

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΦΥΣΙΚΗΣ 2019

Κινηματική

ΑΣΚΗΣΗ Κ.1

Η επιτάχυνση ενός σώματος που κινείται ευθύγραμμα δίνεται από τη σχέση $a = (4 - t^2) \frac{m}{s^2}$. Υπολογίστε την ταχύτητα και το διάστημα που διανύει το σώμα σαν συνάρτηση του χρόνου, αν ξέρουμε ότι τη χρονική στιγμή $t = 3s$ είναι $v = 2 \frac{m}{s}$ και $x = 9m$.

ΑΣΚΗΣΗ Κ.2

Σώμα κινείται σε οριζόντια ευθεία με επιτάχυνση που δίνεται από τη σχέση $a(x) = 6\sqrt{x} \frac{m}{s^2}$. Δίνεται ότι για $t = 2s$ $v = 27 \frac{m}{s}$ και $x = 27m$. Να υπολογιστούν η ταχύτητα, η επιτάχυνση και το διάστημα που διάνυσε το σώμα συναρτήσει του χρόνου.

ΑΣΚΗΣΗ Κ.3

Ένα σώμα κινείται στο επίπεδο xy με ταχύτητα $\vec{v}(t) = (4t^3 + 4t)\hat{i} + 4t\hat{j}$. Είναι γνωστό ότι την χρονική στιγμή $t = 0$ το σώμα βρίσκεται στο σημείο $(1,2)$. Να βρεθεί η εξίσωση της τροχιάς.

ΑΣΚΗΣΗ Κ.4

Υλικό σημείο κινείται ευθύγραμμα πάνω στον άξονα x ξεκινώντας τη χρονική στιγμή $t = 0 s$ από την αρχή των αξόνων με ταχύτητα, $v(t)$, που δίνεται από τη σχέση $v(t) = v_0 e^{-t/\tau}$.

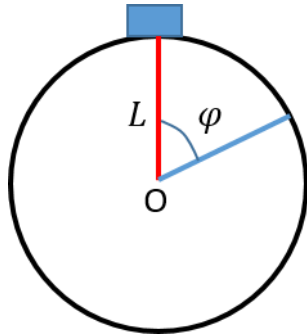
α) Να υπολογίσετε σε συνάρτηση με το χρόνο t την επιτάχυνση, $a(t)$, και τη θέση, $x(t)$.

β) Να δώσετε τις τιμές των συναρτήσεων $v(t)$, $a(t)$ και $x(t)$ τις χρονικές στιγμές $t = 0$ και για $t \gg \tau$.

Δυναμική

ΑΣΚΗΣΗ Δ.1

Σημειακό σώμα μάζας $m = 1.5 Kg$ είναι δεμένο σε ιδανικό νήμα μήκους $L = 80 cm$ το οποίο ξεκινά από το σημείο O . Το σώμα βρίσκεται στο εξωτερικό μέρος κατακόρυφης λείας κυκλικής τροχιάς με κέντρο το σημείο O και ακτίνα ίση με L . Με αυτή τη διάταξη, όταν το σώμα κυλά πάνω στην κυκλική τροχιά παραμένει πάντα σε απόσταση L από το σημείο O . Αρχικά, το σώμα ξεκινά από την ηρεμία όταν βρίσκεται στο ψηλότερο σημείο της κυκλικής τροχιάς, με την τάση του νήματος να είναι μηδενική κινούμενο προς τα δεξιά.

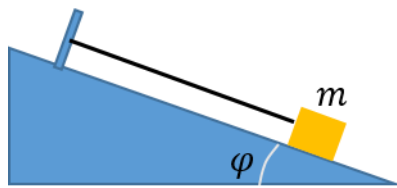


1) να υπολογίσετε την ταχύτητα του σώματος σε συνάρτηση με τη γωνία φ .

2) να υπολογίσετε την επιτρόχια, a_T , και την κεντρομόλο, a_N , επιτάχυνση του σώματος σε συνάρτηση με τη γωνία φ .

3) να βρείτε τις τιμές της τάσης του νήματος, T , και της αντίδρασης που δέχεται το σώμα από την τροχιά, N , σε συνάρτηση με τη γωνία φ .

ΑΣΚΗΣΗ Δ.2



Σώμα μάζας $m = 2\text{Kg}$ τοποθετείται πάνω σε λείο κεκλιμένο επίπεδο με γωνία κλίσης $\varphi = 25^\circ$. Το σώμα βρίσκεται δεμένο με ιδανικό νήμα το οποίο στερεώνεται στην άλλη του άκρη σε βάση που βρίσκεται στο κεκλιμένο επίπεδο, όπως στο σχήμα. Να υπολογίσετε στις 3 περιπτώσεις ότι ζητείται:

α) **Επίπεδο ακίνητο:** τη διεύθυνση, τη φορά και το μέτρο της τάσης του νήματος, T , και της αντίδρασης από το επίπεδο, N .

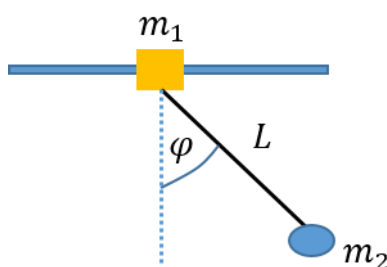
β) **Επίπεδο κινούμενο με σταθερή επιτάχυνση προς τα αριστερά:** την ελάχιστη τιμή της επιτάχυνσης, a_0 , για την οποία η τάση του νήματος, T , μηδενίζεται. Να περιγράψετε την κίνηση για $a > a_0$.

γ) **Επίπεδο κινούμενο με σταθερή επιτάχυνση προς τα δεξιά:** την ελάχιστη τιμή της επιτάχυνσης, a_{min} , πάνω από την οποία η αντίδραση από το επίπεδο, N , μηδενίζεται. Να υπολογίσετε την τάση του νήματος, T , για $a = a_{min}$, και να περιγράψετε την κίνηση για $a > a_{min}$.

ΑΣΚΗΣΗ Δ.3

Ένα σώμα μάζας m αφήνεται να πέσει κάτω από την επίδραση του βάρους του. Εάν η αντίσταση του αέρα είναι $F = -kv$, όπου k μία θετική σταθερά και v η ταχύτητα του σώματος, να βρεθεί η συνάρτηση της ταχύτητας $v(t)$.

ΑΣΚΗΣΗ Δ.4



Σημειακό σώμα μάζας $m_1 = 2\text{Kg}$ μπορεί να κινείται χωρίς τριβή πάνω σε οριζόντια ράβδο. Στο σώμα m_1 είναι δεμένο μέσω ιδανικού νήματος μήκους $L = 90\text{cm}$ σημειακό σώμα μάζας $m_2 = 3\text{Kg}$ το οποίο αρχικά σχηματίζει γωνία $\varphi = 60^\circ$ με την κατακόρυφο, όπως στο σχήμα. Τα σώματα αφήνονται από την ηρεμία. Να υπολογίσετε: α) το πλάτος της ταλάντωσης του

σώματος m_1 , και β) τις ταχύτητες των δύο σωμάτων, v_1 και v_2 , όταν αυτά ευθυγραμμίζονται στην κατακόρυφη διεύθυνση.

Έργο-Ενέργεια

ΑΣΚΗΣΗ Ε.1

Αποδείξτε ότι το πεδίο της δύναμης $\vec{F} = (x + y, x - 3y, 0)$ είναι διατηρητικό. Υπολογίστε τη συνάρτηση δυναμικού και το έργο κατά την μετακίνηση από το σημείο (1,1) στο (2,2).

ΑΣΚΗΣΗ Ε.2

Σε σώμα μάζας $m = 1\text{Kg}$ ασκείται η δύναμη $\vec{F} = -5\hat{j}$, όπου \hat{j} το μοναδιαίο διάνυσμα κατακόρυφης διεύθυνσης με φορά προς τα πάνω.

α) να υπολογίσετε το έργο για τη μετατόπιση του σώματος από τη θέση $A = 10\hat{j}$ μέχρι την αρχή των αξόνων, O , με τη σχέση $W = \int \vec{F} \cdot d\vec{r}$. Να σχηματίσετε τον κατακόρυφο άξονα όπου θα φαίνονται τα διανύσματα F, j και τα σημεία O και A .

β) να βρείτε τη συνάρτηση δυναμικής ενέργειας του σώματος.

γ) να υπολογίστε το έργο για τη μετατόπιση του σώματος από τη θέση $A = 10\hat{j}$ μέχρι την αρχή των αξόνων, O , με βάση τη συνάρτηση δυναμικής ενέργειας.

δ) να εξηγήσετε αν το έργο που βρήκατε στα ερωτήματα α) και γ) εξαρτάται από τη διαδρομή που ακολουθεί το σώμα από την αρχική στην τελική θέση.

ε) να αποδείξετε ότι η τριβή ολίσθησης είναι μη συντηρητική δύναμη (υπόδειξη: μπορείτε να χρησιμοποιήσετε τις ιδέες του ερωτήματος δ)

ΑΣΚΗΣΗ Ε.3

Υλικό σημείο μάζας $m = 1\text{Kg}$ κινείται στον άξονα x υπό την επίδραση της δύναμης

$F = 12x^2 - 6x$. α) Να βρεθεί η συνάρτηση δυναμικής ενέργειας και να προσδιοριστούν οι θέσεις ισορροπίας του υλικού σημείου. β) Αν το υλικό σημείο βρίσκεται στη θέση $x = 0.2\text{m}$ με ταχύτητα $v = 0.2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$, να βρεθεί η ταχύτητα στη θέση $x = 0$, γ) η ελάχιστη απόσταση του υλικού σημείου αν η ολική ενέργεια είναι αρνητική.

Ροπή αδράνειας-Στροφορμή

ΑΣΚΗΣΗ Σ.1

Το διάνυσμα θέσης ενός σώματος μάζας $m = 0.5\text{Kg}$ δίνεται από τη σχέση:

$\vec{r} = (t^2 - 6t)\hat{i} - (3t - 2)\hat{j}$. α) Βρείτε την θέση και το μέτρο της ταχύτητας του κινητού την χρονική στιγμή $t = 0$. β) Τι είδους κίνηση κάνει το κινητό σε κάθε άξονα; γ) υπολογίστε τη στροφορμή του ως προς την αρχή του συστήματος συντεταγμένων και δ) τη ροπή των δυνάμεων που ασκούνται στο σώμα ως προς το ίδιο σημείο.

ΑΣΚΗΣΗ Σ.2

Η δύναμη που ασκείται σε ένα σώμα μάζας $m = 2Kg$ δίνεται από τη σχέση:

$\vec{F}(x, y) = (x - y - 2)\hat{i} + (y - x)\hat{j}$, όπου $x = (t - 1)^2$ και $y = t^2 - 8t - 1$ α) Εκφράστε την δύναμη σαν συνάρτηση του χρόνου. Στη συνέχεια βρείτε την επιτάχυνση $\vec{a}(t)$, την ταχύτητα $\vec{v}(t)$ και το διάνυσμα θέσης $\vec{r}(t)$ του σώματος. Δίνεται ότι τη χρονική στιγμή $t = 0$ είναι $\vec{v}(0) = 0$ και $\vec{r}(0) = 0$ β) υπολογίστε τη στροφορμή του ως προς την αρχή του συστήματος συντεταγμένων και γ) τη ροπή των δυνάμεων που ασκούνται στο σώμα ως προς το ίδιο σημείο. δ) Αποδείξτε ότι η δύναμη είναι διατηρητική και υπολογίστε την συνάρτηση δυναμικής ενέργειας. ε) Υπολογίστε το έργο όταν το σώμα μετακινείται από το σημείο $A(0,2)$ στο $B(1,4)$

ΑΣΚΗΣΗ Σ.3

Ένα σώμα μάζας m κινείται σε πεδίο δυνάμεων και η θέση του δίνεται από το διάνυσμα θέσης: $\vec{r} = a \cos \omega t \hat{i} + b \sin \omega t \hat{j}$, όπου a, b, ω θετικές σταθερές και t ο χρόνος.

α) Ποια είναι η εξίσωση της τροχιάς που διαγράφει το σώμα;

β) Να υπολογιστεί η στροφορμή ως προς την αρχή των αξόνων. .

γ) Να υπολογιστεί η δύναμη F που ασκείται στο σώμα και να αποδειχθεί ότι είναι κεντρική.

ΑΣΚΗΣΗ Σ.4

Σώμα μάζας $m = 0.2Kg$ τοποθετείται πάνω σε οριζόντιο δίσκο. Ο δίσκος περιστρέφεται γύρω από κατακόρυφο άξονα που περνά από το κέντρο του με αυξανόμενη γωνιακή ταχύτητα ω . Το σώμα βρίσκεται σε απόσταση $d = 8cm$ από το κέντρο του δίσκου. Να υπολογίσετε:

α) τη διεύθυνση, τη φορά και το μέτρο της στατικής τριβής που ασκείται στο σώμα όταν η γωνιακή ταχύτητα του δίσκου είναι $\omega_1 = 4 \frac{rad}{s}$.

β) το συντελεστή στατικής τριβής, γνωρίζοντας ότι το σώμα αρχίζει να κινείται ως προς το δίσκο όταν η γωνιακή ταχύτητα του δίσκου είναι $\omega_2 = 8 \frac{rad}{s}$.

ΑΣΚΗΣΗ Σ.5

Ομογενής ράβδος με άκρα A και B , μήκους $2L$ και μάζας M μπορεί να περιστραφεί ελεύθερα σε κατακόρυφο επίπεδο γύρω από άξονα κάθετο στη ράβδο που περνά από το σημείο C . Σημειακό σώμα μάζας m βρίσκεται στο άκρο B της ράβδου και το σύστημα ισορροπεί στην οριζόντια θέση.

α) να υπολογίσετε την απόσταση του σημείου C από το σημείο B και τη ροπή αδράνειας της μάζας ως προς το σημείο C , I_C .

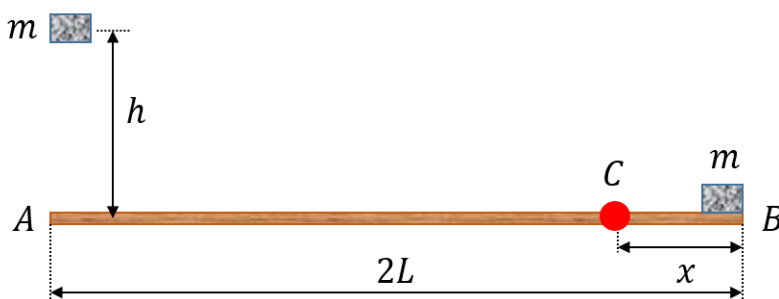
Από ύψος h σε κάθετη απόσταση από το άκρο A αφήνεται να πέσει από την ηρεμία σημειακό σώμα μάζας m το οποίο όταν χτυπά τη ράβδο παραμένει προσκολλημένο πάνω της.

β) να υπολογίσετε την ενέργεια που χάθηκε κατά την κρούση και τη γωνιακή ταχύτητα του συστήματος μετά την κρούση

γ) με τις δοθείσες τιμές η ράβδος εκτελεί ταλάντωση ή κυκλική κίνηση;

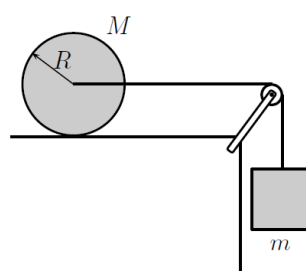
Δεδομένα: $L = 0.6m, M = 2Kg, m = 0.4Kg, h = 2m, g = 10 \frac{m}{s^2}$

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ: α) $x = 0.5m, I_c = 0.26Kgm^2$, β) $\omega = 3.18 \frac{rad}{s}, E = 5.19J$, γ) κυκλική



ΑΣΚΗΣΗ Σ.6

Ομογενής κύλινδρος μάζας $M = 10 Kg$ και ακτίνας $R = 12 cm$ ηρεμεί πάνω σε οριζόντιο επίπεδο. Ιδανικό νήμα (μη εκτατό και αμελητέας μάζας) είναι δεμένο στο κέντρο μάζας του κυλίνδρου και από την άλλη του άκρη κρέμεται σώμα μάζας m . Η τροχαλία στην εικόνα θεωρείται ιδανική, με αμελητέα μάζα και χωρίς τριβές. Γνωρίζοντας ότι ο συντελεστής στατικής τριβής μεταξύ κυλίνδρου και επιπέδου είναι $\mu_s = 0.25$ να υπολογίσετε:



α) τη μέγιστη τιμή της μάζας m για την οποία ο κύλινδρος εκτελεί κύλιση χωρίς ολίσθηση.

Στη συνέχεια, γνωρίζοντας ότι ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ κυλίνδρου και επιπέδου είναι $\mu = \frac{1}{2} \mu_s$ και ότι $m = 25 Kg$ να προσδιορίσετε

β) το είδος της κίνησης του κυλίνδρου

γ) τη γωνιακή επιτάχυνση του κυλίνδρου και την επιτάχυνση της μάζας m .

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 9.81 \frac{m}{s^2}$ και η ροπή αδράνειας του κυλίνδρου ως προς το κέντρο μάζας του $I = \frac{1}{2} MR^2$.

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ: α) $m = 15Kg$, β) κύλιση με ολίσθηση γ) $\alpha_\gamma = 20.4 \frac{rad}{s^2}$, $\alpha = 6.67 \frac{m}{s^2}$

ΑΣΚΗΣΗ Σ.7

Μία μπάλα του bowling ακτίνας R και μάζας m ρίχνεται με οριζόντια επιφάνεια με ταχύτητα v_0 χωρίς να περιστρέφεται και αφήνεται ελεύθερη. Υποθέστε ότι ο συντελεστής τριβής μπάλας-επιφάνειας είναι μ α) Ποιο είναι το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας της μπάλας, όταν αρχίζει η κύλιση χωρίς ολίσθηση; β) Υπολογίστε το χρονικό διάστημα που μεσολαβεί από την στιγμή που έρχεται σε επαφή με το δάπεδο έως ότου αρχίσει η κύλιση χωρίς ολίσθηση. γ) Υπολογίστε την ταχύτητα του κέντρου μάζας κατά την κύλιση. δ) Βρείτε το κλάσμα της μεταβολής της κινητικής ενέργειας από την στιγμή που η μπάλα ακουμπά την οριζόντια επιφάνεια μέχρι την στιγμή που αρχίζει η κύλιση χωρίς ολίσθηση. ε) Ποια είναι η απόσταση που διανύει η μπάλα μέχρι τη στιγμή που ξεκινά η κύλιση χωρίς ολίσθηση; Δίνεται ότι $I = \frac{2mR^2}{5}$

Ταλαντώσεις

ΑΣΚΗΣΗ Τ.1

Σώμα μάζας $m = 1kg$ έχει προσδεθεί στην άκρη ενός ελατηρίου και ταλαντώνεται επάνω σε οριζόντιο δάπεδο χωρίς τριβή. Εάν η σταθερά του ελατηρίου είναι $k = 25N/m$ και το πλάτος της κίνησης $A = 5cm$ να βρεθούν α) η ολική ενέργεια του συστήματος, β) η κινητική και η δυναμική ενέργεια όταν το σώμα απέχει από την θέση ισορροπίας $x = 4cm$. γ) Να υπολογιστεί η μέγιστη ταχύτητα v_{max} και μέγιστη επιτάχυνση a_{max} δ) Όταν το σώμα περνάει από τη θέση ισορροπίας προσκολλάται επάνω του μικρό σώμα μάζας $\mu = 10gr$. Να υπολογιστεί το νέο πλάτος της αρμονικής ταλάντωσης.

ΑΣΚΗΣΗ Τ.2

Ένα σώμα μάζας m έχει προσαρτηθεί στην άκρη ενός ελατηρίου σταθεράς k . Να γράψετε τη διαφορική εξίσωση που διέπει την κίνηση του σώματος εάν η τριβή που ασκείται στο σώμα κατά την κίνησή του είναι ανάλογη της ταχύτητας, $F_{TP} = -b \cdot v$.

ΑΣΚΗΣΗ Τ.3:

Ένα σώμα μάζας $m = 0.1Kg$ έχει προσαρτηθεί στην άκρη ενός ελατηρίου σταθεράς $k = 40 \frac{N}{m}$. Κατά την κίνησή του το σώμα δέχεται δύναμη τριβής της μορφής $F_{TP} = -b \cdot v$ όπου v η ταχύτητά του. Να γράψετε τη διαφορική εξίσωση που διέπει την κίνηση του σώματος και να υπολογίσετε την θέση του σώματος $x(t)$ συναρτήσει

του χρόνου εάν $x(0) = 2m$, $v(0) = 0$ για τις ακόλουθες περιπτώσεις α) $F_{\text{TP}} = -2,4 \cdot v$, β) $F_{\text{TP}} = -4 \cdot v$ και γ) $F_{\text{TP}} = -5 \cdot v$.

ΑΣΚΗΣΗ Τ.4

Ένα σώμα μάζας $m = 0.1 \text{Kg}$ έχει προσδεθεί στην άκρη ενός ελατηρίου σταθεράς $k = 160 \text{N/m}$ και ταλαντώνεται πάνω σε οριζόντιο δάπεδο. Να βρεθεί η εξίσωση της θέσης του σώματος συναρτήσει του χρόνου όταν το σύστημα δέχεται δύναμη απόσβεσης $F_{\text{ΑΠΟΣΒ}} = -2v$ και αρμονική δύναμη διέγερσης $F_{\text{ΔΙΕΓΕΡ}} = 5 \cdot \cos 50t$ (στην μόνιμη κατάσταση).

ΑΣΚΗΣΗ Τ.5

Δύο ιδανικά ελατήρια σταθεράς k έχουν φυσικό μήκος ℓ_0 , αμελητέα μάζα και το ένα άκρο τους βρίσκεται πακτωμένο σε οριζόντιο τοίχο (βλ. σχήμα α). Μάζα m αναρτάται στο άλλο άκρο των δύο ελατηρίων, όπως φαίνεται στο σχήμα β, και στην κατάσταση ισορροπίας κάθε ελατήριο έχει μήκος ℓ . Η μάζα m θεωρείται αμελητέου βάρους.

α) Να υπολογίσετε την κυκλική συχνότητα της διαμήκουσ ταλάντωσης, ω_L .

β) Να υπολογίσετε την κυκλική συχνότητα της εγκάρσιας ταλάντωσης, ω_T .

γ) Να προσδιορίσετε τη συνθήκη έτσι ώστε $\omega_L = \omega_T$,

Υποδείξεις: να βρείτε τη δύναμη που ασκείται στη μάζα m και να γράψετε τη διαφορική εξίσωση της κίνησης. Η διαμήκης ταλάντωση είναι κατά μήκος του άξονα x ενώ η εγκάρσια κατά μήκος του άξονα y , όπως δίνονται στο σχήμα.

