρέφει τον n-οστό αριθμό Fibonacci

β) Για τους πρώτους 10 αριθμούς Fibonacci, υπολογίστε το λόγο $\frac{F_n}{F_{n-1}}$. Σχεδιάστε τα αποτελέσματα σε γραφική παράσταση. Το όριο του παραπάνω λόγου καθώς το n προσεγγίζει το άπειρο, $\lim_{n\to\infty}\frac{F_n}{F_{n-1}}$, ονομάζεται «χρυσός αριθμός» φ, και συναντάται πολύ συχνά στην φύση. Η τιμή του αριθμού φ είναι ίση με $\frac{\sqrt{5}+1}{2}$. Συμφωνούν τα αποτελέσματα σας με αυτή την τιμή;



Bonus material:

- www.maths.surrey.ac.uk/hosted-sites/R.Knott/Fibonacci/fibnat.html
- www.maths.surrey.ac.uk/hosted-sites/R.Knott/Fibonacci/phi.html

3η Άσκηση – Ελάχιστα Τετράγωνα - Συχνοτική απόκριση ενισχυτή

Για έναν ενισχυτή συλλέγονται δεδομένα ενίσχυσης – συχνότητας. Τα δεδομένα αυτά περιέχονται στο αρχείο ampldata.mat. Στη πρώτη στήλη του πίνακα dat βρίσκονται τα δεδομένα συχνότητας (Hz) και στη δεύτερη στήλη βρίσκονται τα αντίστοιχα δεδομένα ενίσχυσης (dB). Για περιοχή συχνοτήτων 1kHz – 10MHz, η σχέση ανάμεσα στη συχνότητα και την ενίσχυση δίνεται από μια εξίσωση της μορφής $y = ax + b$, όπου με y συμβολίζεται η ενίσχυση και με x ο <u>δεκαδικός λογάριθμος</u> της συχνότητας.

A) Κατασκευάστε στο Matlab πρόγραμμα τύπου function το οποίο να δέχεται σαν εισόδους τα δεδομένα για την ενίσχυση και τη συχνότητα και να επιστρέφει σαν εξόδους τα παρακάτω:

- τους συντελεστές a και b
- τις προβλέψεις $\hat{y}$ για τα όλα τα διαθέσιμα δεδομένα συχνότητας σύμφωνα με το μοντέλο $\hat{y} = ax + b$.

- το μέσο απόλυτο σχετικό σφάλμα % (MARE%) και τον συντελεστή R^2

Οι συντελεστές θα πρέπει να υπολογιστούν με τη μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων η οποία υλοποιείται με βάση τις παρακάτω εξισώσεις:

$$a = \frac{SS_{xy}}{SS_{xx}}, \text{ όπου } SS_{xy} = \sum_{j=1}^{P} x_j y_j - \frac{\sum_{j=1}^{P} x_j \sum_{j=1}^{P} y_j}{P}, \quad SS_{xx} = \sum_{j=1}^{P} \left(x_j\right)^2 - \frac{\left(\sum_{j=1}^{P} x_j\right)^2}{P}$$

$b = \bar{y} - a\bar{x}$, όπου $\bar{y} = \frac{\sum_{j=1}^{P} y_j}{P}$, $\bar{x} = \frac{\sum_{j=1}^{P} x_j}{P}$. Με P συμβολίζεται το πλήθος των δεδομένων.

ΠΡΟΣΟΧΗ: Θα πρέπει υποχρεωτικά να χρησιμοποιήσετε τις παραπάνω εξισώσεις και όχι κάποια άλλη μέθοδο υλοποίησης των ελαχίστων τετραγώνων.

Για τον υπολογισμό των MARE% και R^2 χρησιμοποιήστε τους παρακάτω τύπους:

$$MARE\% = 100 \frac{\sum_{j=1}^{P} \frac{\left|y_j - \hat{y}_j\right|}{y_j}}{P} \text{ και}$$

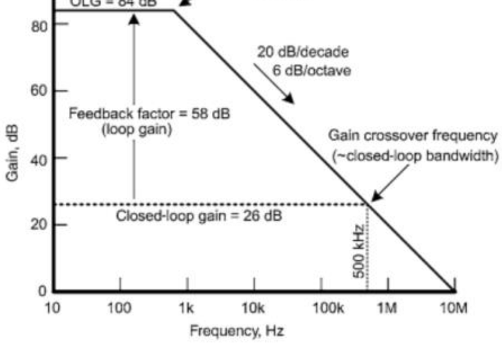
$$R^2 = 1 - \frac{SSE}{SST}, \text{ όπου } SSE = \sum_{j=1}^{P} \left(y_j - \hat{y}_j\right)^2 \text{ και } SST = \sum_{j=1}^{P} \left(y_j - \bar{y}\right)^2$$

Β) Κατασκευάστε στο Matlab γραφική παράσταση χρησιμοποιώντας σαν άξονες την ενίσχυση και το λογάριθμο της συχνότητας. Στη γραφική παράσταση θα πρέπει να απεικονίζονται τα δεδομένα ενίσχυσης – συχνότητας, καθώς και η βέλτιστη γραμμή που υπολογίστηκε με τη μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων.

Γ) Κατασκευάστε στο Matlab πρόγραμμα τύπου function το οποίο να δέχεται σαν εισόδους τους συντελεστές *a* και *b* που υπολογίστηκαν με τη μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων καθώς και μια οποιαδήποτε τιμή ενίσχυσης (dB) και να επιστρέφει σαν έξοδο τη συχνότητα (Hz) στην οποία αντιστοιχεί αυτή η τιμή της ενίσχυσης. Χρησιμοποιείστε το πρόγραμμα που κατασκευάσατε για να υπολογίσετε για ποια συχνότητα η ενίσχυση είναι ίση με 0dB.

Bonus material:

- books.google.gr/books?id=_R1g7YO3kQkC&lpg=PA46&ots=kA0XFmNFM2&dq=audio%20amplifier%20bode%20plot&hl=el&pg=PA46#v=onepage&q=audio%20amplifier%20bode%20plot&f=false
- www.ies.co.jp/math/java/misc/least_sq/least_sq.html



4η Άσκηση – Ελάχιστα Τετράγωνα - Πρόβλεψη απόδοσης CPU

Το αρχείο Machine_CPU.xlsx περιέχει δεδομένα με χαρακτηριστικά επεξεργαστών και την σχετική απόδοση τους, όπως αυτή υπολογίζεται από benchmark tests. Στόχος της άσκησης είναι να κατασκευαστεί ένα γραμμικό μοντέλο που να μπορεί να προβλέπει την σχετική απόδοση ενός επεξεργαστή με βάση τα χαρακτηριστικά του συστήματος. Συγκεκριμένα το μοντέλο θα είναι της μορφής:

$y = \left(\sum_{i=1}^{6} a_i x_i \right) + b$, όπου:

y: Η σχετική απόδοση του επεξεργαστή

x_1: Χρόνος κύκλου (ns)

x_2: Ελάχιστη κεντρική μνήμη (KB)

x_3: Μέγιστη κεντρική μνήμη (KB)

x_4: Μνήμη Cache (KB)

x_5: Ελάχιστος αριθμός καναλιών

x_6: Μέγιστος αριθμός καναλιών

A) Κατασκευάστε στο Matlab πρόγραμμα τύπου function το οποίο να δέχεται σαν εισόδους τα χαρακτηριστικά του επεξεργαστή και τη σχετική απόδοση (θα δίνονται σαν πίνακες **X** και **Y** αντίστοιχα) και να επιστρέφει σαν έξοδο τα εξής:

- τους συντελεστές a_i, i=1,2,…,6 και τον σταθερό όρο b
- τις προβλέψεις $\hat{y}$ για όλα τα διαθέσιμα δεδομένα σύμφωνα με το μοντέλο $\hat{y} = \left(\sum_{i=1}^{6} a_i x_i \right) + b$.
- το μέσο απόλυτο σχετικό σφάλμα % (MARE%) και τον συντελεστή R^2.

Οι συντελεστές του μοντέλου θα πρέπει να υπολογιστούν με τη μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων η οποία υλοποιείται σε μορφή πινάκων με βάση την εξίσωση:

$$\mathbf{A} = \left(\mathbf{X}^{\mathrm{T}} \cdot \mathbf{X} \right)^{-1} \cdot \mathbf{X}^{\mathrm{T}} \cdot \mathbf{Y}$$

Οι πίνακες X, Y και A θα πρέπει να έχουν την εξής μορφή:

$$\begin{array}{l} \qquad \text{Αριθμός μεταβλητής} \longrightarrow \\ \mathbf{X} = \begin{bmatrix} x_{11} & \cdots & x_{1N} & 1 \\ x_{21} & \cdots & x_{2N} & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ x_{P1} & x_{P2} & x_{PN} & 1 \end{bmatrix} \Big\downarrow \text{Αριθμός δεδομένου} \quad \mathbf{Y} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_P \end{bmatrix} \Big\downarrow \text{Αριθμός δεδομένου} \quad \mathbf{A} = \begin{bmatrix} a_1 \\ \vdots \\ a_N \\ b \end{bmatrix} \end{array}$$

Β) Κατασκευάστε στο Matlab τις εξής γραφικές παραστάσεις:

- Γραφική παράσταση των πραγματικών τιμών y για όλα τα διαθέσιμα δεδομένα (δηλαδή συναρτήσει του αριθμού του κάθε δεδομένου). Επάνω στο ίδιο γράφημα να φαίνεται και η γραφική παράσταση των προβλέψεων του μοντέλου $\hat{y}$ για κάθε δεδομένο.
- Γραφική παράσταση των πραγματικών τιμών y συναρτήσει των προβλέψεων του μοντέλου $\hat{y}$

Γ) Θεωρήστε ότι για κάποιον επεξεργαστή ισχύουν οι ακόλουθες τιμές:

Χρόνος κύκλου: 200 ns
Ελάχιστη κεντρική μνήμη: 3000 KB
Ελάχιστος αριθμός καναλιών: 6
Μέγιστος αριθμός καναλιών: 16

Κατασκευάστε στο Matlab τρισδιάστατη γραφική παράσταση που να απεικονίζει τις προβλέψεις του μοντέλου που κατασκευάσατε στο Α ερώτημα για την απόδοση του επεξεργαστή (άξονας Ζ) συναρτήσει της μέγιστης κεντρικής μνήμης (άξονας Χ) και της μνήμης Cache (άξονας Υ). Θεωρήστε ότι μέγιστη κεντρική μνήμη μεταβάλλεται από τα 8000KB μέχρι τα 16000KB και η μνήμη Cache μεταβάλλεται από 32KB μέχρι 128KB.

Με βάση το γράφημα που κατασκευάσατε, για τον συγκεκριμένο επεξεργαστή θα προτιμούσατε να αυξήσετε την μέγιστη κεντρική μνήμη κατά 8000KB ή την μνήμη Cache κατά 96KB;

Bonus material:

- www.hardwaresecrets.com/article/481
- mrob.com/pub/comp/benchmarks/spec.html
- el.wikipedia.org/wiki/Κρυφή_μνήμη
- www.faculty.iu-bremen.de/birk/lectures/PC101-2003/07cache/cache%20memory.htm