

Συνάρτηση Μεταφοράς

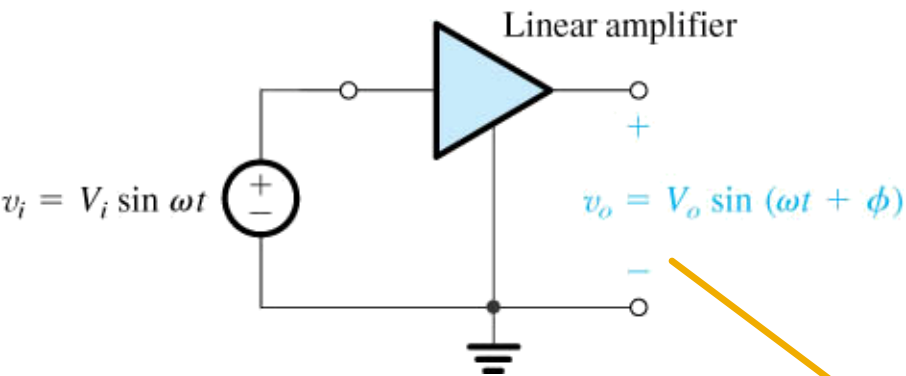


Figure 1.20 Measuring the frequency response of a linear amplifier. At the test frequency ν , the amplifier gain is characterized by its magnitude (V_o/V_i) and phase ϕ .

- Στη ΜΗΚ (steady state) μελετάμε την ημιτονική απόκριση του ενισχυτή, για όλες τις συχνότητες (Κρουστική Απόκριση)

- Μεταβαίνουμε στο πεδίο των συχνοτήτων με Fourier επί της κρουστικής απόκρισης → Συνάρτηση Μεταφοράς

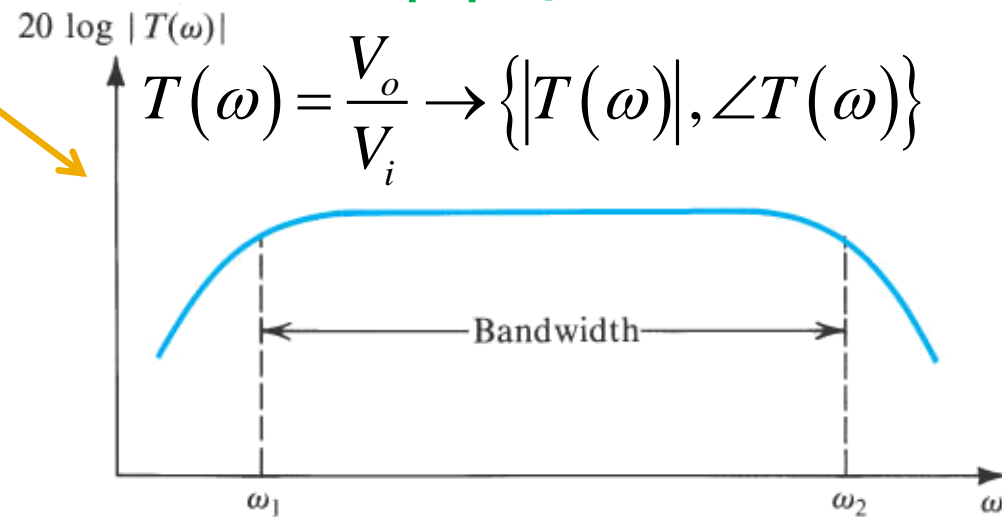


Figure 1.21 Typical magnitude response of an amplifier. $|T(\nu)|$ is the magnitude of the amplifier transfer function—that is, the ratio of the output $V_o(\nu)$ to the input $V_i(\nu)$.

Συνάρτηση Μεταφοράς

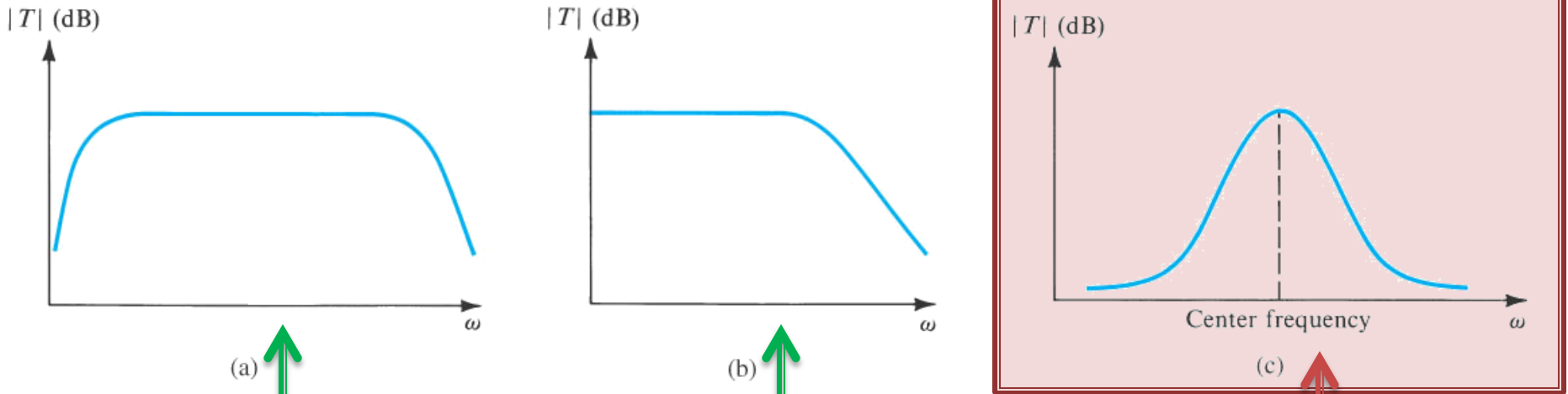


Figure 1.26 Frequency response for (a) a capacitively coupled amplifier, (b) a direct-coupled amplifier, and (c) a tuned or bandpass amplifier.

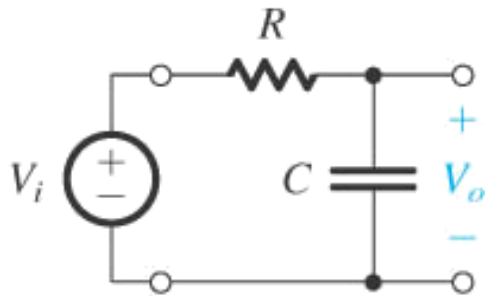
Ευρυζωνικός
BP

Ευρυζωνικός
LP

Ειδικά Κεφάλαια
Ηλεκτρονικών

Συνάρτηση Μεταφοράς

Βαθυπερατό 1^{ης} τάξης



(a)

$$\tau = RC$$

Figure 1.22 Two examples of STC networks:
(a) a low-pass network

$$A_{V,LPF} = \frac{V_o}{V_i} = \frac{Z_C}{Z_R + Z_C} = \frac{(sC)^{-1}}{R + (sC)^{-1}} = \frac{(RC)^{-1}}{s + (RC)^{-1}} = \frac{1}{1 + sRC}$$

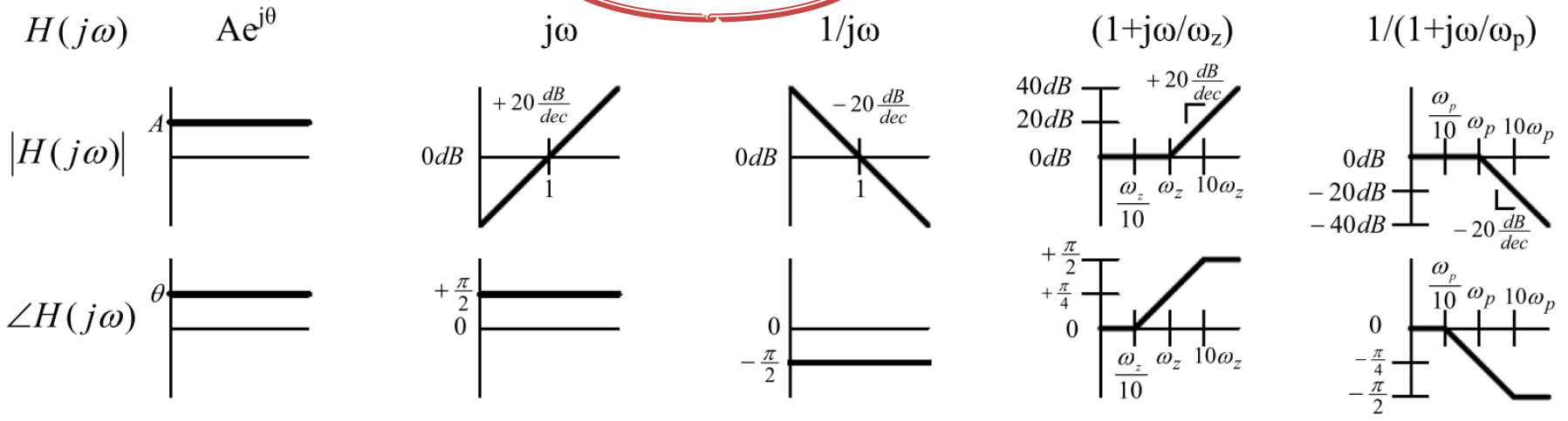
$$A_{V,LPF} = \frac{V_o}{V_i} = \frac{Z_C}{Z_R + Z_C} = \frac{(j\omega C)^{-1}}{R + (j\omega C)^{-1}} = \frac{1}{1 + j\omega RC} = \frac{1}{1 + j(\omega/\omega_o)} \Big|_{\omega_o = 1/RC = 1/\tau}$$

Συνάρτηση Μεταφοράς

Προσεγγιστικά Bode Plots

$$\pm j = e^{\pm j\pi/2}$$

Προσοχή! $L = 20 \log \frac{V_{out}}{V_{in}} = 20 \log |H(j\omega)|$



$$\left| 1 + \frac{j\omega}{\omega_o} \right| = \begin{cases} 1, & \text{for } \omega/\omega_o \ll 1 \\ \omega/\omega_o, & \text{for } \omega/\omega_o \gg 1 \end{cases} \quad \angle 1 + \frac{j\omega}{\omega_o} = \begin{cases} 0^\circ, & \text{for } \omega/\omega_o \ll 1 \\ +45^\circ, & \text{for } \omega/\omega_o = 1 \\ +90^\circ, & \text{for } \omega/\omega_o \gg 1 \end{cases}$$

Συνάρτηση Μεταφοράς

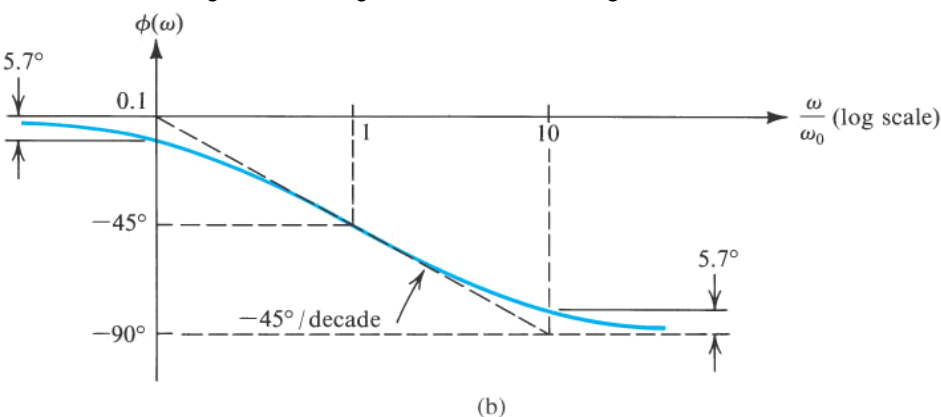
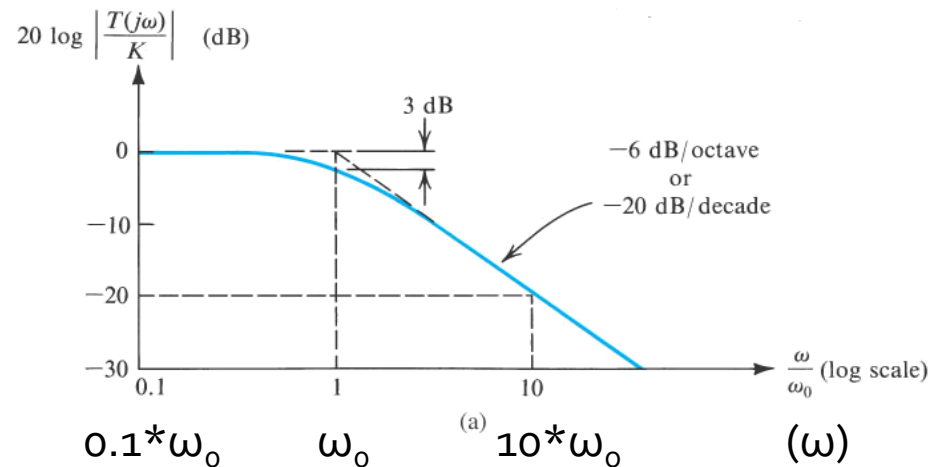


Figure 1.23 (a) Magnitude and (b) phase response of STC networks of the low-pass type.

TABLE 1.2 Frequency Response of STC Networks

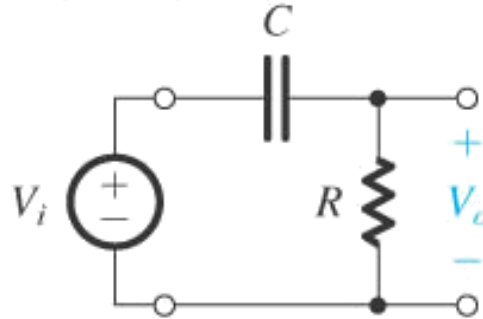
	Low-Pass (LP)
Transfer Function $T(s)$	$\frac{K}{1 + (s/\omega_0)}$
Transfer Function (for physical frequencies) $T(j\omega)$	$\frac{K}{1 + j(\omega/\omega_0)}$
Magnitude Response $ T(j\omega) $	$\frac{ K }{\sqrt{1 + (\omega/\omega_0)^2}}$
Phase Response $\angle T(j\omega)$	$-\tan^{-1}(\omega/\omega_0)$
Transmission at $\omega = 0$ (dc)	K
Transmission at $\omega = \infty$	0
3-dB Frequency	$\omega_0 = 1/\tau$; $\tau \equiv$ time constant $\tau = CR$ or L/R
Bode Plots	in Fig. 1.23

$$\left| 1 + \frac{j\omega}{\omega_0} \right| = \begin{cases} 1, & \text{for } \omega/\omega_0 \ll 1 \\ \omega/\omega_0, & \text{for } \omega/\omega_0 \gg 1 \end{cases}$$

$$\angle 1 + \frac{j\omega}{\omega_0} = \begin{cases} 0^\circ, & \text{for } \omega/\omega_0 \ll 1 \\ +45^\circ, & \text{for } \omega/\omega_0 = 1 \\ +90^\circ, & \text{for } \omega/\omega_0 \gg 1 \end{cases}$$

Συνάρτηση Μεταφοράς

Υψιπερατό 1^{ης} τάξης



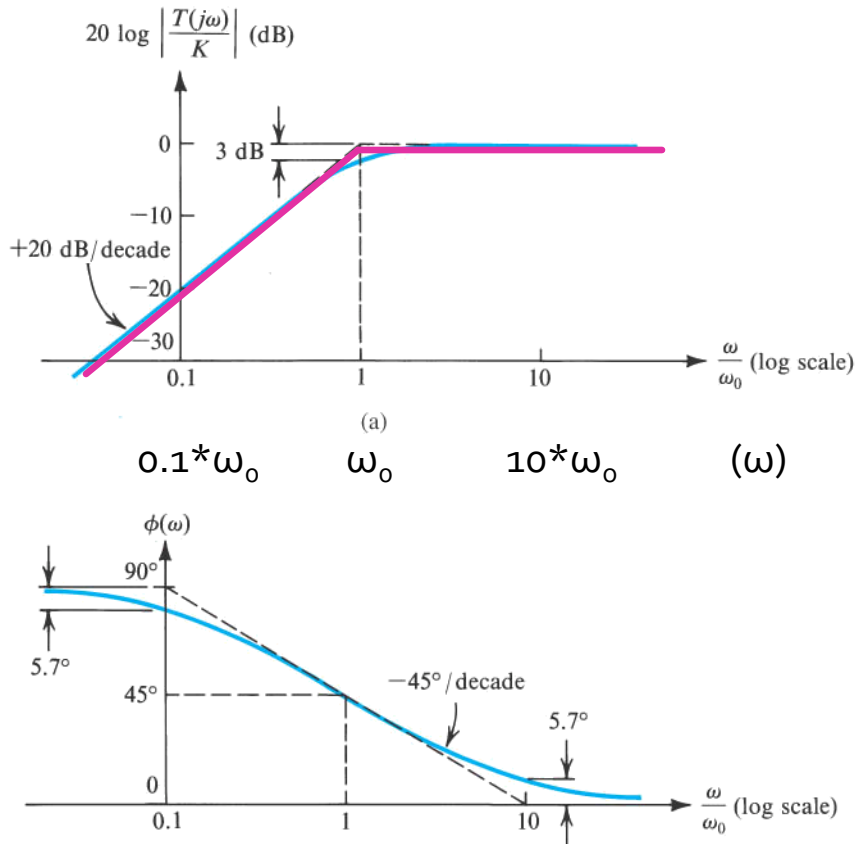
(b)

$$\tau = RC$$

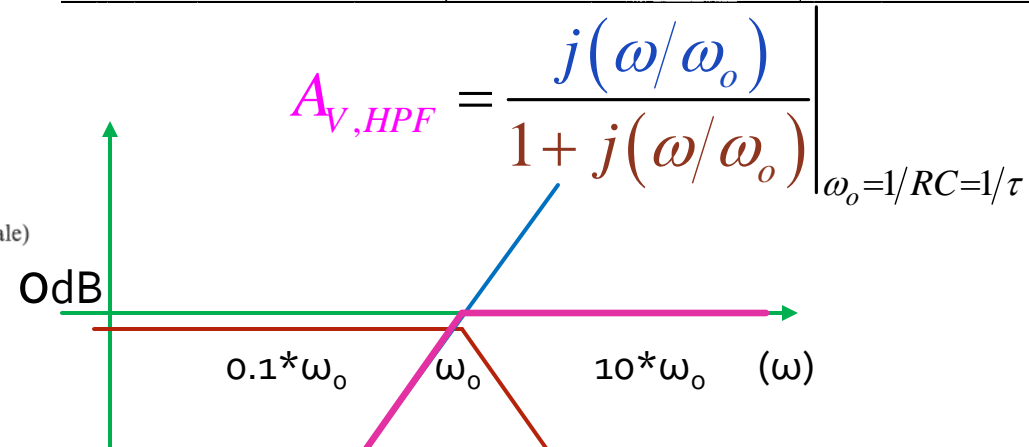
$$A_{V,HPF} = \frac{V_o}{V_i} = \frac{Z_R}{Z_R + Z_C} = \frac{R}{R + (sC)^{-1}} = \frac{s}{s + (RC)^{-1}} = \frac{sRC}{1 + sRC}$$

$$A_{V,HPF} = \frac{V_o}{V_i} = \frac{Z_R}{Z_R + Z_C} = \frac{R}{R + (j\omega C)^{-1}} = \frac{j\omega RC}{1 + j\omega RC} = \frac{j(\omega/\omega_o)}{1 + j(\omega/\omega_o)} \Big|_{\omega_o=1/RC=1/\tau}$$

Συνάρτηση Μεταφοράς



	Low-Pass (LP)	High-Pass (HP)
Transfer Function $T(s)$	$\frac{K}{1 + (s/\omega_0)}$	$\frac{Ks}{s + \omega_0}$
Transfer Function (for physical frequencies) $T(j\omega)$	$\frac{K}{1 + j(\omega/\omega_0)}$	$\frac{Kj\omega}{1 - j(\omega_0/\omega)}$
Magnitude Response $ T(j\omega) $	$\frac{ K }{\sqrt{1 + (\omega/\omega_0)^2}}$	$\frac{ K \omega}{\sqrt{1 + (\omega_0/\omega)^2}}$
Phase Response $\angle T(j\omega)$	$-\tan^{-1}(\omega/\omega_0)$	$\tan^{-1}(\omega_0/\omega)$
Transmission at $\omega = 0$ (dc)	K	0
Transmission at $\omega = \infty$	0	K
3-dB Frequency	$\omega_0 = 1/\tau$; $\tau \equiv$ time constant $\tau = CR$ or L/R	
Bode Plots	in Fig. 1.23	in Fig. 1.24



Συνάρτηση Μεταφοράς

Παράδειγμα:

Έστω ένας ενισχυτής με συνάρτηση μεταφοράς (σε πολυωνυμική μορφή):

$$G(s) = \frac{5 \cdot 10^7}{s^2 + 6 \cdot 10^3 s + 5 \cdot 10^6}$$

να κατασκευαστούν τα προσεγγιστικά κατά Bode διαγράμματα απόκρισης πλάτους και φάσης της συνάρτησης μεταφοράς.

Υπόδειξη:

$$\left| 1 + \frac{j\omega}{\omega_o} \right| = \begin{cases} 1, & \text{for } \omega/\omega_o \ll 1 \\ \omega/\omega_o, & \text{for } \omega/\omega_o \gg 1 \end{cases} \quad \angle 1 + \frac{j\omega}{\omega_o} = \begin{cases} 0^\circ, & \text{for } \omega/\omega_o \ll 1 \\ +45^\circ, & \text{for } \omega/\omega_o = 1 \\ +90^\circ, & \text{for } \omega/\omega_o \gg 1 \end{cases}$$

Συνάρτηση Μεταφοράς

Κατ' αρχή φέρνουμε τη **συνάρτηση μεταφοράς**, μετά από κατάλληλες πράξεις, στη μορφή $\rightarrow \rightarrow \rightarrow$
Το **μέτρο της σε dB** είναι:

$$G(s) = \frac{10}{\left(1 + \frac{j\omega}{1000}\right) \cdot \left(1 + \frac{j\omega}{5000}\right)}$$

$$A = 20 \cdot \log |G(s)| = 20 \cdot \log \frac{10}{\left|1 + \frac{j\omega}{1000}\right| \cdot \left|1 + \frac{j\omega}{5000}\right|} \Rightarrow$$

$$A = 20 \cdot \log 10 - 20 \cdot \log \left|1 + \frac{j\omega}{1000}\right| - 20 \log \left|1 + \frac{j\omega}{5000}\right|$$

και η **φάση της** είναι:

$$\varphi = \angle G(s) = 0 - \angle(1 + j\omega/1000) - \angle(1 + j\omega/5000)$$

Συνάρτηση Μεταφοράς

Το μέτρο σε dB έχει διάγραμμα Bode που εξάγεται σαν υπέρθεση των γραφικών παραστάσεων των τριών όρων

1. Ο όρος $A_1 = 20 \cdot \log 10 = 20dB$ είναι ανεξάρτητος της συχνότητας και συνεπώς έχει γραφική παράσταση μια ευθεία παράλληλη στον άξονα των κυκλικών συχνοτήτων, στο ύψος των 20dB.
2. Ο όρος $A_2 = -20 \cdot \log \left| 1 + \frac{j\omega}{1000} \right| \cong -20 \log \left(\frac{\omega}{1000} \right) = -20 \log \left(\frac{\omega}{\omega_{c1}} \right)$

έχει (κυκλική) συχνότητα θλάσης $\omega_{c1} = 1000 \text{ rads/s}$. Αποτελείται κατά προσέγγιση από δύο ημιευθείες με κοινή αρχή το σημείο (1000 rad/s, 0 dB). Η μία ημιευθεία είναι πάνω στον άξονα των ω και με φορά προς τα αριστερά των 1000 rad/s. Η άλλη ημιευθεία έχει κλίση -20 dB/dec και φορά προς τα κάτω.

Συνάρτηση Μεταφοράς

3. Ο όρος $A_3 = -20 \log \left| 1 + \frac{j\omega}{5000} \right| \cong -20 \log \left(\frac{\omega}{5000} \right) = -20 \log \left(\frac{\omega}{\omega_{c2}} \right)$

έχει παρόμοια γραφική παράσταση με τον όρο A_2 , μόνο που τώρα η συχνότητα θλάσης είναι $\omega_{c2} = 5000$ rads/s

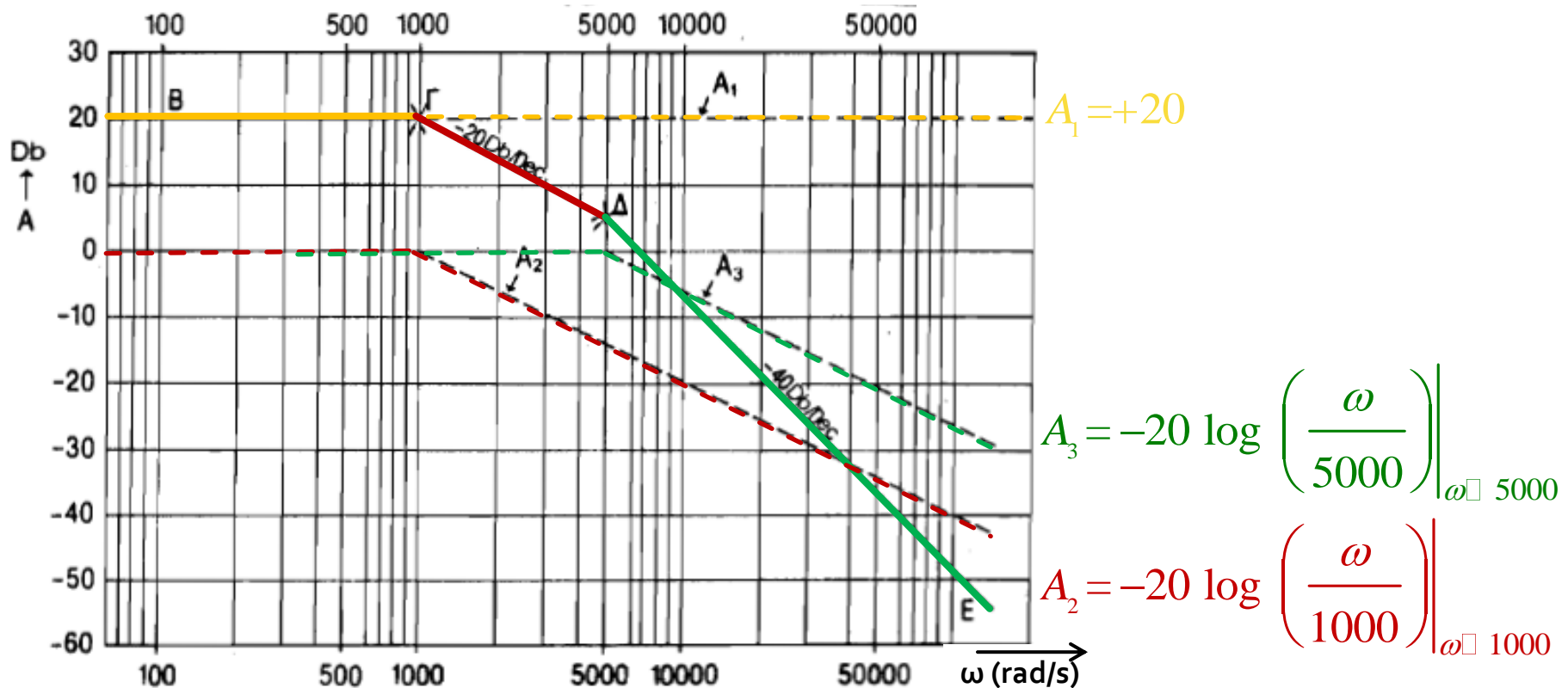
Προσοχή : οι κατά τμήματα ευθείες γραφικές αναπαραστάσεις της συνάρτησης μεταφοράς (τόσο για το μέτρο, όσο και για τη φάση) αποτελούν προσέγγιση των αντίστοιχων πραγματικών Bode διαγραμμάτων και ισχύουν σε αρκετή απόσταση από την ίδια την εκάστοτε συχνότητα θλάσης. Στη συχνότητα θλάσης η απόσταση της πραγματικής καμπύλης πλάτους από την προσέγγιση είναι μέγιστη και ίση με 3dB.

Συνάρτηση Μεταφοράς

α) Σε κάθε σημείο η κλίση είναι το άθροισμα των κλίσεων

β) Προσοχή στην προσέγγιση $A = -20 \log |1 + j\omega/\omega_c| \sim -20 \log \omega/\omega_c$

με \rightarrow συχνότητα θλάσης, δηλαδή ευθεία κλίσης -20 dB/dec από την και ω_c μετά

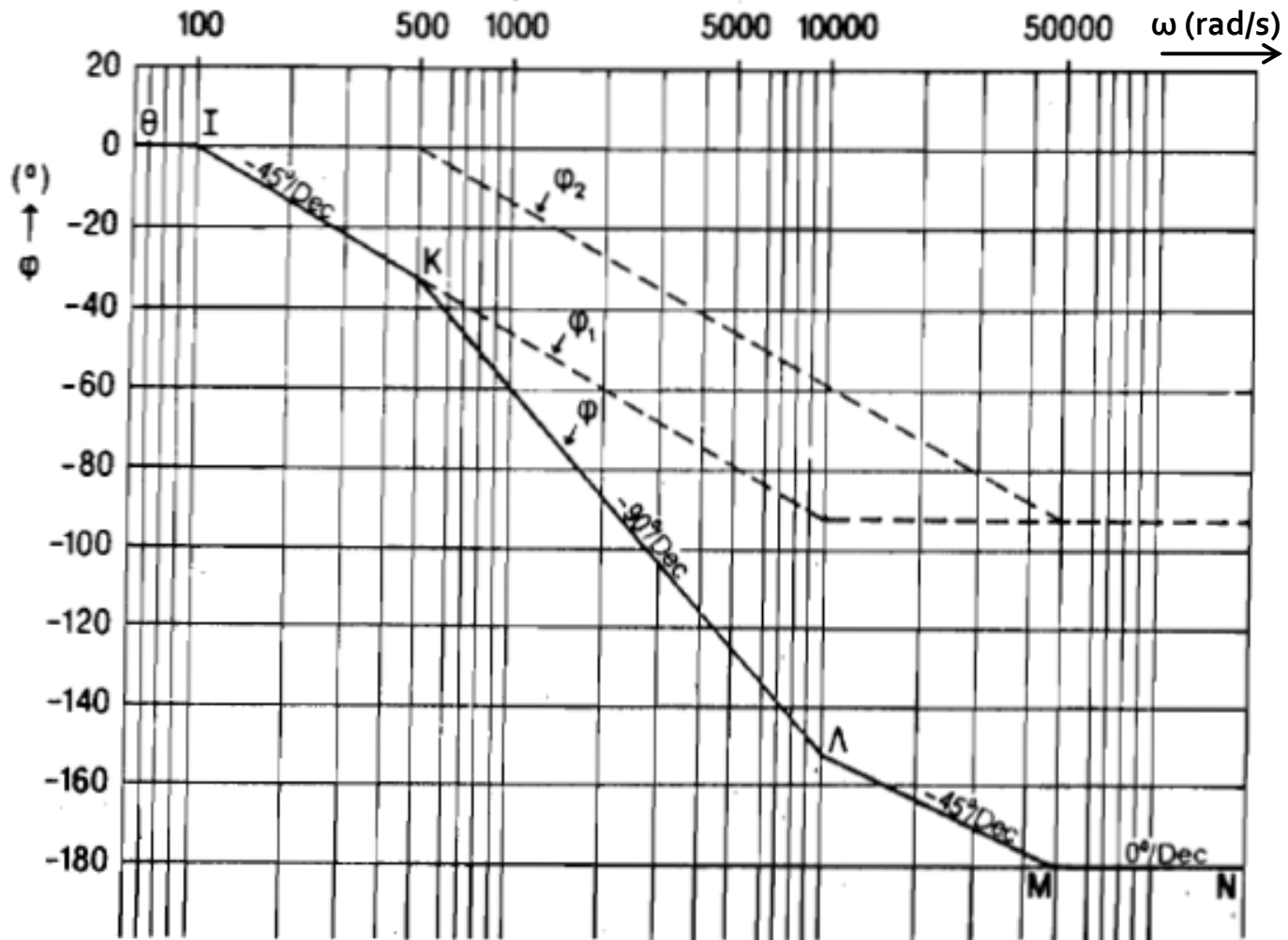


Συνάρτηση Μεταφοράς

Η φάση της συνάρτησης μεταφοράς έχει διάγραμμα Bode που εξάγεται σαν υπέρθεση των γραφικών παραστάσεων των τριών όρων από τους οποίους αποτελείται, όπως φαίνεται στο σχήμα και ερμηνεύεται πιο κάτω:

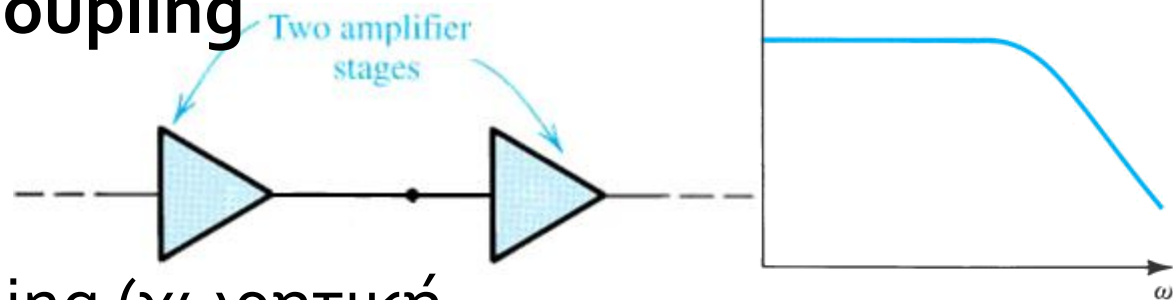
1. Ο όρος $\varphi_1 = -\angle(1 + j\omega/1000)$ αποτελείται προσεγγιστικά από ένα ευθύγραμμο τμήμα που έχει κλίση 45° και αρχίζοντας από τη συχνότητα $\omega_{c1}/10 = 100$ rads/s τελειώνει στη συχνότητα $10\omega_{c1} = 10.000$ rads/s . Επίσης αποτελείται από μια ημιευθεία πάνω στις 0° που καταλήγει στη συχνότητα $\omega_{c1}/10 = 100$ rads/s και μια ημιευθεία στο ύψος των -90° , που ξεκινά από τη συχνότητα $10\omega_{c1} = 10.000$ rads/s .
2. Ο όρος $\varphi_2 = -\angle(1 + j\omega/5000)$ έχει ανάλογη $\omega_{c2}/10 = 500$ rads/s γραφική παράσταση με καθοριστικής σημασίας $10\omega_{c2} = 50.000$ rads/s συχνότητες.

Συνάρτηση Μεταφοράς



Συνάρτηση Μεταφοράς

- Direct coupling (απευθείας σύζευξη) ή **DC coupling**



- Capacitive coupling (χωρητική σύζευξη) ή **AC coupling** → +HPF

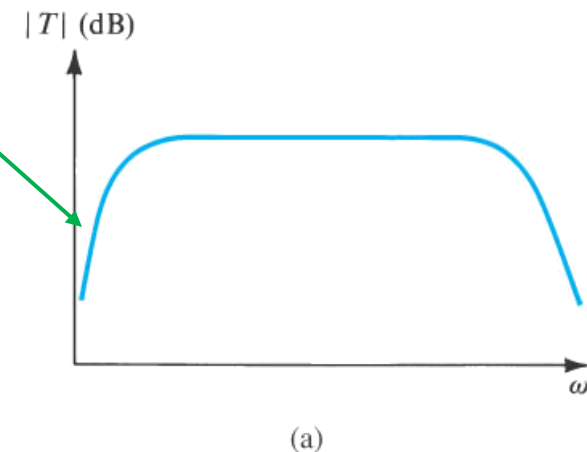
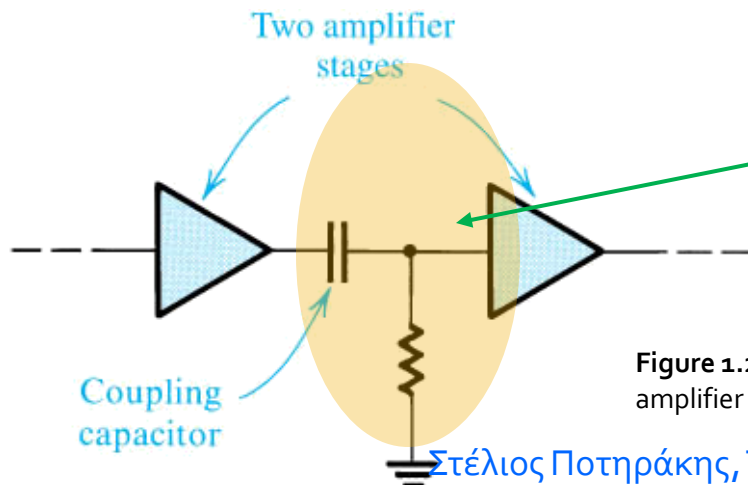
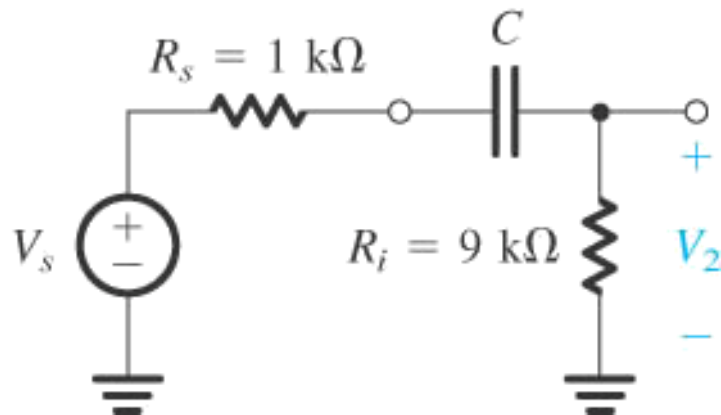
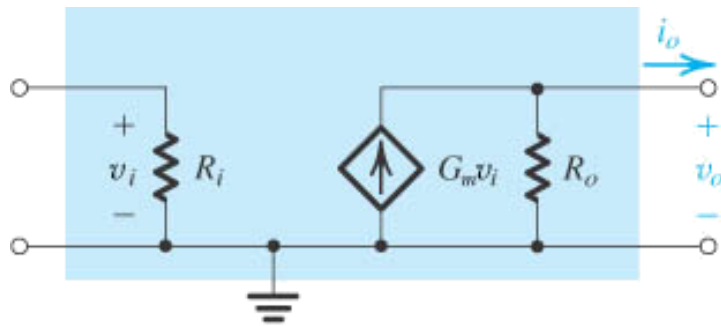


Figure 1.27 Use of a capacitor to couple amplifier stages.

Συνάρτηση Μεταφοράς

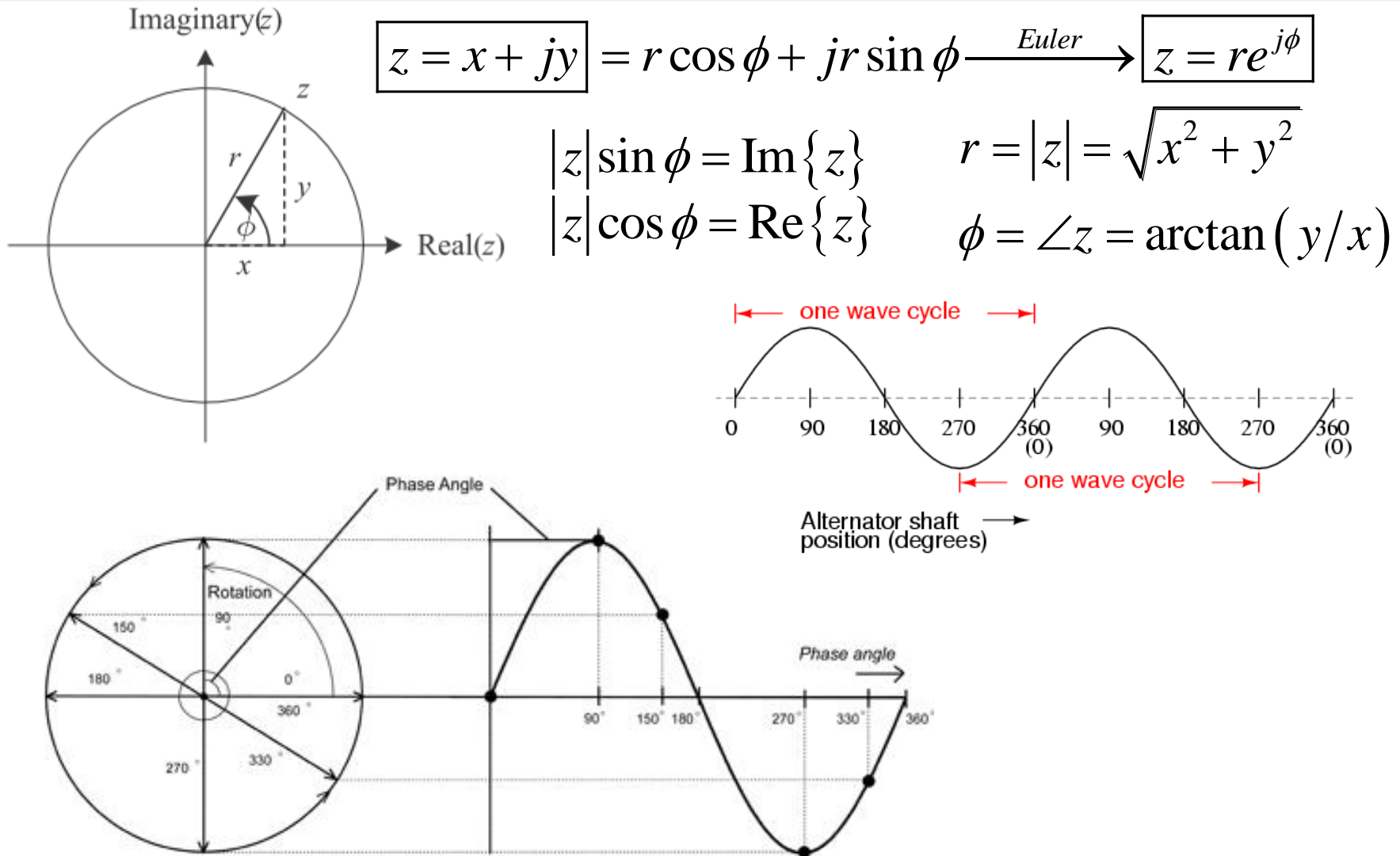
- Ασκήσεις Σχεδίασης Σ1.22-Σ1.23 / σελ. 40/A



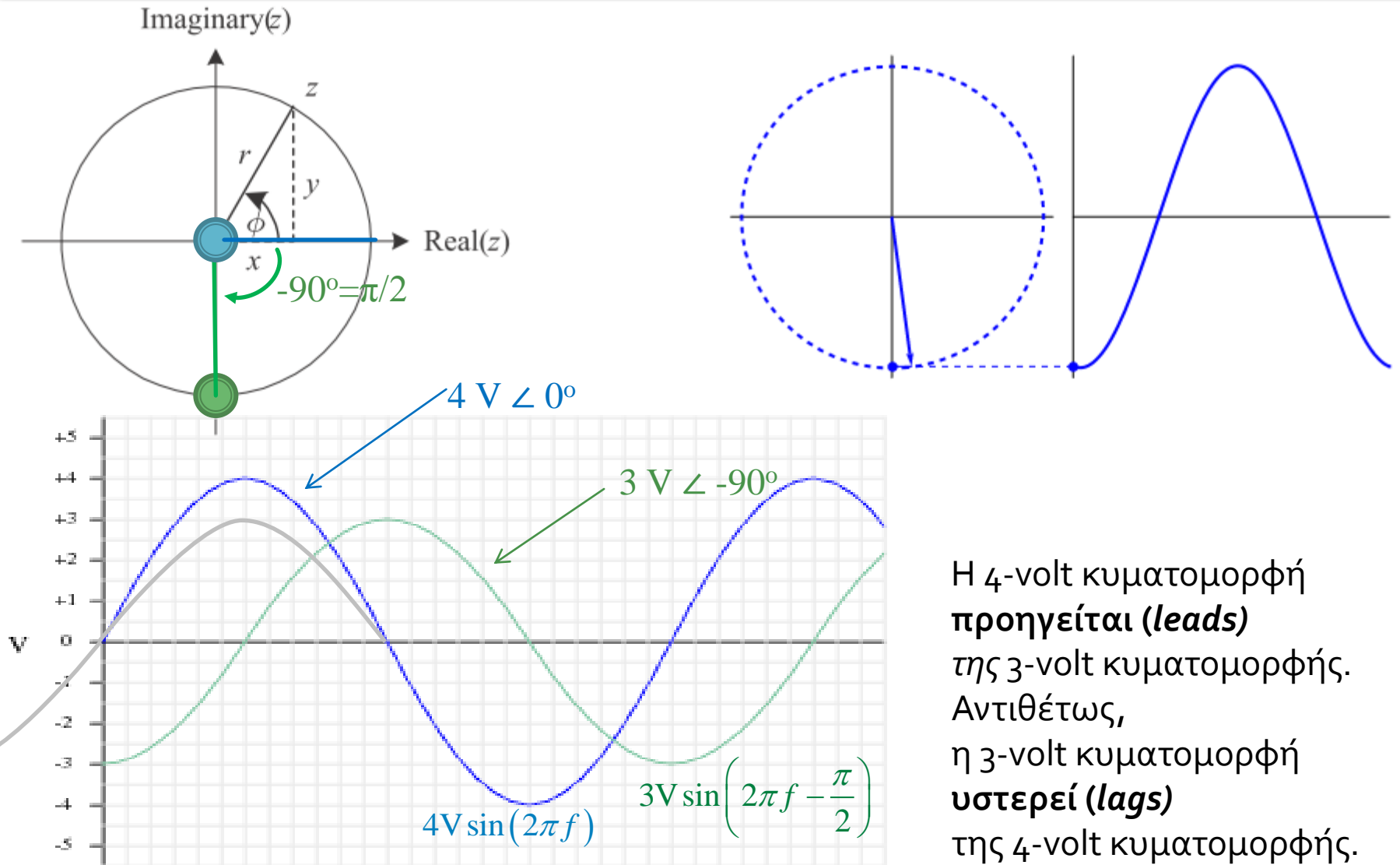
- Επιπλέον να χαραχτούν και τα προσεγγιστικά διαγράμματα Bode των δυο κυκλωμάτων όπως σχεδιάστηκαν
- Προσοχή: να γίνει χρήση εμπορικά διαθέσιμων τιμών αντιστάσεων (E24) – πυκνωτών (E12)

Figure E1.23

Χρονική Αναπαράσταση Σημάτων από γν. Συνάρτηση Μεταφοράς

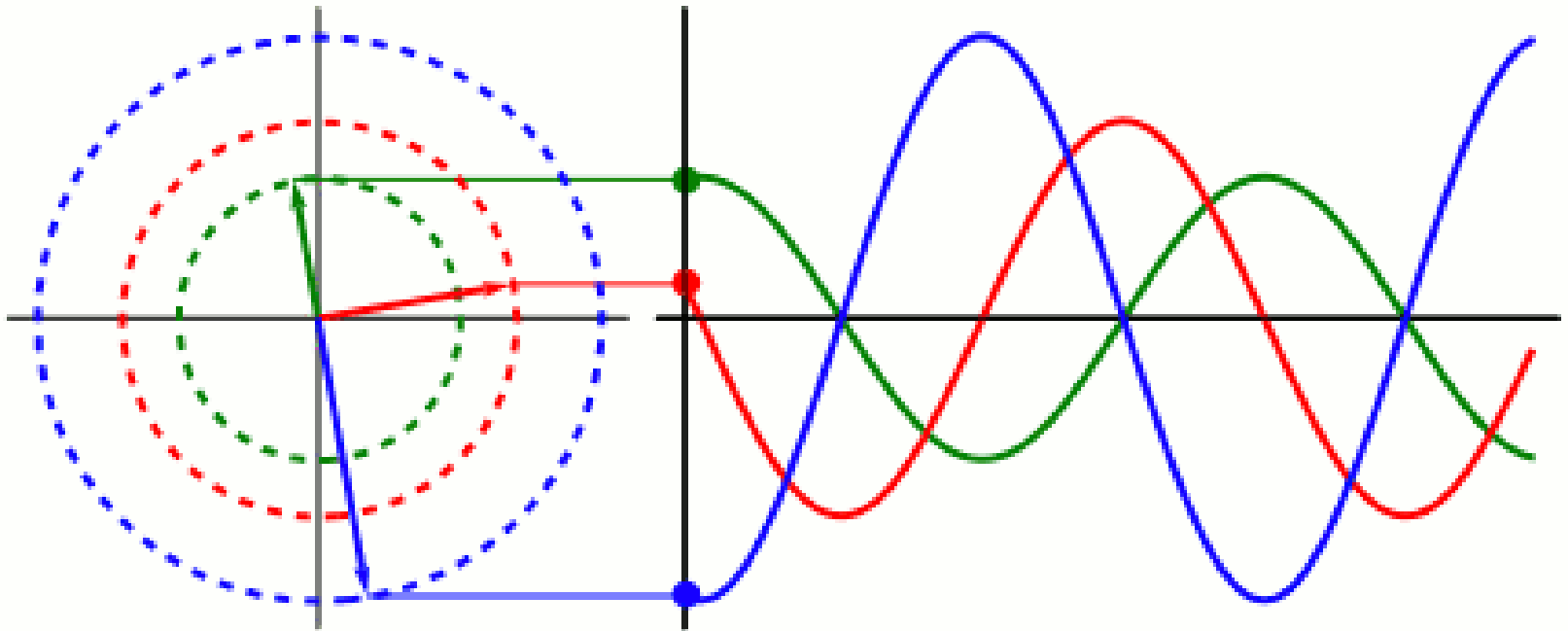


Χρονική Αναπαράσταση Σημάτων από γν. Συνάρτηση Μεταφοράς

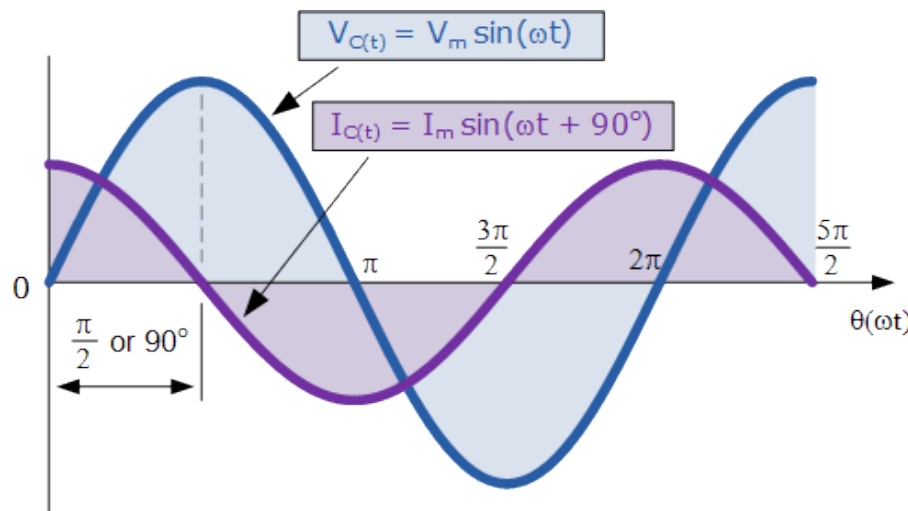
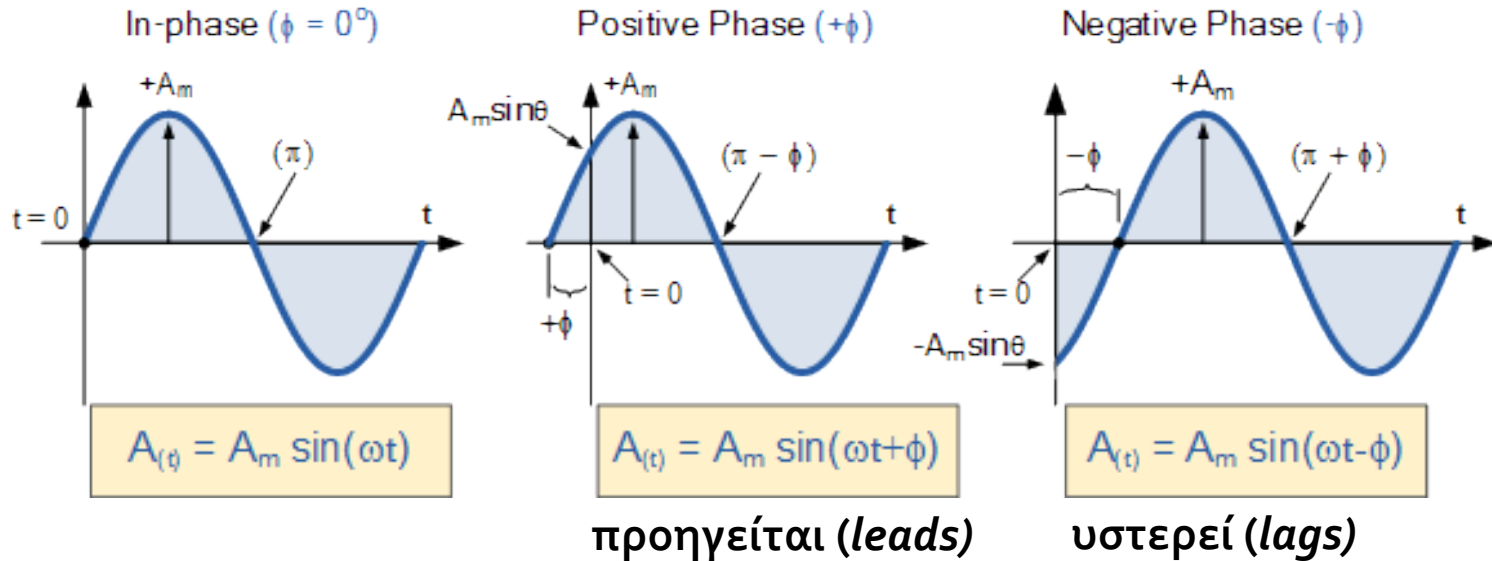


Η 4-volt κυματομορφή προηγείται (*leads*) της 3-volt κυματομορφής. Αντιθέτως, η 3-volt κυματομορφή υστερεί (*lags*) της 4-volt κυματομορφής.

Χρονική Αναπαράσταση Σημάτων από γν. Συνάρτηση Μεταφοράς

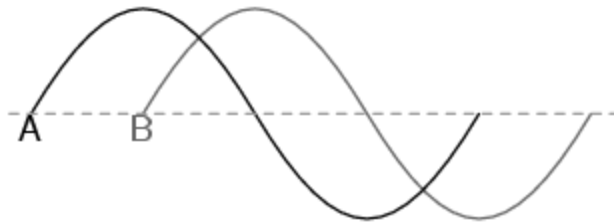


Χρονική Αναπαράσταση Σημάτων από γν. Συνάρτηση Μεταφοράς

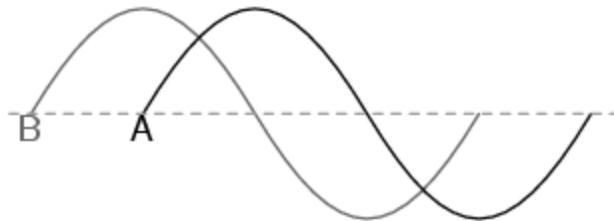


Το ρεύμα προηγείται (*leads*) της τάσης κατά $\pi/2$. Παίρνει μέγιστο όταν η τάση ακόμη βρίσκεται στο μηδέν. Δηλ. το ρεύμα έχει ήδη καλύψει περιστροφή ίση με 90° (ή $\pi/2$) όταν η τάση δεν έχει αρχίσει ακόμη περιστροφή (0°).

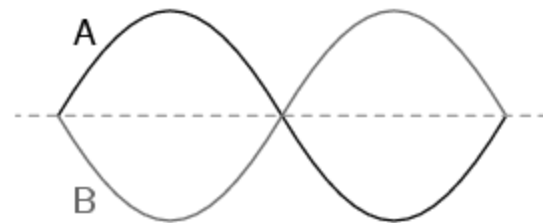
Χρονική Αναπαράσταση Σημάτων από γν. Συνάρτηση Μεταφοράς



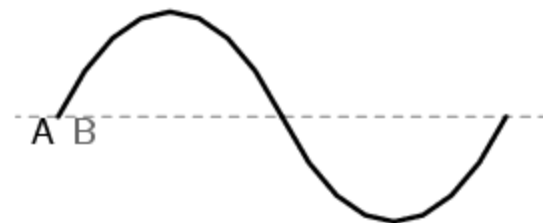
Phase shift = 90 degrees
A is ahead of B
(A "leads" B)



Phase shift = 90 degrees
B is ahead of A
(B "leads" A)



Phase shift = 180 degrees
A and B waveforms are
mirror-images of each other



Phase shift = 0 degrees
A and B waveforms are
in perfect step with each other

Χρονική Αναπαράσταση Σημάτων από γν. Συνάρτηση Μεταφοράς

Έστω μια αναστρέφουσα* βαθμίδα ενίσχυσης με κέρδος τάσης, στην περιοχή διέλευσης, με μέτρο ίσο με $|K| = 100$ (V/V). (*) η έξοδος διαφέρει σε φάση από την είσοδο κατά $+\pi$ στην περιοχή διέλευσης

Αν υποθέσουμε ότι έχει απόκριση χαμηλοπερατού φίλτρου πρώτης τάξης με συχνότητα γονάτου $\omega_0 = 62,5$ Krad/sec, χαράξτε αναλυτικά (σε χαρτί μιλιμετρέ) και με τιμές στους δύο άξονες τις προσεγγιστικές Bode καμπύλες μέτρου και φάσης της απόκρισης συχνότητας της βαθμίδας. [Οριζόντιος άξονας σε μονάδες $\log_{10} f$. Χρησιμοποιείτε την προσέγγιση $(62,5 \text{ Krad/sec}) / (2\pi) \approx 10 \text{ kHz}$.]

Να σχεδιάσετε σε μιλιμετρέ χαρτί και σε παράλληλα, συγχρονισμένα διαγράμματα το ζεύγος της κυματομορφής της τάσης εισόδου και της κυματομορφής της τάσης εξόδου $[u_{in}(t) - u_{out}(t)]$ της συγκεκριμένης βαθμίδας ενίσχυσης, ως συνάρτηση του χρόνου t , για κάθε μια από τις ακόλουθες περιπτώσεις τάσεων εισόδου:

$$(\alpha) u_{in}(t) = 50\text{mV} \sin(2\pi \cdot 10^5 \text{Hz} \cdot t),$$

$$(\gamma) u_{in}(t) = 50\text{mV} \sin(2\pi \cdot 10^3 \text{Hz} \cdot t),$$

$$(\epsilon) u_{in}(t) = 50\text{mV} \sin(2\pi \cdot 10^1 \text{Hz} \cdot t),$$

$$(\beta) u_{in}(t) = 50\text{mV} \sin(2\pi \cdot 10^4 \text{Hz} \cdot t),$$

$$(\delta) u_{in}(t) = 50\text{mV} \sin(2\pi \cdot 10^2 \text{Hz} \cdot t),$$

$$(\sigma\tau) u_{in}(t) = 50\text{mV} \text{ (προσοχή: dc !)}$$

[Σημειώστε τιμές και στους δύο άξονες. Σε κάθε ζεύγος καμπυλών τάσης εισόδου-τάσης εξόδου να φαίνονται 2 περίοδοι των σημάτων.]