

γ) Παρεμβολή τιμών ενδιάμεσα των σημείων του σήματος

Παρεμβολή (interpolation) είναι η μέθοδος κατά την οποία δημιουργούνται νέες τιμές που παρεμβάλλονται ενδιάμεσα των τιμών του σήματος, χωρίς να μεταβληθεί η συνολική διάρκεια του σήματος.

Μία απλή μέθοδος παρεμβολής είναι η γραμμική παρεμβολή κατά την οποία ένα ενδιάμεσο σημείο $[x, y]$ που ευρίσκεται στο χρονικό σημείο x μεταξύ των σημείων $[x_a, y_a]$ και $[x_b, y_b]$ θα έχει y (δηλαδή πλάτος σήματος στην χρονική στιγμή x):

$$y = y_a + (y_b - y_a) \times \left(\frac{x - x_a}{x_b - x_a} \right)$$

Ακολουθεί σχετικό πρόγραμμα:

```
clc; clear all; close all;
t=[0, 4, 8, 12, 16, 20, 24] %ΩΡΕΣ ΗΜΕΡΑΣ ΠΟΥ ΓΙΝΟΝΤΑΙ ΜΕΤΡΗΣΕΙΣ ΘΕΡΜΟΚΡΑΣΙΑΣ
T=[5, 7, 10, 30, 15, 13, 5] %ΕΣΤΩ ΟΙ ΜΕΤΡΗΣΕΙΣ ΘΕΡΜΟΚΡΑΣΙΩΝ ΑΙΣΘΗΤΗΡΑ

N=length(T); %ΜΗΚΟΣ ΣΗΜΑΤΟΣ ΘΕΡΜΟΚΡΑΣΙΩΝ
c=0; %ΜΕΤΡΗΤΗΣ

%ΜΕΤΡΗΣΕΙΣ ΣΗΜΕΙΩΝ ΝΕΟΥ ΣΗΜΑΤΟΣ ΜΕ ΤΙΣ ΠΑΡΕΜΒΟΛΕΣ
for i=1:N-1 %ΓΙΑ ΟΛΑ ΤΑ ΧΡΟΝΙΚΑ ΔΙΑΣΤΗΜΑΤΑ -1
    xa=t(i); %ΟΡΙΣΜΟΣ 1ου σημείου [xa, ya]
    ya=T(i);
    xb=t(i+1); %ΟΡΙΣΜΟΣ 2ου σημείου [xb, yb]
    yb=T(i+1);
    D=2; %ΧΡΟΝΙΚΟ ΔΙΑΣΤΗΜΑ ΑΝΑ 2, ΠΑΡΕΜΒΟΛΗΣ ΣΗΜΕΙΩΝ ΜΕΤΑΞΥ [xa, ya] ΚΑΙ [xb, yb]
    for x=t(i):D:t(i+1)-1 %ΓΙΑ ΧΡΟΝΙΚΕΣ ΣΤΙΓΜΕΣ ΜΕΤΑΞΥ [xa xb], ΔΙΟΤΙ ΑΛΛΙΩΣ ΘΑ ΥΠΟΛΟΓΙΖΕ ΔΙΠΛΕΣ ΤΙΜΕΣ
        % (π.χ. t(2)=4 ΘΑ ΤΟ ΛΑΒΕΙ ΥΠΩΨΗ 2 ΦΟΡΕΣ

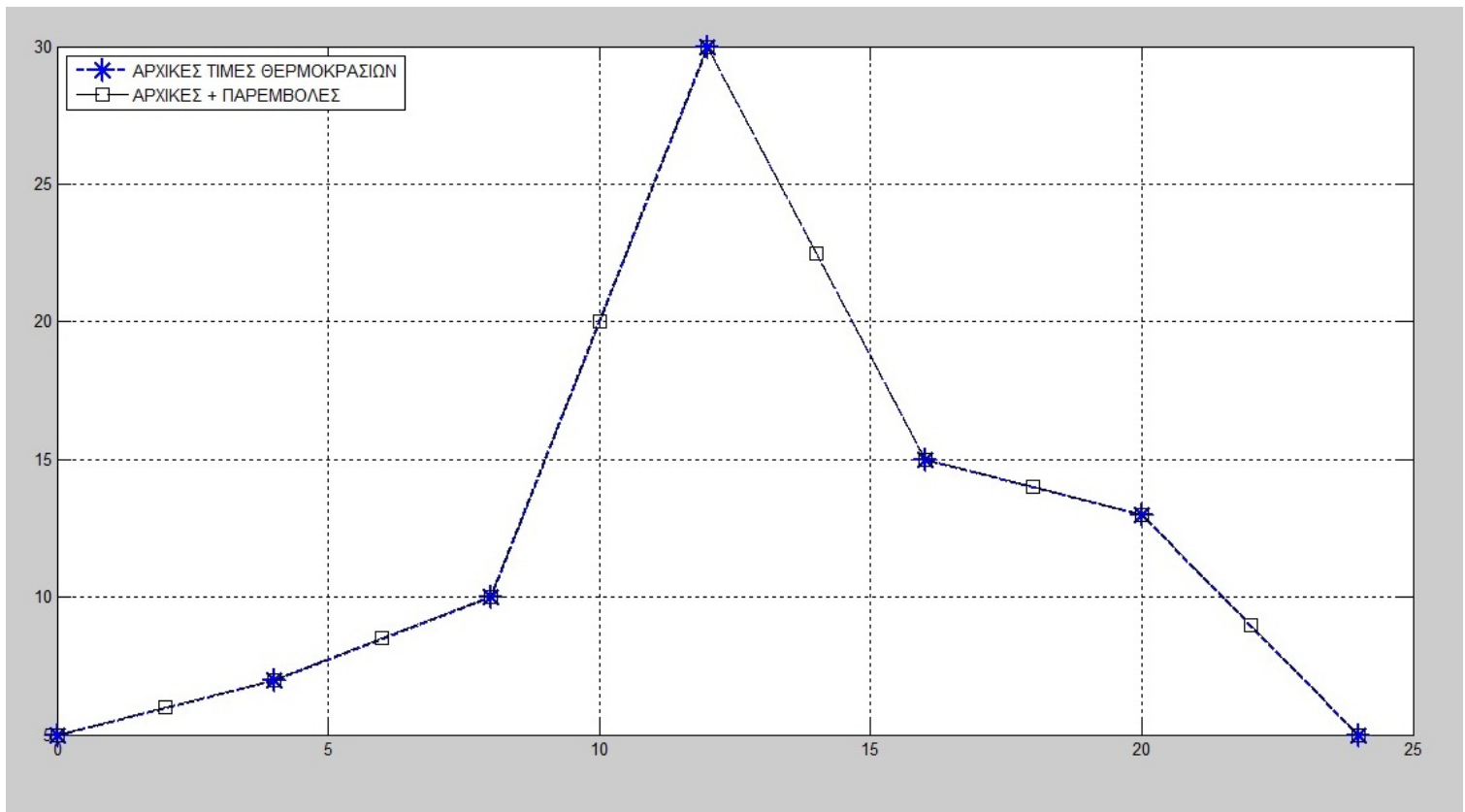
        c=c+1; %ΑΥΞΗΣΗ ΜΕΤΡΗΤΗ
        t_new(c)=x; %ΑΠΟΘΗΚΕΥΣΗ ΧΡΟΝΙΚΗΣ ΣΤΙΓΜΗΣ ΠΑΡΕΜΒΟΛΗΣ
        T_new(c)=ya+(yb-ya)*((x-xa)/(xb-xa)); %ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΠΛΑΤΟΥΣ ΠΑΡΕΜΒΟΛΗΣ
    end
end

t_new(c+1)=t(N); %ΓΙΑΤΙ ΠΡΕΠΕΙ ΝΑ ΣΥΜΠΕΡΙΛΑΒΕΙ ΣΤΟΝ ΚΑΙΝΟΥΡΓΙΟ ΠΙΝΑΚΑ ΚΑΙ ΤΟ ΤΕΛΕΥΤΑΙΟ 24
T_new(c+1)=T(N); %ΓΙΑΤΙ ΠΡΕΠΕΙ ΝΑ ΣΥΜΠΕΡΙΛΑΒΕΙ ΣΤΟΝ ΚΑΙΝΟΥΡΓΙΟ ΠΙΝΑΚΑ ΚΑΙ ΤΟ ΤΕΛΕΥΤΑΙΟ 5

%ΕΚΤΥΠΩΣΗ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ
fprintf('ΑΡΧΙΚΑ ΧΡΟΝΙΚΑ ΔΙΑΣΤΗΜΑΤΑ ΚΑΙ ΘΕΡΜΟΚΡΑΣΙΕΣ:\n');
for i=1:length(T)
    fprintf('%4d %4.1f\n',t(i),T(i));
end

fprintf('\nΝΕΑ ΧΡΟΝΙΚΑ ΔΙΑΣΤΗΜΑΤΑ ΜΕ ΠΑΡΕΜΒΟΛΕΣ ΚΑΙ ΘΕΡΜΟΚΡΑΣΙΕΣ:\n');
for i=1:length(t_new)
    fprintf('%4d %4.1f\n',t_new(i),T_new(i));
end

%ΣΧΕΔΙΑΣΗ ΣΗΜΑΤΩΝ ΑΡΧΙΚΟΥ ΚΑΙ ΜΕ ΠΑΡΕΜΒΟΛΗ
figure(1)
plot(t,T,'b*--','markersize',10,'linewidth',2);
hold on;
plot(t_new,T_new,'ks--','markersize',15,'linewidth',1);
grid on;
legend('ΑΡΧ. ΤΙΜΕΣ ΘΕΡΜ', 'ΑΡΧ. + ΠΑΡΕΜΒΟΛΕΣ',1);
```



δ) Φιλτράρισμα (εξομάλυνση) σήματος

Το φιλτράρισμα σήματος γίνεται με την πράξη της συνέλιξης.

$$y(n) = \sum_{k=0}^{L-1} x(n-k) \cdot h(k) = x(n) * h(n)$$

Ανάλυση: Έστω $x(n) = \{2, 2, 2\}$ το σήμα και $h(n) = \{0.5, 1, 0.5\}$ το φίλτρο.
Και $L = \text{length}(h)$ και $N = \text{length}(x)$.

Τότε το φιλτράρισμα εκτελείται όπως παρακάτω για κάθε χρονική στιγμή n :

$$n = 0 \rightarrow y(0) = x(0-0)h(0) = 2 \times 0.5 = 1$$

$$n = 1 \rightarrow y(1) = x(1-0)h(0) + x(1-1)h(1) = 2 \times 0.5 + 2 \times 1 = 3$$

$$n = 2 \rightarrow y(2) = x(2-0)h(0) + x(2-1)h(1) + x(2-2)h(2) = 2 \times 0.5 + 2 \times 1 + 2 \times 0.5 = 4$$

$$n = 3 \rightarrow y(3) = x(3-1)h(1) + x(3-2)h(2) = 2 \times 1 + 2 \times 0.5 = 3$$

$$n = 4 \rightarrow y(4) = x(4-2)h(2) = 2 \times 0.5 = 1$$

και το φιλτραρισμένο σήμα είναι:

$y = \{1, 3, 4, 3, 1\}$, το οποίο είναι μήκους $N+L-1$

Ακολουθεί σχετικό πρόγραμμα όπου φιλτράρονται (με φίλτρο εξομάλυνσης) οι τιμές των θερμοκρασιών κατά το χρονικό διάστημα ενός έτους:

```

clc; clear all; close all;
format short
N=356; %ΗΜΕΡΕΣ ΕΝΟΣ ΕΤΟΥΣ
DAYS=5; %ΚΑΘΕ D ΗΜΕΡΕΣ ΓΙΝΟΝΤΑΙ ΜΕΤΡΗΣΕΙΣ ΘΕΡΜΟΚΡΑΣΙΑΣ
t=1:DAYS:N+1; %ΠΙΝΑΚΑΣ ΜΕ ΗΜΕΡΕΣ ΠΟΥ ΓΙΝΟΝΤΑΙ ΜΕΤΡΗΣΕΙΣ ΘΕΡΜΟΚΡΑΣΙΑΣ
noise=10; %ΕΠΙ ΤΙΣ 100 ΠΡΟΣΘΕΤΙΚΟΣ ΘΟΡΥΒΟΣ ΣΤΟ ΣΗΜΑ
SHMA=sin((2*pi*(t-1))/(2*N)); %ΔΗΜΙΟΥΡΓΙΑ ΣΗΜΑΤΟΣ
T=SHMA+(noise*randn(length(t),1)./100)'; %ΠΡΟΣΘΕΣΗ ΘΟΡΥΒΟΥ ΣΤΟ ΣΗΜΑ

%Ο ΠΙΝΑΚΑΣ Τ ΕΜΠΕΡΙΕΧΕΙ ΤΙΣ ΜΕΤΡΗΣΕΙΣ ΘΕΡΜΟΚΡΑΣΙΩΝ ΜΕ ΘΟΡΥΒΟ ΑΠΟ ΤΟ ΠΕΡΙΒΑΛΛΟΝ
N=length(T); %ΜΗΚΟΣ ΠΙΝΑΚΑ Τ
m=[1,1,1]; %ΦΙΛΤΡΑΡΙΣΜΑ, ΜΠΟΡΕΙ ΝΑ ΑΥΞΗΘΕΙ, ΑΛΛΑ ΠΑΝΤΑ ΠΕΡΙΤΤΟΣ ΑΡΙΘΜΟΣ ΑΣΣΩΝ

if (sum(m)~=0) %ΚΑΝΟΝΙΚΟΠΟΙΗΣΗ ΤΙΜΩΝ ΦΙΛΤΡΟΥ
    m=m/sum(m);
end

L=length(m); %ΜΗΚΟΣ ΦΙΛΤΡΟΥ
s=0; %ΑΡΧΙΚΟΠΟΙΗΣΗ ΑΘΡΟΙΣΤΗ
T2=T; %ΔΗΜΙΟΥΡΓΙΑ ΝΕΟΥ ΠΙΝΑΚΑ ΠΟΥ ΘΑ ΑΠΟΘΗΚΕΥΟΝΤΑΙ ΟΙ ΕΞΟΜΑΛΥΜΕΝΕΣ ΤΙΜΕΣ

%ΦΙΛΤΡΑΡΙΣΜΑ ΤΙΜΩΝ ΘΕΡΜΟΚΡΑΣΙΩΝ
p1=round(L/2-1);
zz=[zeros(p1,1)', T, zeros(p1,1)']; %ΕΠΙΜΗΚΥΝΣΗ ΠΙΝΑΚΑ
n=0; %ΜΕΤΡΗΤΗΣ
for i=1+p1:N+p1 %ΓΙΑ ΚΑΘΕ ΤΙΜΗ ΤΟΥ ΠΙΝΑΚΑ
    s=sum(zz((i-p1):i+p1).*m(1:L)); %ΦΙΛΤΡΑΡΙΣΜΑ ΤΙΜΗΣ ΘΕΡΜΟΚΡΑΣΙΑΣ
    n=n+1; %ΑΥΞΗΣΗ ΑΘΡΟΙΣΤΗ
    T2(n)=s; %ΑΠΟΘΗΚΕΥΣΗ ΦΙΛΤΡΑΡΙΜΕΝΩΝ ΤΙΜΩΝ ΣΤΟΝ ΠΙΝΑΚΑ T2
end

T2=conv(T,m,'same'); %ΕΝΤΟΛΗ MATLAB ΠΟΥ ΕΚΤΕΛΕΙ ΙΔΙΟ ΦΙΛΤΡΑΡΙΣΜΑ

%ΣΧΕΔΙΑΣΗ ΣΗΜΑΤΩΝ, ΑΡΧΙΚΟΥ ΚΑΙ ΦΙΛΤΡΑΡΙΣΜΕΝΟΥ
figure(1);
plot(t,T,'-b','linewidth',1);
hold on;
plot(t,T2,'-k','linewidth',2);
grid on;
legend('ΑΡΧΙΚΟ ΣΗΜΑ','ΦΙΛΤΡΑΡΙΣΜΕΝΟ ΣΗΜΑ');
xlabel('ΗΜΕΡΕΣ');
ylabel('ΘΕΡΜΟΚΡΑΣΙΑ (°C)');
title('ΦΙΛΤΡΑΡΙΣΜΑ ΘΕΡΜΟΚΡΑΣΙΩΝ')

```

