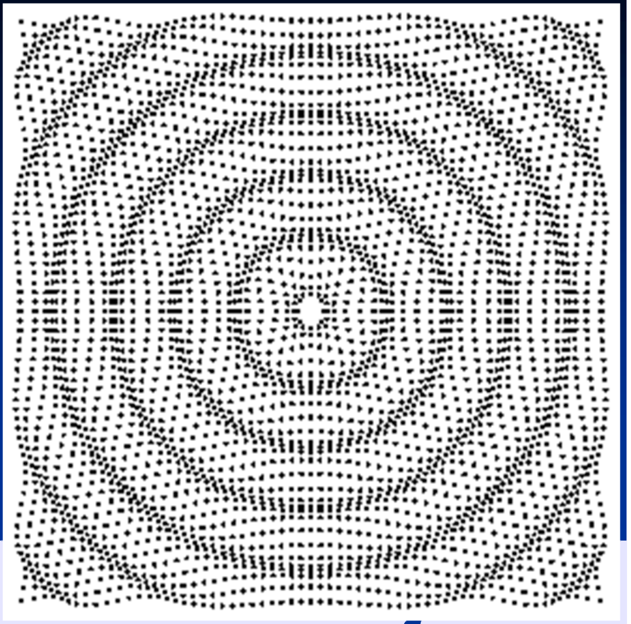


Κύματα

Ζαχαριάδου Αικατερίνη

Τμήμα Ηλεκτρολόγων και Ηλεκτρονικών Μηχανικών

Πανεπιστήμιο Δυτικής Αττικής

Προτεινόμενη βιβλιογραφία:

- **SERWAY, Physics for scientists and engineers**
- **YOUNG H.D., University Physics, Berkeley Physics Course**
- **HALLIDAY-RESNICK Επιστημονικές & Τεχνικές Εκδόσεις Πνευματικού**
- **ΖΑΧΑΡΙΑΔΟΥ Α. , ΣΚΟΥΝΤΖΟΣ Α., Φυσική της ροής,-Οπτική, Σύγχρονη Εκδοτική, Αθήνα 2011**

Ορισμένα από τα σχήματα των διαφανειών είναι δανεισμένα από τα βιβλία:

- **SERWAY, Physics for scientists and engineers.**
- **YOUNG H.D., University Physics, Berkeley Physics Course.**

Κύμα: Μηχανισμός διάδοσης μιας διαταραχής

- **Απομάκρυνση σημείων ταλαντούμενου μέσου από τη θέση ισορροπίας τους**
- **Μεταβολή πυκνότητας**

Μηχανικά κύματα

Ηλεκτρομαγνητικά κύματα

Τα κύματα μεταφέρουν ενέργεια αλλά όχι ύλη

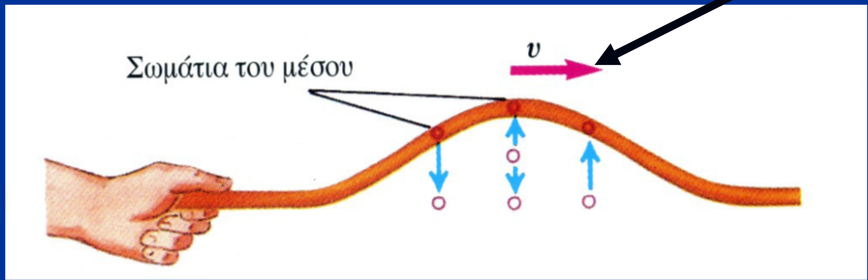
Κύμα: Μηχανισμός διάδοσης μιας διαταραχής

Με βάση τη σχετική διευθυνση κίνησης των σωματιδίων ως προς τη διεύθυνση κίνησης του κύματος, αυτά χωρίζονται σε εγκάρσια και διαμήκη

Εγκάρσιο κύμα

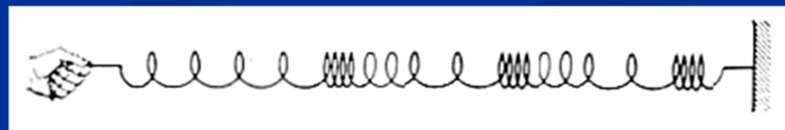
Τα μόρια του μέσου ταλαντώνονται κάθετα στη διεύθυνση διάδοσης του κύματος

Ταχύτητα κύματος



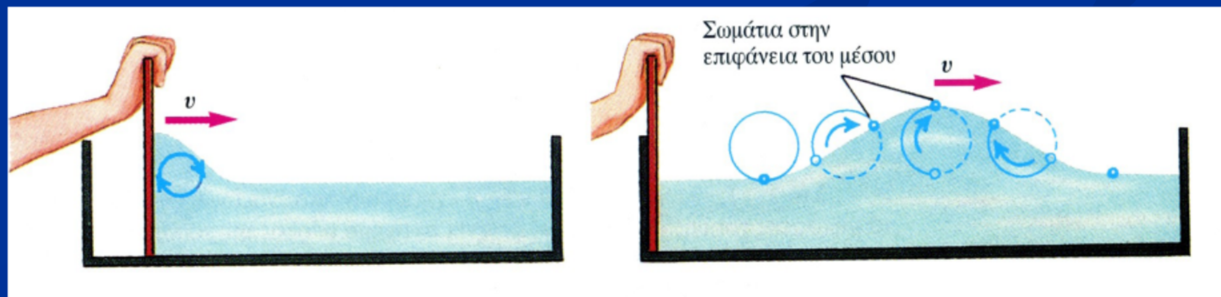
Όρη-κοιλάδες

Διαμήκες κύμα



Τα μόρια του μέσου ταλαντώνονται παράλληλα στη διεύθυνση διάδοσης του κύματος

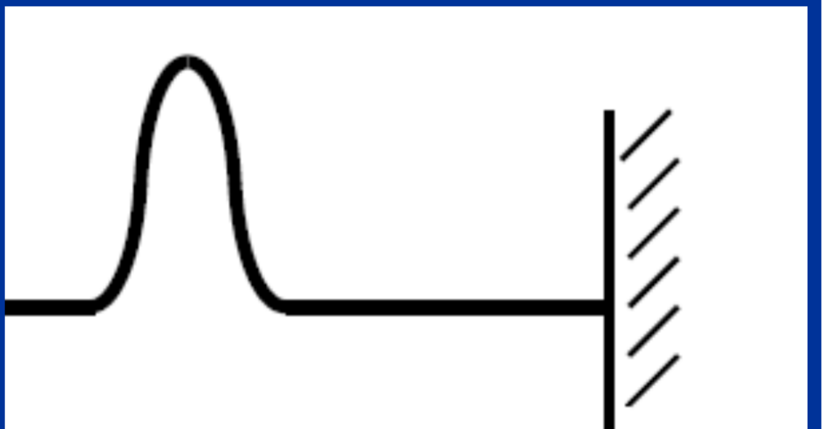
Πυκνώματα-αραιώματα

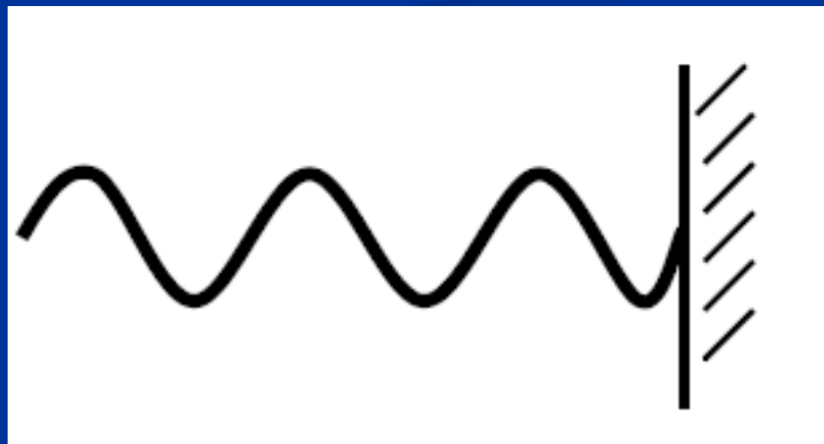


•Ανάλογα με το χρόνο που διαρκεί η προσφορά ενέργειας από την πηγή:

• <u>Κυματικός παλμός</u> (η ενέργεια προσφέρεται σε σύντομο χρονικό διάστημα)

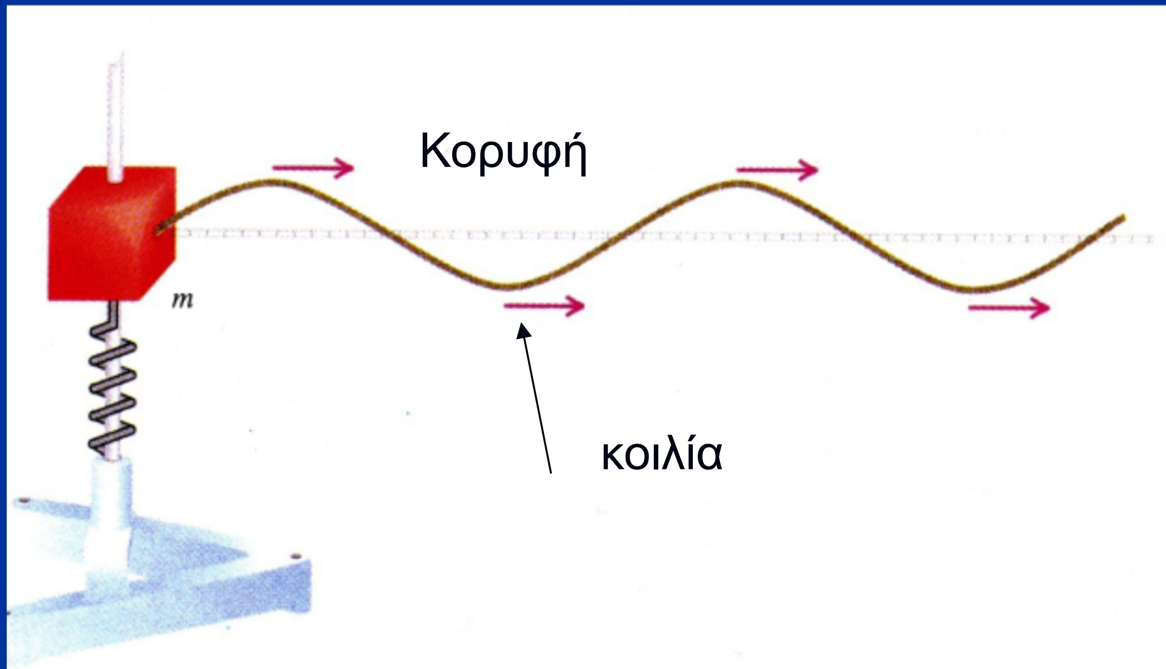
• <u>Κυματικός συρμός</u> (η ενέργεια προσφέρεται συνέχεια στο σύστημα)





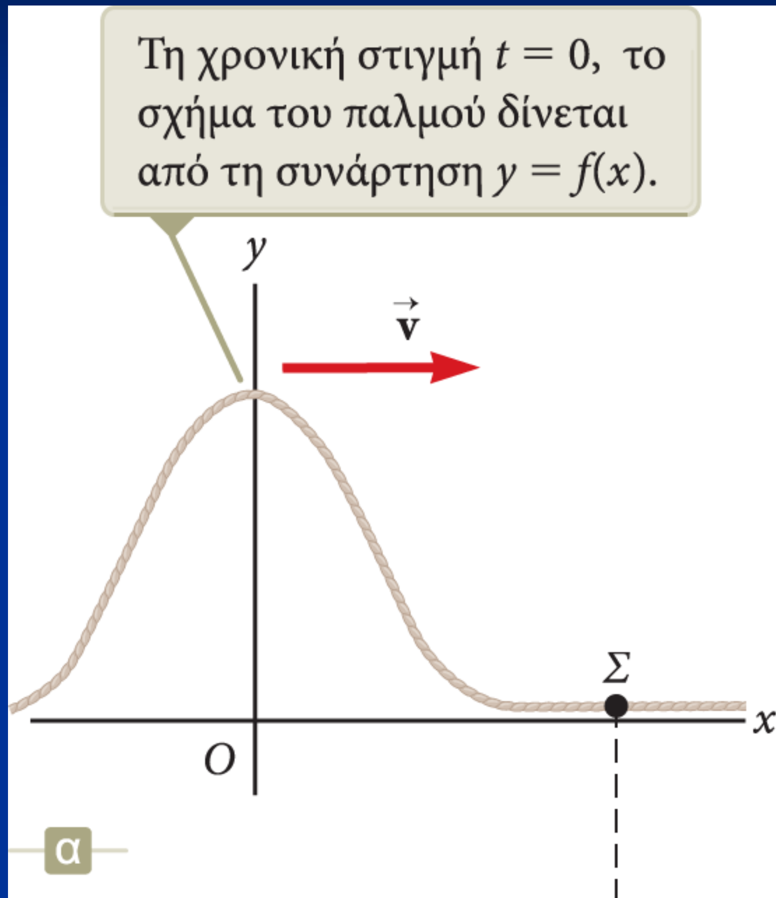
Αρμονικό (ή ημιτονοειδές) κύμα

Αν η πηγή του κύματος εκτελεί γραμμική αρμονική ταλάντωση ⇒ Αρμονικό (ή ημιτονοειδές) κύμα



Οδεύων παλμός

- Στην εικόνα βλέπουμε το σχήμα του παλμού τη χρονική στιγμή $t = 0$.
- Το σχήμα της καμπύλης μπορεί να αναπαρασταθεί από μια μαθηματική συνάρτηση της μορφής $y(x,0) = f(x)$.
  - Η συνάρτηση αυτή περιγράφει την εγκάρσια θέση y του στοιχείου του νήματος σε κάθε θέση x τη χρονική στιγμή $t = 0$.



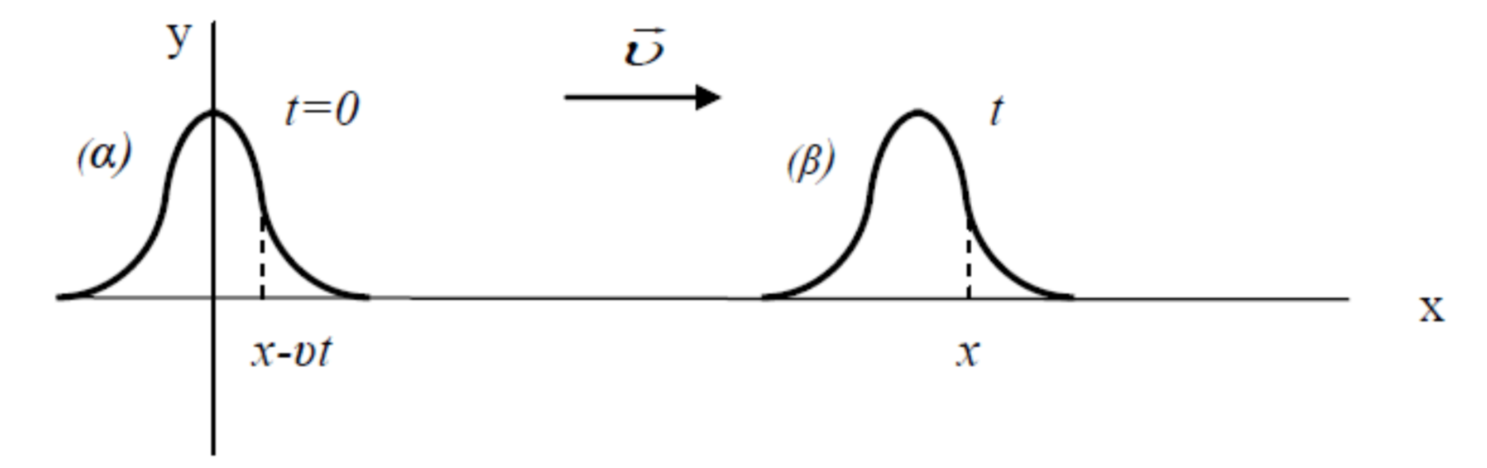
Μαθηματική περιγραφή κύματος

Τη χρονική στιγμή t=0 ο παλμός περιγράφεται από την εξίσωση:

$$y = f(x)$$

Τη χρονική στιγμή t για τυχόν σημείο x η απομάκρυνση y είναι ίδια με αυτήν που είχε το σημείο x-ut

$$y = f(x - ut)$$



Για κύμα που κινείται προς τα αριστερά:

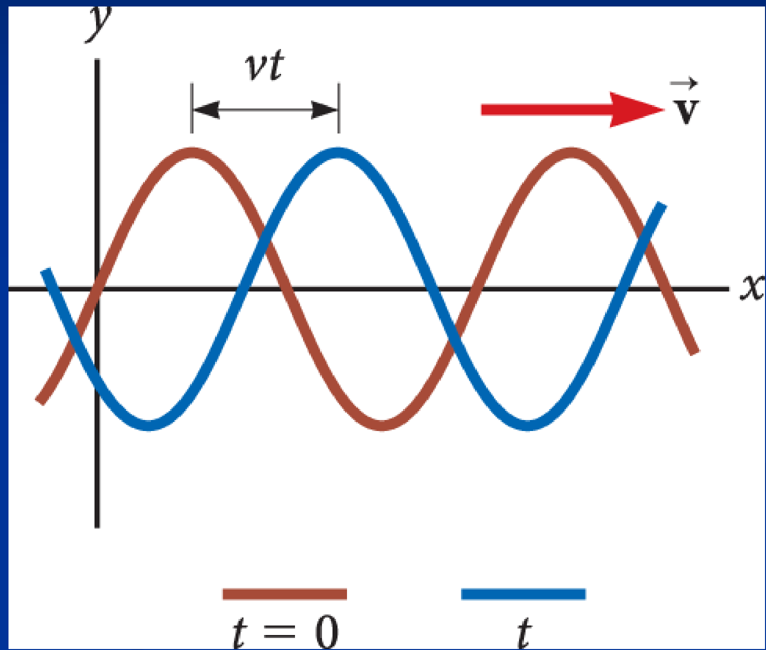
$$y = f(x + ut)$$

Η κυματοσυνάρτηση για t=σταθερό περιγράφει ένα στιγμιότυπο του κύματος

Για χ=σταθερό, περιγράφει την απομάκρυνση ενός συγκεκριμένου σημείου συναρτήσει του χρόνου

Ημιτονοειδή κύματα

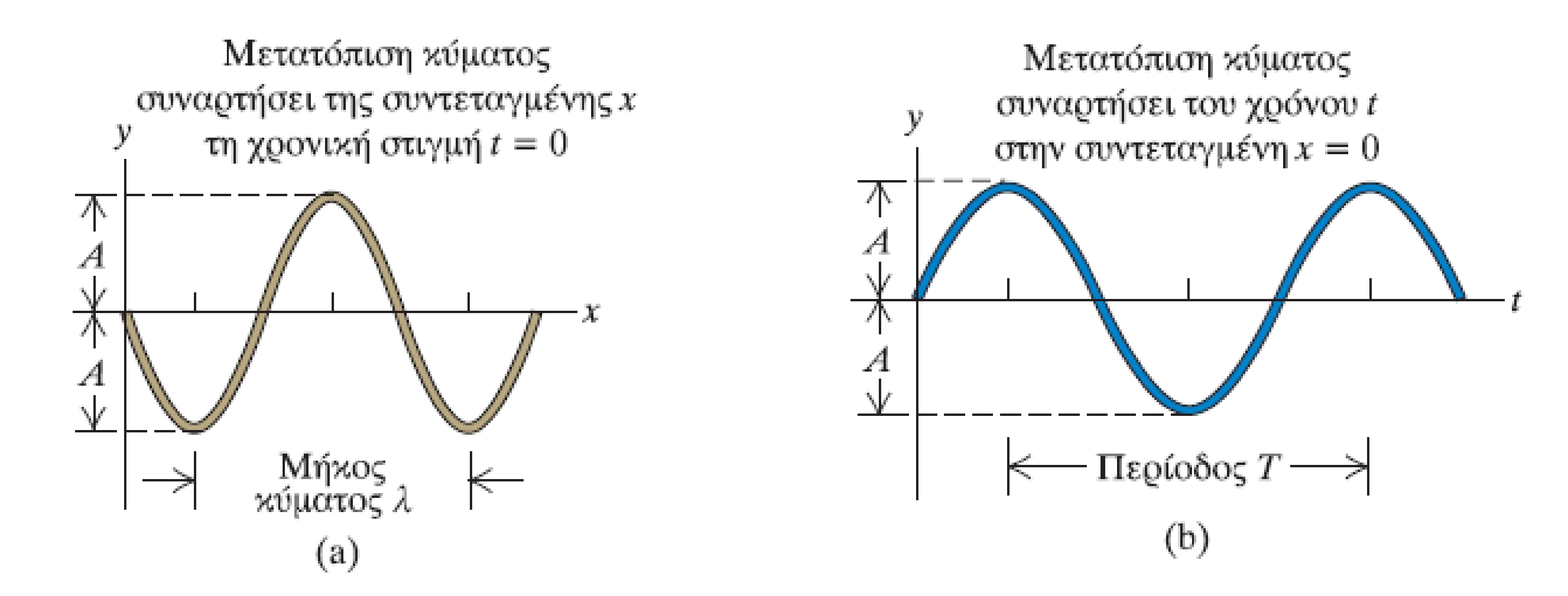
- **Το κύμα που παριστάνει η καμπύλη, η οποία φαίνεται στην εικόνα, είναι ένα ημιτονοειδές ή αρμονικό κύμα.**



- **Αυτό είναι το πιο απλό παράδειγμα ενός περιοδικού συνεχούς κύματος.**

  - **Μπορεί να χρησιμοποιηθεί για τη δημιουργία πιο σύνθετων κυμάτων**.

Για δεδομένη χρονική στιγμή t=0: Για δεδομένη θέση x=0



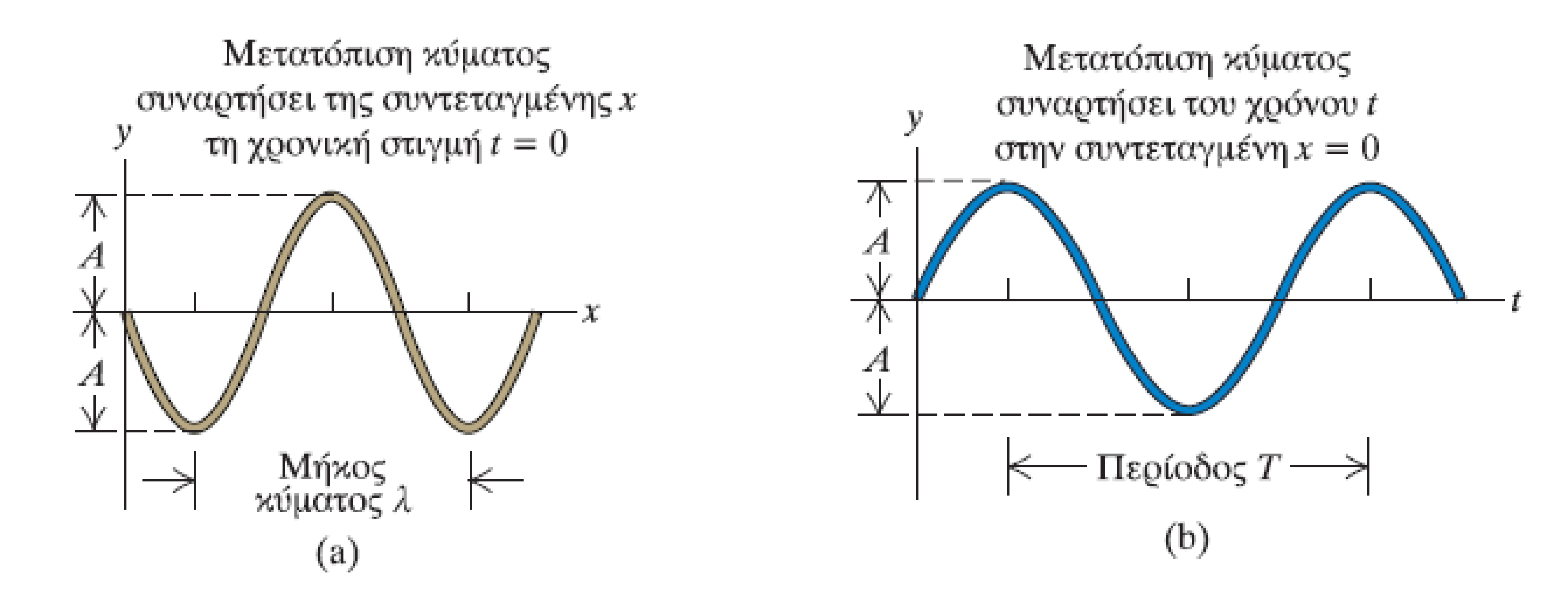
Α=πλάτος, σχετίζεται με την ενέργεια του κύματος

περίοδος, *T*,

είναι το χρονικό διάστημα που απαιτείται ώστε δύο αντίστοιχα σημεία διαδοχικών κυμάνσεων να περάσουν από το ίδιο σημείο

Η περίοδος του κύματος είναι ίδια με την περίοδο της απλής αρμονικής ταλάντωσης ενός στοιχείου του μέσου.

Για δεδομένη χρονική στιγμή t=0:   Για δεδομένη θέση x=0



συχνότητα f

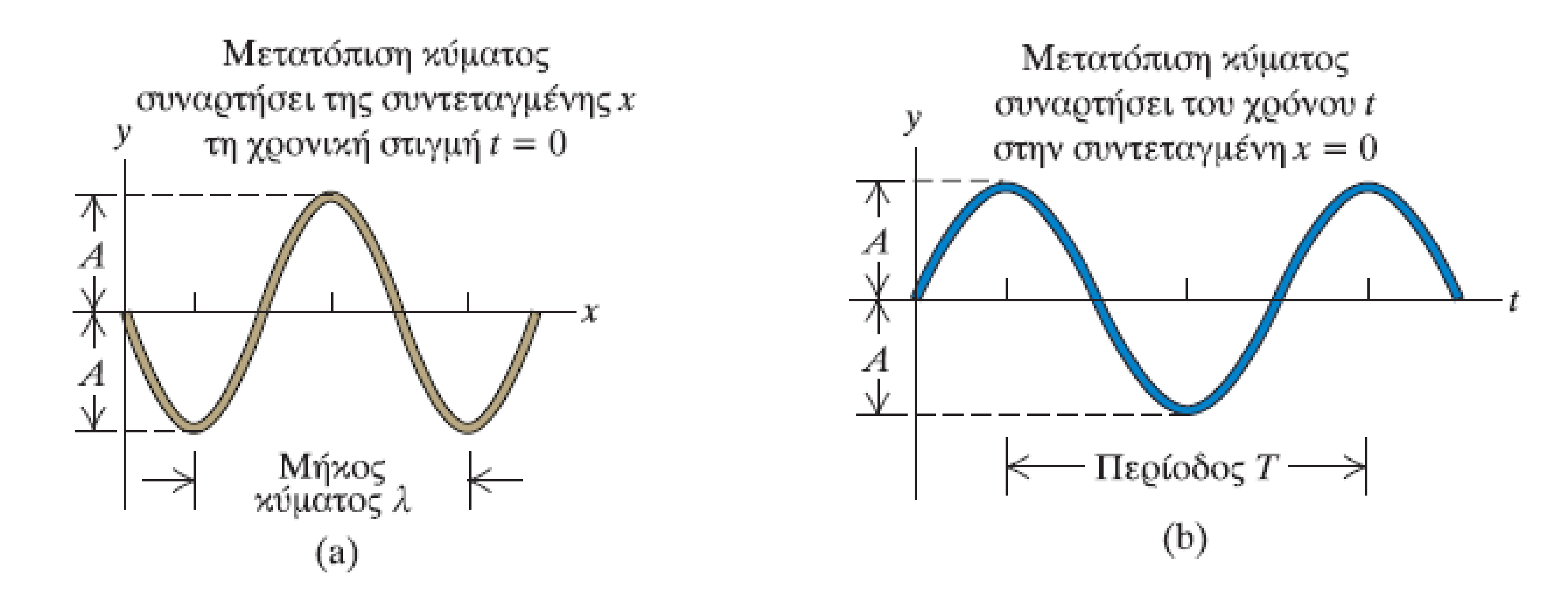
είναι ο αριθμός των κορυφών (ή οποιουδήποτε άλλου σημείου που ανήκει στο κύμα) που διέρχονται από ένα δεδομένο σημείο στη μονάδα του χρόνου.

$$f = \frac{1}{T}$$

Η συχνότητα του κύματος δεν εξαρτάται από το μέσο στο οποίο διαδίδεται

Η συχνότητα του κύματος είναι ίδια με τη συχνότητα της απλής αρμονικής ταλάντωσης ενός στοιχείου του μέσου.

Για δεδομένη χρονική στιγμή t=0: Για δεδομένη θέση x=0



Α=πλάτος, σχετίζεται με την ενέργεια του κύματος

λ= μήκος κύματος: η απόσταση που έχει διανυθεί σε χρονικό διάστημα ίσο με μια περίοδο Τ

Ταχύτητα διάδοσης του κύματος:

$$u = \frac{\lambda}{T}$$

$$u = \lambda f$$

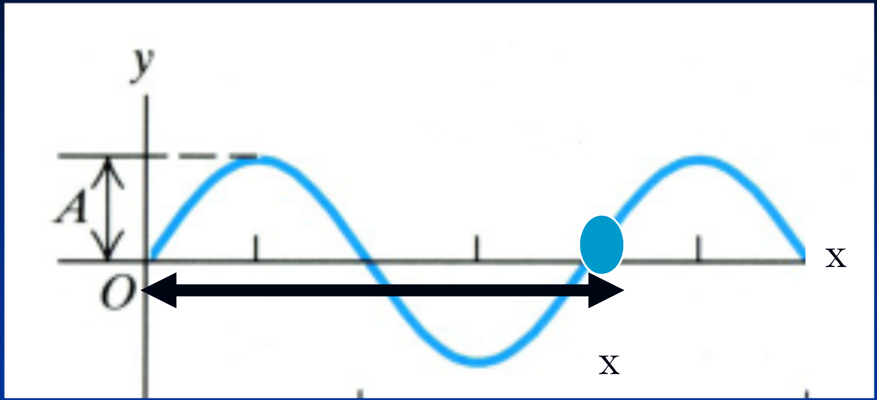
Μαθηματική περιγραφή κύματος- συνέχεια

Έστω ο αρμονικός κυματοσυρμός που ταξιδεύει προς τα δεξια με ταχύτητα u

η απομάκρυνση πχ για x=0:

Φάση της ταλάντωσης

$$y(x=0,t) = A \cdot \sin \omega t = A \cdot \sin 2\pi f t$$



Η διαταραχή διαδίδεται με ταχύτητα u

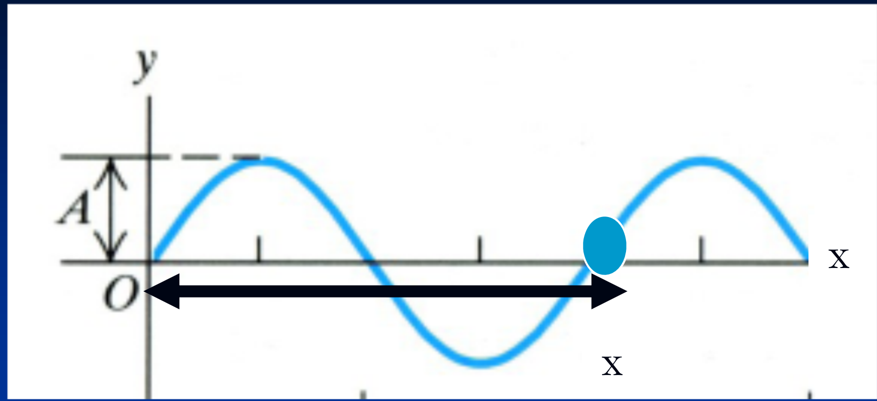
Ένα τυχαίο σημείο του μέσου διάδοσης που βρίσκεται σε απόσταση x θα αρχίσει να εκτελεί ταλάντωση την χρονική στιγμή t =x/u

η μετατόπισή του (y) είναι ίση με την μετατόπιση του σημείου x=0 την χρονική στιγμή t-x/u

$$y(x,t) = A \cdot \sin \omega \left(t - \frac{x}{u} \right)$$

$$y(x,t) = A \cdot \sin \frac{2\pi}{T} \left(t - \frac{x}{u} \right)$$

Μαθηματική περιγραφή κύματος- συνέχεια



$$y(x,t) = A \cdot \sin \omega \left(t - \frac{x}{u} \right)$$

$$y(x,t) = A \cdot \sin \frac{2\pi}{T} \left(t - \frac{x}{u} \right)$$

$$f = \frac{1}{T}$$

$$u = \lambda f$$

$$u = \frac{\lambda}{\mathrm{T}}$$

Φάση του κύματος

$$y(x,t) = A \cdot \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right)$$

Εξίσωση αρμονικού κύματος

Μαθηματική περιγραφή κύματος

$$y(x,t) = A \cdot \sin \omega \left(t - \frac{x}{u} \right)$$

$$y(x,t) = A \cdot \sin \frac{2\pi}{T} \left(t - \frac{x}{u} \right)$$

$$y(x,t) = A \cdot \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right)$$

$$T = \frac{\lambda}{u}$$

$$y(x,t) = A \cdot \sin \left(\frac{2\pi}{\lambda} (ut - kx) \right)$$

Κυματικός αριθμός

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

$$u = \lambda f$$

$$\omega = 2\pi f$$

$$\omega = \mathrm{uk}$$

$$y(x,t) = A \cdot \sin(\omega t - kx)$$

Μαθηματική περιγραφή κύματος

$$y(x,t) = A \cdot \sin(\omega t - kx)$$

$$u_y = \frac{\partial y}{\partial t}(x,t) = \omega \cdot A \cdot \cos(\omega t - kx)$$

$$a_y = \frac{\partial u_y}{\partial t}(x,t) = \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}(x,t) = -\omega^2 \cdot A \cdot \sin(\omega t - kx)$$

$$\frac{\partial y}{\partial x}(x,t) = -k \cdot A \cdot \cos(\omega t - kx)$$

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}(x,t) = -k^2 A \sin(\omega t - kx)$$

$$\omega = \mathrm{uk}$$

$$\frac{\dfrac{\partial^2 y}{\partial t^2}}{\dfrac{\partial^2 y}{\partial x^2}} = \frac{-\omega^2 \cdot A \cdot \sin(\omega t - kx)}{-k^2 A \sin(\omega t - kx)} = \frac{\omega^2}{k^2} = u^2$$

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{1}{u^2}\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$$

Κυματική εξίσωση.

Η διαταραχή που περιγράφεται από αυτήν την εξίσωση διαδίδεται ως κύμα ταχύτητας u κατά μήκος του άξονα x

Εφαρμογή:

Η εξίσωση εγκάρσιου κύματος που διαδίδεται σε χορδή δίδεται από τη σχέση:

$$y(x,t) = (2{,}0mm) \cdot \sin\left[(20mm^{-1})x - (600s^{-1})t\right]$$

Βρείτε το πλάτος, τη συχνότητα, την ταχύτητα και το μήκος κύματος

Ποιά η μέγιστη εγκάρσια ταχύτητα;

$$y(x,t) = A \cdot \sin(\omega t - kx)$$

A=2,0mm

$k=200mm^{-1}$

Μήκος κύματος:

$$\lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{2\pi}{20mm^{-1}} = 0{,}314mm$$

Ταχύτητα:

$$u = \frac{\omega}{k} = \frac{600s^{-1}}{20mm^{-1}} = 30mm/s$$

Μέγιστη ταχύτητα

$$u_{\max} = A\omega = 2{,}0\mathrm{mm} \cdot 600\mathrm{s}^{-1} = 1{,}2m/s$$

Ταχύτητα διάδοσης σε χορδή:

Ένα αρμονικό εγκάρσιο κύμα διαδίδεται σε ομογενή χορδή με ταχύτητα:

$$u = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$$

F=τάση στη χορδή

μ=γραμμική πυκνότητα της χορδής

Ταχύτητα διάδοσης σε στερεά ράβδο :

$$u = \sqrt{\frac{Y}{\rho}}$$

Y= μέτρο Young

ρ= πυκνότητα

Παράδειγμα:

Ένα συνεχές ημιτονοειδές κύμα διαδίδεται σε σχοινί με ταχύτητα 40cm/s

Η μετατόπιση των σημείων του σκοινιού στο σημείο x=10 cm μεταβάλλεται με το χρόνο ως εξής: y=(5,0cm)sin(4,0s-1t-1,0). Η γραμμική πυκνότητα του σκοινιού είναι: 4,0g/cm

Ποιά η συχνότητα και το μήκος κύματος του κύματος;

Πόση είναι η τάση στο σκοινί;

$$y(x,t) = A \cdot \sin(\omega t - kx)$$

$$y(x,t) = (5,0) \cdot \sin\left(4,0 s^{-1} t - 1,0\right)$$

$$\omega = 4,0 s^{-1}$$

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = 0,64 Hz$$

$$kx = 1$$

x=10cm

$$k = 0,1 cm^{-1}$$

$$\lambda = \frac{2\pi}{k} = 62,8 cm$$

τάση στο σκοινί

$$u = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$$

$$F = \mu u^2 = 0,064 N$$

Ισχύς κύματος

Σταθερά επαναφοράς απλής αρμονικής κίνησης

<u>Εγκάρσιο κύμα σε χορδή</u>

Κάθε απειροστό τμήμα (dm) της χορδής (γραμμικής πυκνότητας μ) εκτελεί αρμονική ταλάντωση πλάτους y_0

$$D=(dm)\omega^2$$

Ενέργεια στοιχειώδους τμήματος:

$$dE=\frac{1}{2}Dy_0^2=\frac{1}{2}(dm)\omega^2y_0^2=\frac{1}{2}\mu(dx)\omega^2y_0^2$$

Ισχύς: Μέσος Ρυθμός μεταφοράς ενέργειας :

$$P=\frac{dE}{dt}=\frac{1}{2}\mu\left(\frac{dx}{dt}\right)\omega^2y_0^2 \Rightarrow P=\frac{1}{2}\mu\upsilon\omega^2y_0^2$$

Έστω υ η ταχύτητα διάδοσης του κύματος

$$\upsilon=\sqrt{\frac{F}{\mu}} \Rightarrow \overline{P}=\frac{1}{2}\sqrt{\mu F}\,\omega^2y_0^2$$

Ένταση κύματος:

Ροή ενέργειας ανά μονάδα επιφάνειας στη μονάδα του χρόνου

$$I = \frac{1}{A}\frac{\partial W}{\partial t} = \frac{1}{A}P$$

$$\overline{P} = \frac{1}{2}\sqrt{\mu \mathrm{F}}\,\omega^2 y_0^2$$

$$P = \frac{1}{2}\mu \upsilon \omega^2 y_0^2$$

Η ένταση I ενός κύματος είναι ανάλογη

- Της ταχύτητας διάδοσής του
- Του τετραγώνου της κυκλικής του συχνότητας
- Του τετραγώνου του πλάτους του

Στάθμη έντασης κύματος

Αδιάστατη ποσότητα.

Χρησιμοποιείται για τη μέτρηση της έντασης του ήχου

$$B = 10 \cdot \log \frac{I}{I_0} \quad (dB)$$

Λογαριθμική κλίμακα έντασης

I_o ένταση αναφοράς

$$I_0 = 10^{-12} W / m^2$$

Κατώφλι ανθρώπινης ακοής στα 1kHz

Στάθμη έντασης κύματος

εφαρμογή

Π.χ στάθμη ήχου 10 dB

$$10 = 10 \cdot \log\frac{I}{I_0} \Rightarrow \log\frac{I}{I_0} = 1$$

$$\frac{I}{I_0} = 10 \Rightarrow I = 10 \cdot I_0 = 10 \cdot 10^{-12} W/m^2 = 10^{-11} W/m^2$$

στάθμη ήχου 20 dB

$$20 = 10 \cdot \log\frac{I}{I_0} \Rightarrow \frac{I}{I_0} = 10^2$$

Κύματα στο χώρο

Σφαιρικά κύματα

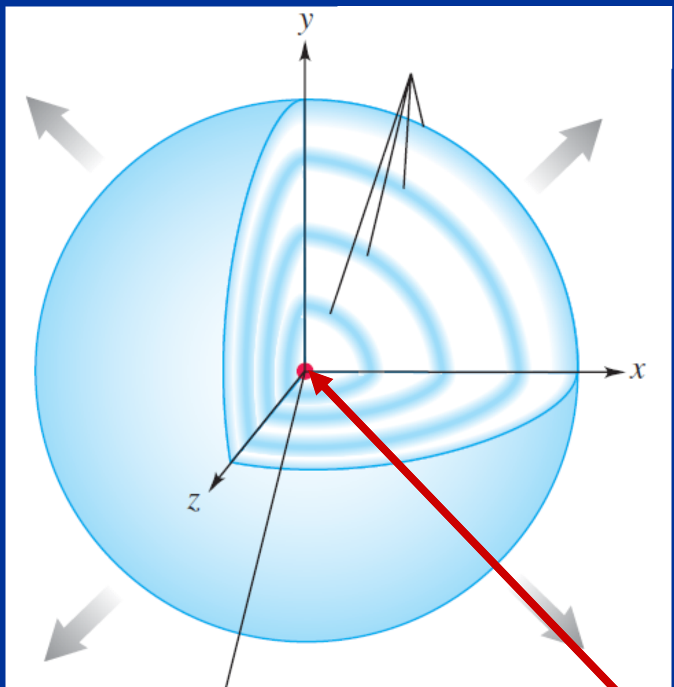
$$I = \frac{1}{A}\frac{\partial W}{\partial t} = \frac{1}{A}P$$

Αρχή διατήρηση της ενέργειας→ Η ισχύς σε κάθε μέτωπο κύματος είναι ίδια με την ισχύ που εκπέμπει η πηγή

Ολική ισχύς διαμέσου επιφάνειας:

$$O\lambda\iota\kappa\acute{\eta}\,\mathrm{I}\sigma\chi\upsilon\varsigma = \acute{E}\nu\tau\alpha\sigma\eta \bullet \varepsilon\pi\iota\varphi\acute{\alpha}\nu\varepsilon\iota\alpha$$

$$P = I \cdot A$$



Σημειακή ηχητική πηγή ισχύος P

Η ένταση του σφαιρικού κύματος σε απόσταση r από την πηγή :

$$I = \frac{P}{4\pi r^2} \propto \frac{1}{r^2}$$

$$\frac{I(r_1)}{I(r_2)} \propto \frac{r_2^2}{r_1^2}$$

Η ένταση σφαιρικού κύματος ελαττώνεται αντιστρόφως ανάλογα με το τετράγωνο της απόστασης από την πηγη

Κύματα στο χώρο

Σφαιρικά κύματα

Η ένταση I του κύματος είναι ανάλογη του τετραγώνου του πλάτους του

$$I \propto y_o^2$$

$$I = \frac{P}{4\pi r^2} \propto \frac{1}{r^2}$$

Το πλάτος σφαιρικού κύματος δεν παραμένει σταθερό αλλά ελαττώνεται αντιστρόφως ανάλογα με την απόσταση από την πηγή

$$y_0(r) = \frac{y_0}{r}$$

Πλάτος σφαιρικού κύματος σε απόσταση r από την πηγή

Σε μεγάλες αποστάσεις από την πηγή:

$$y\ (r) = \frac{y_0}{r}\cos(\mathrm{kr} - \omega \mathrm{t})$$

Εφαρμογή: Κατά πόσα dB ελαττώνεται η ένταση όταν διπλασιάζεται η απόσταση από σημειακή πηγή;

$$\beta = (10dB)\log\frac{I}{I_0} \Rightarrow$$

$$\beta_1 = (10dB)\log\frac{I_1}{I_0}$$

$$\beta_2 = (10dB)\log\frac{I_2}{I_0}$$

$$\beta_2 - \beta_1 = (10dB)\left(\log\frac{I_2}{I_0} - \log\frac{I_1}{I_0}\right) =$$
$$= (10dB)\left((\log I_2 - \log I_0) - (\log I_1 - \log I_0)\right) =$$
$$= (10dB)\left(\log\frac{I_2}{I_1}\right)$$

$$\frac{I_2}{I_1} = \frac{r_1^2}{r_2^2}$$

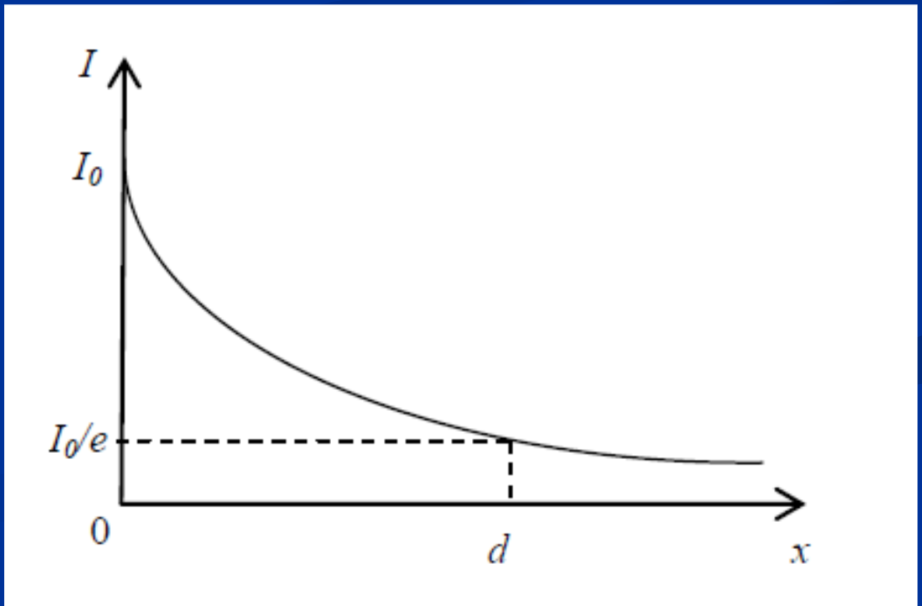
$$\beta_2 - \beta_1 = (10dB)\left(\log\frac{r_1^2}{2r_1^2}\right) = (10dB)\log\frac{1}{4} = -6\,dB$$

Εξασθένιση κυμάτων
κατά τη διάδοσή τους μέσα από υλικό μέσο

Διάδοση κύματος μέσα από υλικό μέσο ⇒ **Μέρος της ενέργειας του απορροφάται από τα άτομα του μέσου** ⇒ **Η ένταση ελαττώνεται**

Ένταση του κύματος σε απόσταση x μέσα σε υλικό:

$$I(x) = I_0 e^{-\mu \cdot x}$$



μ: συντελεστής εξασθένισης του κύματος

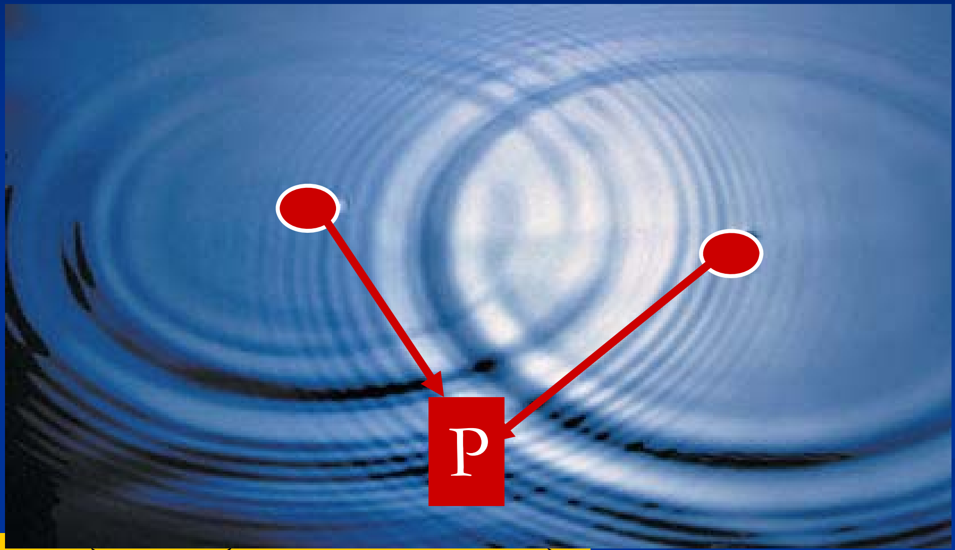
Εξαρτάται:

- **Από το υλικό**
- **Από τη συχνότητα του κύματος**

Αρχή της επαλληλίας

$$y(x,t) = A \cdot \sin(\omega t - kx)$$

$$y_1 = A \cdot \sin(\omega t - kr_1)$$
$$y_2 = A \cdot \sin(\omega t - kr_2)$$



$$y = y_1 + y_2$$

$$y_P = y_1 + y_2 = 2A\cos\left(k\frac{\Delta r}{2}\right)\sin\left(\omega t - k\frac{r_1 + r_2}{2}\right)$$

Ενίσχυση: $k\frac{\Delta r}{2} = m\pi \Rightarrow \frac{2\pi}{\lambda}\frac{\Delta r}{2} = m\pi$ $\Delta r = m\lambda \quad m = 0,1,\ldots$

Απόσβεση: $k\frac{\Delta r}{2} = (2m+1)\pi \Rightarrow \frac{2\pi}{\lambda}\frac{\Delta r}{2} = (2m+1)\pi$ $\Delta r = (2m+1)\frac{\lambda}{2} \quad m = 0,1,\ldots$

Συμβολή κυμάτων-Στάσιμα κύματα

Στάσιμο κύμα: **Το αποτέλεσμα συμβολής δύο κυμάτων με ίδιο πλάτος και ίδιο μήκος κύματος που διαδίδονται σε αντίθετες κατευθύνσεις:**

$$y_1(x,t) = A \cdot \sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)$$

$$y_2(x,t) = A \cdot \sin 2\pi\left(\frac{t}{T} + \frac{x}{\lambda}\right)$$

$$y(x,t) = y_1 + y_2 = A \cdot \sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right) + A \cdot \sin 2\pi\left(\frac{t}{T} + \frac{x}{\lambda}\right)$$

$$\sin a + \sin b = 2\cos\left(\frac{a-b}{2}\right)\sin\left(\frac{a+b}{2}\right)$$

$$y(x,t) = y_1 + y_2 = 2A \cdot \cos 2\pi\frac{x}{\lambda} \cdot \sin 2\pi\frac{x}{\lambda}$$

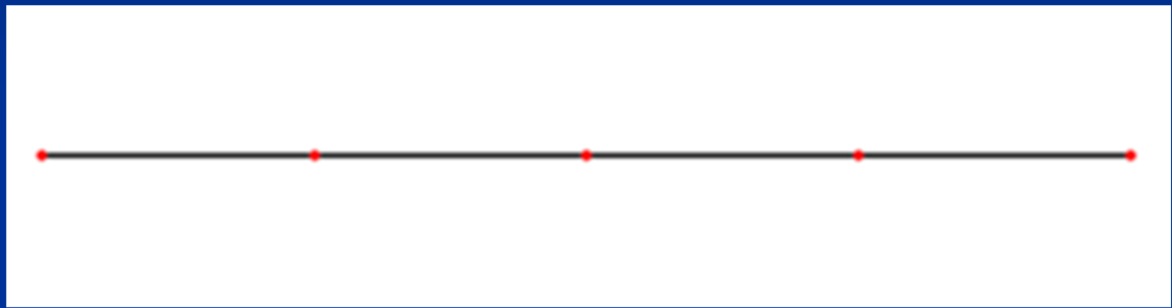
Εξίσωση στάσιμου κύματος.

Το στάσιμο κύμα δεν είναι κύμα αλλά ταλάντωση!

Συμβολή κυμάτων-Στάσιμα κύματα

$$y(x,t) = y_1 + y_2 = 2A \cdot \cos 2\pi \frac{x}{\lambda} \cdot \sin 2\pi \frac{x}{\lambda}$$

Το πλάτος της ταλάντωσης εξαρτάται από τη θέση αλλά παραμένει σταθερό με το χρόνο



<u>Κοιλίες:</u>

Σημεία του χώρου που ταλαντώνονται με μέγιστο πλάτος

$$2A \cdot \cos 2\pi \frac{x}{\lambda} = \pm 1 \Rightarrow 2\pi \frac{x}{\lambda} = 0, \pi, \ldots k\pi$$

$$\Rightarrow x = 0, \frac{\lambda}{2}, 2\frac{\lambda}{2}, \ldots k\frac{\lambda}{2}$$

<u>Δεσμοί</u>:

Σημεία που παραμένουν ακίνητα

$$2A \cdot \cos 2\pi \frac{x}{\lambda} = 0 \Rightarrow 2\pi \frac{x}{\lambda} = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}, \ldots (2k+1)\frac{\pi}{2}$$

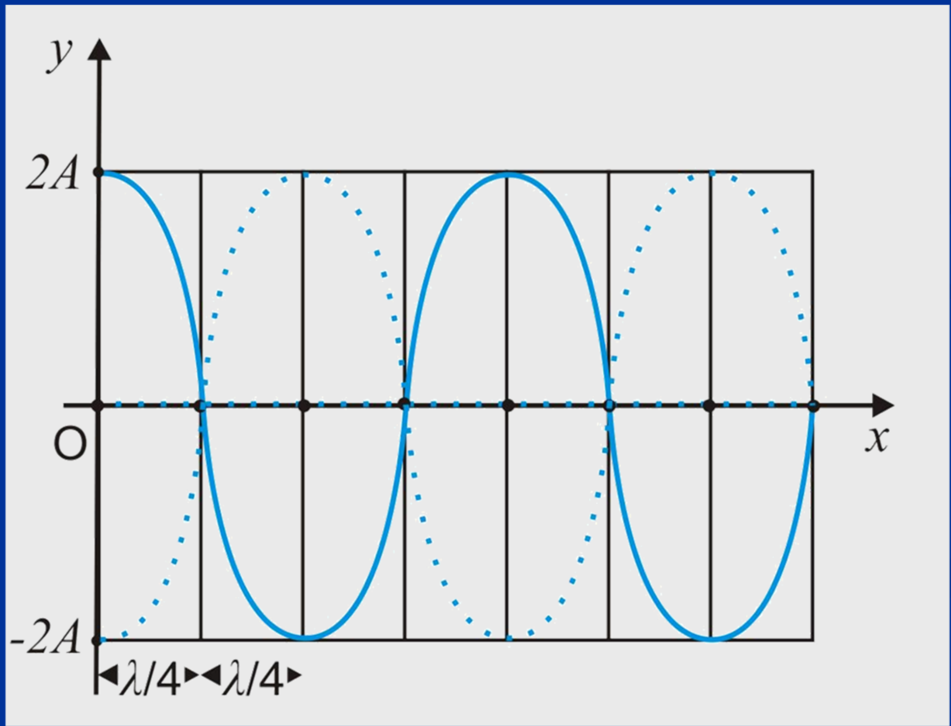
$$\Rightarrow x = \frac{\lambda}{4}, \frac{3\lambda}{4}, \ldots (2k+1)\frac{\lambda}{4}$$

Συμβολή κυμάτων-Στάσιμα κύματα

Απόσταση μεταξύ δύο διαδοχικών δεσμών, ή δύο διαδοχικών κοιλιών;

$$\Delta x = \frac{\lambda}{2}$$

Απόσταση μεταξύ ενός δεσμού και της αμέσως επόμενης κοιλίας είναι:



$$\Delta x = \frac{\lambda}{4}$$

Εφαρμογή: **Έστω χορδή μήκους L με ακλόνητα τα δύο άκρα**

Αν παράγουμε ημιτονοειδές κύμα αυτό ανακλάται παράγοντας στασιμο κύμα

Τα άκρα είναι κόμβοι

Η απόσταση μεταξύ δύο διαδοχικών κόμβων είναι λ/2

Το μήκος της χορδής πρέπει να είναι:

$$L = n\frac{\lambda}{2}: \quad n = 1,2$$

Οι δυνατές τιμές του λ για δημιουργία στάσιμου κύματος:

$$\lambda_n = \frac{2L}{n} \quad n = 1,2,..$$

u=λf

Επιτρεπτές συχνότητες:

$$f_n = \frac{u}{\lambda_n} = n\frac{u}{2L} \quad n = 1,2,..$$

Αρμονικές συχνότητες

Παράδειγμα:

Σύρμα μήκους 1m και μάζας 10g βρίσκεται υπό τάση 100 N. Το σύρμα είναι πακτωμένο στα δύο άκρα του και ταλαντώνεται. Ποιά η ταχύτητα των κυμάτων στο σύρμα;

Ποιά τα μήκη κύματος των κυμάτων που δημιουργούν στο σύρμα στάσιμα κύματα με μία και δύο κοιλίες;

Ποιές είναι οι αντίστοιχες συχνότητες;

Ταχύτητα κύματος:

$$u = \sqrt{\frac{F}{\mu}} = \sqrt{\frac{F \cdot l}{m}}$$

$$u = 100\ m/s$$

Μήκος κύματος:

$$\lambda = \frac{2l}{n}$$

$$n = 1 \quad \lambda_1 = 2m$$

$$n = 2 \quad \lambda_2 = 1m$$

συχνότητες:

$$f = \frac{u}{\lambda}$$

$$f_1 = 100Hz$$

$$f_2 = 50Hz$$

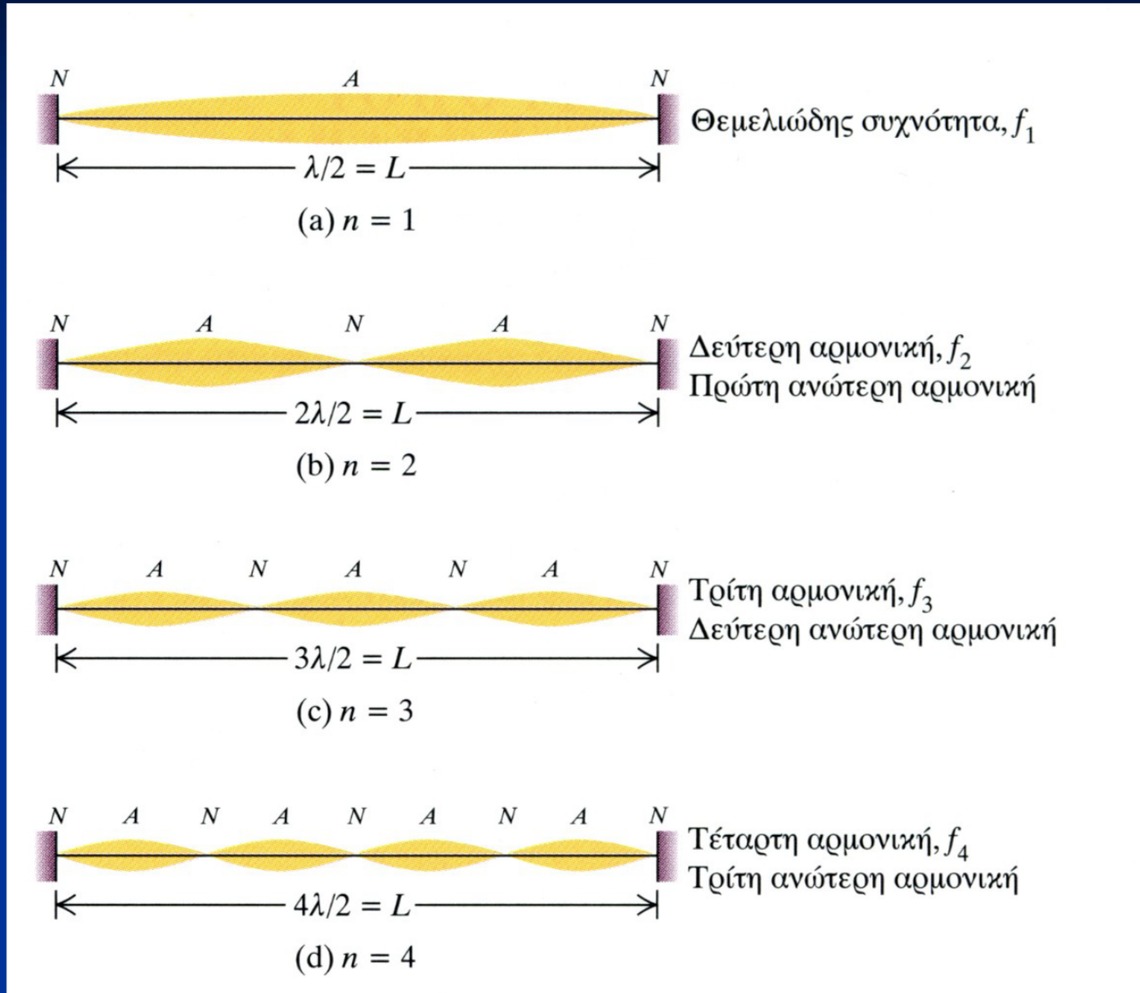
$$f_n = \frac{u}{\lambda_n} = n\frac{u}{2L} \quad n = 1,2,..$$

Θεμελιώδης συχνότητα ταλαντούμενης χορδής

$$f_1 = \frac{u}{2L}$$

$$u = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$$

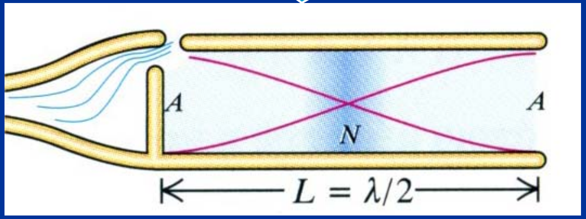
$$f_1 = \frac{1}{2L}\sqrt{\frac{F}{\mu}}$$



- **Για σταθερό μήκος L αύξηση της τάσης F της χορδής αυξάνει τη συχνότητα**
- **Χορδή μεγάλου μήκους L αντιστοιχεί σε θεμελιώδη συχνότητα χαμηλή (μπασα)**

Στάσιμα κύματα σε αέρια στήλη

Τα δύο άκρα του σωλήνα είναι ανοικτά ή κλειστά

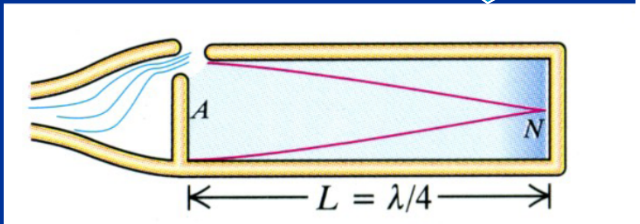


Το μήκος της στήλης πρέπει να είναι ακέραιο πολλαπλάσιο του λ/2

$$L = n\frac{\lambda}{2}$$

$$f_n = n\frac{u}{2L}$$

Το ένα άκρο είναι ανοικτό και το άλλο κλειστό



Το μήκος του σωλήνα πρέπει να είναι ακέραιο πολ/σιο της απόστασης μεταξύ δεσμού-κοιλίας

$$L = (2n+1)\frac{\lambda}{4}$$

$$f_n = (2n+1)n\frac{u}{2L}$$

u=λf

Επιτρεπτές τιμές συχνότητας (αρμονικές):