

**ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΔΥΤΙΚΗΣ ΑΤΤΙΚΗΣ**  
**ΣΧΟΛΗ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ**  
**ΤΜΗΜΑ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ-**  
**ΗΛΕΚΤΡΟΝΙΚΩΝ**



**ΦΥΣΙΚΗ**  
**(ΜΗΧΑΝΙΚΗ-ΚΥΜΑΤΙΚΗ)**

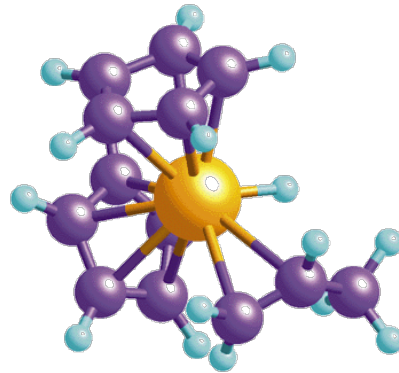
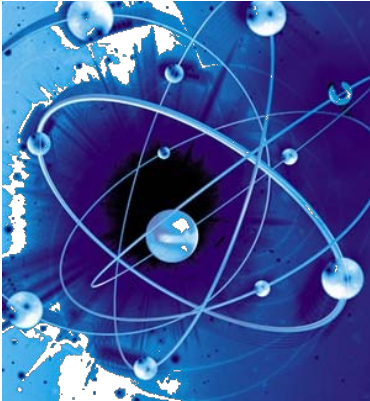
**ΤΜΗΜΑ Α.2**

**ΚΑΘΗΓ. ΖΑΧΑΡΙΑΔΟΥ ΚΑΤΕΡΙΝΑ**

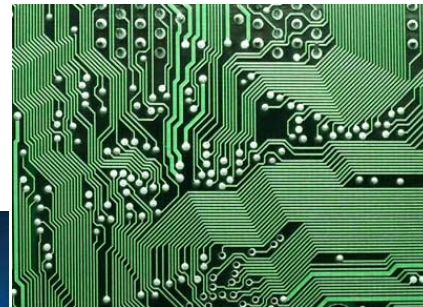
**ΓΡΑΦΕΙΟ ΖΒ114 (ΡΑΓΚΟΥΣΗ-ΖΑΧΑΡΙΑΔΟΥ)**

**E-mail: zacharia@uniwa.gr**

# Φυσική (Μαθηματικά, Χημεία) & Τεχνολογία



$$\frac{\partial}{\partial \theta} M T(\xi) = \frac{\partial}{\partial \theta} \int_{R_n} T(x) f(x, \theta) dx = \int_{R_n} \frac{\partial}{\partial \theta} T(x) f(x, \theta) dx$$
$$\frac{\partial}{\partial a} \ln f_{a, \sigma^2}(\xi_1) = \frac{(\xi_1 - a)}{\sigma^2} f_{a, \sigma^2}(\xi_1) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \left( \frac{\xi_1 - a}{\sigma^2} \right) \exp\left(-\frac{(\xi_1 - a)^2}{2\sigma^2}\right)$$
$$\int_{R_n} T(x) \frac{\partial}{\partial \theta} f(x, \theta) dx = M\left(T(x) \frac{\partial}{\partial \theta} \ln L(x, \theta)\right)$$
$$\int_{R_n} T(x) \left( \frac{\partial}{\partial \theta} \ln L(x, \theta) \right) f(x, \theta) dx = \int_{R_n} T(x) \left( \frac{\partial}{\partial \theta} \ln L(x, \theta) \right) f(x, \theta) dx$$
$$\frac{\partial}{\partial \theta} M T(\xi) = \frac{\partial}{\partial \theta} \int_{R_n} T(x) f(x, \theta) dx = \int_{R_n} \frac{\partial}{\partial \theta} T(x) f(x, \theta) dx$$
$$\frac{\partial}{\partial \theta} \ln f_{a, \sigma^2}(\xi_1) = \frac{(\xi_1 - a)}{\sigma^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \ln f_{a, \sigma^2}(\xi_1)$$



# Θεωρία



## Εισαγωγικές έννοιες

Φυσικά μεγέθη, μαθηματική ανασκόπηση, διαστατική ανάλυση

## Κινηματική και Δυναμική του υλικού σημείου, Διατήρηση Ενέργειας

Κίνηση σε μια διάσταση, κίνηση στο χώρο, κυκλική κίνηση

Θεμελιώδεις δυνάμεις, νόμοι του Νεύτωνα

ορμή, έργο, ισχύς, κινητική ενέργεια

Δυναμική ενέργεια, συντηρητικές δυνάμεις, διατήρηση μηχανικής ενέργειας

## Κινηματική και Δυναμική του στερεού σώματος

Κέντρο μάζας, Ροπή δύναμης, ροπή αδράνειας, περιστροφική κίνηση γύρω από σταθερό άξονα. Στροφορμή, κίνηση κύλισης, δυναμική στερεού σώματος

## Εισαγωγή στην Κυματική (Ταλαντώσεις –Κύματα)

Ταλαντώσεις, εξισώσεις κίνησης

Αρμονικά εγκάρσια κύματα, κυματική εξίσωση, ταχύτητα, ενέργεια, επαλληλία, συμβολή, στάσιμο κύμα, κανονικοί τρόποι ταλάντωσης

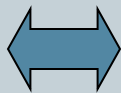
Ηχητικά κύματα, ένταση, επαλληλία, συμβολή, στάσιμο κύμα, κανονικοί τρόποι ταλάντωσης, διακροτήματα, φαινόμενο Doppler

# Εργαστήριο Φυσικής

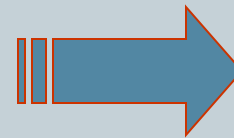


## Η Επιστημονική Μεθοδολογία

**ΘΕΩΡΗΤΙΚΑ  
ΜΟΝΤΕΛΑ**



**ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΗ-  
ΠΕΙΡΑΜΑ**



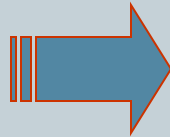
**ΘΕΩΡΙΑ**

**Ικανότητα πρόβλεψης**

# Πρόσφατο παράδειγμα

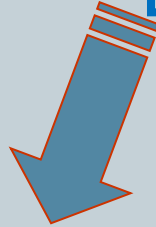


**Θεωρητικό Μοντέλο**  
**Σωματίδιο Higgs**



**Πείραμα:**

**Μεγάλος Αδρονικός Συγκρουστήρας**  
**LHC -Large Hadron Collider**



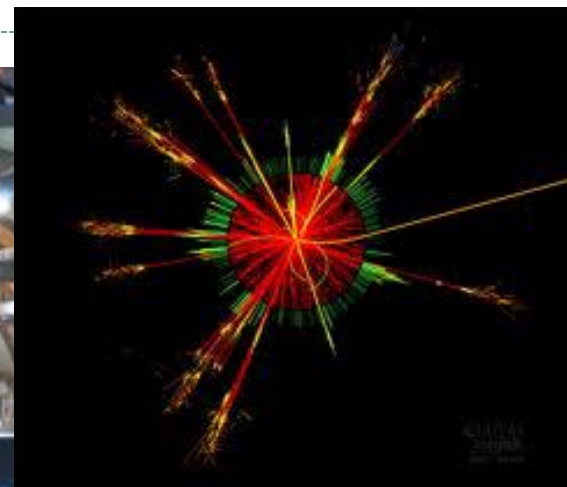
**LHC: ο ταχύτερος και ισχυρότερος επιταχυντής**

**στο υπέδαφος των συνόρων Γαλλίας-Ελβετίας (50- 150m)**  
**Περίμετρος: 27 km**

# Ο Μεγάλος Συγκροστήρας LHC



# Το πείραμα

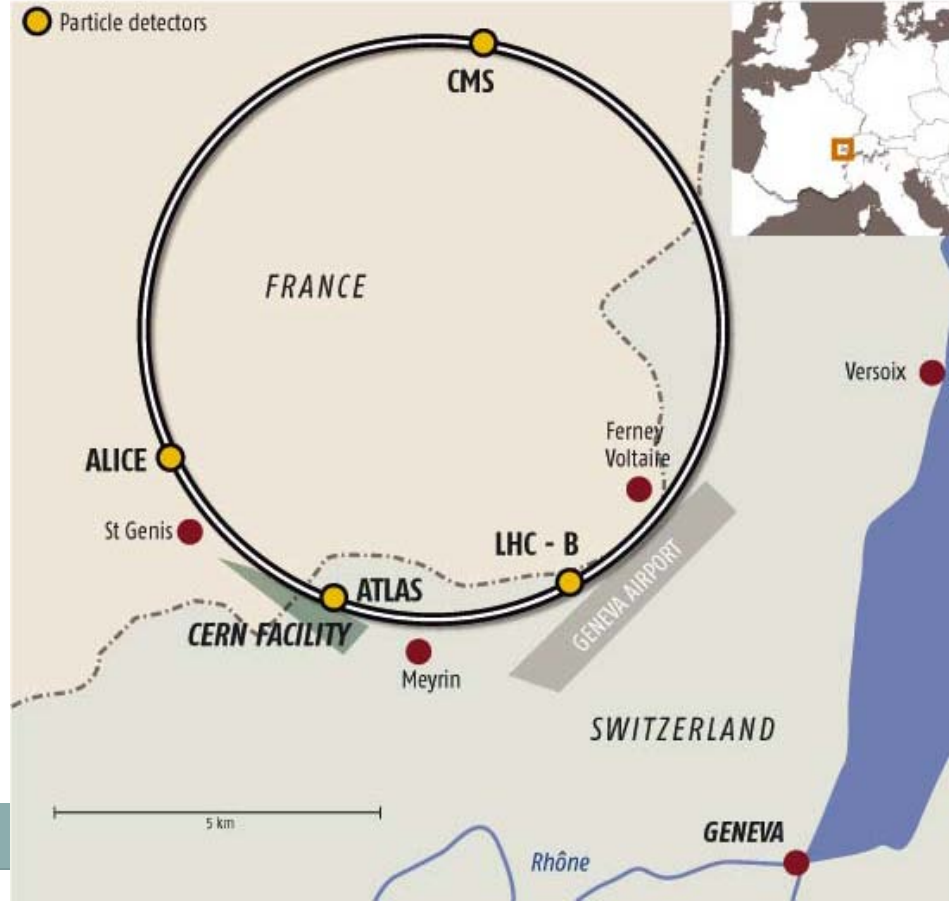


# Επεξεργασία μετρήσεων



# Ο Μεγάλος Συγκρουστήρας Αδρονίων LHC οι ανιχνευτές

Κυρίως τέσσερις μεγάλοι ανιχνευτές τοποθετημένοι στα σημεία σύγκρουσης θα καταγράφουν 600 εκατομμύρια συγκρούσεις πρωτονίων ανά δευτερόλεπτο με ακρίβεια  $\mu\text{m}$



# LHC: Οι ανιχνευτές CMS και ATLAS



ATLAS

CMS

Συνολικό βάρος: 12500 τόνοι

Διάμετρος: 15m

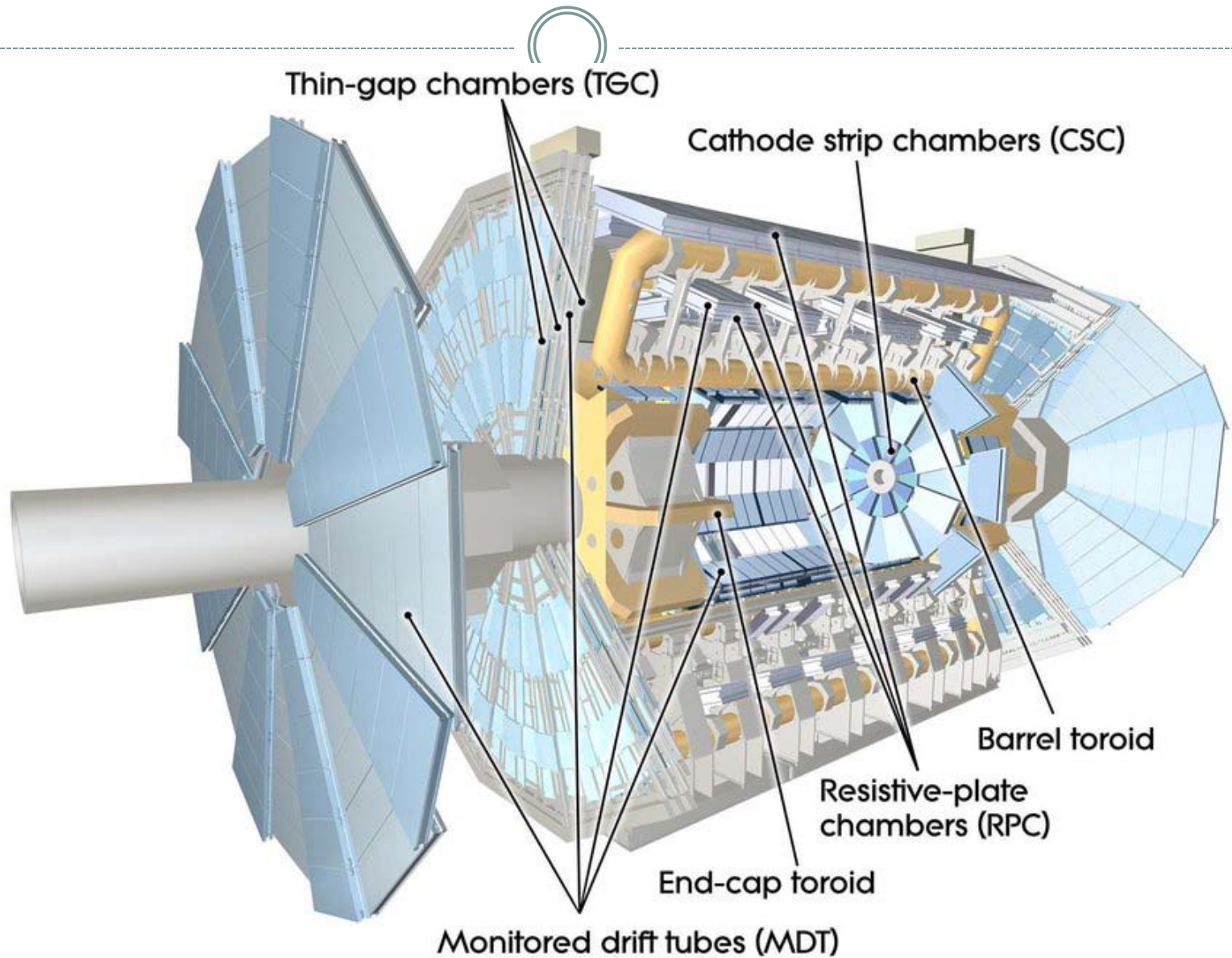
Μήκος: 21.6m

Μαγνητικό πεδίο 4 Tesla

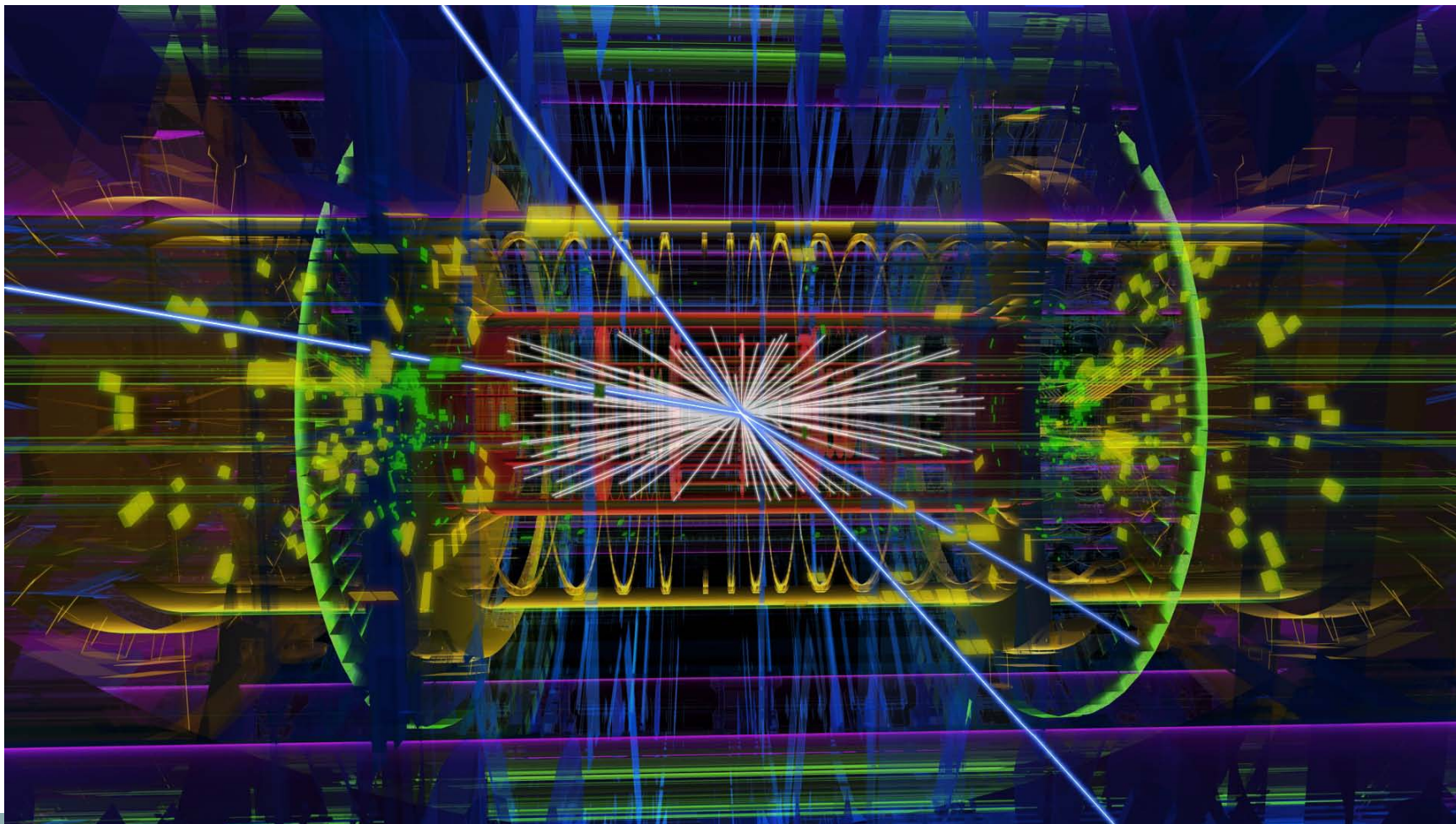
(περίπου 100000 ισχυρότερο από το μαγνητικό πεδίο της Γης)

Κυλινδρικοί ανιχνευτές:  
προκειμένου να ανιχνεύσουν  
όσο το δυνατόν περισσότερα  
από τα παραγόμενα  
σωματίδια

# Ο ανιχνευτής ATLAS

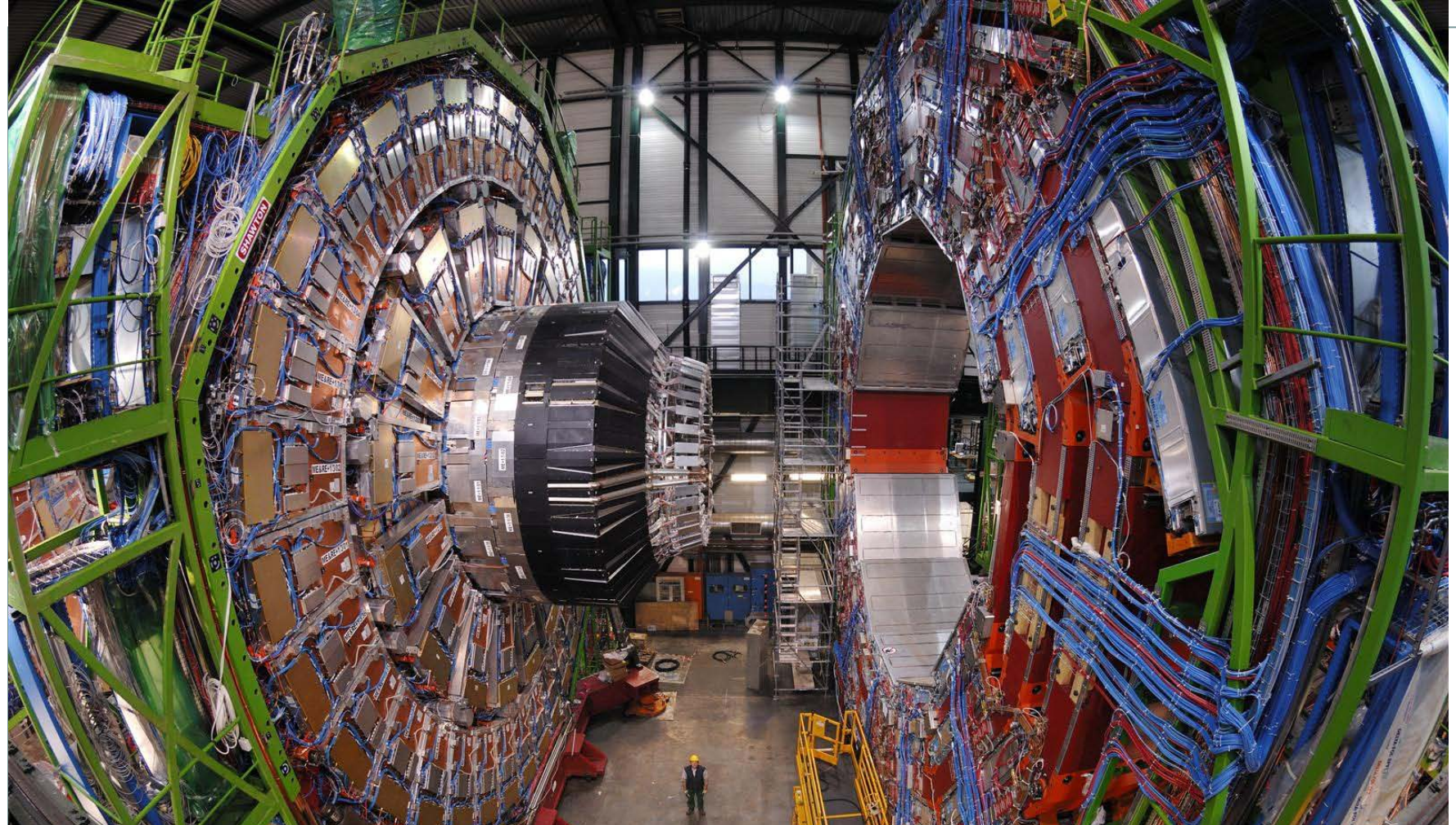


# Ανίχνευση σωματιδίων



# Ο Μεγάλος Συγκρουστήρας Αδρονίων LHC ΟΙ ΑΝΙΧΝΕΥΤΕΣ



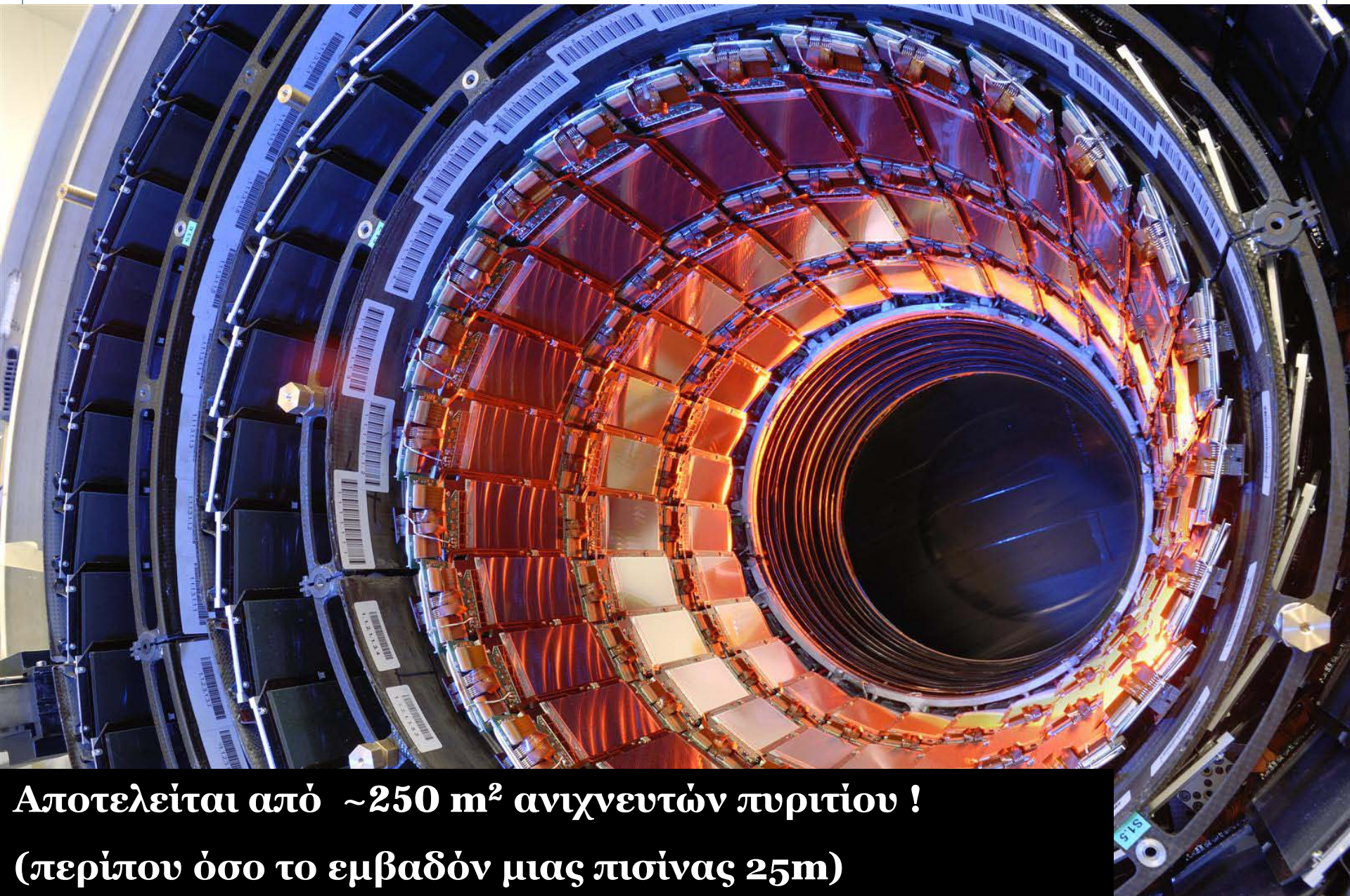


Κάθε ανιχνευτής αποτελείται από περισσότερους από **100**  
**εκατομμύρια αισθητήρες**

Ψηφιακή κάμερα των 100 Mpixels η οποία «τραβάει»

40 εκατομμύρια 3D φωτογραφίες κάθε δευτερόλεπτο

# CMS Tracker



**Αποτελείται από ~250 m<sup>2</sup> ανιχνευτών πυριτίου !  
(περίπου όσο το εμβαδόν μιας πισίνας 25m)**

# LHC: Ο ανιχνευτής CMS το καλορίμετρο

80000 ( $PbWO_4$ ) κρύσταλλοι

Μέτρηση ενέργειας  
φωτονίων, ηλεκτρονίων



# Ο ανιχνευτής New Small Wheel Δραστηριότητα φοιτητών του Τμήματος

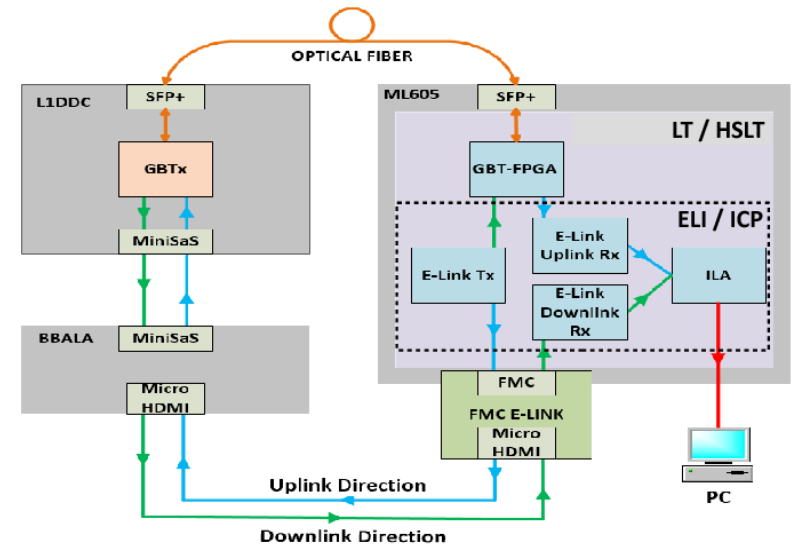


Fig. 3 Block diagram of the testing setup depicting for simplicity only one

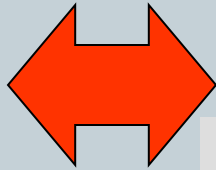
**Ηλεκτρονικά συστήματα  
των υποανιχνευτών του  
ανιχνευτή NSW**

# Συναρτήσεις



$$Y = a \cdot x$$

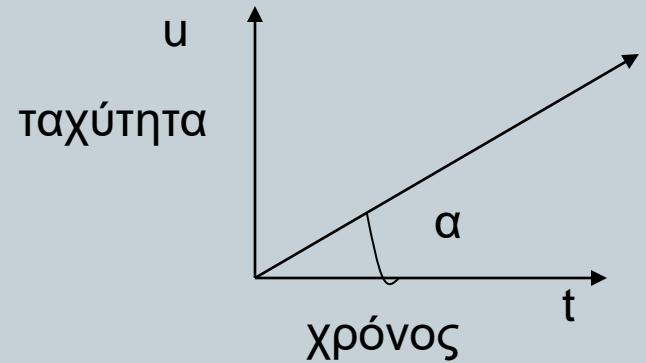
Κλίση της  
συνάρτησης



$$u = a \cdot t$$

Επιτάχυνση  $a$

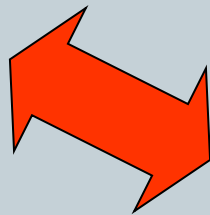
Ευθύγραμμα ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση  
χωρίς αρχική ταχύτητα



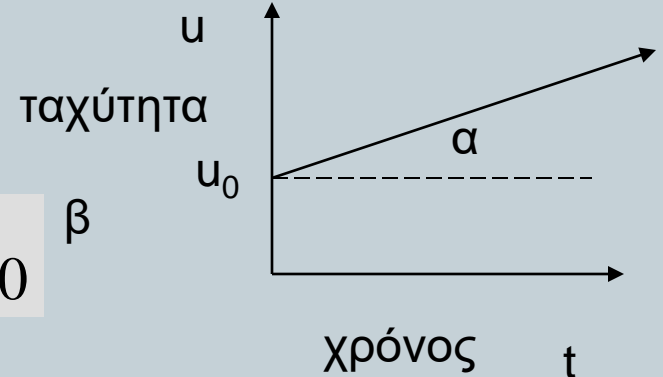
$$Y = a \cdot x + \beta$$

Κλίση :  $a$

Τομή με τον άξονα Y :  $\beta$



$$u = a \cdot t + u_0$$



# Εργαστήριο Φυσικής



- μέτρηση φυσικών μεγεθών
- επεξεργασία μετρήσεων
- εξαγωγή συμπερασμάτων

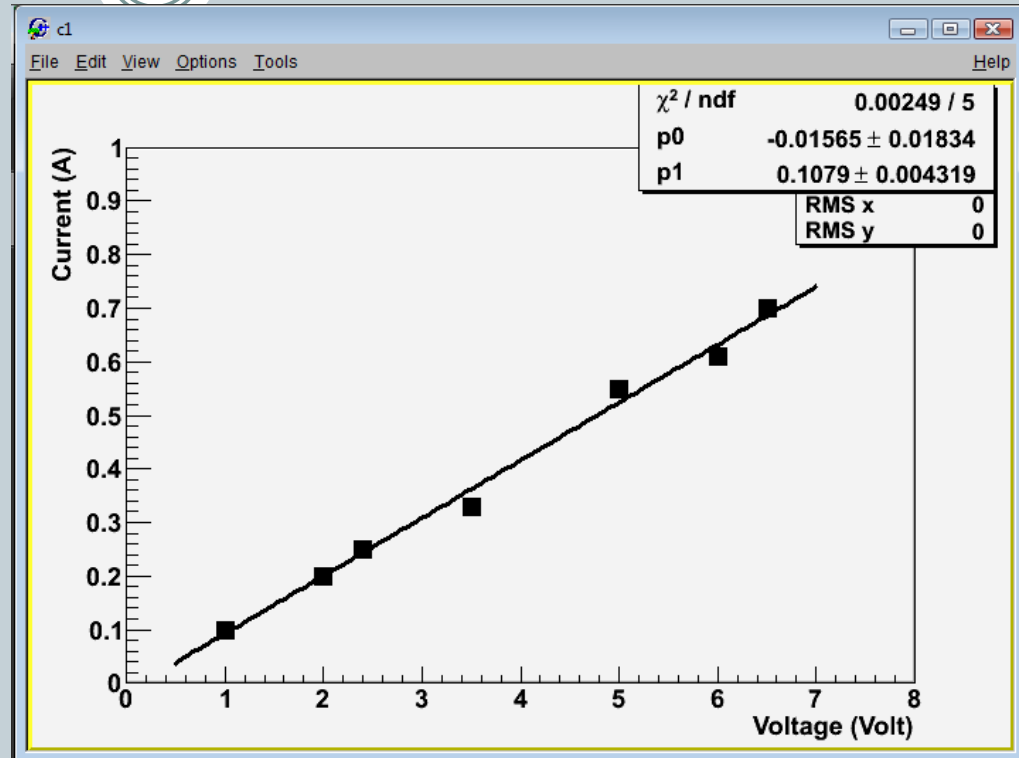
Μέθοδος εξαγωγής συμπερασμάτων με χρήση την κλίση της ευθείας ελαχίστων τετραγώνων που περιγράφει τη σχέση που συνδέει δύο φυσικά μεγέθη



# Εργαστήριο Φυσικής

Παράδειγμα μεθόδου υπολογισμού μιας ποσότητας (αντίσταση) από την κλίση της ευθείας που περνά από τα πειραματικά σημεία

Τάση (V)	Ένταση (A)
1	0.1
2	0.2
2.4	0.25
3.5	0.33
5	0.55
6	0.61
6.5	0.7



$$p1 = 0.1079 \frac{I}{V}$$

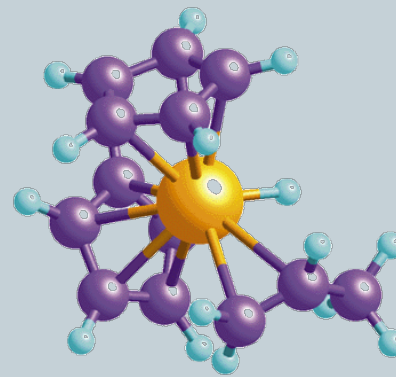
$$V = R \cdot I$$

$$R = \frac{V}{I} = \frac{1}{0.1079} \Omega = 9.27 \Omega$$

# 1<sup>η</sup> διάλεξη



- Συστήματα μονάδων-μετατροπές μονάδων.
- Ορισμοί φυσικών μεγεθών.
- Συστήματα αναφοράς.
- Διανυσματικός λογισμός.
- Ρυθμός μεταβολής φυσικών μεγεθών



$$\frac{\partial}{\partial \theta} \mathcal{M}T(\xi) = \frac{\partial}{\partial \theta} \int_{\mathbb{R}^n} T(x) f(x, \theta) dx = \int_{\mathbb{R}^n} \frac{\partial}{\partial \theta} T(x) f(x, \theta) dx$$
$$\frac{\partial}{\partial a} \ln f_{a, \sigma^2}(\xi_1) = \frac{(\xi_1 - a)}{\sigma^2} f_{a, \sigma^2}(\xi_1) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \left[ \frac{\xi_1 - a}{\sigma^2} \exp\left(-\frac{(\xi_1 - a)^2}{2\sigma^2}\right) \right]$$
$$\int_{\mathbb{R}^n} T(x) \cdot \frac{\partial}{\partial \theta} f(x, \theta) dx = \mathcal{M} \left( T(\xi) \cdot \frac{\partial}{\partial \theta} \ln L(\xi, \theta) \right) = \int_{\mathbb{R}^n} T(x) \cdot \left( \frac{\partial}{\partial \theta} \ln L(x, \theta) \right) \cdot f(x, \theta) dx = \int_{\mathbb{R}^n} T(x) \cdot \left( \frac{\partial}{\partial \theta} \ln L(x, \theta) \right) \cdot f(x, \theta) dx$$
$$\frac{\partial}{\partial \theta} \mathcal{M}T(\xi) = \frac{\partial}{\partial \theta} \int_{\mathbb{R}^n} T(x) f(x, \theta) dx = \int_{\mathbb{R}^n} \frac{\partial}{\partial \theta} T(x) f(x, \theta) dx$$
$$1 \cdot \exp\left(-\frac{(\xi_1 - a)^2}{2\sigma^2}\right) \cdot \frac{\partial}{\partial \theta} \ln f_{a, \sigma^2}(\xi_1)$$

# Συστήματα Μονάδων Μετατροπές μονάδων



<b>Μέγεθος</b>	<b>Μονάδα</b>
<b>Μάζα</b>	<b>Χιλιόγραμμα (kg)</b>
<b>Μήκος</b>	<b>Μέτρο (m)</b>
<b>Χρόνος</b>	<b>Δευτερόλεπτο(s)</b>
<b>Ένταση ηλεκτρικού ρεύματος</b>	<b>Αμπέρ (A)</b>
<b>Απόλυτη θερμοκρασία</b>	<b>Κέλβιν (K)</b>

# Συστήματα Μονάδων Μετατροπές μονάδων



<b>d</b>	<b>δεκατο</b>	<b><math>10^{-1}</math></b>	<b>δέκατο</b>
<b>c</b>	<b>εκατοστο</b>	<b><math>10^{-2}</math></b>	<b>εκατοστό</b>
<b>m</b>	<b>χιλιοστο</b>	<b><math>10^{-3}</math></b>	<b>χιλιοστό</b>
<b>μ</b>	<b>μικρο</b>	<b><math>10^{-6}</math></b>	<b>εκατομμυριοστό</b>
<b>n</b>	<b>νανο</b>	<b><math>10^{-9}</math></b>	<b>δισεκατομμυριοστό</b>
<b>p</b>	<b>πικο</b>	<b><math>10^{-12}</math></b>	<b>τρισεκατομμυριοστό</b>

# Συστήματα Μονάδων Μετατροπές μονάδων

<b>peta</b>	<b>P</b>	<b>πετα</b>	<b><math>10^{15}</math></b>	<b>τετράκις εκατομμυριάδα</b>
<b>tera</b>	<b>T</b>	<b>τερα</b>	<b><math>10^{12}</math></b>	<b>τρισεκατομμυριάδα</b>
<b>giga</b>	<b>G</b>	<b>γιγα</b>	<b><math>10^9</math></b>	<b>δισεκατομμυριάδα</b>
<b>mega</b>	<b>M</b>	<b>μεγα</b>	<b><math>10^6</math></b>	<b>εκατομμυριάδα</b>
<b>kilo</b>	<b>k</b>	<b>χιλιο</b>	<b><math>10^3</math></b>	<b>χιλιάδα</b>
<b>hecto</b>	<b>h</b>	<b>εκατο</b>	<b><math>10^2</math></b>	<b>εκατοντάδα</b>
<b>deca</b>	<b>da</b>	<b>δεκα</b>	<b><math>10^1</math></b>	<b>δεκάδα</b>
<b>–</b>	<b>-</b>	<b>-</b>	<b><math>10^0 = 1</math></b>	<b>μονάδα</b>

<b>Φυσικό μέγεθος</b>	<b>Έκφραση γινομένου ή πηλίκου</b>	<b>Παράγωγη μονάδα</b>	<b>Ιδιαίτερος συμβολισμός</b>	<b>Όνομα της μονάδας</b>
<b>Επιφάνεια</b>	<b>μήκος<sup>2</sup></b>	<b>m<sup>2</sup></b>	<b>-</b>	<b>τετραγωνικό μέτρο</b>
<b>Όγκος</b>	<b>μήκος<sup>3</sup></b>	<b>dm<sup>3</sup></b>	<b>l (liter)</b>	<b>λίτρο, κυβική παλάμη, κυβικό δεκατόμετρο</b>
<b>Ταχύτητα</b>	<b>Μήκος/Χρόνος</b>	<b>m/s</b>	<b>-</b>	<b>μέτρο ανά δευτερόλεπτο</b>
<b>Επιτάχυνση</b>	<b>Μήκος/Χρόνος<sup>2</sup></b>	<b>m/s<sup>2</sup></b>	<b>-</b>	<b>μέτρο ανά δευτερόλεπτο στο τετράγωνο</b>
<b>Δύναμη</b>	<b>Μάζα×Επιτάχυνση</b>	<b>kg×m/s<sup>2</sup></b>	<b>N (Newton)</b>	<b>νιούτον</b>
<b>Πίεση - τάση</b>	<b>Δύναμη/Επιφάνεια</b>	<b>N/m<sup>2</sup></b>	<b>Pa (Pascal)</b>	<b>πασκάλ</b>
<b>Ροπή</b>	<b>Δύναμη×Μήκος</b>	<b>N×m</b>	<b>-</b>	<b>νιούτον επί μέτρο, νιουτόμετρο</b>
<b>Πυκνότητα</b>	<b>Μάζα/Όγκος</b>	<b>kg/m<sup>3</sup></b>	<b>-</b>	<b>χιλιόγραμμα ανά κυβικό μέτρο</b>
<b>Ειδικό βάρος</b>	<b>Δύναμη/Όγκος</b>	<b>N/m<sup>3</sup></b>	<b>-</b>	<b>νιούτον ανά κυβικό μέτρο</b>
<b>Έργο - Ενέργεια</b>	<b>Δύναμη×Μήκος</b>	<b>N×m</b>	<b>J (Joule)</b>	<b>τζάουλ</b>
<b>Ισχύς</b>	<b>Έργο/Χρόνος</b>	<b>J/s</b>	<b>W (Watt)</b>	<b>βατ</b>

# Παραδείγματα



Να μετατραπούν σε lt

a)  $3\text{m}^3$

b)  $22400\text{cm}^3$

Δίδεται:  $1\text{lt}=10^3\text{cm}^3$

# Παραδείγματα



Να μετατραπούν σε  $m^2$

a)  $2km^2$

b)  $2500cm^2$

c)  $155mm^2$

# Παραδείγματα



Κυλινδρικό σύρμα έχει διατομή  $S=1\text{mm}^2$ . Να βρεθεί η ακτίνα της διατομής σε cm

$$S = \pi R^2 \Rightarrow R = \sqrt{\frac{S}{\pi}}$$

# Παραδείγματα



Μια μπάλα ποδοσφαίρου έχει διάμετρο  $\delta=22\text{cm}$  .

Να υπολογιστεί ο όγκος της σε  $\text{lt}$  και η επιφάνεια της  $S$  σε  $\text{cm}^2$

$$V = \frac{4}{3} \pi \left( \frac{\delta}{2} \right)^3$$

$$S = 4\pi \left( \frac{\delta}{2} \right)^2$$

# Παραδείγματα



Έστω κυλινδρικό σώμα διαμέτρου 19mm και ύψους 56mm. Βρείτε τον όγκο του σε  $\text{cm}^3$

$$V = \pi \left( \frac{\delta}{2} \right)^2 \cdot h$$

# Διαστατική Ανάλυση



Ελέγξτε αν οι κάτωθι εξισώσεις μπορεί να είναι ορθές

$$v = S / x \cdot t$$

$$V = S \cdot v \cdot t$$

$v$ =ταχύτητα

$S$ =εμβαδόν

$t$ =χρόνος

$V$ =όγκος

# Μαθηματικά Εργαλεία

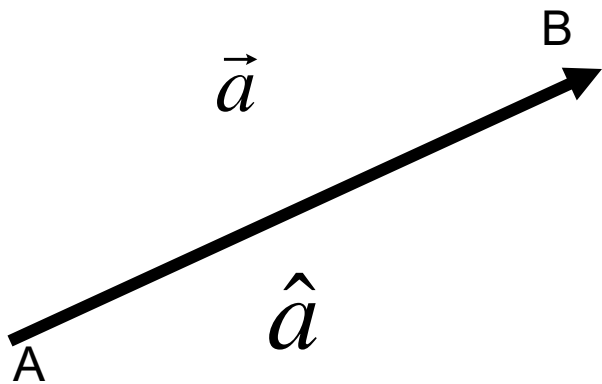


- **Διανύσματα**
- **Παράγωγοι**
- **Ολοκληρώματα**



# Διανύσματα

Μαθηματικά αντικείμενα τα οποία περιγράφουν φυσικά μεγέθη  
(δυναμη, επιτάχυνση, ταχύτητα )



Μέτρο :

$$|\vec{a}| = |A\vec{B}|$$

$$\vec{a} = |\vec{a}| \cdot \hat{a}$$

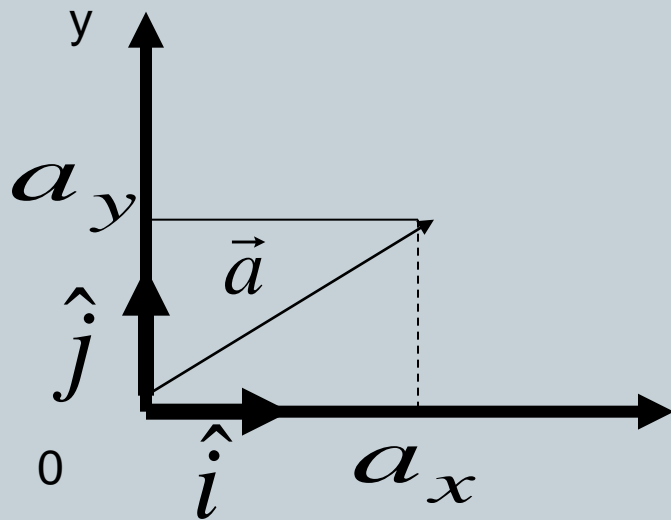
$\hat{a}$

Μοναδιαίο  
διάνυσμα

# Συστήματα αναφοράς & Διανύσματα



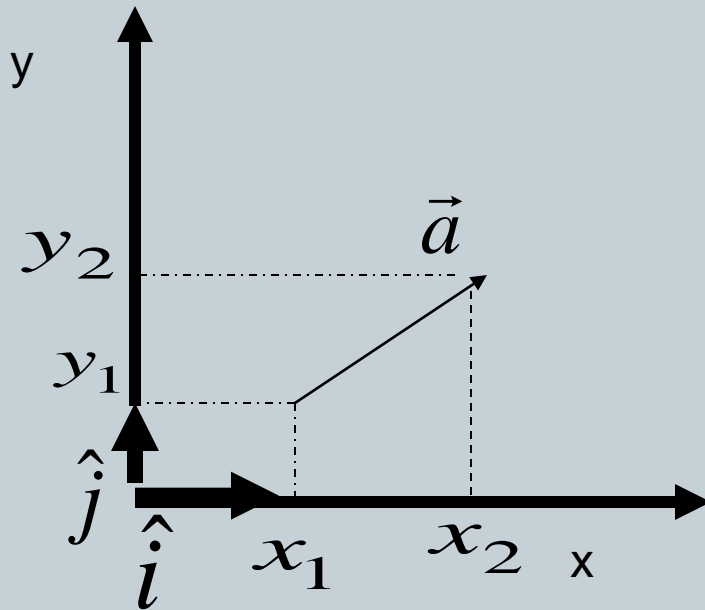
$$\vec{a} = \vec{a}_x + \vec{a}_y$$



$$\vec{a} = a_x \cdot \hat{i} + a_y \cdot \hat{j}$$

$$|\vec{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2}$$

# Διανύσματα



$$\vec{a} = a_x \cdot \hat{i} + a_y \cdot \hat{j}$$

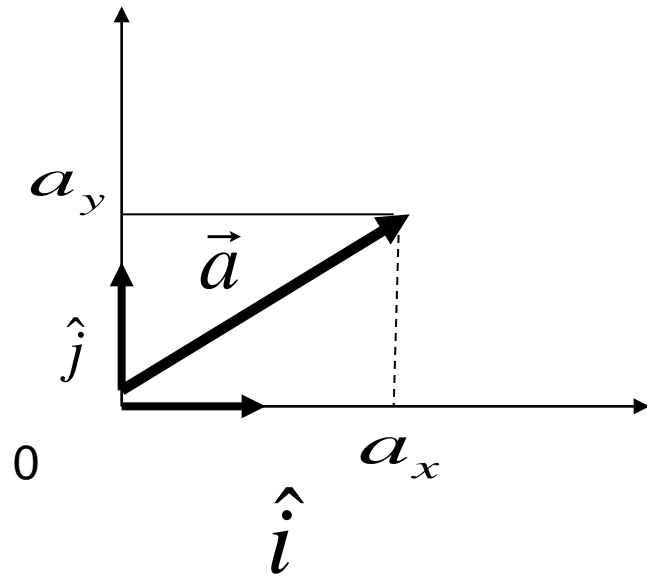
Όπου :

$$a_x = x_2 - x_1$$
$$a_y = y_2 - y_1$$

# Διανύσματα

$$\vec{a} = \vec{a}_x + \vec{a}_y$$

$$\vec{a} = a_x \cdot \hat{i} + a_y \cdot \hat{j}$$



$$\cos \phi = \frac{a_x}{|\vec{a}|}$$

$$\sin \phi = \frac{a_y}{|\vec{a}|}$$

$$\vec{a} = |a| \cos \phi \cdot \hat{i} + |a| \sin \phi \cdot \hat{j}$$

$$|\vec{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2}$$

Δίδονται τα σημεία  $A(0,-2)$ ,  $B(4,2)$  ,  $C(4,-2)$ .

Τρεις δυνάμεις  $OA$ ,  $OB$  και  $OC$  ασκούνται στο σημείο  $O(0,0)$ . Υπολογίστε τη συνισταμένη δύναμη  $OM$

$$\begin{aligned} \vec{OM} &= \vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} = \\ 8\hat{i} - 2\hat{j} \end{aligned}$$

# Παράδειγμα



Βρείτε το μέτρο του διανύσματος  $r$  που είναι το άθροισμα των μετατοπίσεων  $c$  και  $d$  που έχουν συνιστώσες:

$$\vec{r} = \vec{c} + \vec{d}$$

$$c_x = 7.4$$

$$c_y = -3.8$$

$$c_z = -6.1$$

$$r_x = c_x + d_x = 11.8$$

$$r_y = c_y + d_y = -5.8$$

$$r_z = c_z + d_z = -2.8$$

$$|\vec{r}| = \sqrt{r_x^2 + r_y^2 + r_z^2}$$

Δύο διανύσματα A και B έχουν συνιστώσες σε αυθαίρετες μονάδες :



$$A_x = 3.2$$

$$A_y = 1.6$$

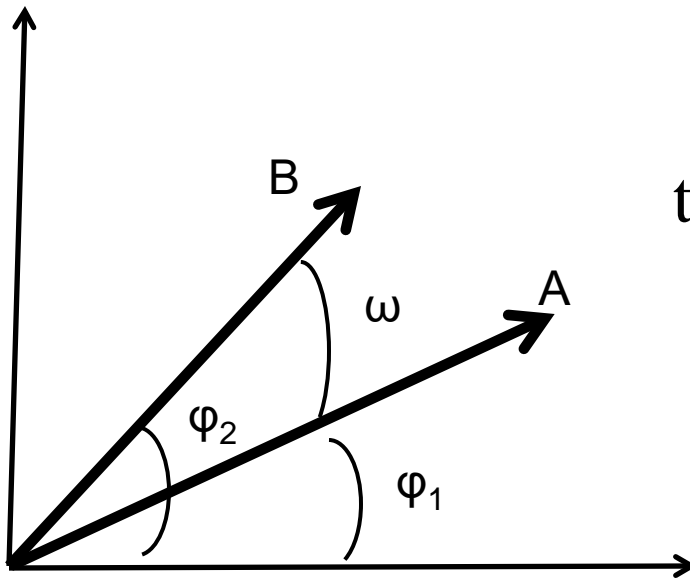
$$B_x = 0.5$$

$$B_y = 4.5$$

Να βρεθεί η γωνία μεταξύ A και B ( $\omega$ )

$$\tan \phi_1 = \frac{A_y}{A_x} = \frac{1.6}{3.2} = 0.5 \Rightarrow \phi_1 = 25.56^\circ$$

$$\tan \phi_2 = \frac{B_y}{B_x} = \frac{4.5}{0.5} = 9 \Rightarrow \phi_2 = 83.66^\circ$$



$$\omega = \phi_2 - \phi_1 = 57.1^\circ$$

# Παράδειγμα



Δίδονται τα διανύσματα:

$$\vec{a} = 4\hat{i} - 3\hat{j}$$

$$\vec{b} = 6\hat{i} + 8\hat{j}$$

Υπολογίστε το μέτρο και τη διεύθυνση των

- $a$
- $b$
- $a+b$
- $a-b$
- $b-a$

# Παράδειγμα



Δίδονται τα διανύσματα:

$$\vec{a} = 4\hat{i} - 3\hat{j} + \hat{k}$$

$$\vec{b} = -\hat{i} + \hat{j} + 4\hat{k}$$

**Βρείτε τα διανύσματα  $\vec{a}+\vec{b}$ ,  $\vec{a}-\vec{b}$  καθώς και ένα διάνυσμα  $\vec{c}$  τέτοιο ώστε  $\vec{a}-\vec{b}+\vec{c}=\vec{0}$**

# Παράδειγμα



Δίδονται τα κάτωθι διανύσματα. Να υπολογίσετε το μέτρο του  $2\mathbf{A}-\mathbf{B}$

$$\vec{A} = 5\hat{i} + 2\hat{j} - 3\hat{k}$$

$$\vec{B} = 2\hat{i} - 7\hat{j} + 8\hat{k}$$



- Πρόσθεση διανυσμάτων
- Αφαίρεση διανυσμάτων
- Γινόμενο διανυσμάτων



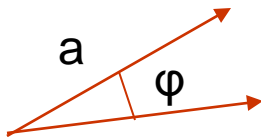
$$\lambda(\vec{a} + \vec{b}) = \lambda \cdot \vec{a} + \lambda \cdot \vec{b}$$

# Πράξεις διανυσμάτων



- Εσωτερικό γινόμενο διανυσμάτων
- Εξωτερικό γινόμενο διανυσμάτων

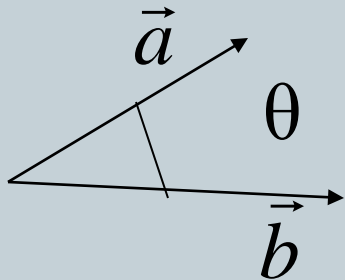
## Εσωτερικό γινόμενο



$$c = \vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cos \varphi$$

Αριθμός

# Εσωτερικό γινόμενο διανυσμάτων



Βαθμωτό μέγεθος

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos \phi$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = a_x \cdot b_x + a_y \cdot b_y$$

Πότε το εσωτερικό γινόμενο μηδενίζεται: =?

Εφαρμογές:

Έργο που παράγεται από μια δύναμη

Εύρεση της γωνίας μεταξύ δύο διανυσμάτων

→  $|\vec{a}|$  ή  $|\vec{b}|$  Ισούται με μηδέν

Όταν η γωνία είναι  $90^\circ$  ή  $270^\circ$  μοίρες δηλαδή όταν τα διανύσματα είναι κάθετα μεταξύ τους

$$\cos \phi = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|}$$

# Παράδειγμα

Εστω τα διανύσματα:

$$\vec{\alpha} = (1, -3, 5)$$

$$\vec{\beta} = (-4, 2, 2)$$

Υπολογίστε το εσωτερικό τους γινόμενο.

Τι μπορείτε να πείτε για τη σχετική τους θέση;

# Παράδειγμα

Υπολογίστε τα μήκη των δοθέντων διανυσμάτων καθώς και τη σχετική τους γωνία

$$\vec{\alpha} = (1, 0, \sqrt{3})$$

$$\vec{\beta} = (\sqrt{3}, -2, 3)$$

$$|\vec{\alpha}| = \sqrt{1 + 0 + 3} = 2$$

$$|\vec{\beta}| = \sqrt{3 + 4 + 9} = 4$$

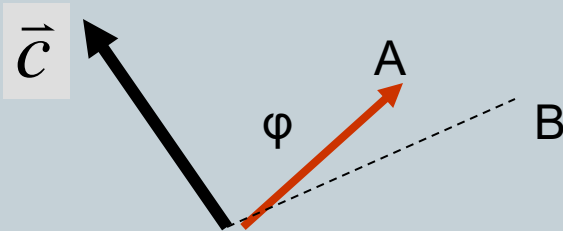
$$\cos \theta = \frac{\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta}}{|\vec{\alpha}| |\vec{\beta}|} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \theta = 30^\circ$$

# Εξωτερικό γινόμενο διανυσμάτων



Είναι **ΔΙΑΝΥΣΜΑ** που έχει διεύθυνση κάθετη στο επίπεδο που ορίζουν τα διανύσματα και μέτρο

$$|\vec{c}| = |\vec{a} \times \vec{b}| = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \sin \phi$$



$$\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{vmatrix}$$

Πότε είναι μηδέν ?

$$|\vec{a}| \text{ ή } |\vec{b}| = 0$$

ή

$$\sin \phi = 0$$

Ιδιότητες:

$$|\vec{a} \times \vec{b}| = |-\vec{b} \times \vec{a}|$$

$$\|\vec{a} \times \vec{b}\| = \|\vec{b} \times \vec{a}\|$$

$$\vec{a} \times \vec{a} = 0$$

# Παράδειγμα



Δύο διανύσματα  $R$  και  $S$ . Βρίσκονται στο επίπεδο  $xy$ . Το μέτρο τους είναι 4.5 και 7.3 μονάδες αντίστοιχα ενώ οι διευθύνσεις τους είναι  $320^\circ$  και  $82^\circ$  μετρούμενες από τον θετικό άξονα  $x$ . Ποιές είναι οι τιμές των:

$$\vec{R} \cdot \vec{S}$$

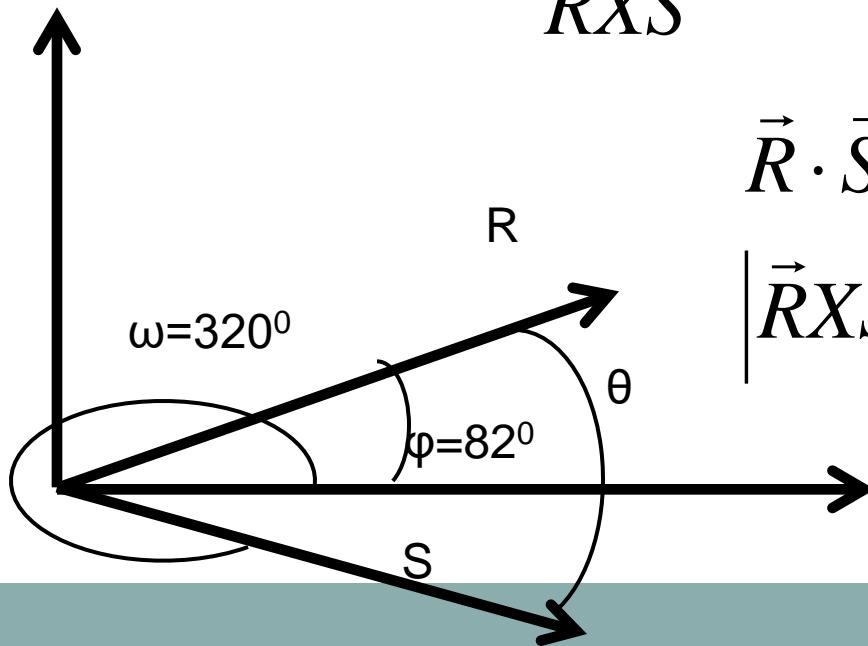
$$|\vec{R} \times \vec{S}|$$

Η μεταξύ τους γωνία  $\theta$  είναι ίση με  $\theta = \varphi + 360^\circ - \omega$

$$\theta = 125^\circ$$

$$\vec{R} \cdot \vec{S} = RS \cos \theta = -18.84$$

$$|\vec{R} \times \vec{S}| = RS \sin \theta = 26.90$$



Εστω δύο διανύσματα:  $\vec{a} = a_x \hat{i} + a_y \hat{j} + a_z \hat{k}$

$$\vec{b} = b_x \hat{i} + b_y \hat{j} + b_z \hat{k}$$

Δειξτε ότι :

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z$$

# Μελέτη κίνησης με εξισώσεις



**ΘΕΣΗ** σώματος

Η γραφική παράσταση **θέσης-χρόνου** εξαρτάται από τον παρατηρητή

Διότι

- αλλάζει η διεύθυνση του άξονα  $x$ -θέσης και  $y$  θέσης
- καθώς και η αρχή μέτρησης του χρόνου



**Ορίζουμε πάντα ένα σύστημα αναφοράς**

# Συναρτήσεις



Συναρτήσεις: \_Μας δίνουν **για κάθε τιμή του x** την τιμή του y

Έστω γραμμική  
συνάρτηση (ΕΥΘΕΙΑ)

Έστω η μεταβλητή είναι ο χρόνος t

$$y = A \cdot x$$



$$y = A \cdot t$$



$$y(t) = A \cdot t$$

Μας δίνουν **για κάθε χρονική στιγμή t** την τιμή του y

Κλίση της ευθείας

$$y = A \cdot x + B$$



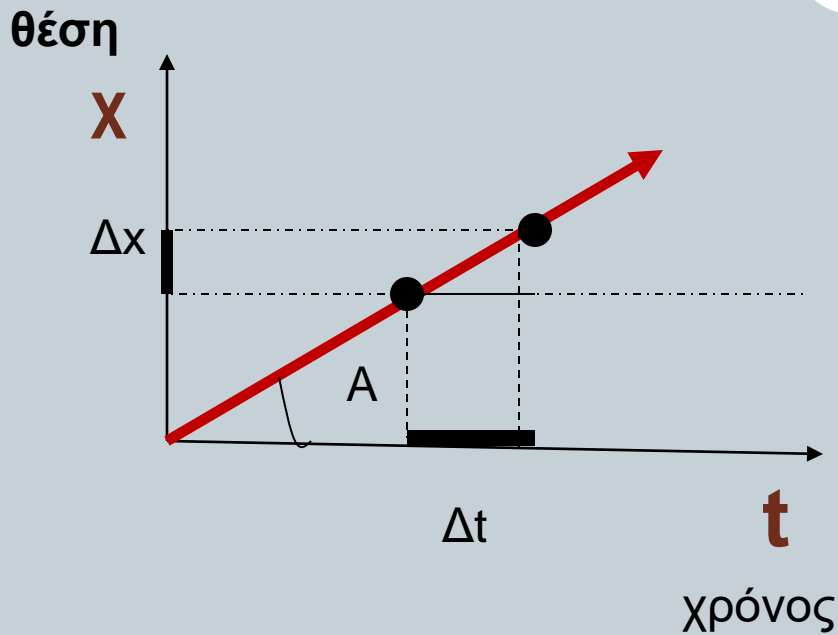
$$y = A \cdot t + B$$

Κλίση : α

Τομή με τον άξονα Y : β

$$y(t) = A \cdot t + B$$

# Ευθύγραμμη κίνηση



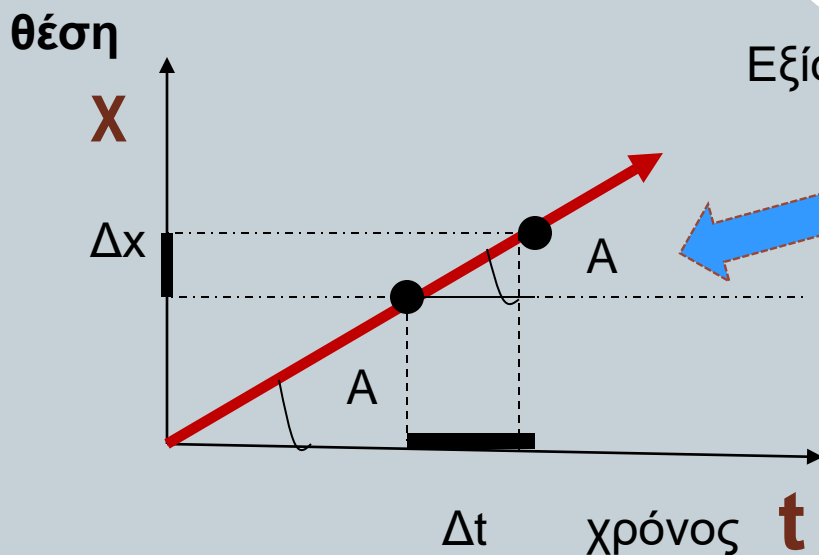
$$x(t) = A \cdot t$$

Πρόβλεψη της θέσης !  
(αρκεί να ξέρω την κλίση  $a$ )

Μας δίνει για κάθε χρονική στιγμή  $t$   
την θέση του σώματος !!!



# Ευθύγραμμη **ΟΜΑΛΗ** κίνηση



Εξίσωση ευθείας:

$$x(t) = A \cdot t$$

α=κλίση της ευθείας

$$\text{κλίση} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \text{σταθερή}$$

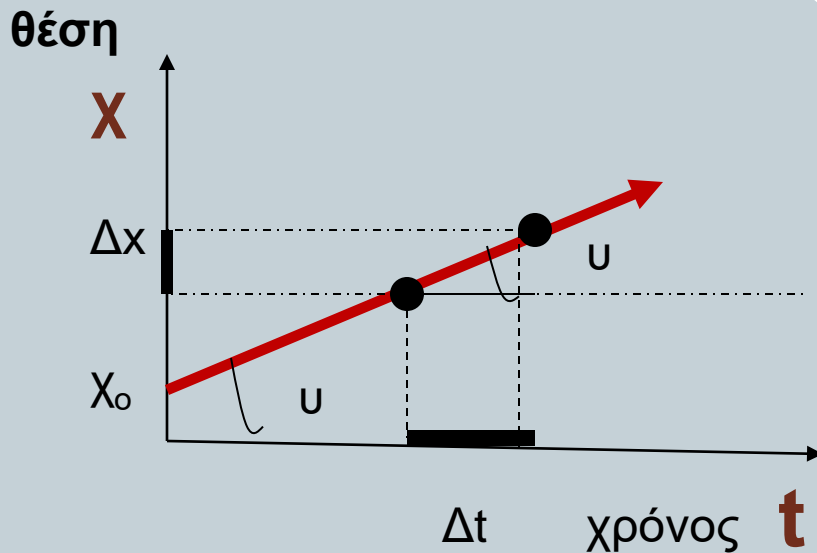
$$\text{ταχύτητα} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

η ταχύτητα είναι η κλίση της ευθείας  
Και είναι σταθερή

**ΕΥΘΥΓΡΑΜΜΗ ΟΜΑΛΗ ΚΙΝΗΣΗ**

$$x(t) = v \cdot t$$

# Ευθύγραμμη **ΟΜΑΛΗ** κίνηση



$$Y = A \cdot x + B$$



$$x(t) = x_0 + v \cdot t$$

Αρχική θέση του σώματος

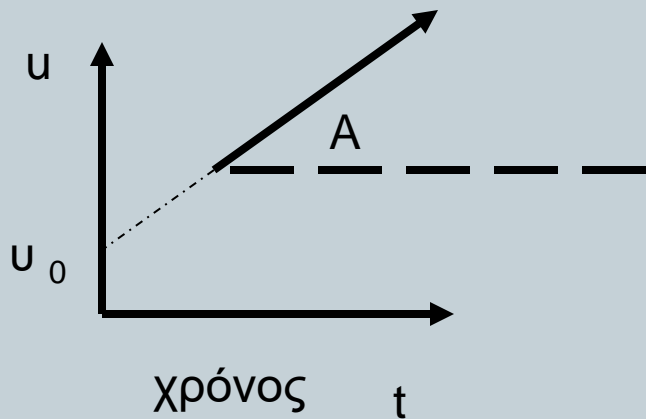
Μας δίνει για κάθε χρονική στιγμή t την θέση του σώματος  
Αρκεί να ξέρω την αρχική του θέση και την ταχύτητά του



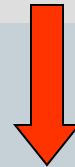
**SOS**

ΑΝ και μόνο ΑΝ η ταχύτητα **ΣΤΑΘΕΡΗ**

# Ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση



$$Y = A \cdot x + B$$



$$u = \alpha \cdot t + u_0$$

επιτάχυνση

$$\alpha = \frac{\Delta u}{\Delta t}$$

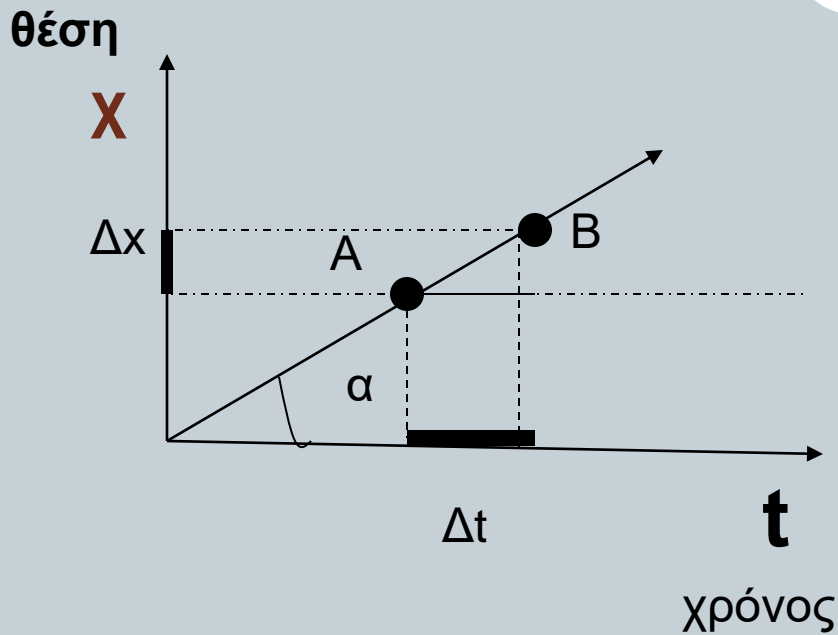


Εξίσωση ταχύτητας σώματος στην ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση

**SOS**

ΑΝ και μόνο ΑΝ η επιτάχυνση είναι σταθερή

# Μέση ταχύτητα



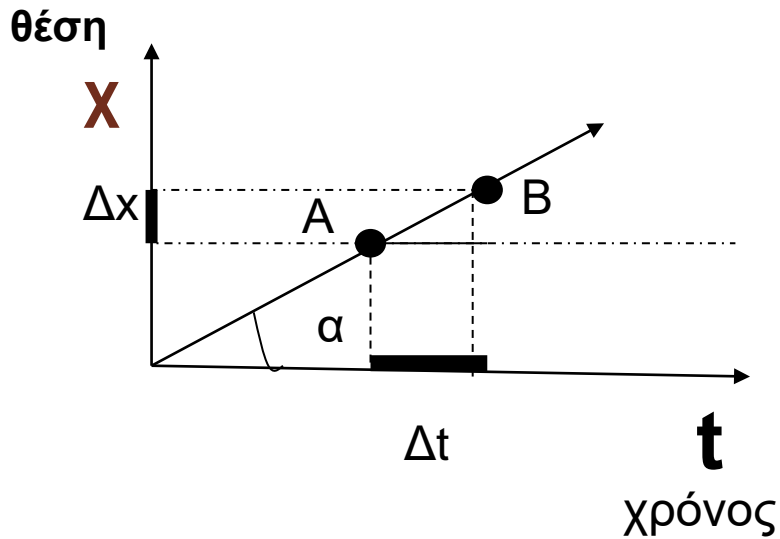
$$u = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

**Μέση ταχύτητα** : μέσος ρυθμός μεταβολής της θέσης

**Στιγμιαία ταχύτητα** : στιγμιαίος ρυθμός μεταβολής της θέσης

στα προσεχώς...

# Ευθύγραμμη ομαλή κίνηση-Μέση ταχύτητα



$$u = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

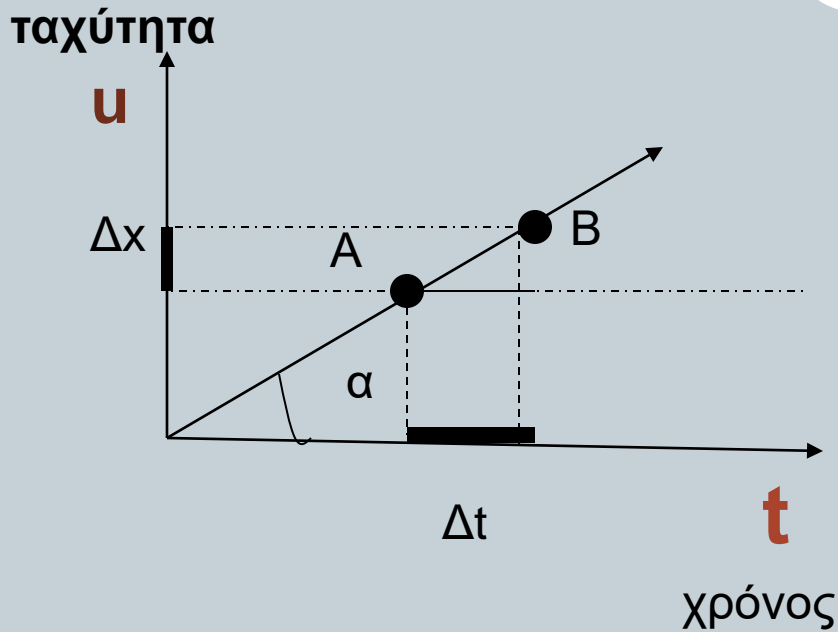
$$\Delta x = u \cdot \Delta t \Rightarrow$$
$$x = x_0 + u(t - t_0)$$

$$t_0 = 0 \Rightarrow$$

$$\Delta x = u \cdot \Delta t \Rightarrow$$
$$x = x_0 + ut$$

# Ευθύγραμμη ομαλή επιταχυνόμενη κίνηση

## Μέση επιτάχυνση



$$a = \frac{u_2 - u_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta u}{\Delta t}$$

**Μέση επιτάχυνση** : μέσος ρυθμός μεταβολής της ταχύτητας

**Στιγμιαία επιτάχυνση**: στιγμιαίος ρυθμός μεταβολής της ταχύτητας

στα προσεχώς...