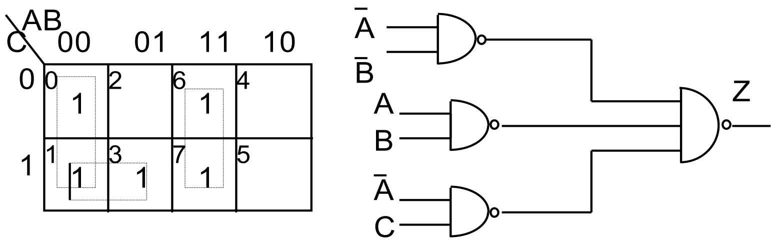
6. Σχεδίαση Κυκλωμάτων Λογικής Κόμβων (ΚΑΙ), (Η)

6.1 Εισαγωγή

Όπως έχουμε δει οι εκφράσεις των λογικών συναρτήσεων για την συγκεκριμένη σχεδίαση προκύπτουν εύκολα από χάρτη Καρνώ -Karnaugh. Έτσι βρίσκουμε από τον πίνακα αλήθειας της συνάρτησης, τον αντίστοιχο Καρνώ και από τον χάρτη μια έκφραση της συνάρτησης είτε σε μορφή αθροίσματος γινομένων είτε σε μορφή γινομένου αθροισμάτων. Κάθε μια από τις μορφές αυτές υλοποιείται με μια τεχνική σχεδίασης. Η έκφραση Α.Γ. πραγματοποιείται με πύλες NAND ενώ έκφραση Γ.Α. με πύλες NOR, σε δυο ή τρία επίπεδα σχεδίασης.

1ο Παράδειγμα: Δίδεται η $Z=\overline{A}.\overline{B}.\overline{C}+\overline{A}.\overline{B}C+\overline{A}BC+AB\overline{C}+ABC$. Να σχεδιαστεί το λογικό της κύκλωμα με Λογική NAND.



Λύση: Συμπληρώνουμε τον χάρτη Καρνώ κατ' ευθεία από την Ζ και από τον σχηματισμό των υπο-ομάδων έχουμε $Z=\overline{A}.\overline{B}+AB+\overline{A}C$.

Το λογικό κύκλωμα φαίνεται στο παραπάνω σχήμα.

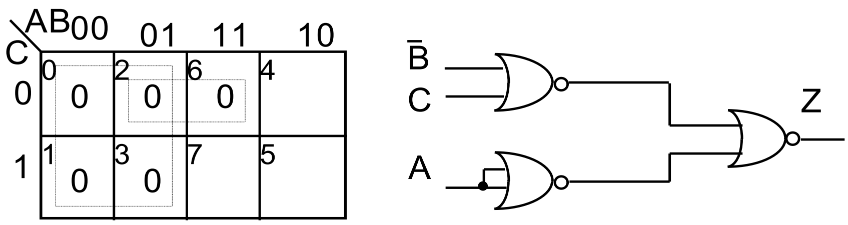
ΣΗΜΕΙΩΣΗ.: Αν δεν είναι διαθέσιμα τα συμπληρώματα των μεταβλητών, προκύπτουν εύκολα με την χρήση μιας ακόμη πύλης NAND, όπως γνωρίζουμε. Όμως σε αρκετές περιπτώσεις οι μεταβλητές προέρχονται από κυκλώματα τα οποία έχουν διαθέσιμα τα συμπληρώματα των μεταβλητών οπότε παραλείπεται το 3ο επίπεδο σχεδίασης.

2ο Παράδειγμα: Δίδεται η $Z=(\overline{A}+\overline{B}+C)(A+B+\overline{C})(A+\overline{B}+C)(A+\overline{B}+\overline{C})(A+B+C)$.

Να σχεδιαστεί το λογικό της κύκλωμα με λογική NOR.

Λύση : Συμπληρώνουμε τον Χάρτη Καρνώ κατ' ευθεία από την Ζ και από τον σχηματισμό των υπο-ομάδων έχουμε $Z=A.(\overline{B}+C)$.

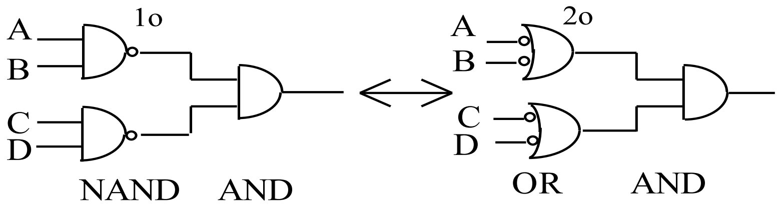
Το λογικό κύκλωμα φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.



ΣΗΜΕΙΩΣΗ.: Πρέπει να προσεχθεί ο όρος Α που έχει μια μόνο μεταβλητή, θα πρέπει να περάσει μέσα από μια πύλη NOR. Η πύλη αυτή θα λειτουργήσει σαν NOT.

6.2. Σχεδίαση κυκλωμάτων με λογική NAND-AND (κόμβος ΚΑΙ)

Πολλές φορές οδηγούμε τις εξόδους πυλών NAND σε μια πύλη AND. Τα αντίστοιχα κυκλώματα NAND-AND σχεδιάζονται με βάση την ισοδυναμία:



Από το 1ο σχήμα έχουμε $Z = (\overline{AB}).(\overline{CD})$ Με συμπλήρωμα στο πρώτο και δεύτερο μέλος έχουμε: $\overline{Z} = \overline{(\overline{AB}).(\overline{CD})} = \overline{\overline{(AB)}} + \overline{\overline{(CD)}} = AB + CD$

Εφαρμόζουμε ξανά την ιδιότητα οπότε τελικά $Z = \overline{AB + CD}$ η έξοδος του 1ου.

Από το 2ο σχήμα έχουμε $Z = (\overline{A} + \overline{B}).(\overline{C} + \overline{D})$ Με συμπλήρωμα στο πρώτο και δεύτερο μέλος έχουμε: $\overline{Z} = \overline{(\overline{A} + \overline{B}).(\overline{C} + \overline{D})} = (\overline{\overline{A}}.\overline{\overline{B}}) + (\overline{\overline{C}} + \overline{\overline{D}})$ ή $\overline{Z} = A.B + C.D$

Εφαρμόζουμε ξανά την ιδιότητα οπότε τελικά $Z = \overline{AB + CD}$ η έξοδος του 2ου, έκφραση που προέκυψε και από το πρώτο σχήμα. Επομένως για κυκλώματα κόμβου NAND-AND μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε τις ισοδύναμες βαθμίδες OR-AND αρκεί να αντιστρέψουμε όλες τις εισόδους όπως φαίνεται στο 2ο κύκλωμα.

Παράδειγμα: Να σχεδιαστεί με NAND-AND κύκλωμα που ικανοποιεί τον Π.Α.

Λύση: Από τον ΠΑ έχουμε:

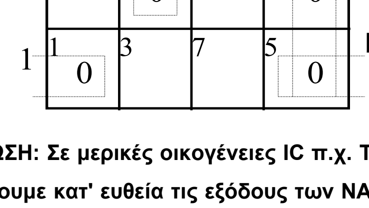
	A	B	C	Z
0	0	0	0	1
1	0	0	1	0
2	0	1	0	0
3	0	1	1	1
4	1	0	0	0
5	1	0	1	0
6	1	1	0	1
7	1	1	1	1

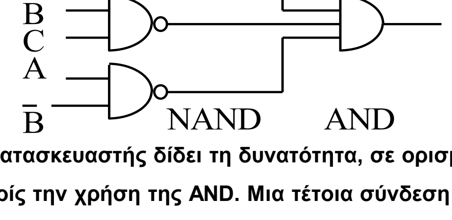
Σημειώνουμε τα μηδενικά του πίνακα στον Καρνώ από τον οποίο έχουμε την συμπληρωματική έκφραση της ζητούμενης συνάρτησης $\overline{Z} = A\overline{B} + \overline{B}C + \overline{A}B\overline{C}$

Με την βοήθεια της ιδιότητας De Morgan έχουμε το δεύτερο συμπλήρωμα της έκφρασης

$\overline{\overline{Z}} = Z = \overline{(\overline{A}B\overline{C} + \overline{B}C + A\overline{B})}$ ή $Z = (A + \overline{B} + C)(B + \overline{C})(\overline{A} + B)$.

Το κύκλωμα με NAND-AND φαίνεται στο σχήμα.

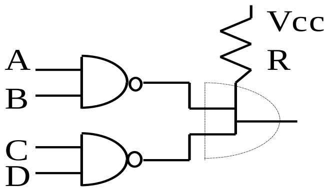




ΣΗΜΕΙΩΣΗ: Σε μερικές οικογένειες IC π.χ. TTL, ο κατασκευαστής δίδει τη δυνατότητα, σε ορισμένες περιπτώσεις, να συνδέσουμε κατ' ευθεία τις εξόδους των NAND χωρίς την χρήση της AND. Μια τέτοια σύνδεση λέγεται "κόμβος-ΚΑΙ", ή αλλιώς "συρματωμένο -ΚΑΙ" (Wired AND) και συμβολίζεται όπως στο σχήμα.

Στον κόμβο **ΚΑΙ** πρέπει να οδηγούμε εξόδους πυλών NAND και όχι γραμμές που αντιστοιχούν σε απλές μεταβλητές, γιατί τότε η σύνδεση οδηγείται σε ακαθόριστη κατάσταση. Το αν μπορούμε να χρησιμοποιούμε σύνδεση κόμβου-ΚΑΙ σημειώνεται από τον κατασκευαστή στις οδηγίες.

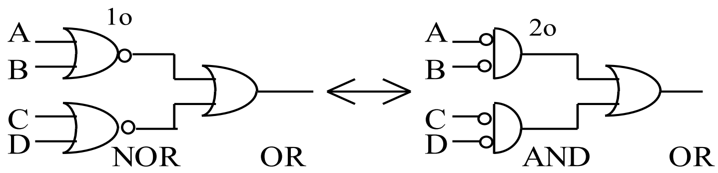
Συγκεκριμένα οι πύλες NAND που θα χρησιμοποιηθούν θα πρέπει να είναι "ανοικτού συλλέκτη" (open collector). Δηλαδή χωρίς δική τους αντίσταση φορτίου προς την τροφοδοσία, και είναι απαραίτητο να χρησιμοποιήσουμε εξωτερική αντίσταση που να ενώνει τον κόμβο-ΚΑΙ στην τροφοδοσία.



Παρατήρηση: Επειδή η έξοδος του κόμβου ΚΑΙ μπορεί να γραφεί $Z = \overline{AB + CD}$ και υπάρχει το σύμβολο "**+**" στην έκφραση αναφέρεται και σαν "κόμβος-Η".

6.3. Σχεδίαση κυκλωμάτων με λογική NOR-OR (κόμβος-Η).

Σε πολλές επίσης περιπτώσεις οι έξοδοι NOR οδηγούνται σε OR. Τα αντίστοιχα κυκλώματα NOR-OR σχεδιάζονται με βάση την ισοδυναμία:



Από το 1ο σχήμα έχουμε $Z = \overline{(A + B)} + \overline{(C + D)}$. Με συμπλήρωμα στο πρώτο και δεύτερο μέλος έχουμε: $\overline{Z} = \overline{\overline{(A+B)} + \overline{(C+D)}} = \overline{\overline{(A+B)}}.\overline{\overline{(C+D)}} = (A+B).(C+D)$

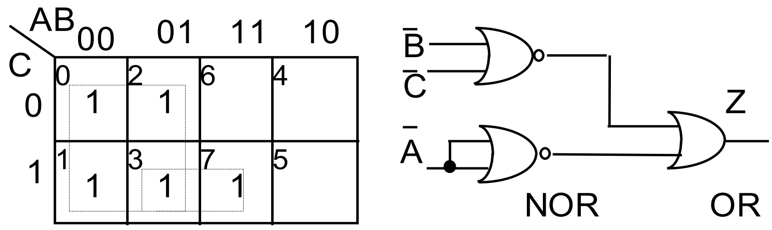
Εφαρμόζουμε ξανά την ιδιότητα οπότε τελικά $Z = \overline{(A + B)(C + D)}$ η έξοδος του 1ου.

Από το 2ο σχήμα έχουμε $Z = (\overline{A}.\overline{B}) + (\overline{C}.\overline{D})$. Με συμπλήρωμα στο πρώτο και δεύτερο μέλος έχουμε: $\overline{Z} = \overline{(\overline{A}.\overline{B}).(\overline{C}.\overline{D})} = \overline{(\overline{A}.\overline{B})} + \overline{(\overline{C}.\overline{D})}$ ή $\overline{Z} = (A + B) + (C + D)$

Εφαρμόζουμε ξανά την ιδιότητα οπότε τελικά $Z = \overline{(A + B)(C + D)}$ η έξοδος του 2ου, έκφραση που προέκυψε και από το πρώτο σχήμα. Επομένως για κυκλώματα κόμβου NAND-AND μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε τις ισοδύναμες βαθμίδες OR-AND αρκεί να αντιστρέψουμε όλες τις εισόδους όπως φαίνεται στο 2ο κύκλωμα.

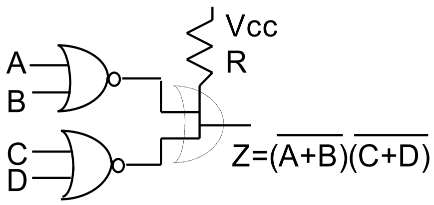
Παράδειγμα: Δίδεται η λογική συνάρτηση $Z = \overline{A}.\overline{B}.\overline{C} + ABC + \overline{A}B\overline{C} + \overline{A}BC + \overline{A}.\overline{B}C$. Να σχεδιαστεί το κύκλωμα Α.Λ.Σ με NOR-OR.

Λύση: Σχεδιάζουμε τον χάρτη Καρνώ, σχηματίζουμε τις ομάδες και έχουμε τη Λ.Σ $Z=\overline{A}+BC$ από τα τετράγωνα με μονάδες. Το κύκλωμα NOR-OR με χρήση των συμπληρωμάτων των όρων της Ζ φαίνεται στο σχήμα .



Αν θεωρήσουμε δεδομένα τα συμπληρώματα τότε η πύλη NOT δεν απαιτείται και το κύκλωμα γίνεται μόνο με δυο πύλες μια NOR και μια OR.
Όπως στον "κόμβο-ΚΑΙ" έτσι και εδώ στον "κόμβο-Η" έχουμε την δυνατότητα σε μερικές περιπτώσεις, λέει σχετικά ο κατασκευαστής, να χρησιμοποιήσουμε "κόμβο-Η", δηλαδή χωρίς την πύλη OR, "Συρματωμένο-Η" (Wired-H).

Το συμβολικό κύκλωμα φαίνεται στο σχήμα.
Και εδώ ισχύει ότι οι γραμμές που οδηγούνται στον “κόμβο-Η” πρέπει να προέρχονται από εξόδους πυλών NOR, αλλιώς ο κόμβος είναι πιθανό να οδηγηθεί σε απροσδιοριστία.



Οι 4 κατηγορίες σχεδιασμού πυλών και οι αντίστοιχες ισοδύναμες φαίνονται συνοπτικά στον πίνακα.

Συνδυασμός πυλών δύο Βαθμίδων	Ισοδύναμος Συνδυασμός	Παρατηρήσεις
NAND-NAND	AND-OR	
NOR-NOR	OR-AND	
NAND-AND	OR-AND	Συμπληρώματα εισόδων δυνατότητα κόμβου - ΚΑΙ
NOR-OR	AND-OR	Συμπληρώματα εισόδων δυνατότητα κόμβου - Η

6.4. Εφαρμογές σχεδίασης κυκλωμάτων

1η . Να σχεδιαστεί το λογικό κύκλωμα της Λ.Σ Ζ με πύλες α) NOR β)NAND

$$Z=ABCD+AB\overline{C}.\overline{D}+\overline{A}.\overline{B}CD+\overline{A}B\overline{C}.\overline{D}+ABC\overline{D}+\overline{A}BCD$$

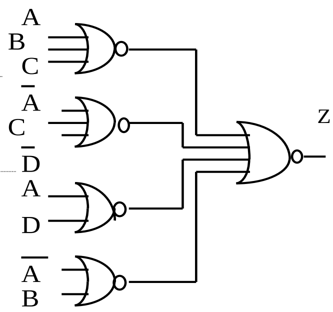
Λύση: Ο ΧΚ συμπληρώνεται κατ' ευθεία από την συνάρτηση Z και από τον σχηματισμό των υπο-ομάδων με τα μηδενικά έχουμε την απλοποιημένη έκφραση του συμπληρώματος της Z. Η συνάρτηση είναι

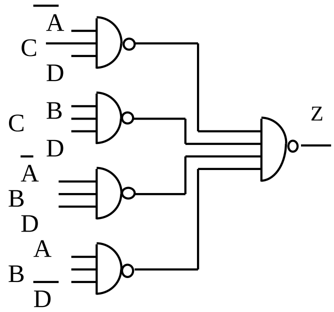
$\overline{Z} = \overline{A}.\overline{B}.\overline{C} + A\overline{C}D + \overline{A}.\overline{D} + A\overline{B} \Rightarrow \overline{\overline{Z}} = Z = \overline{(\overline{A}.\overline{B}.\overline{C} + A\overline{C}D + \overline{A}.\overline{D} + A\overline{B})}$

$Z = (\overline{\overline{A}.\overline{B}.\overline{C}})(\overline{A\overline{C}D})(\overline{\overline{A}.\overline{D}})(\overline{A\overline{B}})$ και τελικά

$Z = (\overline{\overline{A}} + \overline{\overline{B}} + \overline{\overline{C}})(\overline{A} + \overline{\overline{C}} + \overline{D})(\overline{\overline{A}} + \overline{\overline{D}})(\overline{A} + \overline{\overline{B}}) = (A+B+C)(\overline{A}+C+\overline{D})(A+D)(\overline{A}+B)$

CD \ AB	00	01	11	10
00	0 0	4 0	12 1	8 0
01	1 0	5 1	13 0	9 0
11	3 1	7 1	15 1	11 0
10	2 0	6 0	14 1	10 0





κύκλωμα με NOR κύκλωμα με NAND

β) Από τον Χ.Κ. θα πάρουμε τα τετράγωνα με άσσους και προκύπτει η σχέση

$Z = \overline{A}CD + BCD + \overline{A}BD + AB\overline{D}$ και τα δυο κυκλώματα φαίνονται παρακάτω.

2η. Να σχεδιαστεί κύκλωμα ισοδύναμο της XOR με χρήση μόνο πυλών NAND.

Λύση: Έστω A,B οι είσοδοι της XOR οπότε η έξοδός της θα είναι $Z = A \oplus B$ ή $Z = \overline{A}B + A\overline{B}$. Αν βάλουμε και τους όρους $A\overline{A}, B\overline{B}$ που είναι μηδενικοί τότε έχουμε την Λ.Σ $Z = \overline{A}B + A\overline{B} + A\overline{A} + B\overline{B} = A(\overline{A} + \overline{B}) + B(\overline{A} + \overline{B}) = A.\overline{AB} + B.\overline{AB}$ η τελική μορφή της οποίας είναι άθροισμα γινομένων, επομένως σχεδιάζεται με πύλες NAND.