Τεχνολογία των Αισθητήρων

Απαντήσεις ασκήσεων, Β' εξεταστικής χειμερινού εξαμήνου 2011 - 2012

Μικρομηχανικός αισθητήρας μέτρησης της πίεσης αποτελείται από κυκλική μεμβράνη πυριτίου πακτωμένη στα άκρα της, πάνω από κοιλότητα δεδομένης πίεσης. Η μεμβράνη έχει κυκλικό σχήμα ακτίνας *α*, πάχος *h,* ενώ όταν η εξωτερική πίεση είναι ίση με την εσωτερική, η το ύψος της κοιλότητας είναι σταθερό και ίσο με 20μm.

Α) Για ακτίνα α_1, έστω ότι η μέγιστη απόκλιση της μεμβράνης είναι 5μm. Να βρείτε τη μέγιστη τιμή της απομάκρυνσης w(r) όταν α_2=2 α_1 , με σταθερή πίεση.

Β) Για ακτίνα α_3=500μm να βρείτε το μετρητικό πεδίο του αισθητήρα σε κανονική λειτουργία (normal mode – η μεμβράνη δεν ακουμπάει το υπόστρωμα)

Γ) Έστω ότι η χωρητικότητα του αισθητήρα δίνεται από τη σχέση

$$\mathbf{C(P)=A_0 + A_1 \cdot P + A_2 \cdot P^2 + A_3 \cdot P^3 + A_4 \cdot P^4}$$

με A_0 = 2fF , A_1 = 1 fF / Pa , A_2 = 3 fF / Pa ^{2} , A_3 = -5/6 fF / Pa ^{3}, A_4 = 1/12 fF / Pa ^{4}

Να βρείτε την τιμή της χωρητικότητας και της ευαισθησίας του αισθητήρα εκεί όπου η ευαισθησία του γίνεται μέγιστη. Πως συνδέεται η τιμή της χωρητικότητας με την απομάκρυνση της μεμβράνης;

Δίνονται:

$w(r)=\frac{P\alpha^4}{64D}\left[1-\left(\frac{r}{\alpha}\right)^2\right]^2$	$D=\frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}$	E_{si}=150 GPa	ν_{si}=0.2
1 Pa = N / m^2	h=10μm		

Α) Για σταθερή πίεση, η μέγιστη απομάκρυνση είναι στο σημείο r=0.

Άρα $w(r)\big|_{\max}=w(0)=\frac{P\alpha^4}{64D}$

Για α_2=2 α_1 ισχύει ότι

$$w_2(0)=\frac{P(2\alpha_1)^4}{64D}=16\frac{P(\alpha_1)^4}{64D}=16w_1(0)$$

Άρα αφού $w_1(0)$=5μm, από την προηγούμενη σχέση προκύπτει ότι $w_2(0)$=80μm.

Όμως το ύψος της κοιλότητας είναι 20μm. Οπότε, αφού δεν γίνεται η μέγιστη απόκλιση της μεμβράνης να ξεπεράσει αυτό το νούμερο, η μέγιστη απόκλιση για α_2 είναι 20μm.

B) Είναι $D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}$

$$D = \frac{150\cdot 10^9 \cdot \left(10\cdot 10^{-6}\right)^3}{12(1-0.2^2)} Pa\cdot m^3 = 13\cdot 10^{-6}\, Pa\cdot m^3$$

Ψάχνουμε να βρούμε τη μέγιστη πίεση για την οποία η μεμβράνη ακουμπάει στο υπόστρωμα, δηλαδή w(0)=20μm.

Λύνοντας ως προς P είναι

$$P = \frac{64Dw(0)}{a^4} = \frac{64\cdot 13\cdot 10^{-6}\, Pa\cdot m^3 \cdot 20\cdot 10^{-6}\cdot m}{\left(0.5\cdot 10^{-3}\right)^4 m^4} = 266240\, Pa = 2.62\, Atm$$

Γ) Για την ευαισθησία είναι:

$$S(P) = \frac{dC(P)}{dP} = 1 + 6P - \frac{15}{6}P^2 + \frac{4}{12}P^3$$

Για να βρούμε τα ακρότατα έχουμε

$$\frac{dS}{dP} = \frac{d^2C}{dP^2} = 6 - 5P + P^2$$

Η συνάρτηση αυτή είναι θετική για P < 2 και P> 3 και αρνητική για 2<P < 2. Αντίστοιχα η S είναι αύξουσα στα P < 2 και P> 3 και φθίνουσα για 2<P < 2. Κατά συνέπεια το σημείο μεγίστου της συνάρτησης είναι το P=2.

Είναι C(2)=10.6fF

S(2)=5.6fF/Pa

Η χωρητικότητα του αισθητήρα είναι συνάρτηση της απομάκρυνσης της μεμβράνης, λόγω της μεταβολής της πίεσης. Η χωρητικότητα δίνεται από το διπλό ολοκλήρωμα στην επιφάνεια της μεμβράνης, που σε πολικές συντεταγμένες (μεμβράνη κυκλικού σχήματος) είναι

$$C = \iint \frac{\varepsilon}{d - w(r)} r dr d\vartheta$$

Η μέση απομάκρυνση δίνεται αντίστοιχα από το μέσο όρο των απομακρύνσεων σε κάθε στοιχειώδες κομμάτι rdrdθ,

$$w_m = \frac{1}{A}\iint w\cdot r dr d\theta$$