Σημειώσεις στα Ηλεκτρονικά Κυκλώματα Αρμονικών Ταλαντωτών με Διακριτά Στοιχεία

Γ. Π. ΠΑΤΣΗΣ,
ΑΝΑΠΛ. ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ

ΤΜΗΜΑ ΗΛΕΚΤΡΟΝΙΚΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
Τεχνολογικό Εκπαιδευτικό Ιδρυμα
ΑΘΗΝΑΣ

Πολική μορφή μιγαδικού αριθμού

$$x + jy = Ae^{j\theta} = A\angle\theta$$

$$e = 2.718...$$

$$e^{j\theta} = \cos\theta + j\sin\theta$$

$$x + jy = A\cos\theta + jA\sin\theta$$

$$x = A\cos\theta, y = A\sin\theta$$

$$\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta} = \frac{y}{x} \Leftrightarrow \theta = \tan^{-1}\frac{y}{x}$$

$$A^2 = x^2 + y^2 \Leftrightarrow A = \sqrt{x^2 + y^2}$$

Πολική μορφή μιγαδικού αριθμού

$$Ae^{j\theta}=A\angle\theta, Be^{j\phi}=B\angle\phi$$

$$\left(Ae^{j\theta}\right)\left(Be^{j\phi}\right)=ABe^{j(\theta+\phi)}$$

$$\left(A\angle\theta\right)\left(B\angle\phi\right)=AB\angle\left(\theta+\phi\right)$$

$$\frac{Ae^{j\theta}}{Be^{j\phi}}=\frac{A}{B}e^{j(\theta-\phi)}$$

$$\frac{A\angle\theta}{B\angle\phi}=\frac{A}{B}\angle\left(\theta-\phi\right)$$

$$x+jy=\sqrt{x^2+y^2}e^{j\tan^{-1}\frac{y}{x}}=\sqrt{x^2+y^2}\angle\tan^{-1}\frac{y}{x}, x>0, y>0$$

$$x<0, y>0:\theta=180^o+/-\tan^{-1}\frac{y}{x}$$

$$x<0, y<0:\theta=\tan^{-1}\frac{y}{x}-180^o$$

$$|x|=|y|, z=x+jy:$$

$$z\in 1st.qdrnt: x+jy=\sqrt{2}xe^{j45^o}=\sqrt{2}x\angle 45^o$$

$$z\in 2nd.qdrnt: x+jy=\sqrt{2}xe^{j135^o}=\sqrt{2}x\angle 135^o$$

$$z\in 3rd.qdrnt: x+jy=\sqrt{2}xe^{j-135^o}=\sqrt{2}x\angle -135^o$$

$$z\in 4rth.qdrnt: x+jy=\sqrt{2}xe^{j-45^o}=\sqrt{2}x\angle -45^o$$

$$6+j9=\sqrt{6^2+9^2}\angle\tan^{-1}\left(\frac{9}{6}\right)=10.8\angle 56.3^o$$

$$-21.4+j33.3=\sqrt{(-21.4)^2+(33.3)^2}\angle 180^o+\tan^{-1}\left(\frac{33.3}{-21.4}\right)=39.6\angle 122.7^o$$

$$-0.521-j1.42=\sqrt{(-0.521)^2+(-1.42)^2}\angle -180^o+\tan^{-1}\left(\frac{-1.42}{-0.521}\right)=1.51\angle -110^o$$

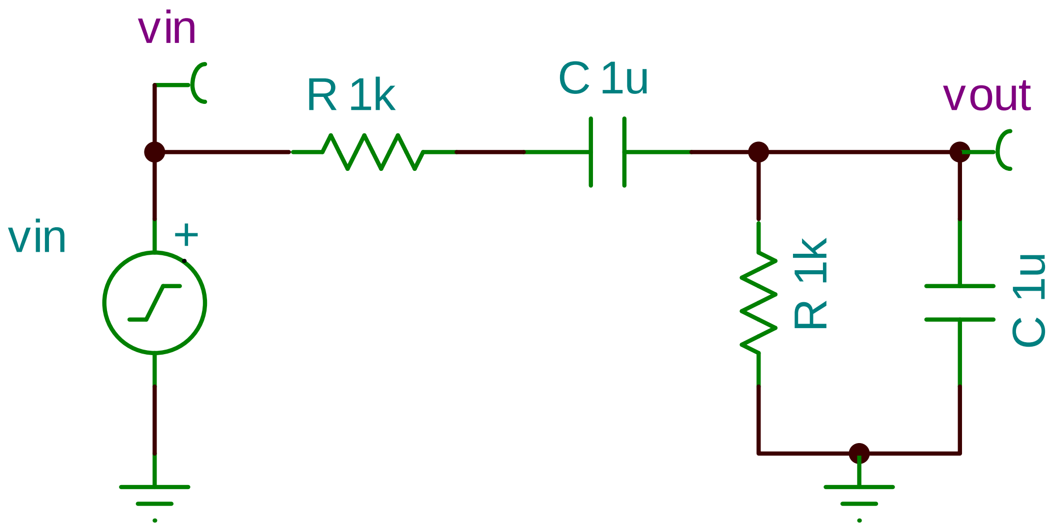
$$4.23+j4.23=\sqrt{2}4.23\angle 45^o$$

Μετατροπή μιγαδικού στη μορφή x+jy

Για τον επόμενο μιγαδικό f(jω) να σχεδιάσετε το μέτρο και τη φάση του συναρτήση της συχνότητας.

$$f(j\omega) = \frac{2j\omega}{j\omega+5} \overset{x=?,y=?}{=} x+jy \overset{\mathrm{A}=?,\theta=?}{=} Ae^{j\theta}$$

Να βρείτε τη συνάρτηση μεταφοράς του επόμενου κυκλώματος με το TINA.

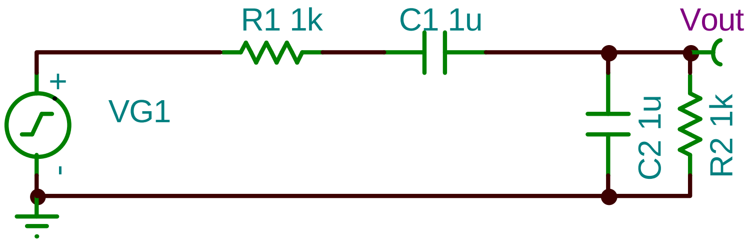


Transfer function:

$$W(s)=\frac{R\cdot C\cdot s}{1+3\cdot R\cdot C\cdot s+R^2\cdot C^2\cdot s^2}$$

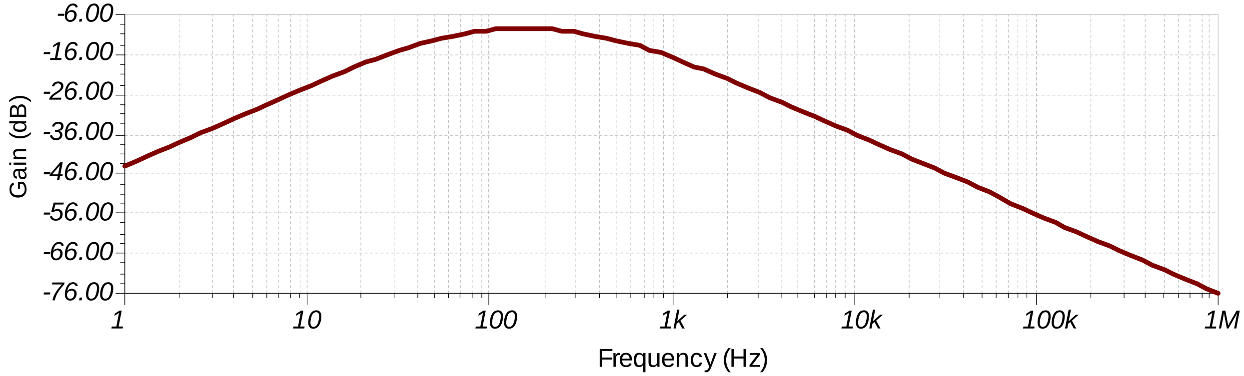
AC result:

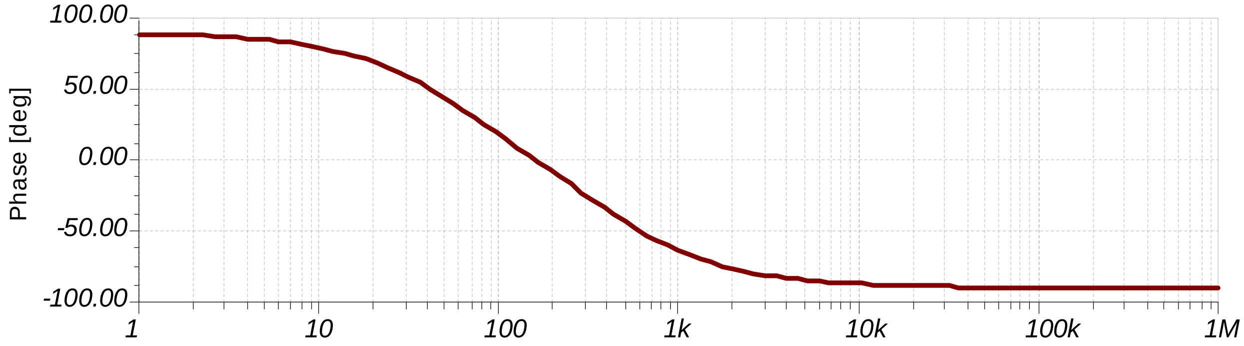
$$V_{out}(t)=V_{G1A}\cdot Abs\left(\frac{R_2\cdot C_1\cdot(j\cdot\omega)}{1+(C_2\cdot R_2+R_2\cdot C_1+C_1\cdot R_1)\cdot(j\cdot\omega)+C_2\cdot R_2\cdot C_1\cdot R_1\cdot(j\cdot\omega)^2}\right)\cdot Cos\left(\omega\cdot t+V_{G1\phi}+Arc\left(\frac{R_2\cdot C_1\cdot(j\cdot\omega)}{1+(C_2\cdot R_2+R_2\cdot C_1+C_1\cdot R_1)\cdot(j\cdot\omega)+C_2\cdot R_2\cdot C_1\cdot R_1\cdot(j\cdot\omega)^2}\right)\right)$$



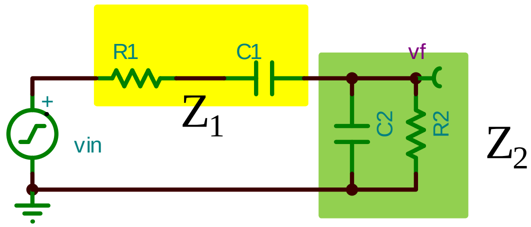
Transfer function:

$$W(s)=\frac{R_2\cdot C_1\cdot s}{1+(C_2\cdot R_2+R_2\cdot C_1+C_1\cdot R_1)\cdot s+C_2\cdot R_2\cdot C_1\cdot R_1\cdot s^2}$$





Πόσο είναι το β και το φ στη συχνότητα συντονισμού για το κύκλωμα προπορείας-καθυστέρησης;



$$\omega_0 C_1 R_2\left(1-\omega_0^{\,2} R_1 R_2 C_1 C_2\right)=0 \Leftrightarrow$$

$$\omega_0=\frac{1}{\sqrt{R_1 R_2 C_1 C_2}} \underset{C_1=C_2=C}{\overset{R_1=R_2=R}{=}} \frac{1}{RC}$$

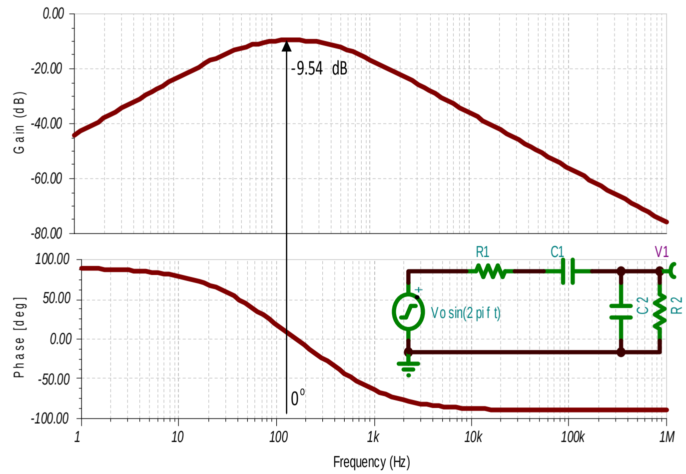
$$\beta=\frac{sC_1R_1}{1+s\left(R_1C_1+R_2C_2+C_1R_2\right)+s^2R_1R_2C_1C_2}$$

$$\beta\left(\omega_0\right)=\frac{1}{3}$$

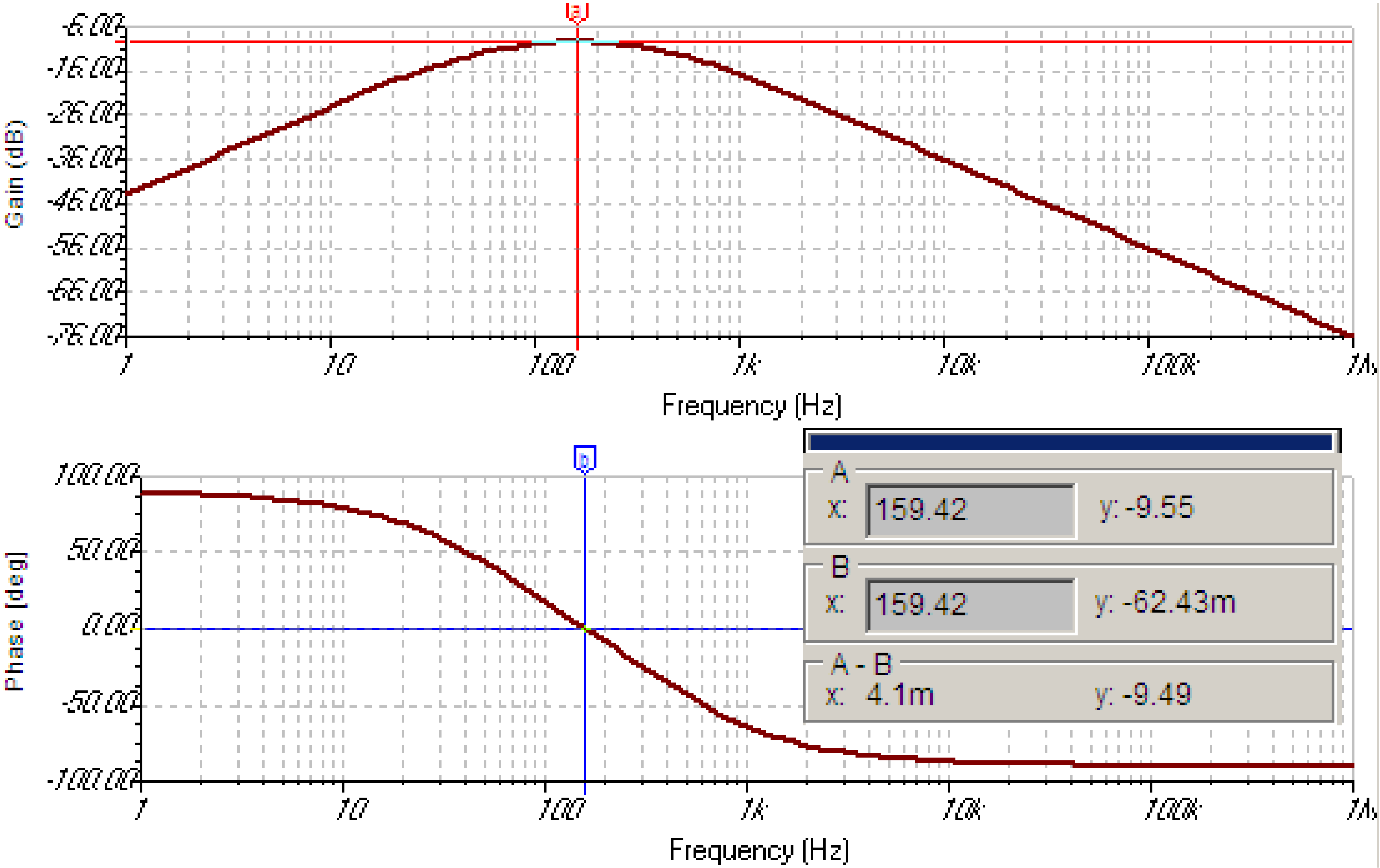
$$\beta=\frac{\left\{\omega^2C_1R_2\left(R_1C_1+R_2C_2+C_1R_2\right)+j\omega C_1R_2\left(1-\omega^2R_1R_2C_1C_2\right)\right\}}{\left\{\left(1-\omega^2R_1R_2C_1C_2\right)+\omega^2\left(R_1C_1+R_2C_2+C_1R_2\right)^2\right\}}$$

$$R_1=R_2=R, C_1=C_2=C \Rightarrow$$

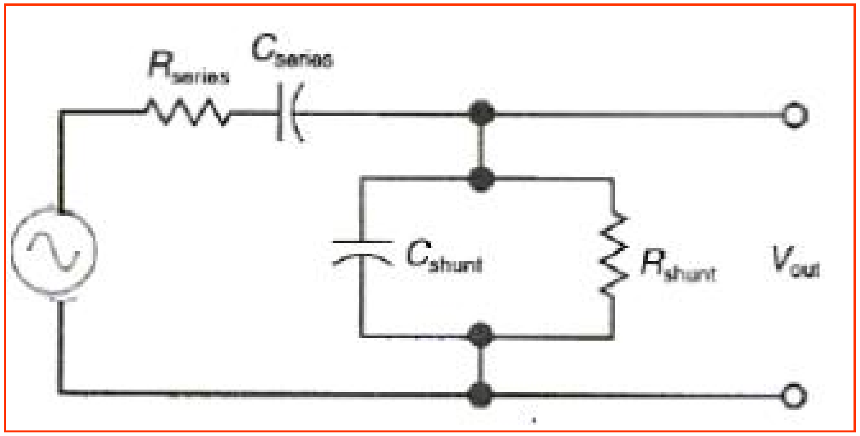
$$\left\{\begin{array}{l}\beta=\dfrac{1}{\sqrt{9-\left(\dfrac{X_C}{R}-\dfrac{R}{X_C}\right)^2}}\\[2ex] \phi=\tan^{-1}\dfrac{\dfrac{X_C}{R}-\dfrac{R}{X_C}}{3}\end{array}\right\}$$



Ανάλυση στο TINA



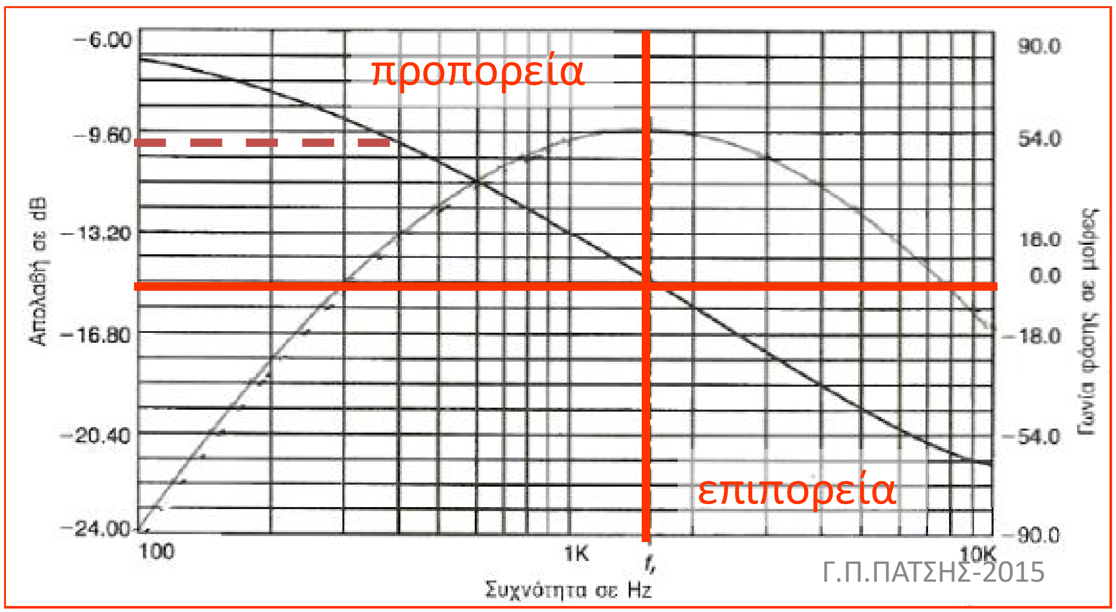
Κύκλωμα Προπορείας – Καθυστέρησης (Επιπορείας)



$$f_r = \frac{1}{2\pi RC}$$

- Το κύκλωμα αυτό στο συντονισμό εμφανίζει τάση εξόδου μικρότερη τρείς φορές από την τάση εισόδου.
- Αν ένας ταλαντωτής χρησιμοποιεί ένα δικτύωμα προπορείας – επιπορείας στο τμήμα ανάδρασής του, τότε το τμήμα ενίσχυσης του πρέπει να έχει απολαβή τάσης μεγαλύτερη του 3 (9.54 dB).

$$V_{dB} = 20\log\frac{V_{out}}{V_{in}} = 20\log\frac{1}{3} = -9.54dB$$



Στο συντονισμό, η διαφορά φάσης εισόδου εξόδου είναι 0, δηλαδή σε ταλαντωτή, το σύστημα αυτό μπορεί να χρησιμοποιηθεί μόνο με μη αναστρέφων ενισχυτή, για να εξασφαλιστεί η συμφωνία φάσης εισόδου και σήματος ανάδρασης.

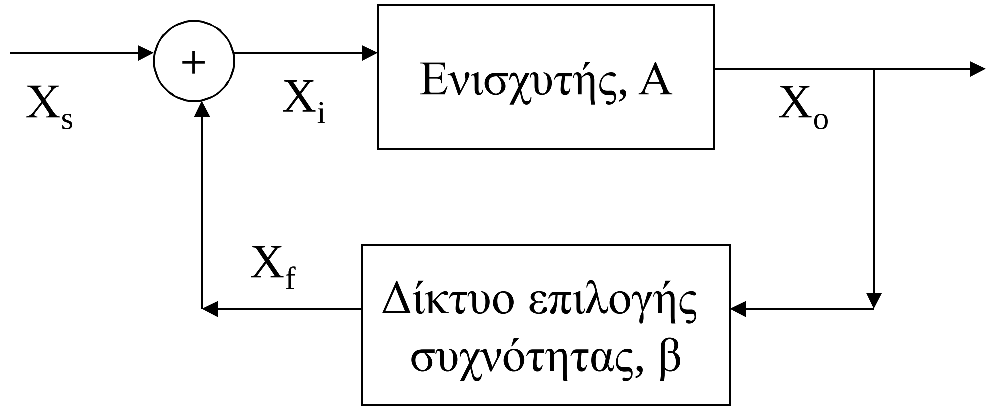
Τι είναι η ανασύζευξη ή ανάδραση και γιατί χρησιμοποιείται.

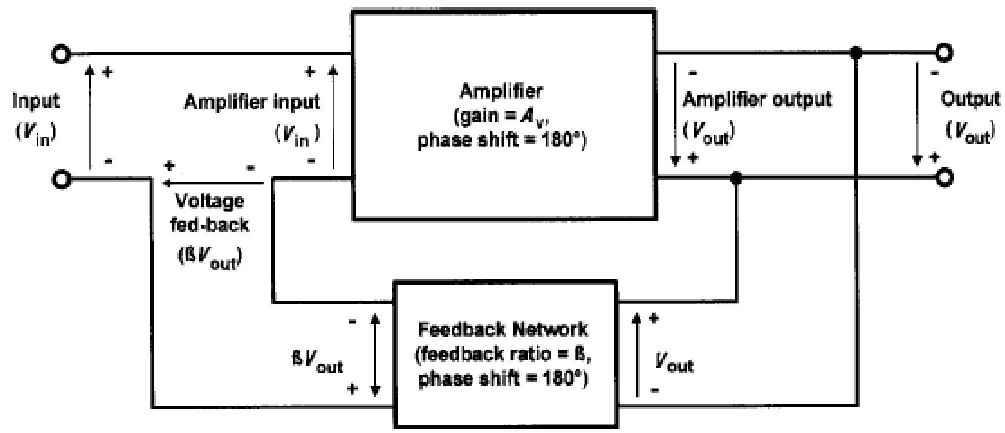
Τα ενεργά στοιχεία έχουν παραμέτρους οι οποίες αφενός δεν ορίζονται ακριβώς, αφετέρου **μεταβάλλονται** συναρτήσει της θερμοκρασίας.

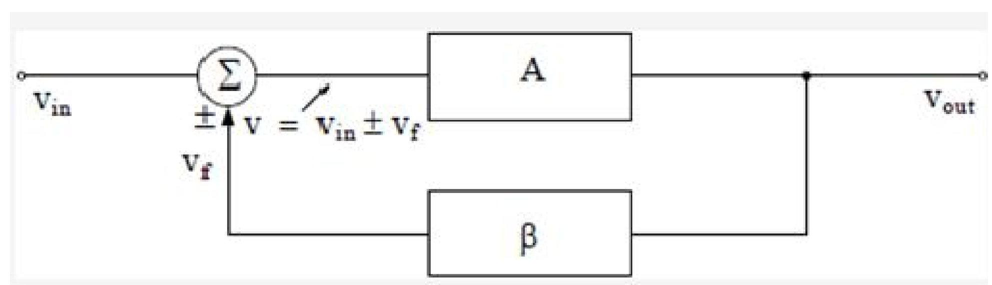
Οι περισσότεροι ενισχυτές που χρησιμοποιούν τα στοιχεία αυτά παρουσιάζουν σταθερή και ορισμένη ενίσχυση, εκτός αν ο ενισχυτής έχει σχεδιαστεί κατά τέτοιο τρόπο ώστε να ελαχιστοποιεί την επίδραση της μεταβολής των παραμέτρων του.

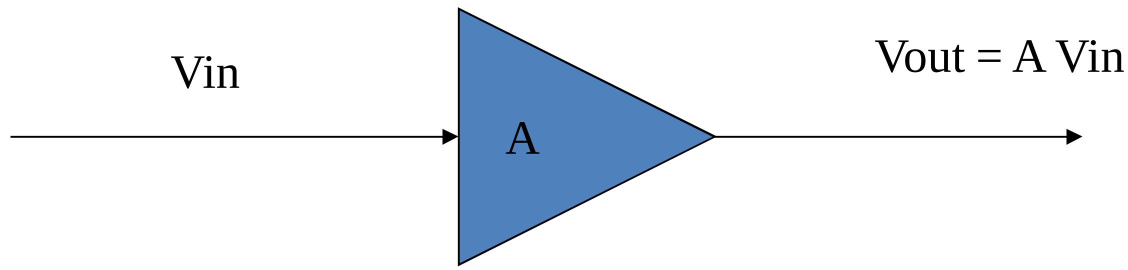
Χρησιμοποιούμε την **αρνητική ανασύζευξη** ώστε να βελτιώσουμε τον ενισχυτή.

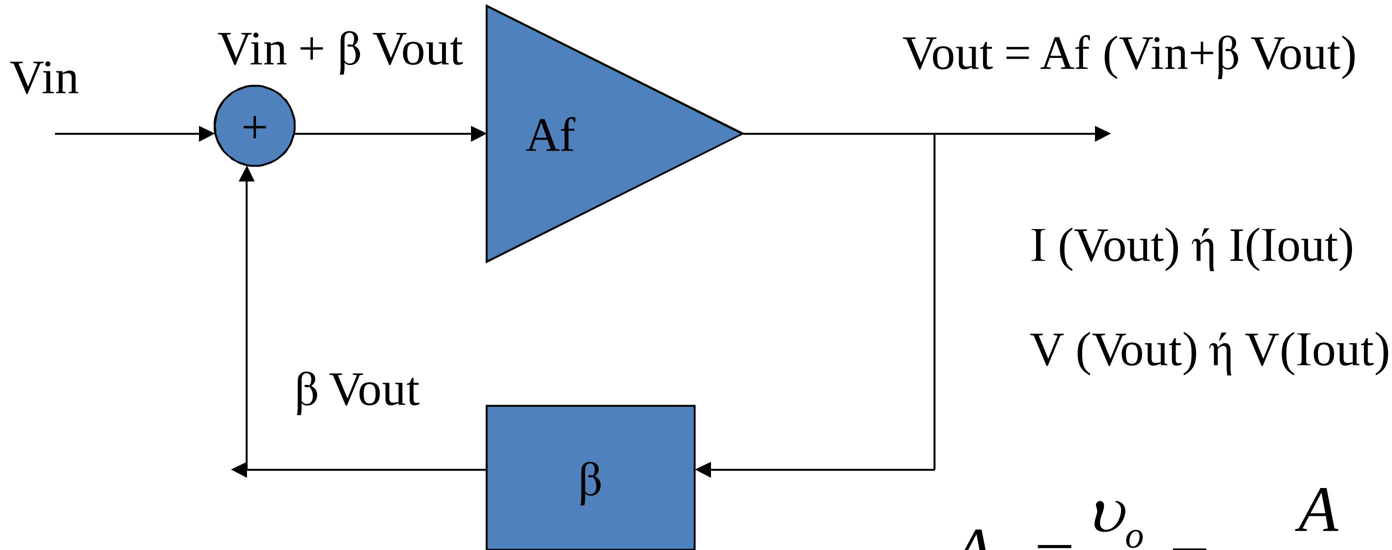
Ανασύζευξη έχουμε όταν ένα τμήμα του σήματος εξόδου του ενισχυτή επιστρέφει μέσω ενός κατάλληλου δικτυώματος στην είσοδό του ώστε να τροποποιεί το σήμα εισόδου.











$$A_f \equiv \frac{\upsilon_o}{\upsilon_i} = \frac{A}{1+\beta A}$$

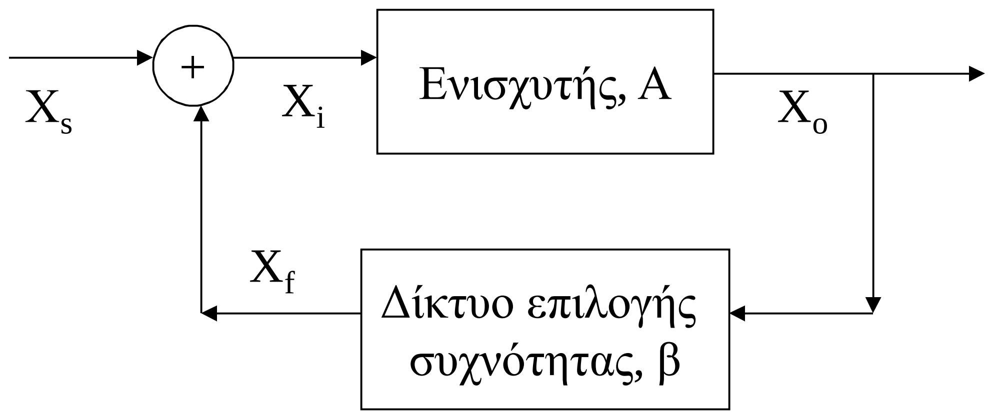
Af<A ➔ Αρνητική ανάδραση (Χρησιμοποιείται σε ενισχυτές)

Af>A ➔ Θετική ανάδραση (Χρησιμοποιείται σε ταλαντωτές)

Τι είναι η αρνητική και τι η θετική ανάδραση; Πού χρησιμοποιείται;

Όταν η ανάδραση ελαττώνει την ενίσχυση ονομάζεται αρνητική ανάδραση ενώ όταν αυξάνει την ενίσχυση ονομάζεται θετική ανάδραση.

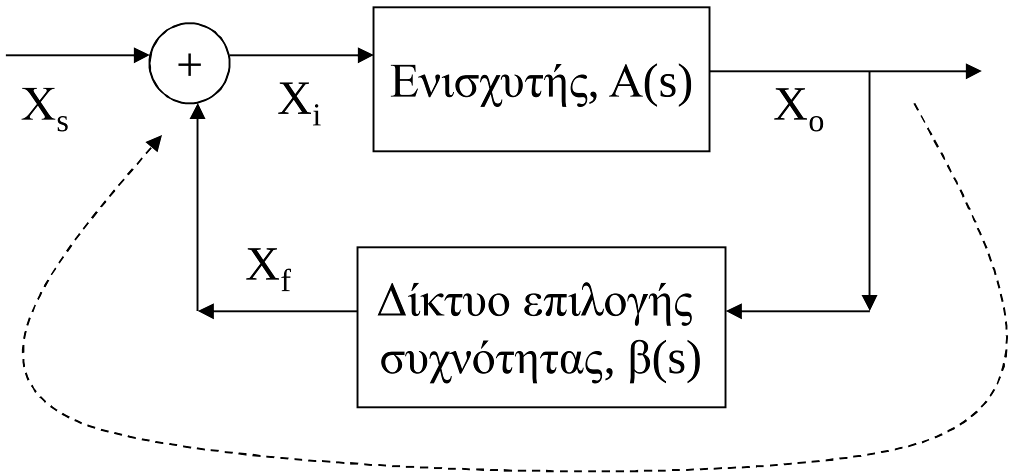
Τη **θετική ανάδραση** τη χρησιμοποιούν οι **ταλαντωτές** ενώ την **αρνητική ανάδραση** οι **ενισχυτές**.



Γραμμικοί Αρμονικοί Ταλαντωτές

Είναι ένα κύκλωμα ενισχυτή με έναν βρόγχο θετικής ανάδρασης

Στη γενική περίπτωση, τα A και β είναι συνάρτηση της συχνότητας



Ανάδραση: Η έξοδος επανατροφοδοτεί την είσοδο.

$$X_i = X_s + X_f = X_s + \beta X_o$$

$$X_o = A\left(X_s + \beta X_o \right)$$

$$X_o - \beta A X_o = A X_s$$

$$X_o = \frac{A}{1-\beta A} X_s$$

$$A_f = \frac{A(s)}{1-\beta(s) A(s)}$$

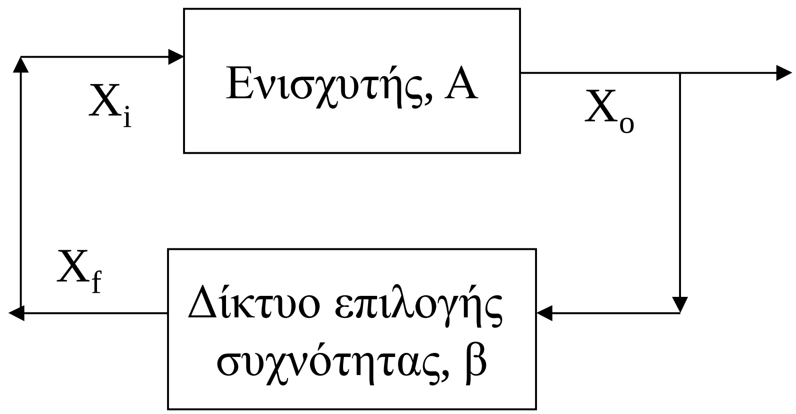
Ο ταλαντωτής αποτελεί μια ειδική περίπτωση κυκλώματος θετικής ανάδρασης με $X_s=0$.

$A_f<A$ ➔ Αρνητική ανάδραση (Χρησιμοποιείται σε ενισχυτές)

$A_f>A$ ➔ Θετική ανάδραση (Χρησιμοποιείται σε ταλαντωτές)

Ο ταλαντωτής αποτελεί μια ειδική περίπτωση κυκλώματος θετικής ανάδρασης με X_s=0.

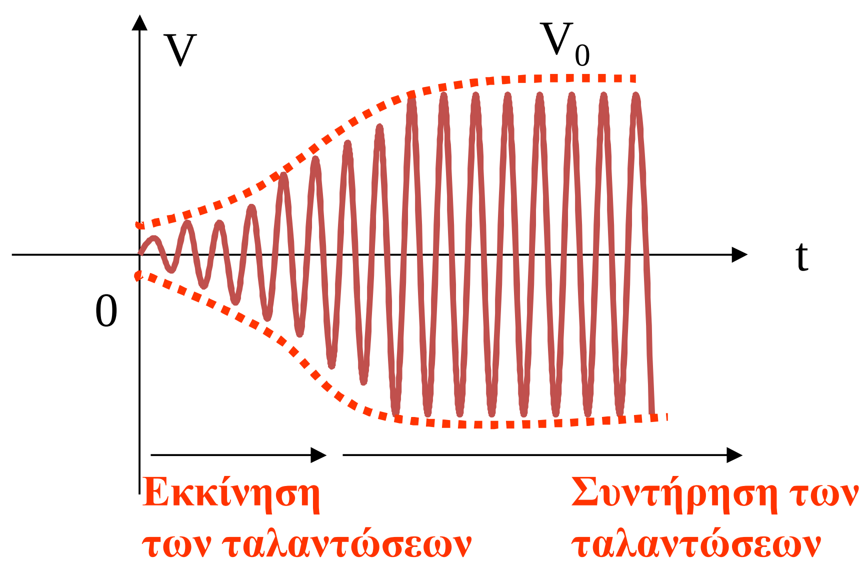
$$A_f = \frac{A(s)}{1-\beta(s)A(s)}$$

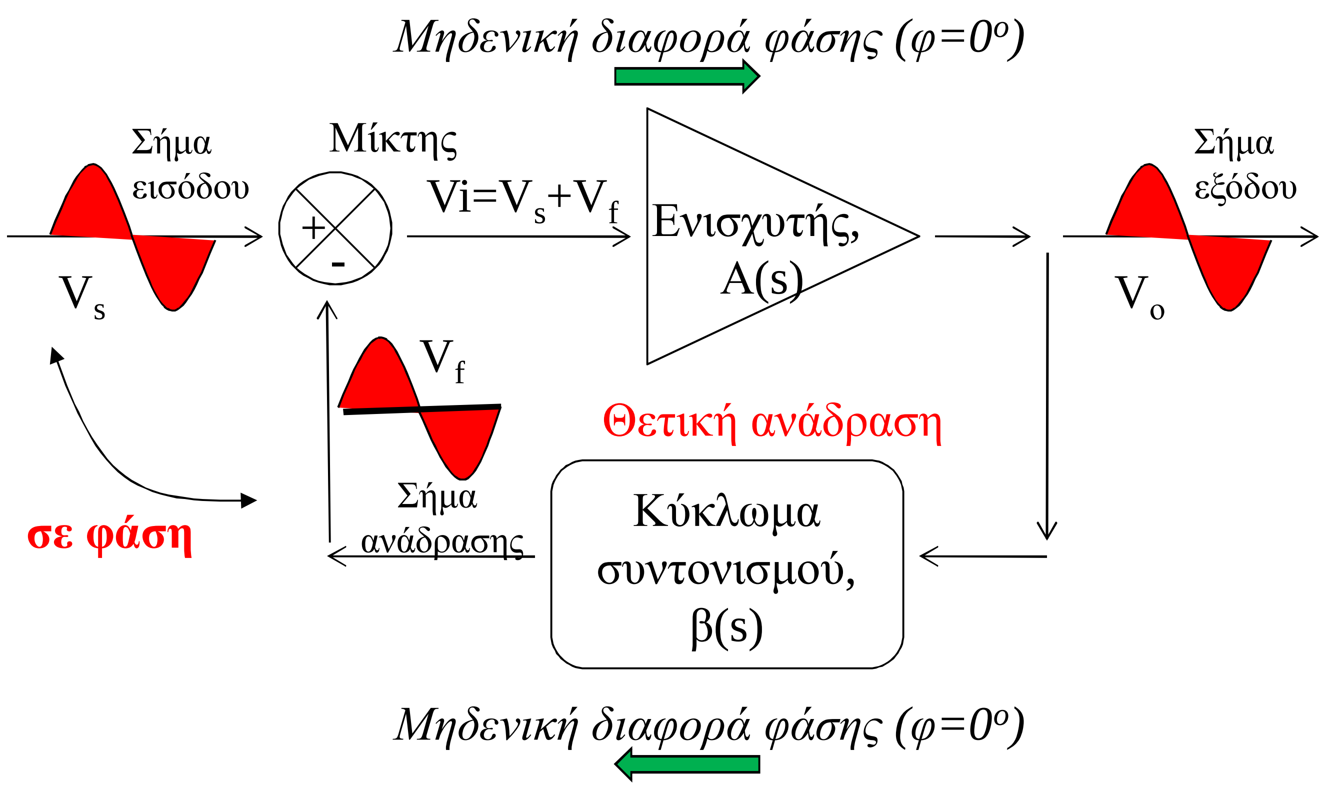


Af>A ➔ Θετική ανάδραση (Χρησιμοποιείται σε ταλαντωτές)

Συνθήκη για την εκκίνηση των ταλαντώσεων:
Af→ άπειρο ⇔ β A = 1
(Συνθήκη Barkhausen)

Η αρχική διαταραχή τάσης προκύπτει λόγω της θερμικής κίνησης των ηλεκτρονιών μέσα στα μεταλλικά σύρματα του κυκλώματος.





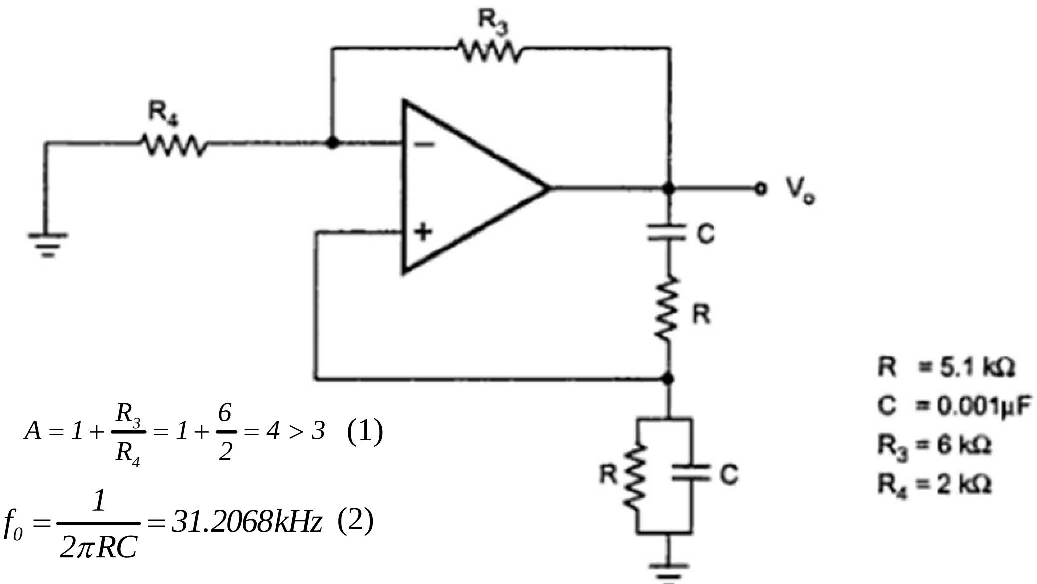
Μηδενική διαφορά φάσης (φ=0ο)
Σήμα
εισόδου
Μίκτης
Vi=Vs+Vf
Ενισχυτής,
A(s)
Σήμα
εξόδου
Vs
+
-
Vo
Vf
Θετική ανάδραση
Σήμα
ανάδρασης
Κύκλωμα
συντονισμού,
β(s)
σε φάση
Μηδενική διαφορά φάσης (φ=0ο)

ΕΦΑΡΜΟΓΗ 1

Να εξακριβωθεί αν το κύκλωμα του σχήματος μπορεί να λειτουργήσει ως ταλαντωτής ή όχι.

Λύση

Ο υπολογισμός της ενίσχυσης από τη σχέση (1) δείχνει ότι ικανοποίει την προϋπόθεση για εκκίνηση και διατήρηση των ταλαντώσεων. Επίσης, παρατηρούμε ότι η ανάδραση του δικτύου συντονισμού τροφοδοτείται στη μη αναστρέφουσα είσοδο του τελεστικού ενισχυτή. Έτσι εξασφαλίζουμε μηδενική ολίσθηση φάσης. Συνεπώς το κύκλωμα αυτό μπορεί να λειτουργήσει ως ταλαντωτής και μάλιστα η συχνότητα των ταλαντώσεων θα δίνεται από τη σχέση (2).



$$A = 1 + \frac{R_3}{R_4} = 1 + \frac{6}{2} = 4 > 3 \quad (1)$$

$$f_0 = \frac{1}{2\pi RC} = 31.2068kHz \quad (2)$$