1. ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΑΡΙΘΜΩΝ

1.1 Εισαγωγή

Το **δεκαδικό** σύστημα (Decimal System) αρίθμησης χρησιμοποιείται από τον άνθρωπο και είναι κατάλληλο βέβαια γι' αυτόν, είναι όμως εντελώς ακατάλληλο για τις ηλεκτρονικές μηχανές, όπου τα βασικά στοιχεία τους τα flip-flop, τα Τρανζίστορ κ.λ.π., είναι στοιχεία δυο καταστάσεων (**bistable**). Έτσι το πιο φυσικό αριθμητικό σύστημα για αυτές είναι το δυαδικό σύστημα (binary system), το οποίο χρησιμοποιεί **δύο** μόνο ψηφία, το **0** και το **1**, τα οποία ταιριάζουν με τις δυο καταστάσεις των στοιχείων τους. Για τον λόγο αυτό οι ηλεκτρονικοί (ή ψηφιακοί υπολογιστές λειτουργούν στο δυαδικό σύστημα ή σε δεκαδικό κωδικοποιημένο σε κατάλληλο δυαδικό σύστημα (**BCD =Binary Coded Decimal**)

Εκτός από το δυαδικό σύστημα σε ειδικές περιπτώσεις π.χ. εντολές μηχανής κ.λ.π. χρησιμοποιούνται άλλα δυο αριθμητικά συστήματα το **οκταδικό** (Octal) και το **δεκεξαδικό** (Hexadecimal).

Η περιγραφή των αριθμητικών συστημάτων και η μετατροπή τους από το ένα σύστημα στο άλλο, είναι θέμα του παρόντος κεφαλαίου.

Κάθε αριθμός μπορεί να γραφεί σε οποιοδήποτε αριθμητικό σύστημα με την μορφή :

$$N= \alpha_{n-1}\,\beta^{n-1} + \,.\,.\, + \alpha_3\,\beta^3 + \alpha_2\,\beta^2 + \alpha_1\,\beta^1 + \alpha_0\,\beta^0 \qquad \textbf{(1.1)} \text{ για } N= 1$$

και με την μορφή:

$$N= \alpha_{-1}\,\beta^{-1} + \alpha_{-2}\beta^{-2} + \alpha_{-3}\,\beta^{-3} + \,..\, + \alpha_{m-1}\,\beta^{m-1} + \alpha_m\,\beta^m \qquad \textbf{(1.2)} \text{ για } 0<N<1$$

όπου: **$\beta>1$** είναι η βάση (Radix) του αριθμητικού συστήματος

N είναι ο αριθμός μας και

α_i είναι τα ψηφία (digits) του αριθμού με τιμές μεταξύ **0** και (**β-1**)

Οι δυο παραπάνω σχέσεις γράφονται σε μια γενική σχέση την:

$$N=\sum_{i=-m}^{n-1} (\alpha_i\,\beta^i) \qquad \textbf{(1.3)}$$

όπου: **η**= το πλήθος ακεραίων ψηφίων του αριθμού Ν

m= το πλήθος των κλασματικών ψηφίων

Κάθε αριθμητικό σύστημα παίρνει το όνομά του από την βάση του (β) που είναι εκφρασμένη στο δεκαδικό σύστημα. Π.χ. β=10 δεκαδικό, β=2 δυαδικό, β=5 πενταδικό, β=7 επταδικό κ.ο.κ.

Ας δούμε αναλυτικότερα τα βασικά συστήματα.

1.2 Δεκαδικό σύστημα (Decimal System)

Η βάση του δεκαδικού συστήματος είναι το 10 (β=10) και τα ψηφία του από το **0** έως το **9**, [0-(β-1)], δηλαδή τα **0,1,2,3,4,5,6,7,8,9**.

Αν θέλουμε να εκφράσουμε ένα αριθμό του δεκαδικού συστήματος χρησιμοποιούμε τις σχέσεις **1.1**, **1.2**, **1.3** ανάλογα με την μορφή του αριθμού. Για παράδειγμα:

α) Με βάση την σχέση (**1.1**) ο ακέραιος αριθμός του δεκαδικού συστήματος $N_{(10)}$= 3872 με **η**=4, **m**=0 γράφεται:

$$N=\sum_{i=-1}^{m} (\alpha_i \beta^i) \Rightarrow N= \alpha_3\beta^3+ \alpha_2\beta^2 + \alpha_1\beta^1+ \alpha_0\beta^0=3*10^3+8*10^2+7*10^1+2*10^0 \quad ή$$

$$N= 3*1000+8*100+7*10+2*1$$

β) Με βάση τη σχέση (**1.2**) ο κλασματικός αριθμός του δεκαδικού συστήματος $N_{(10)}$ = 0,496 με **η**=0, **m**=3 γράφεται:

$$N=\sum_{i=-1}^{m} (\alpha_i\beta^i) \Rightarrow N=\alpha_{-1}\beta^{-1}+ \alpha_{-2}\beta^{-2}+ \alpha_{-3}\beta^{-3}=4*10^{-1}+9*10^{-2}+6*10^{-3} \ \textbf{ή}\ N=0,4+0,09+0,006$$

γ) Τέλος με βάση την σχέση (**1.3**) ο πραγματικός αριθμός του δεκαδικού συστήματος $N=236,84_{(10)}$ με **η**=3, **m**=2 γράφεται: $N=\sum_{i=-1}^{m} (\alpha_i\beta^i) \Rightarrow$

$$N= \alpha_2\beta^2 +\alpha_1\beta^1+ \alpha_0\beta^0+\alpha_{-1}\beta^{-1} + \alpha_{-2}\beta^{-2} =2*10^2+3*10^1+6*10^0+8*10^{-1}+4*10^{-2}$$

$$N=2*100+3*10+6*1 +8*(1/10)+4*(1/100) = 200 + 30 + 60 + 0,8 +0,04=236,84_{(10)}$$

1.3 Δυαδικό σύστημα (Binary System)

Η βάση του δυαδικού συστήματος είναι το 2 (β=2) και τα ψηφία του είναι το **0** και το **1**, [0 έως (β-1)], δηλαδή δυο μόνο ψηφία. Αυτό είναι και το μεγάλο πλεονέκτημά του, αφού τα δυο ψηφία του παριστάνονται με όλα τα στοιχεία δυο καταστάσεων π.χ. Transistor On-Off ή **1** - **0**, Flip-Flop, κ.λ.π.

α) Με βάση την σχέση (1.1) ο ακέραιος αριθμός του δυαδικού συστήματος με 7 δυαδικά ψηφία (Bits) {από το **BI**nary digi**TS}**, ο N= **1 1 0 0 1 1 0**, από τα οποία:

το περισσότερο σημαντικό ψηφίο (ΠΣΨ) ή (MSB=<u>Most Significant Bit</u>) είναι το **1** και

το λιγότερο σημαντικό ψηφίο (ΛΣΨ) ή (LSB=<u>Least Significant Bit</u>) είναι το **0,**

με **η**=7, **m**=0, γράφεται : $N=\sum_{i=-1}^{m} (\alpha_i \beta^i) \Rightarrow$

$$N_{(10)}=\alpha_6\beta^6+\alpha_5\beta^5+\alpha_4\beta^4+\alpha_3\beta^3+\alpha_2\beta^2+\alpha_1\beta^1+\alpha_0\beta^0=1*2^6+1*2^5+0*2^4+0*2^3+1*2^2+1*2^1+0*2^0 =$$

$$=1*64+1*32+0*16+0*8 + 1*4 + 1*2 + 0*1 = 64 + 32 + 0 + 0 + 4 + 2 + 0 =102$$

Παρατηρούμε ότι για την θέση του κάθε δυαδικού ψηφίου (Bit) χρησιμοποιούμε δυνάμεις του δυο και το ΛΣΨ αντιστοιχεί στη δύναμη $\mathbf{2^0}$ ενώ το ΠΣΨ αντιστοιχεί στη δύναμη $\mathbf{2^{n-1}}$ καθώς και ότι με την βοήθεια της σχέσης (**1.1**) βρήκαμε τον ισοδύναμό του αριθμό στο δεκαδικό σύστημα.

β) Ο κλασματικός αριθμός του δυαδικού συστήματος $N=0{,}1011_{(2)}$ με **η**=0, **m**=4 γράφεται: $N=\alpha_{-1}\beta^{-1}+\alpha_{-2}\beta^{-2}+\alpha_{-3}\beta^{-3}+\alpha_{-4}\beta^{-4}=1*2^{-1}+0*2^{-2}+1*2^{-3}+1*2^{-4}=0{,}5+0+0{,}125+0{,}0625$

$N=0{,}6875_{(10)}$

γ) Ο πραγματικός αριθμός του δυαδικού συστήματος $N=110{,}001_{(2)}$ γράφεται

1) με χωριστή μετατροπή του ακεραίου και του κλασματικού μέρους ή

2) με τη βοήθεια της σχέσης (1.3) με **η**=3 , **m**=3 δηλαδή:

$N=\alpha_2\beta^2+\alpha_1\beta^1+\alpha_0\beta^0+\alpha_{-1}\beta^{-1}+\alpha_{-2}\beta^{-2}+\alpha_{-3}\beta^{-3}=1*2^2+1*2^1+0*2^0+0*2^{-1}+0*2^{-2}+1*2^{-3}=$

$=1*2^2+1*2^1+0*2^0+0*2^{-1}+0*2^{-2}+1*2^{-3}=1*4+1*2+0*1+0*1/2+0*1/4+1*1/8=$

$=4+2+0+0+0+0{,}125=6{,}125_{(10)}$

1.4 Οκταδικό σύστημα (Octal System)

Η βάση του οκταδικού συστήματος είναι το 8 (β=8) και τα ψηφία του είναι **0** έως **7** [0 έως (β-1)], δηλαδή τα **0,1,2,3,4,54,6,7**. Είναι ένα χρήσιμο αριθμητικό σύστημα γιατί μετατρέπεται εύκολα στο δυαδικό σύστημα, αφού ισχύει, μεταξύ των δύο συστημάτων η σχέση $\mathbf{2^3=8}$.

Π.χ.**α**) Ο ακέραιος αριθμός του οκταδικού συστήματος $N=216_{(8)}$, με **η**=3, **m**=0 σύμφωνα με την σχέση (1.1) γράφεται:

$N=216_{(8)}=\alpha_2\beta^2+\alpha_1\beta^1+\alpha_0\beta^0=2*8^2+1*8^1+6*8^0=2*64+1*8+6*1=128+8+6=142_{(10)}$

β) Ο κλασματικός αριθμός του οκταδικού συστήματος $N=0{,}642_{(8)}$ με **η**=0, **m**=3 σύμφωνα με την σχέση 1.2 γράφεται:

$N=\alpha_{-1}\beta^{-1}+\alpha_{-2}\beta^{-2}+\alpha_{-3}\beta^{-3}=6*8^{-1}+4*8^{-2}+2*8^{-3}=6/8+4/64+2/512=$

$=3/4+1/16+1/256=192/256+16/256+1/256=(192+16+1)/256=0{,}816_{(10)}$

γ) Παρόμοια ισχύει και για ένα πραγματικό αριθμό του οκταδικού συστήματος με χρήση της σχέσης (1.3). Και εδώ παρατηρούμε ότι η χρήση των σχέσεων 1.1, 1.2, 1.3 δίδει τον ισοδύναμό του αριθμό στο δεκαδικό σύστημα.

1.5 Δεκαεξαδικό σύστημα (Hexadecimal System)

Η βάση του δεκαεξαδικού συστήματος είναι το 16 (β=16) και τα ψηφία του είναι **0** έως **15**, [0 έως (β-1)], δηλαδή τα **0,1,2,3,4,54,6,7,8,9,A,B,C,D,E,F** όπου αντί των γνωστών δεκαδικών 10,11,12,13,14,15 χρησιμοποιούνται τα πρώτα γράμματα του Λατινικού αλφάβητου A,B,C,D,E,F ώστε να μην δημιουργείται σύγχυση.

Είναι και αυτό ένα χρήσιμο αριθμητικό σύστημα γιατί μετατρέπεται εύκολα στο δυαδικό σύστημα αφού ισχύει μεταξύ τους η σχέση 2^4=16. Π.χ.

α) Ο πραγματικός αριθμός του δεκαεξαδικού συστήματος $N_{(16)}$=29A,2C με **η**=3, **m**=2 και την σχέση (1.3) γράφεται :

$N_{(10)}=\alpha_2\beta^2+\alpha_1\beta^1+\alpha_0\beta^0+\alpha_{-1}\beta^{-1}+\alpha_{-2}\beta^{-2}=2*16^2+9*16^1+A*16^0+2*16^{-1}+C*16^{-2}$

$=2*256+9*16+10*1+2*1/16+12*1/64= 512 +144 +10 +0,125+0,0467= 66,1717$

Στον πίνακα που ακολουθεί φαίνεται η αντιστοιχία των ψηφίων του Δεκαδικού συστήματος με το Δυαδικό, το Οκταδικό και το Δεκαεξαδικό.

ΔΕΚΑ ΔΙΚΟΣ	ΔΥΑΔΙΚΟΣ	ΟΚΤΑ ΔΙΚΟΣ	ΔΕΚΑΕΞΑΔΙΚΟΣ	ΔΕΚΑ ΔΙΚΟΣ	ΔΥΑΔΙΚΟΣ	ΟΚΤΑ ΔΙΚΟΣ	ΔΕΚΑΕΞΑΔΙΚΟΣ
0	0	0	0	11	1011	13	B
1	1	1	1	12	1100	14	C
2	10	2	2	13	1101	15	D
3	11	3	3	14	1110	16	E
4	100	4	4	15	1111	17	F
5	101	5	5	16	10000	20	10
6	110	6	6	17	10001	21	11
7	111	7	7	20	10100	24	14
8	1000	10	8	30	11110	36	1E
9	1001	11	9	100	1100100	144	64
10	1010	12	A				

1.6. Μετατροπή αριθμού από το ένα σύστημα σε ένα άλλο.

1.6.1 Από δεκαδικό σε άλλο

Ο αλγόριθμος (δηλαδή ο συστηματικός τρόπος επίλυσης του προβλήματος με μια ακολουθία πράξεων εντελώς καθορισμένων που η εκτέλεσή τους γίνεται σύμφωνα με συγκεκριμένους κανόνες) που ακολουθούμε για την μετατροπή του $N_{(10)}$ σε ένα $N_{(\beta)}$ αριθμό με βάση (β) είναι:

$\mathbf{N / \beta = b + a_0}$
$\mathbf{b / \beta = c + a_1}$
$\mathbf{c / \beta = d + a_2}$
$\mathbf{d / \beta = e + a_3}$
. . . = . .
$\mathbf{z / \beta = \kappa + a_n}$ **Τελικά** $N_{(\beta)}=\mathbf{a_n, a_{n-1}, \ldots a_3, a_2, a_1, a_0}$ (1.4)

που προκύπτει από τα υπόλοιπα των διαιρέσεων, με ΛΣΨ το $\mathbf{a_0}$ και ΠΣΨ το $\mathbf{a_n}$.

<u>**Συγκεκριμένα**</u>:

1.6.2 Από το δεκαδικό σύστημα στο δυαδικό σύστημα

Εδώ διακρίνουμε τρεις περιπτώσεις μετατροπής:

1) ακεραίων **2**) κλασματικών **3**) τυχαίων θετικών αριθμών

Ας τους δούμε αναλυτικά.

1) <u>Ακέραιοι αριθμοί.</u> Ο δεκαδικός ακέραιος διαιρείται συνεχώς δια του 2 μέχρι να βρεθεί πηλίκο μηδέν-0. Το υπόλοιπο κάθε διαίρεσης αποτελεί και ένα νέο ψηφίο για τον ζητούμενο δυαδικό αριθμό. Το ΛΣΨ (LSB) είναι το 1ο υπόλοιπο.

Π.χ Ο αριθμός $N_{(10)}$=123 να μετατραπεί σε δυαδικό αριθμό.

Γράφουμε

123	2						
1	61	2					
ΛΣΨ	1	30	2				
		0	15	2			
			1	7	2		
				1	3	2	
					1	**1**	2
							0
						ΠΣΨ	

ή συμπληρώνουμε τον πίνακα

0	1	3	7	15	30	61	123
1	1	1	1	0	1	**1**	
ΠΣΨ						ΛΣΨ	

και σχηματίζουμε τον ισοδύναμο δυαδικό αριθμό από τα ψηφία που προκύπτουν

$N_{(2)}$=**1 1 1 1 0 1 1**

2) **<u>Θετικοί κλασματικοί</u>** (**0<N<1**). Ο δεκαδικός κλασματικός αριθμός πολλαπλασιάζεται συνεχώς επί 2 και το ακέραιο μέρος που προκύπτει αποτελεί το επόμενο ψηφίο του δυαδικού αριθμού. Το ακέραιο μέρος του πρώτου πολλαπλασιασμού είναι το ΠΣΨ (MSB). Ο πολλαπλασιασμός συνεχίζεται μέχρις ότου το κλασματικό μέρος του αριθμού γίνει μηδέν ή μέχρι να καλυφθεί το ίδιο μήκος λέξης ή μέχρι να πετύχουμε την ίδια ακρίβεια δεκαδικού και δυαδικού. Αν $\mathbf{n}_2$ είναι το πλήθος των ψηφίων (bits) του δυαδικού και $\mathbf{m}_{10}$ του δεκαδικού τότε πρέπει να ισχύει $2^{\mathbf{n}2} = 10^{\mathbf{m}10}$, οπότε και

$\mathbf{n}_2 = \mathbf{m}_{10}/\log 10 * 2$ ή απλά $\mathbf{n}_2 = 3{,}3 * \mathbf{m}_{10}$

Π.χ Έστω ο αριθμός του δεκαδικού συστήματος $N_{(10)}$=0,375 ποιος είναι ο ισοδύναμος αριθμός στο δυαδικό σύστημα $N_{(2)}$;

Γράφουμε:

	0,375	*	2
ΠΣΨ	**0**,750	*	2
	1,500	*	2
	1,000	*	2
ΛΣΨ	**0**,000		

ή συμπληρώνουμε τον πίνακα

0,375	0,750	1,500	1,000	0,000
	0	**1**	**1**	**0**
	ΠΣΨ			ΛΣΨ

Σχηματίζουμε τον ζητούμενο δυαδικό αριθμό που είναι $N_{(2)}$=**0,0 1 1 0**

Επαλήθευση με την χρήση της γνωστής σχέσης (1.2).

Για τον κλασματικό δυαδικό αριθμό έχουμε $N_{(10)} = \alpha_{-1}\beta^{-1} + \alpha_{-2}\beta^{-2} + \alpha_{-3}\beta^{-3} + \alpha_{-4}\beta^{-4} =$

$= 0*2^{-1} + 1*2^{-2} + 1*2^{-3} + 0*2^{-4} = 0 + 1/4 + 1/8 + 0 = 0 + 0{,}25 + 0{,}125 + 0 = 0{,}375$

που είναι όντως ο αρχικός κλασματικός αριθμός του δεκαδικού συστήματος.

3) **<u>Τυχαίοι θετικοί αριθμοί</u>**.

Μετατρέπουμε χωριστά το ακέραιο και χωριστά το κλασματικό μέρος όπως τα περιγράψαμε παραπάνω αναλυτικά.

Π.χ Ο πραγματικός αριθμός του δεκαδικού συστήματος $N_{(10)}$=**89,427** ποιος είναι ο ισοδύναμος αριθμός στο δυαδικό σύστημα

Γράφουμε

89	2						
1	44	2					
ΛΣΨ	0	22	2				
		0	11	2			
			1	5	2		
				1	2	2	
					0	**1**	2
							0
						ΠΣΨ	

ή συμπληρώνουμε τον πίνακα

0	1	2	5	11	22	44	89
1	0	1	1	0	0	**1**	
ΠΣΨ						ΛΣΨ	

για το ακέραιο μέρος και παρόμοια για το δεκαδικό

Γράφουμε

	0,427	*	2
ΠΣΨ	**0**,854	*	2
	1,708	*	2
	1,416	*	2
	1,832	*	2
	1,664	*	2
	1,328	*	2
	0,656	*	2
ΛΣΨ	**1**,312	*	2

κ.ο.κ.

ή συμπληρώνουμε τον πίνακα

0,427	0,854	1,708	1,416	0,832	0,664	0,328
	0	**1**	**1**	**0**	**1**	**0**
	ΠΣΨ					ΛΣΨ

και σχηματίζουμε τελικά τον ζητούμενο δυαδικό αριθμό $N_{(2)}$=1011001,0110110101

1.6.3 Από το δεκαδικό σύστημα στο οκταδικό σύστημα

Ισχύει ακριβώς η ίδια διαδικασία, όπως είδαμε αναλυτικά για τους δεκαδικούς αριθμούς, μόνο που εδώ διαιρούμε και πολλαπλασιάζουμε αντίστοιχα με το 8.

Π.χ. Δίδεται ο αριθμός του δεκαδικού συστήματος $N_{(10)}$=**677** ποιος είναι ο αριθμός στο οκταδικό σύστημα ο $N_{(8)}$;

Γράφουμε

677	8			
5	84	8		
ΛΣΨ	4	10	8	
		2	1	8
			1	0
			ΠΣΨ	

και ο αντίστοιχος οκταδικός αριθμός είναι: $N_{(2)}$=**1245**

1.6.4 Από το δεκαδικό σύστημα στο δεκαεξαδικό σύστημα

Ισχύει ακριβώς η ίδια διαδικασία, όπως είδαμε αναλυτικά για τους δεκαδικούς αριθμούς, μόνο που διαιρούμε και πολλαπλασιάζουμε αντίστοιχα με το 16.

Π.χ. Δίδεται ο αριθμός του δεκαδικού συστήματος $N_{(10)}$=298 ποιος είναι ο $N_{(16)}$;

Γράφουμε:

298	16		
138			
10=A	18	16	
ΛΣΨ	2	1	16
		1	0
		ΠΣΨ	

Και ο αντίστοιχος δεκαεξαδικός αριθμός είναι: **N**$_{(16)}$=**12A**

1.7 Μετατροπή αριθμού από ένα σύστημα στο δεκαδικό σύστημα.

Αν στην σχέση (1.3) αντικαταστήσουμε, με τα ψηφία του προς μετατροπή αριθμού (**α_i**) και το **β** με την βάση του αριθμητικού συστήματος που εκφράζεται ο αριθμός, τότε έχουμε τον αντίστοιχο **δεκαδικό αριθμό**. Διακρίνουμε τρεις περιπτώσεις:

1) Δυαδικός σε δεκαδικό

Π.χ. Ο αριθμός N$_{(2)}$= **1 0 1 1 0 , 0 1 1**. Εφαρμόζοντας την σχέση (1.3) έχουμε :

$N = \alpha_4\beta^4 + \alpha_3\beta^3 + \alpha_2\beta^2 + \alpha_1\beta^1 + \alpha_0\beta^0 + \alpha_{-1}\beta^{-1} + \alpha_{-2}\beta^{-2} + \alpha_{-3}\beta^{-3}=$

$N = 1*2^4 + 0*2^3 + 1*2^2 + 1*2^1 + 0*2^0 + 0*2^{-1} + 1*2^{-2} + 1*2^{-3} =$

$N = 1*16+ 0*8 + 1*4 + 1*2 + 0*1 + 0*1/2 + 1*1/4 + 1*1/8 =$

$N = 16 + 0 + 4 + 2 + 0 + 0 + 0,25 + 0,125 =22,375_{(10)}$

2) Οκταδικός σε δεκαδικό

Π.χ. Ο αριθμός N$_{(8)}$= **7 3 5 , 1**. Εφαρμόζοντας την σχέση (1.3) έχουμε :

$N = \alpha_2\beta^2 + \alpha_1\beta^1 + \alpha_0\beta^0 + \alpha_{-1}\beta^{-1} =7*8^2 + 3*8^1 + 5*8^0 + 1*8^{-1} =7*64 + 3*8 +5*1 +1*1/8$

$N = 448 + 24 + 5 + 0,125= 477,125_{(10)}$

3) Δεκαεξαδικός σε δεκαδικό

Π.χ. Ο αριθμός N$_{(16)}$ =**7 F E**. Εφαρμόζοντας την σχέση (1.3) έχουμε :

$N= \alpha_2\beta^2 + \alpha_1\beta^1 + \alpha_0\beta^0 =7*16^2 + F*16^1+ E*16^0=$

$N =7*256+15*16 +14*1 =1792+240+14= 2046_{(10)}$

1.8. Μετατροπή από δυαδικό σε οκταδικό, δεκαεξαδικό & αντίστροφα.

1.8.1. Δυαδικός σε οκταδικό και αντίθετα.

Η μετατροπή ενός δυαδικού σε οκταδικό είναι απλή, όπως έχουμε ήδη πει, γιατί ισχύει η σχέση **2^3=8**, οπότε υπάρχει μια άμεση σχέση μεταξύ τριών διαδοχικών, σε ομάδες, ψηφίων του δυαδικού αριθμού, στο δυαδικό σύστημα, με τα αντίστοιχα ψηφία του αριθμού στο οκταδικό σύστημα. Έτσι για την μετατροπή του αριθμού από το δυαδικό σύστημα στο οκταδικό σύστημα, χωρίζουμε τον αριθμό, από τα δεξιά προς τα αριστερά, σε ομάδες τριών ψηφίων, και παίρνουμε τον αντίστοιχο Οκταδικό με ΛΣΨ το πρώτο από τα δεξιά.

Π.χ. Έστω ο αριθμός N$_{(2)}$ = **1 1 0 0 1 1 0 0 1 0 1 1**. Έχουμε

N$_{((8)}$ = 1 1 0 **0 1 1** 0 0 1 **0 1 1 = ΠΣΨ** 6 **3** 1 **3 ΛΣΨ** ⇒ N$_{(8)}$=6 3 1 3

Αντίθετα τώρα, αν έχουμε ένα οκταδικό αριθμό και θέλουμε τον δυαδικό του αριθμό, ακολουθούμε την αντίστροφη πορεία. Για κάθε ψηφίο του Οκταδικού σχηματίζουμε τον δυαδικό του (τρία ψηφία).

Π.χ. Έστω ο αριθμός $N_{(8)}$=**657**. Εχουμε $N_{(2)}$ =110 **101** 111$\Rightarrow$ $N_{(2)}$ =110**101**111

1.8.2. Δυαδικός σε δεκαεξαδικό και αντίθετα.

Η μετατροπή ενός δυαδικού σε δεκαεξαδικό είναι επίσης απλή, γιατί ισχύει η σχέση 2^4=16, οπότε υπάρχει μια άμεση σχέση μεταξύ τεσσάρων διαδοχικών, σε ομάδες, ψηφίων του δυαδικού αριθμού με τα αντίστοιχα ψηφία του δεκαεξαδικού αριθμού. Έτσι για την μετατροπή του δυαδικού σε δεκαεξαδικό χωρίζουμε τον αριθμό, από τα δεξιά προς τα αριστερά, σε ομάδες τεσσάρων ψηφίων, και παίρνουμε τον αντίστοιχο <u>Δεκαεξαδικό</u> με ΛΣΨ το πρώτο από τα δεξιά.

Π.χ. Έστω ο αριθμός $N_{(2)}$ = **1 0 1 0 1 1 1 1 1 1 0 0 0 1 1** . Έχουμε

$N_{(16)}$ =1 0 1 **0 1 1 1** 1 1 1 0 **0 0 1 1 = πσψ** 5 **7** 14=E **3λσψ** $\Rightarrow$ $N_{(16)}$ =5 **7** E **3**

Αντίθετα τώρα, αν έχουμε ένα δεκαεξαδικό αριθμό και θέλουμε τον δυαδικό του αριθμό, ακολουθούμε την αντίστροφη πορεία. Για κάθε ψηφίο του Δεκαεξαδικού σχηματίζουμε τον αντίστοιχο δυαδικό του (τέσσερα ψηφία).

Π.χ. Έστω ο αριθμός $N_{(16)}$ =**3 F A 4**. Έχουμε $N_{(2)}$ = 3 **F=15** A=10 **4** =

N = 0 0 1 1 **1 1 1 1** 1 0 1 0 **0 1 0 0** οπότε έχουμε $N_{(2)}$= 0011**1111**1010 **0100**

Μερικές φορές είναι απαραίτητη και η επαλήθευση της μετατροπής και γίνεται με αναγωγή και των δυο αριθμών σε δεκαδικούς αριθμούς.

Π.χ

α)$N_{(8)}=735=\alpha_2\beta^2 + \alpha_1\beta^1 + \alpha_0\beta^0 =7*8^2+3*8^1+5*8^0=7*64+3*8+5*1=448+24+5$ $N_{(10)}=477$

β)$N_{(2)}=111011101= \alpha_8\beta^8 + \alpha_7\beta^7+ \alpha_6\beta^6+ \alpha_5\beta^5 + \alpha_4\beta^4 + \alpha_3\beta^3 + \alpha_2\beta^2 + \alpha_1\beta^1 + \alpha_0\beta^0 =$

$= 1*2^8 + 1*2^7 + 1*2^6 + 0*2^5+ 1*2^4 + 1*2^3 + 1*2^2 + 0*2^1 +1*2^0 =$

$=1*256+1*128+1*64+0*32 + 1*16 + 1*8 + 1*4 + 0*2 +1*1 =$

$= 256 + 128 + 64 + 0 + 16 + 8 + 4 + 0 + 1 =4772_{(10)}$

οπότε προκύπτει πράγματι ο ίδιος δεκαδικός αριθμός και στις δυο περιπτώσεις και η μετατροπή είναι σωστή.

Η παράσταση των αριθμών σε οκταδική ή δεκαεξαδική μορφή είναι επιθυμητή γιατί είναι περιεκτική και απαιτεί το 1/3 περίπου του συνόλου των ψηφίων ενός δυαδικού αριθμού. Π.χ. ο αριθμός 11111111111 στο δυαδικό σύστημα εκφράζεται σαν $7777_{(8)}$ και σαν $FFF_{(16)}$.

1.8.3. Δεκαεξαδικό σε οκταδικό και αντίθετα.

α) Με χρήση του δεκαδικού συστήματος.

Τρέπουμε τον δεκαεξαδικό σε δεκαδικό και τον δεκαδικό σε οκταδικό με τον γνωστό τρόπο. Π.χ. Έστω ο δεκαεξαδικός αριθμός $N_{(16)}$= **5 B**

Εχουμε $N_{(10)}$ = $5*16^1 + 11 *16^0 = 5*16 + 11*1 = 80 + 11 = 91$

91	8		
11	11	8	
3			
ΛΣΨ	3	1	8
		1	0
		ΠΣΨ	

και ο αντίστοιχος οκταδικός αριθμός είναι $N_{(8)}$ =**133**

β) Με χρήση του δυαδικού συστήματος.

Τρέπουμε τον δεκαεξαδικό σε δυαδικό και στη συνέχεια τον δυαδικό σε οκταδικό. Π.χ. Έστω ο δεκαεξαδικός αριθμός $N_{(16)}$ = **5 B** ⇒

$N_{(2)}$ = 5 B=11 =

= 0 1 0 1 1 0 1 1 = 0 1 0 1 1 0 1 1 =

= <u>0 1</u> <u>0 1 1</u> <u>0 1 1</u> ή

$N_{(8)}$ = 1 3 3 =$133_{(8)}$

Παρόμοια διαδικασία ακολουθούμε και για την μετατροπή οκταδικού σε δεκαεξαδικό.

1.9 Αριθμητικές πράξεις στο δυαδικό σύστημα

Οι πράξεις που γίνονται στο δυαδικό σύστημα είναι ίδιες με αυτές του γνωστού μας δεκαδικού συστήματος με τους ίδιους νόμους. Η διαδικασία με την οποία εκτελούνται οι πράξεις εξετάζεται στα επόμενα θέματα.

1.9.1 Πρόσθεση

Η πράξη **δεν εκτελείται** ακριβώς όπως στους δεκαδικούς αριθμούς αφού πρέπει να κρατήσουμε τόσο το άθροισμα όσο και το κρατούμενο της πρόσθεσης το οποίο θα προσθέσουμε στο επόμενης τάξης ψηφίο. Στο παράδειγμά μας έχουμε την πρόσθεση δυο μονοψήφιων δυαδικών αριθμών.

A	+	B	=	S
0	+	0	=	0
0	+	1	=	1
1	+	0	=	1
1	**+**	**1**	**=**	**0**

Οι τρεις πρώτες γραμμές που περιέχουν το μηδέν δεν έχουν κάτι το ιδιαίτερο.

Η τέταρτη γραμμή έχει το ενδιαφέρον γιατί έχουμε να προσθέσουμε 1+1 οπότε το άθροισμα είναι μηδέν-‘**0**’ και το κρατούμενο (**C**arry) από την πρόσθεση είναι ένα-‘**1**’ που χρησιμοποιείται για την πρόσθεση των ψηφίων της ανώτερης δυαδικής τάξεως.

Στο παράδειγμα που ακολουθεί φαίνεται η διαδικασία αυτή

	α) Δεκαδικός	Δυαδικός	β) Δεκαδικός	Δυαδικός
Π.χ	4	0100	5,25	0101,01
	+ 3	+ 0011	+ 3,75	+ 0011,11
	7	0111	9,00	1001,00

1.9.2 Αφαίρεση

Η πράξη αυτή επίσης **δεν εκτελείται** όπως στους δεκαδικούς αριθμούς αφού και εδώ πρέπει να κρατήσουμε την διαφορά των δυο αριθμών αλλά και το δανεικό ψηφίο σε περίπτωση που ο μειωτέος είναι μικρότερος από τον αφαιρετέο. Η 1η,3η και 4η γραμμή επίσης δεν παρουσιάζουν ιδιαιτερότητα.

A	**-**	**B**	**=**	**D**
0	-	0	=	0
0	**-**	**1**	**=**	**1**
1	-	0	=	1
1	-	1	=	0

Στην δεύτερη γραμμή είναι το ενδιαφέρον, στην περίπτωση εδώ, γιατί έχουμε να αφαιρέσουμε 0-1 όπου έχουμε διαφορά ένα-‘**1**’ και δανεικό (Borrow) ψηφίο ένα-‘**1**’, το οποίο δανειζόμαστε από το ψηφίο της αμέσως ανώτερης δυαδικής τάξης και χρησιμοποιείται για την αφαίρεση από αυτά. Στο παράδειγμα που ακολουθεί φαίνεται η διαδικασία

α) Δεκαδικός	Δυαδικός	β) Δεκαδικός	Δυαδικός
8	1000	6,25	0110,01
- 2	0010	**-** 4,50	**-** 0100,10
6	0110	1,75	001,11

Αφαίρεση όμως μπορεί να γίνει και με την πρόσθεση στο μειωτέο του αντίθετου αριθμού του αφαιρετέου. Για παράδειγμα αντί για 12 - 9 γράφουμε 12 + (-9).
Για να χρησιμοποιήσουμε την διαδικασία αυτή είναι ανάγκη να παραστήσουμε τους αρνητικούς αριθμούς με άλλο τρόπο ώστε να εξυπηρετεί την όλη διαδικασία.

1.9.2.1 Παράσταση αρνητικών αριθμών

Οι αρνητικοί αριθμοί στο δυαδικό σύστημα αναπαρίστανται με δυο τρόπους
α) Με το σύστημα προσημασμένου μέτρου και β) με την μορφή συμπληρωμάτων.

Α) Σύστημα **Π**ροσημασμένου **Μ**έτρου. (Signed Magnitude System).

Στο ΣΠΜ τοποθετούμε ένα επιπλέον **ψηφίο** μπροστά στον δυαδικό (Sign Bit ή **Σ**ημείο **Π**ρόσημου), το οποίο είναι **μηδέν-0** για τους θετικούς αριθμούς και **ένα-1** για τους αρνητικούς αριθμούς Π.χ. Σε μια δυαδική λέξη των 6 ψηφίων (Bits)
ο αριθμός $+6_{(10)}$ γράφεται σαν **0.0000110** ενώ ο αριθμός $-6_{(10)}$ σαν **1.0000110**.
Σ.Π Σ.Π

ΣΗΜΕΙΩΣΗ: Σαν δυαδική λέξη θεωρείται η παράσταση ενός αριθμού στους Η/Υ με σταθερό πλήθος ψηφίων (7,8,16,32 κ.λ.π) το οποίο λέγεται μήκος της λέξης (Byte).

Με μια τελεία (**.**) χωρίζουμε το ψηφίο (bit) του πρόσημου από τον αριθμό, π.χ. το **+**6 (ή +110) γράφεται 0**.**0000110 και το **–**6 (ή -110) σαν 1**.**0000110.
Στο σύστημα αυτό το σύστημα υπάρχουν δυο μηδενικά το +0 από πού παριστάνεται σαν 0**.**0000000 και το -0 που παριστάνεται σαν 1**.**0000000.

Το ΣΠΜ χρησιμοποιείται κυρίως για αριθμητική κινητής υποδιαστολής (Floating Point) σε γλώσσες υψηλού επιπέδου (High Level Language).

Β) Παράσταση με την μορφή **Συμπληρωμάτων** (Complement).

Η παράσταση των αριθμών με την μορφή συμπληρωμάτων είναι απαραίτητη για την απλοποίηση της εκτέλεσης της πράξης της αφαίρεσης
Έχουμε δυο είδη συμπληρωμάτων 1) Συμπλήρωμα προς την βάση του αριθμητικού συστήματος και 2) Συμπλήρωμα ως προς την βάση του συστήματος μείον ένα.
Στο δεκαδικό σύστημα έχουμε Συμπλήρωμα προς 10 (Σ-10) και Συμπλήρωμα ως προς εννέα (Σ-9), ενώ στο δυαδικό σύστημα έχουμε Συμπλήρωμα ως προς δύο (Σ-2) και Συμπλήρωμα ως προς ένα (Σ-1). Εδώ μας ενδιαφέρουν τα συμπληρώματα στο δυαδικό σύστημα, δηλαδή το συμπλήρωμα προς 2 και το συμπλήρωμα προς 1.

Β.1) Συμπλήρωμα δυαδικού αριθμού ως προς **ένα-1** (One's ή Complement ή **Σ-1**).

Είναι απλό στην παράσταση πολύπλοκο όμως στην εκτέλεση των πράξεων (απαιτεί πολλά κυκλώματα). Σε αυτό οι μεν **θετικοί** αριθμοί **παριστάνονται** με την ισοδύναμη δυαδική παράσταση, οι δε **αρνητικοί** με το **συμπλήρωμα** ως προς ένα-**1**.

Γενικά το συμπλήρωμα ως προς ένα-1 (ή Σ-1) ενός αριθμού Ν (ως προς βάση β) με **n** το πλήθος ψηφία ορίζεται από τη σχέση : Σ-1=$\mathbf{(2^{n}-N)-1}$

Π.χ. Ο αριθμός $N_{(10)}=12 \Rightarrow 1100_{(2)}$ και το προς ένα-1 συμπλήρωμά του είναι:

Σ-1=One's=$\mathbf{(2^{n}-N)-1=(}2^{4}-12)-1=(16-12)-1=4-1=3_{(10)}$ ή **1100** για το 12
και **0011** για το 3,

από όπου παρατηρούμε ότι **για να βρεθεί**, πρακτικά, **το συμπλήρωμα** ως προς ένα-1, ενός δυαδικού αριθμού αρκεί να **αντιστρέψουμε όλα** τα ψηφία -bits- του αριθμού (**<u>όλα</u>** τα ένα-1 να γίνουν μηδέν-**0** και **<u>όλα</u>** τα μηδέν-0 να γίνουν ένα-**1**).

Π.χ. το Σ-1 του $11_{(10)}$ ή $1011_{(2)}$ είναι **0100** και το Σ-1του $5_{(10)}$ ή $0101_{(2)}$ είναι 1010.

Το Σ-1 των αρνητικών αριθμών προκύπτει αν αντιστρέψουμε όλα τα ψηφία του αντίστοιχου θετικού αριθμού, μαζί και το ψηφίο του πρόσημου. Π.χ. Το Σ-1 του -$11_{(10)}$ ή $0.1011_{(2)}$ είναι **1.0100** και το Σ-1 του -$5_{(10)}$ ή $0.0101_{(2)}$ είναι **1.1010**

Εδώ έχουμε επίσης 2 μηδενικά, σε λέξη των 6-ψηφίων (6-bits), το +0 σαν **0.**00000 και το -0 σαν **1.**1111. κάτι που δεν διευκολύνει την εκτέλεση των πράξεων.

Στο συμπλήρωμα προς ένα-1, ο υπολογιστής εκτελεί **πάντα** πρόσθεση. Το ψηφίο (bit) του πρόσημου θεωρείται όπως τα άλλα ψηφία (bits) του μέτρου, όμως το κρατούμενο από την πρόσθεση, αν προκύψει, προστίθεται στο ΛΣΨ του αριθμού για το τελικό αποτέλεσμα.

Π.χ. Δεκαδικοί Δυαδικοί 1's Complement 2's Complement

Δεκαδικοί	Δυαδικοί		1's Complement		2's Complement
29	11101		11101		11101
- 21	- 10101		+ 01010	**+1** ⇒	+ 01011
8	01000	Κρατούμενο End Around Carry που προστίθεται +	**1** 00111	Κρατούμενο End Around Carry που αγνοείται	**1** 01000
(10)	(2)		+ **1**		
			01000		

B.2) Συμπλήρωμα ως προς **δύο-**2 ή Two's (2's) (Complement ή **Σ-2**).

Το συμπλήρωμα ως προς 2 (ή Σ-2) ενός αριθμού Ν (ως προς βάση β) με **n** το πλήθος ψηφία ορίζεται από την σχέση : Σ-2=Two's=**$(2^n$-N)**

Π.χ. Έστω ο Ν=$12_{(10)}$ ή $1100_{(2)}$ οπότε το προς 2 συμπλήρωμά του είναι:

Σ-2=Two's=**$(2^n$-N)=(**2^4-12)=(16-12)=$4_{(10)}$ ή **1100** για το 12 και

0100 για το 4, από όπου παρατηρούμε ότι για να βρεθεί, **πρακτικά**, το **συμπλήρωμα ως προς δύο** ενός δυαδικού αριθμού αρκεί να βρεθεί το συμπλήρωμα ως προς ένα **και** να προσθέσουμε **ένα** σε αυτό.

Δηλαδή για το Σ-2 του +$11_{(10)}$ ή $1011_{(2)}$ έχουμε Σ-1=0100, **+**1 οπότε είναι **0101**.

Για την παράσταση των **θετικών** ακεραίων αριθμών βάζουμε το μηδέν μπροστά στον αριθμό π.χ. +7=111 ⇒ 0.111.

Για την παράσταση των **αρνητικών** αριθμών σε Σ-2 αντιστρέφουμε πρώτα όλα τα ψηφία του θετικού αριθμού, μαζί και το ψηφίο του πρόσημου, και προσθέτουμε το 1 στο ΛΣΨ του αριθμού

Π.χ. Για το Σ-2 του –7 έχουμε +7=0.111 και Σ-1=1.000 +1 οπότε το Σ-2=1.001

Εδώ έχουμε **μόνο ένα** μηδενικό, σε λέξη των 6-ψηφίων (6-bits), το 0**.**00000 αφού έχουμε το +0 σαν 0**.**00000 και το -0 σαν 1**.**11111 με αντιστροφή +1 ⇒ 0**.**000000.

Όταν έχουμε παράσταση των αριθμών σε συμπλήρωμα προς 2, ο υπολογιστής κάνει πρόσθεση, αντί για αφαίρεση, χρησιμοποιεί κανονικά το ψηφίο του πρόσημου, όπως και τα άλλα, και αν προκύψει κρατούμενο **το αγνοεί** και **δεν** το χρησιμοποιεί στο τελικό αποτέλεσμα (εδώ φαίνεται και η απλότητα στην εκτέλεση πράξεων με λιγότερα στοιχεία).

Στον πίνακα που ακολουθεί φαίνονται μερικοί αρνητικοί και θετικοί αριθμοί με τα συμπληρώματά τους ως προς δύο.

ΔΕΚΑΔΙΚΟΣ	ΣΥΜΛΗΡΩΜΑ ΠΡΟΣ 2		ΔΕΚΑΔΙΚΟΣ	ΣΥΜΛΗΡΩΜΑ ΠΡΟΣ 2

			0	0 0000
-9	1 0111		+1	0 0001
-8	1 1000		+2	0 0010
-7	1 1001		+3	0 0011
-6	1 1010		+4	0 0100
-5	1 0011		+5	0 0101
-4	1 0100		+6	0 0110
-3	1 0101		+7	0 0111
-2	1 1110		+8	0 1000
-1	1 1111		+9	0 1001

ΣΗΜ: Οι αρνητικοί αριθμοί έχουν μπροστά το 1 και οι θετικοί το 0.

Σε μια λέξη των 8 ψηφίων (8-bits), ο μέγιστος δεκαδικός αριθμός ο οποίος μπορεί να παρασταθεί με ένα δυαδικό αριθμό είναι ο $\mathbf{2^{\eta}-1}$. Δηλαδή $\mathbf{2^{8}-1}$=256-1=$255_{(10)}$. Εάν χρησιμοποιήσουμε το ΠΣΨ του αριθμού σαν πρόσημο, τότε η περιοχή περιορίζεται μεταξύ των σημείων $\mathbf{-2^{7}=N=2^{7}-1}$, με μεγαλύτερο θετικό αριθμό τον $\mathbf{2^{7}-1=127}$.

1.9.2.2 Αφαίρεση δυαδικών αριθμών με παράσταση συμπληρώματος

Η πράξη της αφαίρεσης εκτελείται όπως και στο δεκαδικό σύστημα με την μέθοδο του δανεικού ψηφίου, από το αμέσως μεγαλύτερης αξίας ψηφίο, όταν το ψηφίο του αφαιρετέου είναι μεγαλύτερο από το αντίστοιχο του μειωτέου.

Γενικά για δυο θετικούς δυαδικούς αριθμούς Α,Β με **n** το πλήθος ψηφία η αφαίρεση γίνεται αν προσθέσουμε στο μειωτέο το Σ-2 του αφαιρετέου Β, δηλαδή $A+(-B)= A+(\Sigma\text{-}2)_B=A+(2^n-B)=A-B+2^n$ οπότε αν:

α) **Α≥Β** το τελικό κρατούμενο 2^n αγνοείται και ότι προκύπτει από τη διαφορά Α-Β είναι το τελικό αποτέλεσμα.

β) **Α<Β** το τελικό άθροισμα δεν έχει κρατούμενο οπότε ισούται με 2^n–(Β-Α) που είναι το Σ-2 του (Β-Α). Στην περίπτωση αυτή για να έχουμε το τελικό αποτέλεσμα σε δυαδική μορφή πρέπει να πάρουμε το Σ-2 του αθροίσματος με μείον μπροστά από τον αριθμό. Παραδείγματα:

α) Α-Β=7-3 οπότε έχουμε:

. Δεκαδικοί	Δυαδικοί		1's Complement		2's Complement
7	111		111		111
- 3	- 011		+ 100	**+1** ⇒	+ 101
4	100	Κρατούμενο End Around Carry που προστίθεται +	**1** 011	Κρατούμενο End Around Carry που αγνοείται	**1** 100
(10)	(2)		+ **1**		
			0100		

Η μονάδα στο τελικό κρατούμενο μας δείχνει ότι Α≥Β και θετικό αποτέλεσμα .

β) Α-Β=3-7 οπότε έχουμε:

. Δεκαδικοί	Δυαδικοί	1's Complement		2's Complement
3	011	011		011
- 7	- 111	+ 000	**+1** ⇒	+ 001
- 4	100	**0** 011	Κρατούμενο End Around Carry που αγνοείται	**0** 100
(10)	(2)			

Επειδή δεν υπάρχει μονάδα μας δείχνει ότι A< B και αρνητικό αποτέλεσμα.

Αν αντιστρέψουμε όλα τα ψηφία του Σ-1 έχουμε τον ισοδύναμο δυαδικό αριθμό.

Αν αντιστρέψουμε όλα τα ψηφία του Σ-2 και προσθέσουμε μια μονάδα έχουμε επίσης τον ισοδύναμο δυαδικό αριθμό.

Στην πράξη με Σ-1 το αποτέλεσμα της πρόσθεσης του Α αριθμού με το Σ-1 του Β αριθμού έχει σαν αποτέλεσμα αριθμό που είναι μικρότερος από τον κανονικά (τη διαφορά Α-Β) κατά ένα. όταν έχουμε τελικό κρατούμενο.

1.9.2.3 Πράξεις με προσημασμένους αριθμούς

Στο δεκαδικό σύστημα έχουμε αριθμούς χωρίς πρόσημο, στην αριθμητική, και προσημασμένους αριθμούς στην άλγεβρα. Οι προσημασμένοι αριθμοί διακρίνονται με **+** οι θετικοί και με **–** οι αρνητικοί.

Στο δυαδικό όμως σύστημα και στα κυκλώματα που το χρησιμοποιούν, η απεικόνιση του πρόσημου πρέπει να γίνεται με ένα ψηφίο στη θέση του ΠΣΨ του αριθμού. Αυτό το ψηφίο είναι το **0** για τους θετικούς και τι **1** για τους αρνητικούς αριθμούς. Επομένως στη δυαδική απεικόνιση ενός αριθμού με σταθερό μήκος λέξης (6,8,16,32 ψηφία) ο χρήστης ορίζει αν ο αριθμός θα έχει πρόσημο ή όχι. Αν έχει πρόσημο τότε το ΠΣΨ δηλώνει αν ο αριθμός είναι θετικός ή αρνητικός και τα υπόλοιπα ψηφία την (απόλυτη) τιμή του αριθμού.

Σε 5-ψήφιο μήκος λέξης ο αριθμός 00101 είναι το 5 (σαν δυαδικός χωρίς πρόσημο) ή +5 (σαν δυαδικός με πρόσημο), ενώ ο αριθμός 11001 είναι το –9 (σαν δυαδικός με πρόσημο) ή το 25 (σαν δυαδικός χωρίς πρόσημο). πρέπει βέβαια να γνωρίζουμε τον τρόπο παράστασης των αριθμών για να τους διαβάσουμε σωστά.

1.9.3 Πολλαπλασιασμός

Η πράξη εκτελείται όπως και στους δεκαδικούς αριθμούς

Από τα παραδείγματα φαίνεται ότι όταν πολλαπλασιαστής είναι το ένα (1), ο πολλαπλασιαστέος προστίθεται στο προηγούμενο άθροισμα, αφού γίνει μια ολίσθηση του πολλαπλασιαστέου κατά μια θέση αριστερά (Shift Left). Αν είναι το μηδέν (0) τότε προστίθεται μηδέν .

A	*	B	=	P
0	*	0	=	0
0	*	1	=	0
1	*	0	=	0
1	*	1	=	1

Π.χ.

```
   13            1101         1,25            01,01
 *  9   ή     * 1001        * 2,5    ή     * 10,10
 ----        --------       ------       ----------
  117            1101          625             0000
 (10)          0000 .          250            0101.
              0000  .       ------           0000  .
             1101   .        3,125          0101   .
             --------         (10)       ----------
             1110101                       011,0010
```

Στα ψηφιακά κυκλώματα όταν εμφανίζεται μηδέν, στον πολλαπλασιαστή, δεν εκτελείται πρόσθεση αλλά **<u>μόνο ολίσθηση</u>** προς τα αριστερά του αριθμού, και έτσι το γινόμενο δυο αριθμών εκτελείται όπως φαίνεται παρακάτω, από όπου παρατηρούμε ότι κάθε ολίσθηση προς τα αριστερά ενός δυαδικού αριθμού σημαίνει πολλαπλασιασμό επί δύο (*2) του αριθμού αυτού όπως το παράδειγμα όπου S= Shift Left

```
     1 1 0 1
   * 1 0 0 1
 -----------
     1 1 0 1
 1 1 0 1 S S .
 -----------
 1 1 1 0 1 0 1
```

1.9.4 Διαίρεση

Διαίρεση αριθμού με μηδέν δεν είναι δυνατή επομένως μόνο η διαίρεση δια ένα έχει νόημα που εκτελείται όπως και στους δεκαδικούς αριθμούς.

A	:	B	=	D
0	:	1	=	0
1	:	1	=	1

Από το παράδειγμα φαίνεται ότι όταν διαιρέτης είναι το ένα-‘1’, ο διαιρέτης αφαιρείται από τον διαιρετέο, αφού γίνει μια ολίσθησή του κατά μια θέση δεξιά (Shift Right).

Αν τώρα διαιρέτης είναι το μηδέν-‘0’ τότε προστίθεται μηδέν .

Κάθε ολίσθηση προς τα δεξιά (Shift Right) του δυαδικού αριθμού κατά μια θέση σημαίνει διαίρεσή του δια δύο (/2)

Δείτε το διπλανό παράδειγμα.

55	7
- 49	7
6	

ή

110111	111
-0111 .	111
01101.	
- 111.	
001101	
- 111	
000110	

1.10 ΑΣΚΗΣΕΙΣ.

1. Να μετατραπεί ο αριθμός N_2= 101101.101 στους αριθμούς N_{16}, N_{10} και N_8

2. Να μετατραπεί ο αριθμός N_8=374.24 στον αριθμό N_2

3. Να μετατραπεί ο αριθμός N_{16}=F19.6C στον αριθμό N_2

4. Να μετατραπεί ο αριθμός N_{10}=45.25 στον αριθμό N_2

5. Να μετατραπεί ο αριθμός N_{10}=53,4375 στους αριθμούς N_8, N_{16}

6. Να μετατραπεί ο αριθμός N_8=351,26 στους αριθμούς N_2, N_{10}.

7. Να μετατραπεί ο αριθμός N_{16}=13AF στους αριθμούς N_2, N_{10}.

8. Να εκτελεστούν οι πράξεις α) 1101+1011 β) 111-101

9. Να γίνουν οι πράξεις στο δυαδικό σύστημα

α) $12_{10}+8_{10}$ β) $12_{10}+7_{10}$ γ) $9_{10}*3_{10}$ δ) $6_{10}+2_{10}$

10. Να βρεθεί το συμπλήρωμα προς ένα (Σ-1) και προς δύο (Σ-2) του αριθμού -17

11. Να γίνουν οι πράξεις α) 13-2 β) 12-13 με χρήση συμπληρώματος προς δύο

12. Να εκφραστούν οι αριθμοί -35_{10},18_{10} σε δυαδικούς στο σύστημα προσημασμένου μέτρου.