3. ΛΟΓΙΚΕΣ ΠΡΑΞΕΙΣ & ΛΟΓΙΚΕΣ ΠΥΛΕΣ

3.1 ΛΟΓΙΚΕΣ ΠΡΑΞΕΙΣ

3.1.1 Εισαγωγή

Αντίθετα προς τις μαθηματικές πράξεις και τις μεταβλητές τους, στην λογική διαδικασία χρησιμοποιούμε τις λογικές μεταβλητές οι οποίες μπορούν να πάρουν **μόνο** δυο τιμές το μηδέν-**0** και το ένα-**1.** Οι τιμές των Α,Β,Ζ, σε μια λογική σχέση, θα είναι μόνο μοδέν-**0 ή** ένα-**1** και το αποτέλεσμα επίσης μιας λογικής πράξης π.χ. Ζ=Α+Β θα είναι επίσης **0 ή 1** .

Με την βοήθεια των λογικών μεταβλητών μπορούμε να κάνουμε **τις "Λογικές πράξεις**" πρόσθεσης, πολλαπλασιασμού ή αντιστροφής. Οι λογικές πράξεις στα κυκλώματα εκτελούνται με ηλεκτρονικά κυκλώματα, τις λογικές πύλες, και φυσικά **δεν** πρέπει να μπερδεύονται με τις αριθμητικές πράξεις του δυαδικού συστήματος.

Στην συνέχεια αναλύονται οι βασικές λογικές πράξεις συνοδευόμενες από τα ισοδύναμα κυκλώματα με διακόπτες για καλύτερη κατανόηση.

3.1.2 Λογική πρόσθεση ("+",**OR**)

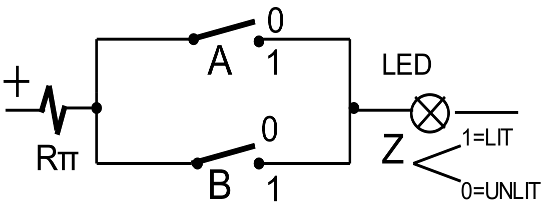
Η πράξη της λογικής πρόσθεσης για δυο μεταβλητές Α,Β οι οποίες μπορούν να πάρουν δυο τιμές (κάθε μια) **0,1** άρα τέσσερις δυνατοί συνδυασμοί, σημειώνονται στον πίνακα αληθείας της πράξης. Δίπλα φαίνεται και το διακοπτικό κύκλωμα. Στην εκφώνηση λέμε ότι η έξοδος είναι Α **ή** Β ενώ γράφουμε Ζ=Α+Β.

Πίνακας Αληθείας

A	B	Z=A**+**B
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

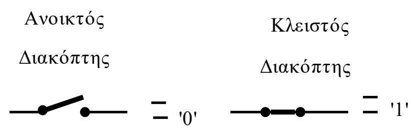
Όπου"**+**"⇒"**OR**"

Ισοδύναμο κύκλωμα με διακόπτες



Η έξοδος του κυκλώματος, φαίνεται στην φωτοδίοδο-Led και εκφράζει το αποτέλεσμα της πράξης όπου **0**=UnLit & **1**=Lit. Για να έχουμε έξοδο Ζ=**1 αρκεί** ένας από τους διακόπτες να είναι στην κατάσταση ένα-"1", δηλαδή κλειστός .

Σημείωση: Για τους διακόπτες έχουμε τους παρακάτω συμβολισμούς και την αντιστοιχία με την κατάστασή του με '0' & '1'



3.1.3 Λογικός πολλαπλασιασμός ("**ΚΑΙ**",**AND**)

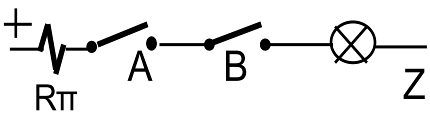
Η πράξη του λογικού πολλαπλασιασμού για δυο μεταβλητές Α,Β οι οποίες μπορούν να πάρουν δυο τιμές (κάθε μια) **0,1** άρα τέσσερις δυνατοί συνδυασμοί σημειώνονται στον πίνακα αληθείας της πράξης. Δίπλα φαίνεται και το διακοπτικό κύκλωμα. Στην εκφώνηση λέμε ότι η έξοδος είναι Α και Β ενώ γράφουμε Z=A•B.

Πίνακας Αληθείας

A	B	Z=A•B
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

όπου"*"⇒"**ΚΑΙ**"

Ισοδύναμο κύκλωμα με διακόπτες



Η έξοδος του κυκλώματος Z φαίνεται στην φωτοδίοδο-Led και εκφράζει το αποτέλεσμα της πράξης όπου **0**=UnLit & **1**=Lit. Για να έχουμε έξοδο Z=**1** πρέπει **και οι δυο** διακόπτες να είναι στην κατάσταση ένα-”1”, δηλαδή κλειστοί .

3.1.4 Λογικό Συμπλήρωμα Complement (''NOT''- INVERTER)

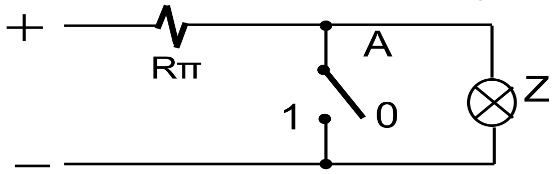
Η πράξη του λογικού συμπληρώματος για μια μεταβλητή Α η οποία μπορεί να πάρει δυο τιμές 0,1 άρα δυο δυνατοί συνδυασμοί, σημειώνονται στον πίνακα αληθείας της πράξης. Δίπλα φαίνεται το διακοπτικό κύκλωμα. Στην εκφώνηση λέμε ότι η έξοδος είναι Α συμπλήρωμα (ή Α μπάρα) ενώ γράφουμε $\overline{\mathrm{A}}$.

Πίνακας Αληθείας

A	Z=$\overline{\mathrm{A}}$
0	1
1	0

όπου(¯)⇒"**NOT**"

Ισοδύναμο κύκλωμα με διακόπτες



Η έξοδος του κυκλώματος Z, φαίνεται στην φωτοδίοδο-Led και εκφράζει το αποτέλεσμα της πράξης όπου **0**=UnLit & **1**=Lit. Η έξοδος είναι πάντα το συμπλήρωμα της εισόδου. Έξοδος Z=1 όταν A=0, δηλαδή διακόπτης ανοικτός.

3.1.5 Αποκλειστικό-Η eXclusive OR (XOR)

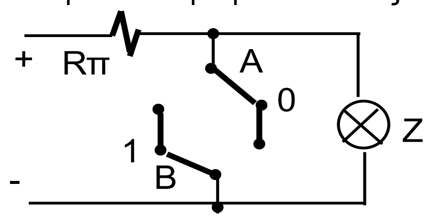
Η πράξη της του αποκλειστικού-**ή** για δυο μεταβλητές Α,Β οι οποίες μπορούν να πάρουν δυο τιμές (κάθε μια) 0,1 άρα τέσσερις δυνατοί συνδυασμοί, σημειώνονται στον πίνακα αληθείας της πράξης. Δίπλα φαίνεται και το διακοπτικό κύκλωμα.
Στην εκφώνηση λέμε ότι η έξοδος είναι αποκλειστικά Α ή αποκλειστικά Β ενώ γράφουμε Z=A⊕B ή Z=$\overline{\mathrm{A}}.\mathrm{B}+\mathrm{A}.\overline{\mathrm{B}}$
Η έξοδος του κυκλώματος Z, φαίνεται στην φωτοδίοδο-Led και εκφράζει το αποτέλεσμα της πράξης όπου 0=UnLit & 1=Lit.

Πίνακας Αληθείας

A	B	Z= A⊕B
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

όπου"⊕"⇒"**XOR**"

Ισοδύναμο κύκλωμα με διακόπτες



Για να έχουμε έξοδο Z=1 πρέπει **ένας μόνο** από τους διακόπτες να είναι στην κατάσταση ένα-”1”, δηλαδή κλειστός .

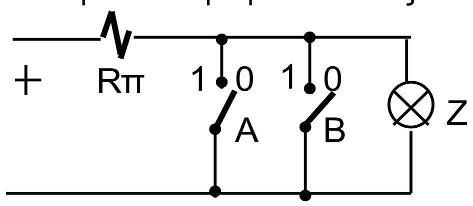
3.1.6 Συμπλήρωμα λογικής πρόσθεσης OR (NOT-OR=NOR).

Η πράξη της του συμπληρώματος της πράξης **ή** για δυο μεταβλητές A,B οι οποίες μπορούν να πάρουν δυο τιμές (κάθε μια) 0,1 άρα τέσσερις δυνατοί συνδυασμοί, σημειώνονται στον πίνακα αληθείας της πράξης. Δίπλα φαίνεται και το διακοπτικό κύκλωμα. Στην εκφώνηση λέμε ότι η έξοδος είναι το συμπλήρωμα (A ή B) ενώ γράφουμε Z = $\overline{A+B}$.

Πίνακας Αληθείας

A	B	Z=A+B	$Z=\overline{A+B}$
0	0	0	1
0	1	1	0
1	0	1	0
1	1	1	0

Ισοδύναμο κύκλωμα με διακόπτες



Η έξοδος του κυκλώματος Z, φαίνεται στην φωτοδίοδο-Led και εκφράζει το αποτέλεσμα της πράξης όπου 0=UnLit & 1=Lit. Για να έχουμε έξοδο Z=1 πρέπει και οι δυο διακόπτες να είναι στην κατάσταση μηδέν-”0”, δηλαδή ανοικτοί .

3.1.7 Συμπλήρωμα λογικού πολλαπλασιασμού AND (NOT-AND=NAND)

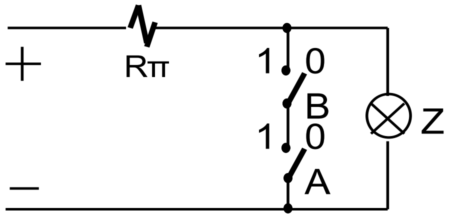
Η πράξη της του συμπληρώματος της πράξης **και** για δυο μεταβλητές A,B οι οποίες μπορούν να πάρουν δυο τιμές (κάθε μια) 0,1 άρα τέσσερις δυνατοί συνδυασμοί, σημειώνονται στον πίνακα αληθείας της πράξης. Δίπλα φαίνεται και το διακοπτικό κύκλωμα. Στην εκφώνηση λέμε ότι η έξοδος είναι το συμπλήρωμα (A & B) ενώ γράφουμε Z= $\overline{A.B}$

Η έξοδος του κυκλώματος Z, φαίνεται στην φωτοδίοδο-Led και εκφράζει το αποτέλεσμα της πράξης όπου 0=UnLit & 1=Lit. Για να έχουμε έξοδο Z=1 αρκεί ο ένας (ή και οι δυο) διακόπτης να είναι στην κατάσταση μηδέν-”0”, δηλαδή ανοικτός.

Πίνακας Αληθείας

A	B	Z=A•B	$Z = \overline{A.B}$
0	0	0	1
0	1	0	1
1	0	0	1
1	1	1	0

Ισοδύναμο κύκλωμα με διακόπτες



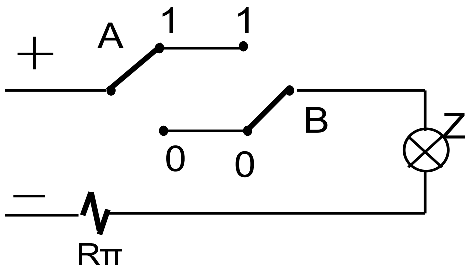
3.1.8 Συμπλήρωμα αποκλειστικού-Ή (NOT-XOR=XNOR)

Η πράξη της του συμπληρώματος της πράξης του αποκλειστικού-Ή για δυο μεταβλητές A,B οι οποίες μπορούν να πάρουν δυο τιμές (κάθε μια) 0,1 άρα τέσσερις δυνατοί συνδυασμοί, σημειώνονται στον πίνακα αληθείας της πράξης. Δίπλα φαίνεται και το διακοπτικό κύκλωμα. Στην εκφώνηση λέμε ότι η έξοδος είναι το συμπλήρωμα (A αποκλειστικό B) ενώ γράφουμε Z= $\overline{A \oplus B}$ ή Z= $A \otimes B$.

Πίνακας Αληθείας

A	B	$Z = A \otimes B$	$Z = \overline{A \oplus B}$
0	0	0	1
0	1	1	0
1	0	1	0
1	1	0	1

Ισοδύναμο κύκλωμα με διακόπτες



Η έξοδος του κυκλώματος Z, φαίνεται στην φωτοδίοδο-Led και εκφράζει το αποτέλεσμα της πράξης όπου 0=UnLit & 1=Lit. Για να έχουμε έξοδο Z=1 πρέπει και οι δυο διακόπτες να είναι στην κατάσταση ένα ή μηδέν -"1"ή "0", δηλαδή ανοικτοί ή κλειστοί .

Σημείωση: Στα δυο τελευταία κυκλώματα όπου αναφέρεται η κατάσταση 0 ή 1 αναφέρονται σε διακόπτες τριών θέσεων με μια κλειστή και μια ανοικτή επαφή με την αντίστοιχη σημείωση 0 ή 1.

3.2. ΛΟΓΙΚΕΣ ΠΥΛΕΣ

3.2.1 Εισαγωγή

Οι βασικές αρχές της Άλγεβρας Boole πραγματοποιούνται με τη χρήση των ηλεκτρονικών κυκλωμάτων, τις λεγόμενες "πύλες", οπότε μια πύλη είναι το μαθηματικό σύμβολο της πράξης Boole. Σε κάθε λογική πράξη της Άλγεβρας Boole αντιστοιχεί και μία λογική πύλη.

Πύλη γενικά είναι ένα ηλεκτρονικό κύκλωμα το οποίο δέχεται στην είσοδό του ένα ή περισσότερα σήματα και έχει έξοδο **ένα μόνο** σήμα. Ας τις δούμε πιο αναλυτικά.

3.2.2 Πύλη "Η" - Gate OR

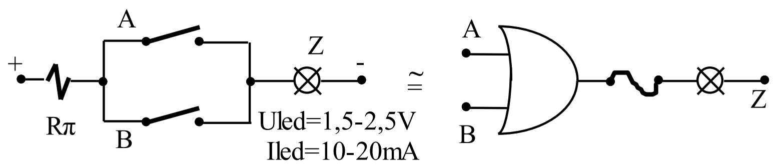
Η πράξη της λογικής πρόσθεσης για δυο μεταβλητές Α,Β, πραγματοποιείται με την πύλη **OR**. Οι τέσσερις δυνατοί συνδυασμοί, σημειώνονται στον πίνακα αληθείας της πύλης. Δίπλα φαίνεται και το σύμβολο της πύλης.

Η πύλη είναι ισοδύναμη με το ηλεκτρικό κύκλωμα δύο παράλληλα συνδεδεμένων διακοπτών και μια λυχνία που αποτελεί την έξοδο.

Πίνακας Αληθείας (truth table)

A	B	Z=A+B
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Σύμβολο (Block διάγραμμα)



Η πύλη OR εκτελεί την πράξη της λογικής πρόσθεσης (**+**). Η λογική συνάρτηση εξόδου είναι Z=A+B και ή έξοδος της πύλης είναι **Z="1"** όταν **τουλάχιστον μία** είσοδος είναι ένα-"**1**".

3.2.3 Πύλη "ΚΑΙ"- Gate AND

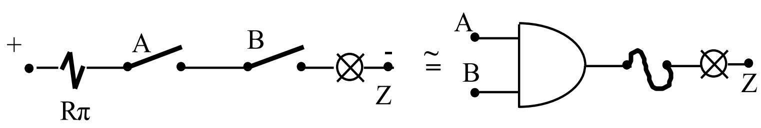
Η πράξη του λογικού πολλαπλασιασμού για δυο μεταβλητές Α,Β, πραγματοποιείται με την πύλη **AND**. Οι τέσσερις δυνατοί συνδυασμοί, σημειώνονται στον πίνακα αληθείας της πύλης. Δίπλα φαίνεται και το σύμβολο της πύλης.

Η πύλη είναι ισοδύναμη με το ηλεκτρικό κύκλωμα δύο εν σειρά συνδεδεμένων διακοπτών και μια λυχνία που αποτελεί την έξοδο.

Πίνακας Αληθείας(truth table)

A	B	Z=A∗B
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Σύμβολο (Block διάγραμμα)



Η πύλη AND εκτελεί την πράξη του λογικού πολλαπλασιασμού (∗).

Η λογική συνάρτηση εξόδου είναι Z=A•B και ή έξοδος της πύλης είναι **Z="1"** όταν **όλες οι είσοδοι** είναι ένα-"**1**".

ΣΗΜΕΙΩΣΗ: Οι πύλες OR και AND μπορούν να έχουν και περισσότερες από δύο εισόδους, όμως για την έξοδο θα ισχύουν οι παραπάνω κανόνες.

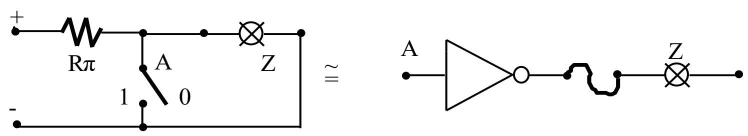
3.2.4 Πύλη "Αντιστροφής" (INVERTER), "OXI" - Gate NOT

Η πράξη της λογικής αντιστροφής για την μεταβλητή A πραγματοποιείται με την πύλη **NOT**. Οι δυο δυνατοί συνδυασμοί, σημειώνονται στον πίνακα αληθείας της πύλης. Δίπλα φαίνεται και το σύμβολο της πύλης.

Η πύλη είναι ισοδύναμη με το κύκλωμα ενός διακόπτη συνδεδεμένου παράλληλα στην λυχνία εξόδου.

Πίνακας Αληθείας(truth table) Σύμβολο (Block διάγραμμα)

A	$\overline{A}$
0	1
1	0



Η λογική συνάρτηση εξόδου είναι $Z=\overline{A}$ και ή έξοδος της πύλης είναι **Z="1"** όταν **η είσοδος** είναι μηδέν-"**0**". Η πύλη NOT αντιστρέφει την είσοδό της.

Σημείωση: Δύο πύλες με μεγάλη εφαρμογή στα λογικά κυκλώματα είναι οι πύλες NAND και NOR. Η χρήση των πυλών αυτών είναι μεγάλη και προτιμούνται από τις απλές πύλες, γιατί από την εσωτερική κατασκευή των ηλεκτρονικών στοιχείων τους απαιτούνται λιγότερα τρανζίστορ για την τελική έξοδο.

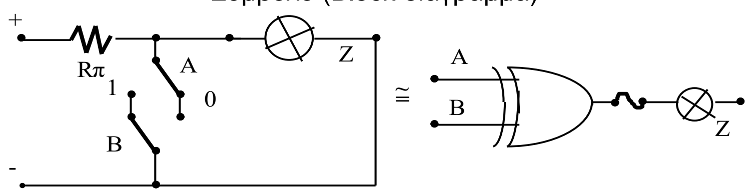
3.2.5 Πύλη ΑΠΟΚΛΕΙΣΤΙΚΟ-Η (e**X**lusive - OR = XOR) - Gate XOR

Η πράξη του αποκλειστικού-**OR** για δυο μεταβλητές A,B πραγματοποιείται με την πύλη **XOR**. Οι τέσσερις δυνατοί συνδυασμοί, σημειώνονται στον πίνακα αληθείας της πύλης. Δίπλα φαίνεται και το σύμβολο της πύλης.

Η πύλη είναι ισοδύναμη με κύκλωμα δυο διακοπτών παράλληλα μεταξύ τους και παράλληλα στην λυχνία.

Πίνακας Αληθείας(truth table) Σύμβολο (Block διάγραμμα)

A	B	$Z=A\oplus B$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0



Η λογική συνάρτηση εξόδου είναι $Z=\overline{A}\,B+A\,\overline{B}=A\oplus B$ και ή έξοδος της πύλης είναι **Z="1"** αποκλειστικά **μόνο** όταν **μία είσοδος** είναι ένα-"**1**", ή διαφορετικά η έξοδος της πύλης XOR είναι μηδέν-"**0**" όταν **μία μόνο** είσοδος είναι ένα-"**1**"**.**

Η πράξη του "ΑΠΟΚΛΕΙΣΤΙΚΟΥ-Η" έχει σαν σύμβολο το "$\oplus$" και για δύο μεταβλητές A,B ισχύει: $A\neq B\Rightarrow A\oplus B=1$.

Η πύλη XOR είναι κατάλληλη για την σύγκριση δύο δυαδικών ψηφίων και χρησιμοποιείται στον έλεγχο της ανισότητας δύο δυαδικών ψηφίων.

3.2.6 Πύλη "ΟΧΙ-ΚΑΙ" (NOT-AND = NAND)

Η πράξη του συμπληρώματος του λογικού πολλαπλασιασμού για δυο μεταβλητές πραγματοποιείται με την πύλη **NAND**.

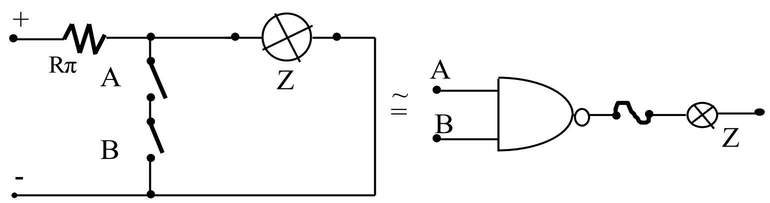
Οι τέσσερις δυνατοί συνδυασμοί, σημειώνονται στον πίνακα αληθείας της πύλης. Δίπλα φαίνεται και το σύμβολο της πύλης. Η πύλη **NOT-ΚΑΙ** αντιστοιχεί σε μία πύλη **ΚΑΙ** που ακολουθείται από μία πύλη **NOT**. Έτσι για να βρούμε την έξοδο της πύλης **NOT-ΚΑΙ** παίρνουμε το λογικό γινόμενο των εισόδων και το αντιστρέφουμε οπότε και η ονομασία της πύλης ΟΧΙ-ΚΑΙ (**NOT-AND=NAND**) αντιστοιχεί ακριβώς στη λειτουργία της.

Η πύλη είναι ισοδύναμη με κύκλωμα δύο εν σειρά διακοπτών, παράλληλα σε μια λυχνία.

Πίνακας Αληθείας(truth table)

A	B	$Z=\overline{A \bullet B}$
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Σύμβολο (Block διάγραμμα)



Η λογική συνάρτηση εξόδου είναι $Z=\overline{A \bullet B}$ και ή έξοδος της πύλης είναι **Z="1"** σε όλους τους συνδυασμούς εκτός του συνδυασμού όπου **όλες οι είσοδοι** είναι ένα-"**1**", ή διαφορετικά η έξοδος της πύλης NAND είναι Z="**1**" όταν **μία τουλάχιστον** είσοδος είναι μηδέν-"**0**".

3.2.7 Πύλη "ΟΧΙ-Η" (NOT-OR = NOR)

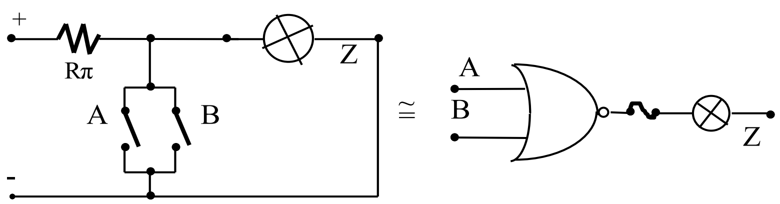
Η πράξη του συμπληρώματος της λογικής πρόσθεσης για δυο μεταβλητές Α,Β, πραγματοποιείται με την πύλη **NOR**. Οι τέσσερις δυνατοί συνδυασμοί, σημειώνονται στον πίνακα αληθείας της πύλης. Δίπλα φαίνεται και το σύμβολο της πύλης. Η πύλη **NOT-OR** αντιστοιχεί σε μία πύλη **OR** που ακολουθείται από μία πύλη **NOT**. Έτσι για να βρούμε την έξοδο της πύλης **NOT-OR** παίρνουμε το λογικό άθροισμα των εισόδων και το αντιστρέφουμε οπότε και η ονομασία της πύλης ΟΧΙ-OR (**NOT-OR=NOR**) αντιστοιχεί ακριβώς στη λειτουργία της.

Η πύλη είναι ισοδύναμη με κύκλωμα δύο εν παραλλήλω συνδεδεμένων διακοπτών και παράλληλα σε μια λυχνία.

Πίνακας Αληθείας(truth table)

A	B	$Z=\overline{A+B}$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

Σύμβολο (Block διάγραμμα)



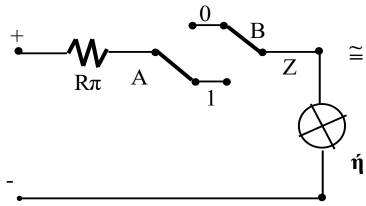
Η λογική συνάρτηση εξόδου είναι $z=\overline{A+B}$ και ή έξοδος της πύλης είναι **Z="1"** μόνο στον συνδυασμό όπου **όλες οι είσοδοι** είναι μηδέν-"**0**", ή διαφορετικά η έξοδος της πύλης NOR είναι μηδέν-"**0**" όταν **μία τουλάχιστον** είσοδος είναι ένα-"**1**"**.**

3.2.8 Πύλη ΑΠΟΚΛΕΙΣΤΙΚΟΥ ΟΧΙ-Η (EXCLUSIVE - NOR = XNOR)

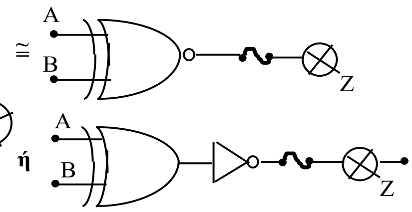
Η πράξη του συμπληρώματος του αποκλειστικού-**OR** για δυο μεταβλητές A,B, πραγματοποιείται με την πύλη **XNOR**. Οι τέσσερις δυνατοί συνδυασμοί, σημειώνονται στον πίνακα αληθείας της πύλης. Δίπλα φαίνεται και το σύμβολο της πύλης. Η πύλη **XNOR** αντιστοιχεί σε μια πύλη **XOR** ακολουθούμενη από μια πύλη **NOT** και έχει έξοδο το συμπλήρωμα της **XOR** .

Πίνακας Αληθείας(truth table)

A	B	$Z=\overline{A\oplus B}$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1



Σύμβολο (Block διάγραμμα)



Η πύλη είναι ισοδύναμη με κύκλωμα δυο διακοπτών παράλληλα μεταξύ τους και σε σειρά στην λυχνία.

Η λογική συνάρτηση εξόδου είναι $Z=\overline{A}.\overline{B}+AB=\overline{A\oplus B}=A\otimes B$ και ή έξοδος της πύλης είναι **Z="1"** αποκλειστικά **μόνο** όταν **όλες οι είσοδοι είναι ίσες** με μηδέν-"0" ή ένα-“1”, ή διαφορετικά η έξοδος της πύλης XOR είναι μηδέν-"**0**" όταν **μία μόνο** είσοδος είναι ένα-"**1**"**.**

Η πράξη του αποκλειστικού ΟΧΙ-Η έχει σαν σύμβολο το "⊗" και για δύο μεταβλητές A,B ισχύει: **A=B⇒A⊗B=1**

Επειδή η πύλη ανιχνεύει την ισότητα δύο ψηφίων, λέγεται και πύλη "σύμπτωσης (Coincidence)".

Αν πάρουμε το συμπλήρωμα της λογικής συνάρτησης της πύλης XOR με μια πύλη NOT έχουμε: $\overline{A\oplus B}=A\otimes B$, από όπου και η ονομασία **XNOR**.

Απόδειξη της σχέσης:

$$Z=\overline{A\oplus B}=\overline{A\overline{B}+\overline{A}B}=(\overline{A*\overline{B}})*(\overline{\overline{A}*B})=(\overline{A}+\overline{\overline{B}})(\overline{\overline{A}}+\overline{B})=(\overline{A}+B)(A+\overline{B})=$$

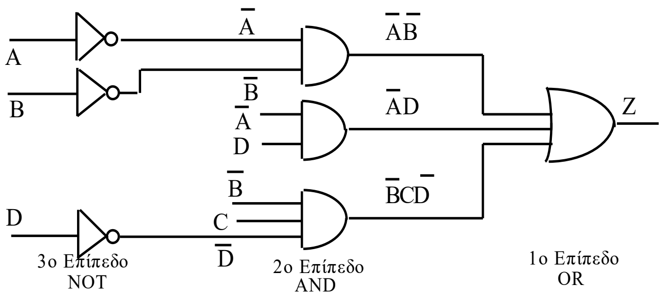
$$=A\overline{A}+AB+\overline{A}.\overline{B}+B\overline{B}=\overline{A}.\overline{B}+AB=A\otimes B$$

3.3 ΤΕΧΝΙΚΗ ΣΧΕΔΙΑΣΗΣ ΚΥΚΛΩΜΑΤΩΝ

Αν Θέλουμε να σχεδιάσουμε το κύκλωμα που πραγματοποιεί μια δεδομένη λογική συνάρτηση πρέπει η λογική συνάρτηση να είναι σημειωμένη σε μια μορφή είτε σαν **ά**θροισμα **γ**ινομένων είτε σαν **γ**ινόμενο **α**θροισμάτων. Κάθε μια μορφή σχεδιάζετε σε δυο ή τρία επίπεδα σχεδίασης με συγκεκριμένες πύλες κάθε επίπεδο. Οι δυο αυτοί τρόποι σχεδίασης ονομάζονται και τεχνικές ή λογικές σχεδίασης ανάλογα με τις πύλες που χρησιμοποιούνται. Ας δούμε τις δυο τεχνικές.

3.3.1 Τεχνική (ή Λογική) Σχεδίασης AND-OR

Αν η συνάρτηση εκφράζεται στην μορφή αθροίσματος γινομένων (Α.Γ) όπως η $Z = \overline{A}.\overline{B} + \overline{A}D + \overline{B}C\overline{D}$ τότε: **Κάθε ένα** από τα τρία γινόμενα (3 όροι γινομένων) απαιτεί μια πύλη AND για την πράξη του λογικού πολλαπλασιασμού και οι έξοδοι των τριών πυλών AND απαιτούν μια πύλη OR τριών εισόδων ώστε να εκτελεστεί η λογική πρόσθεση. Οι μεταβλητές εισόδου που είναι σημειωμένες με το συμπλήρωμα ($\overline{A}$, $\overline{B}$, $\overline{D}$) απαιτούν μια πύλη NOT, κάθε μια, για την αντιστροφή τους.



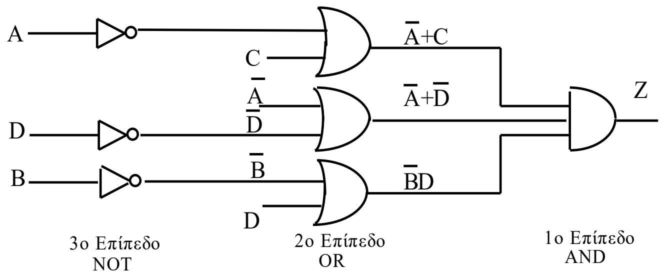
Το κύκλωμα που υλοποιεί την δοθείσα λογική συνάρτηση εμφανίζεται σχεδιασμένο σε τρία (3) επίπεδα στο σχήμα.

Ένα σήμα στην είσοδο Α θα περάσει από τα τρία επίπεδα σχεδίασης με τη σειρά 3→2→1 για να φθάσει στην έξοδο Ζ, άρα θα καθυστερήσει κατά τον χρόνο $t_{pd}=t_1+t_2+t_3$= χρόνος προσπέλασης του κυκλώματος. Ο χρόνος αυτός λαμβάνεται υπ΄ όψιν στην σχεδίαση των κυκλωμάτων. Εάν θεωρήσουμε δεδομένα τα συμπληρώματα τότε το κύκλωμα σχεδιάζεται σε δυο επίπεδα (το 1^{ο} και το 2^{ο}).

3.3.2 Τεχνική (ή Λογική) Σχεδίασης OR-AND

Αν τώρα η συνάρτηση εκφράζεται στην μορφή γινομένου αθροισμάτων (Γ.Α) όπως η $Z = (\overline{A} + C)(\overline{A} + \overline{D})(\overline{B} + D)$ τότε: **Κάθε ένα** από τα τρία αθροίσματα (3 όροι αθροισμάτων) απαιτεί μια πύλη OR για την πράξη της λογικής πρόσθεσης και οι έξοδοι των τριών πυλών OR απαιτούν μια πύλη AND τριών εισόδων ώστε να εκτελεστεί η πράξη του λογικού γινομένου.

Οι μεταβλητές εισόδου που είναι σημειωμένες με το συμπλήρωμα ($\overline{A}, \overline{B}, \overline{D}$) απαιτούν μια πύλη NOT, κάθε μια, για την αντιστροφή τους.



Το κύκλωμα που υλοποιεί την δοθείσα λογική συνάρτηση εμφανίζεται σχεδιασμένο σε τρία (3) επίπεδα στο σχήμα.

Ένα σήμα στην είσοδο A θα περάσει από τα τρία επίπεδα σχεδίασης με τη σειρά 3→2→1 για να φθάσει στην έξοδο Z, άρα θα καθυστερήσει κατά τον χρόνο $t_{pd}=t_1+t_2+t_3$= χρόνος προσπέλασης του κυκλώματος. Ο χρόνος αυτός λαμβάνεται υπ΄ όψιν στην σχεδίαση των κυκλωμάτων. Εάν θεωρήσουμε δεδομένα τα συμπληρώματα τότε το κύκλωμα σχεδιάζεται σε δυο επίπεδα (το 1^{ο} και το 2^{ο}).

1^{η} Σημείωση: Στις παραπάνω τεχνικές σχεδίασης δεν αναφέρεται η πύλη NOT επειδή δεν απαιτείται πάντα σε όλες τις εισόδους.

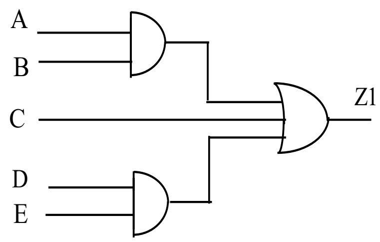
2^{η} Σημείωση: Εάν η λογική συνάρτηση **δεν είναι** σε μια από τις παραπάνω μορφές (θα δικαιολογήσουμε την ονομασία σε επόμενο κεφάλαιο) τότε πρέπει να εκτελέσουμε τις πράξεις ώστε να προκύψει μια από τις δύο.

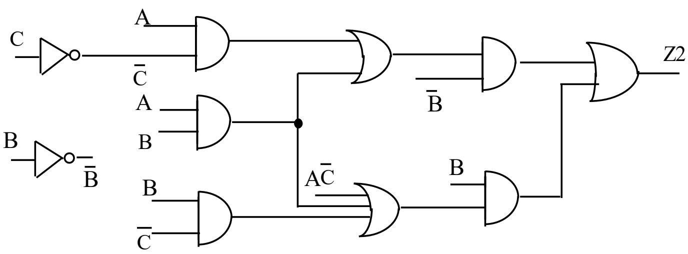
3.4 ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1. Να σχεδιάσετε τα κυκλώματα που υλοποιούν τις παρακάτω λογικές συναρτήσεις

α. $Z1 = A.B + \overline{A}.\overline{B} + \overline{C}$ **β.** $Z2 = (A + B).(\overline{A} + .\overline{B}).\overline{A}$ **γ.** $Z3 = (\overline{A} + \overline{B}).C + \overline{C}$

2. Να βρεθεί η έξοδος Z των κυκλωμάτων


A
B
C
D
E
Z1


C
A
C̄
B
B̄
A
B
B
C̄
AC̄
B̄
B
Z2