

A black and white portrait of a man with white, wavy hair, wearing a dark suit jacket, a white shirt, and a dark bow tie. The portrait is centered in the background of the slide.

**Πανεπιστήμιο Δυτικής Αττικής
Τμήμα Φυσικοθεραπείας**

**Μάθημα Βιοφυσικής: Ηλεκτρισμός &
Μαγνητισμός
2018-2019**

Μαθήματα Ηλεκτρισμού - Μαγνητισμού

Η παρούσα σειρά διαλέξεων αφορά σε μαθήματα Φυσικής Α΄ Εξαμήνου σπουδών στο Τμήμα Φυσικοθεραπείας του Πανεπιστημίου Δυτικής Αττικής και βασίζεται στο βιβλίο :

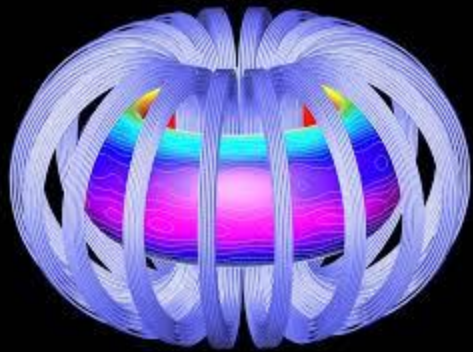
Jay Newman, Φυσική για τις Επιστήμες Ζωής, Δίαυλος, Αθήνα 2013

Ορισμένες διαφάνειες βασίζονται στο βιβλίο:

R.A.Serway, J.W. Jewett , Φυσική για επιστήμονες και μηχανικούς, Β Τόμος, 8^η έκδοση, Κλειδάριθμος, Αθήνα 2013

Σημειώνεται ότι η παρουσίαση βρίσκεται υπό επεξεργασία και δεν έχει ακόμη ολοκληρωθεί

Οι διδάσκοντες (μέλη ΔΕΠ από το Τμήμα Μηχανικών Βιοϊατρικής) ζητούν την κατανόηση των αναγνωστών καθώς και των συγγραφέων των βιβλιογραφικών πηγών που χρησιμοποιούνται για τις προσωρινές ελλείψεις στις σχετικές αναφορές



Ηλεκτρομαγνητισμός

Από επιστημονική άποψη ο Ηλεκτρομαγνητισμός αποτελεί πεδίο των Φυσικών Επιστημών

Εδράζεται στην **ηλεκτρομαγνητική αλληλεπίδραση** (δύναμη), μια από τις 4 αλληλεπιδράσεις που υπάρχουν στη Φύση

Οι περισσότερες δυνάμεις με τις οποίες υπάρχει εξοικείωση έχουν ηλεκτρομαγνητική προέλευση:

- *Ώθηση και έλξη*
- *Τριβή, τάση, συμπίεση, διάτμηση, δυνάμεις ιξώδους κλπ*
- *Δυνάμεις χημικών δεσμών*
- *Το Φως και τα ηλεκτρομαγνητικά κύματα των ραδιοσυχνοτήτων, οι ακτίνες X και γ έχουν ηλεκτρομαγνητική φύση*

Ο Ηλεκτρομαγνητισμός συνέβαλε καθοριστικά στη **Βιομηχανική Επανάσταση (2^η)**, στην παραγωγή Ενέργειας, στις τηλεπικοινωνίες, στην κατασκευή επιστημονικών οργάνων υψηλής τεχνολογίας και συσκευών καθημερινής χρήσης, στην ανάλυση φυσιολογικών διεργασιών και μηχανισμών στο ανθρώπινο σώμα , στην κατανόηση χημικών μηχανισμών





Η αξία του Ηλεκτρισμού



- Ο όρος **ηλεκτρισμός** συνήθως υποδηλώνει την εικόνα της ανθρώπινης **τεχνολογίας**, επειδή σε αυτόν βασίζεται μεγάλος αριθμός συσκευών καθημερινής **επαγγελματικής και οικιακής χρήσης, αλλά και επιστημονικής χρήσης**
- Οι τελευταίες έχουν διαδραματίσει έναν σημαντικό ρόλο στην **κατανόηση των ζώντων οργανισμών και στη μελέτη των διαδικασιών της ζωής.**
- **Ωστόσο, πολλές διαδικασίες της ζωής από μόνες τους εμπεριέχουν ηλεκτρικά φαινόμενα (το νευρικό σύστημα των ζώων και ο έλεγχος των κινήσεων των μυών, τα οποία και τα δύο βασίζονται σε ηλεκτρικές αλληλεπιδράσεις.**
- Ακόμη και τα **φυτά** βασίζονται σε ηλεκτρικές δυνάμεις για κάποιες από τις λειτουργίες τους.

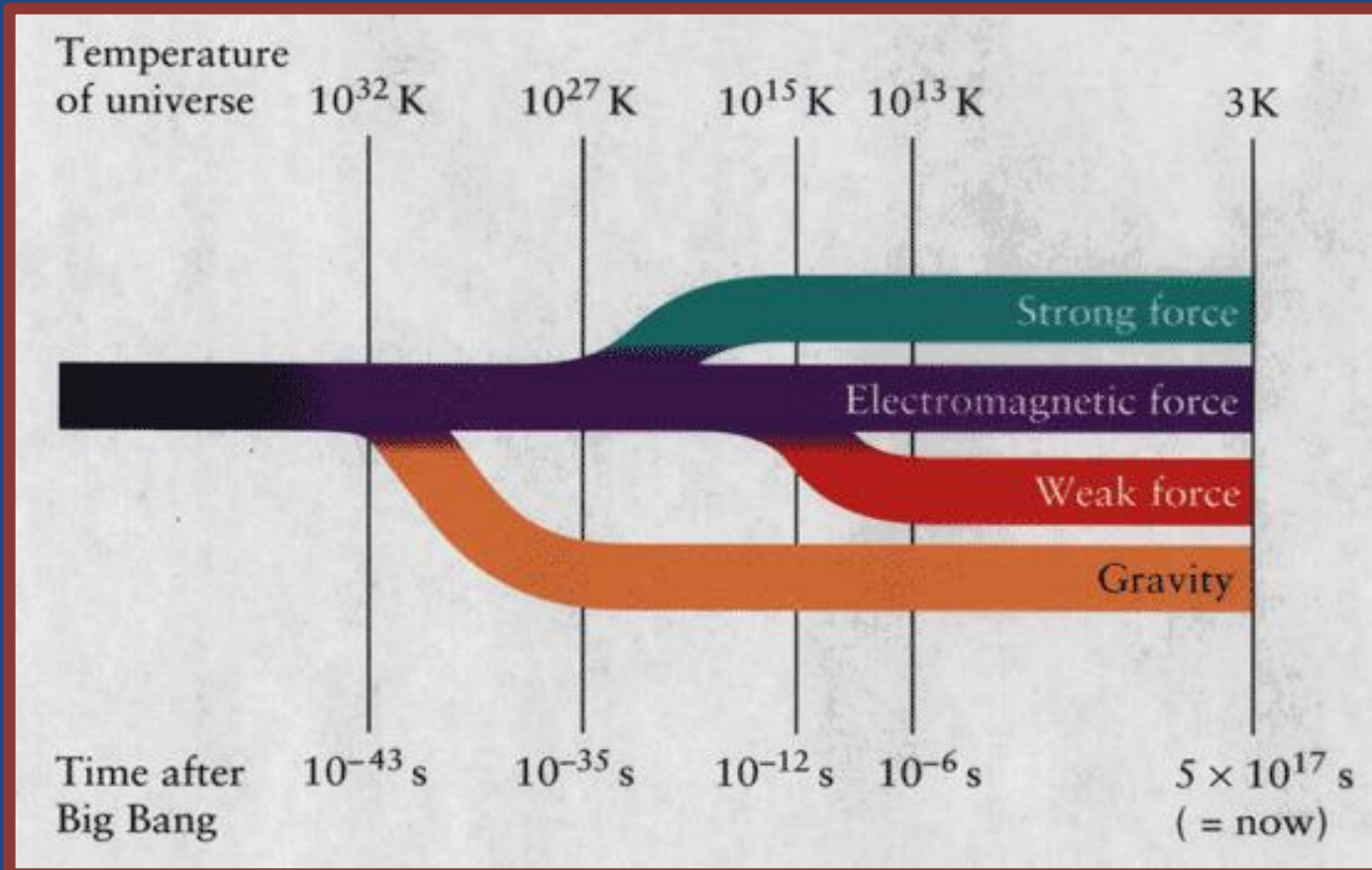
Οι θεμελιώδεις δυνάμεις

Όλα τα σωματίδια στη φύση υπόκεινται σε τέσσερις βασικές δυνάμεις, με τη έννοια ότι αλληλεπιδρούν αλλά και παράγονται μέσω αυτών των δυνάμεων.

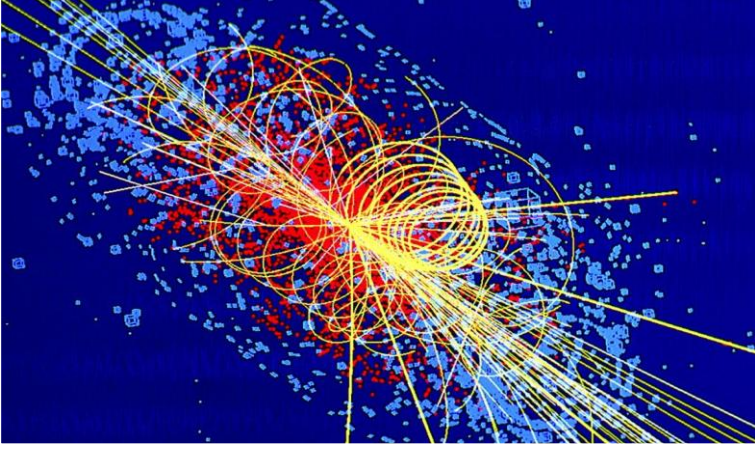
Οι δυνάμεις αυτές είναι η ισχυρή, η ηλεκτρομαγνητική, η ασθενής και η βαρυτική.

1. **Ισχυρή:** Μικρής εμβέλειας (1-2 fm) Υπεύθυνη για το σχηματισμό των πυρήνων
2. **Ηλεκτρομαγνητική** Μεγάλης εμβέλειας ($\sim 1/r^2$), ισχύς: ισχυρή/100 Υπεύθυνη για το σχηματισμό ατόμων και μορίων
3. **Ασθενής:** Μικρής εμβέλειας (1-2 fm), ισχύς: ισχυρή/ 10^9 Υπεύθυνη για τη διάσπαση πυρήνων (ραδιενέργεια)
4. **Βαρυτική:** Μεγάλης εμβέλειας ($\sim 1/r^2$), ισχύς: ισχυρή/ 10^{38} Υπεύθυνη για την κίνηση πλανητών

Οι τέσσερις δυνάμεις



Φορείς των δυνάμεων



Οι αλληλεπιδράσεις μεταξύ σωματιδίων γίνονται με **ανταλλαγή ειδικών σωματιδίων πεδίου (ή κβάντων πεδίου)**, που ονομάζονται **φορείς** της δύναμης (ομοιάζει με ομοιοπολικό δεσμό μεταξύ ατόμων). Τα σωματίδια πεδίου μεταφέρουν **ενέργεια και ορμή** από το ένα αλληλεπιδρών σωματίδιο στο άλλο. Παρακάτω αναφέρονται **οι φορείς** κάθε μίας από τις δυνάμεις και τα χαρακτηριστικά τους

- **Ισχυρή γλοιόνια** (gluons) μάζα;
- **Ηλεκτρομαγνητική φωτόνια** (γ) χωρίς μάζα
- **Ασθενής Διανυσματικά μποζόνια** W^+ , W^- , Z^0 μεγάλη μάζα (~ 90 GeV)
- **Βαρυτική γκραβιτόνιο** (δεν έχει ανακαλυφθεί) μάζα;

Οι **φορείς** έχουν **spin ακέραιο**, δηλαδή είναι **μποζόνια**, ενώ τα σωματίδια που αποτελούν τα δομικά συστατικά της ύλης είναι **φερμιόνια (spin ημιακέραιο)**.

- Η δημιουργία των σωματιδίων-φορέων (εκ του μηδενός) είναι κάτι που παραβιάζει τη αρχή διατήρησης της ενέργειας. Ο λόγος που είναι δυνατή αυτή η δημιουργία είναι ότι η αρχή της αβεβαιότητας χρόνου-ενέργειας επιτρέπει τέτοιες παραβιάσεις, με την προϋπόθεση ότι θα διαρκούν πολύ μικρό χρόνο, τ ($\Delta E \tau = \hbar$). τ είναι ο χρόνος μεταξύ εκπομπής του σωματιδίου-φορέα από το ένα αλληλεπιδρών σωματίδιο και απορρόφησης του από το άλλο.

Ηλεκτρικό φορτίο

Το ηλεκτρικό φορτίο:

- Είναι ιδιότητα των στοιχειωδών σωματιδίων (της ύλης) . Υπάρχουν δύο είδη ηλεκτρικού φορτίου: Αρνητικό και θετικό.
- Είναι κβαντισμένο, πολλαπλάσιο μια διακριτής ποσότητας που χαρακτηρίζεται ως κβάντο του ηλεκτρικού φορτίου.

$$e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$$

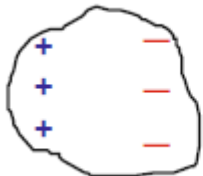
Τα φορτισμένα σωματίδια έχουν φορτίο πολλαπλάσιο του e (εκτός από τα quark που έχουν φορτίο $e/3, 2e/3$)

- Είναι φυσικό μέγεθος που υπακούει σε νόμο διατήρησης

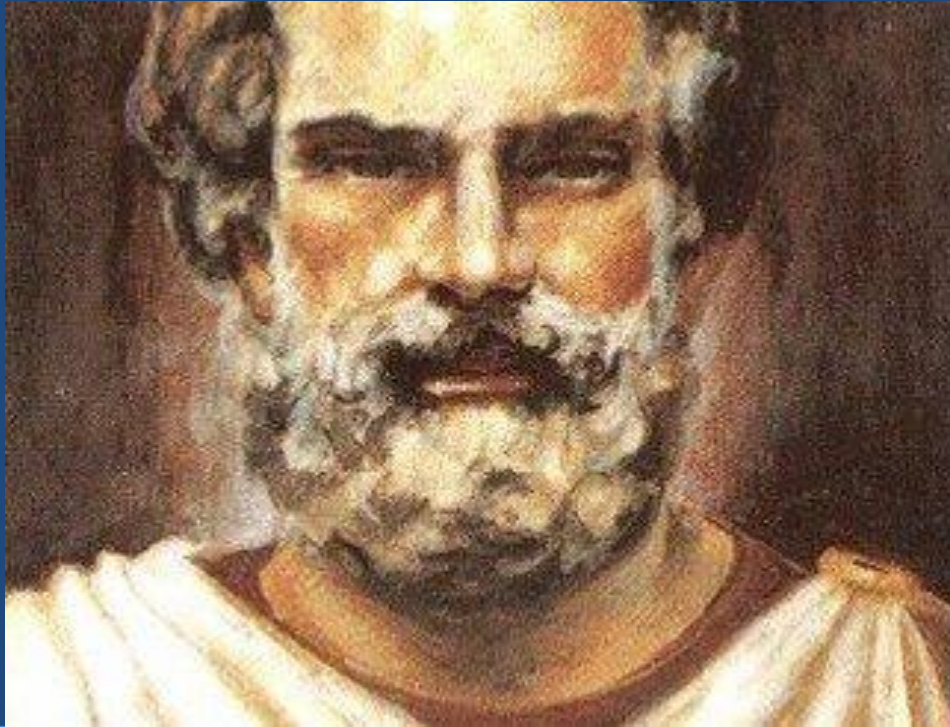
Η διατήρηση του ηλεκτρικού φορτίου είναι από τις εγγυήσεις της Επιστήμης.

Το καθαρό ηλεκτρικό φορτίο ενός απομονωμένου συστήματος παραμένει σταθερό

$$n^0 \rightarrow p^{+1} + e^{-1} + \bar{\nu}^0$$



Θαλής ο Μιλήσιος (6^{ος} αι. π.χ.)



Φυσικός φιλόσοφος και μαθηματικός που έζησε στην Ιωνία της Μικράς Ασίας τον 6ο αιώνα π.Χ., παρατήρησε ότι το ήλεκτρο (κεχριμπάρι) αποκτούσε την ιδιότητα να έλκει από απόσταση ελαφρά αντικείμενα, όπως ξερά φύλλα, στάχια, πούπουλα και κλωστές, όταν το έτριβε με μάλλινο ύφασμα (εικόνα 1.1). Τα φαινόμενα αυτά ονομάστηκαν «ηλεκτρικά» από το όνομα του ήλεκτρου. Ο Θαλής περιέγραψε για πρώτη φορά στην ιστορία τις ηλεκτρικές αλληλεπιδράσεις.

Νόμος Coulomb

Νόμος του Coulomb (Coulomb's law)

Ο νόμος του Coulomb λέει ότι η δύναμη μεταξύ δύο σημειακών φορτίων (point charges) δίνεται από την σχέση

$$F = \frac{kQ_1Q_2}{R^2}$$

όπου R είναι οι απόσταση (μονάδα μέτρησης τα μέτρα (m)) μεταξύ των δύο σημειακών φορτίων (Point charges) Q_1, Q_2 .

Σημειακά φορτία (point charges): φορτία που βρίσκονται σε ένα σώμα που οι διαστάσεις του είναι πολύ μικρότερες από άλλες διαστάσεις –
Μονάδα μέτρησης φορτίου: Coulomb (C))

1 ηλεκτρονικό φορτίο $e = -1.6019 \times 10^{-19}$ C,

$k=1/4\pi\epsilon_0$ είναι η σταθερά αναλογίας,

F είναι η δύναμη (μονάδα μέτρησης Newton (N)),

ϵ_0 είναι η διηλεκτρική σταθερά (permittivity) και ισούται με 8.854×10^{-12} (Farads/m).

$$F = \frac{Q_1Q_2}{4\pi\epsilon_0 R^2}$$

Δυνάμεις Coulomb και βαρυτικές

Η δύναμη είναι διανυσματικό μέγεθος ο νόμος του Coulomb γράφεται με διανυσματική μορφή

$$\vec{F}_{1 \text{ on } 2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2} \hat{r},$$

Η δύναμη μεταξύ ενός πρωτονίου και ενός ηλεκτρονίου είναι

$$F = k \frac{e^2}{r^2} = 9 \times 10^9 \frac{(1.6 \times 10^{-19})^2}{(10^{-10})^2} = 2.3 \times 10^{-8} \text{ N.}$$

Η ηλεκτρική δύναμη μεταξύ ενός πρωτονίου και ενός ηλεκτρονίου είναι πολύ μεγαλύτερη από την αντίστοιχη βαρυτική

$$\frac{F_{\text{electric, proton on electron}}}{F_{\text{gravity, proton on electron}}} = \frac{ke^2/r^2}{GMm/r^2} = \frac{ke^2}{GMm} = 2 \times 10^{39}.$$

Αν υπάρχουν περισσότερα από δύο σημειακά φορτία η συνολική δύναμη που ασκείται σε ένα φορτίο υπολογίζεται από το διανυσματικό άθροισμα

$$\vec{F}_{\text{net}} = \sum \vec{F}_i$$



https://tinanantsou.blogspot.com/2011/06/blog-post_2352.html

Δύναμη από κατανομή φορτίου σε θετικό σημειακό φορτίο από πολύ μακριά φορτισμένη γραμμή

As an example of the use of calculus to find the force on a point charge due to a charge distribution, let's calculate the force on a positive point charge a perpendicular distance d from a very long straight line of positive electric charge with a uniform charge per unit length, $\lambda = Q/L$, along the x -axis as shown in Figure 14.6. We divide the line of charge into infinitesimal elements of length dx with charge λdx and use Coulomb's law to write an expression for the force on the point charge from this element of charge. This force will be along the line joining the two charges. It is clear that there will be another element of charge symmetrically placed so that when we add its force on the point charge, the x -components will cancel and there will only remain a repulsive force along the perpendicular direction to the line of charge as shown. The net force on q from the pair of symmetrically placed line charge elements is

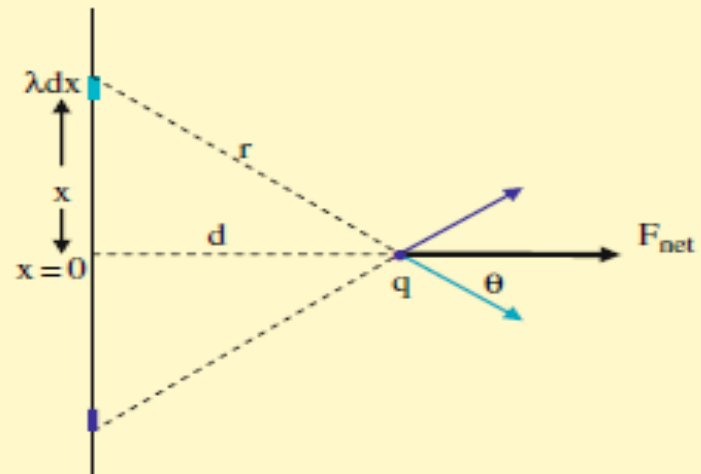
$$dF = 2 \cos \theta \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q(\lambda dx)}{r^2}.$$

Substituting (d/r) for $\cos \theta$ and $[x^2 + d^2]^{1/2}$ for r , and integrating from 0 (we've already included the charges along the negative x -axis so we only integrate along the positive axis) to ∞ , we have

$$F = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \int_0^\infty \frac{\lambda q d}{[x^2 + d^2]^{3/2}} dx.$$

After a trigonometric substitution and a bit of work, the result of the integration is

$$F = \frac{\lambda q}{2\pi\epsilon_0 d}.$$



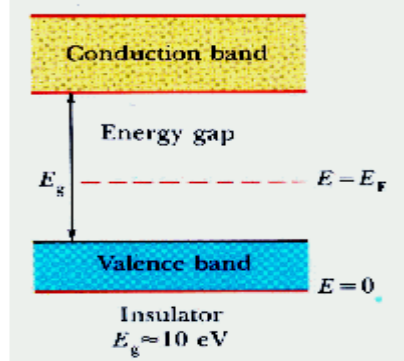
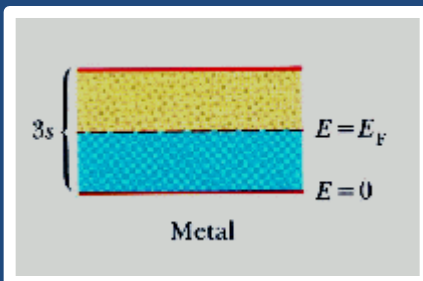
Αγωγοί, μονωτές, ημιαγωγοί

Οι ηλεκτρικές ιδιότητες των υλικών καθορίζονται από την **ατομική δομή** τους (φύση των ηλεκτρονίων σθένους των ατόμων) .

Στους αγωγούς, τα εξωτερικά **ηλεκτρόνια δεν είναι δέσμια σε κάποιο άτομο**, αλλά μετακινούνται μέσα στο στερεό υπό την επίδραση ηλεκτρικών δυνάμεων («ελεύθερα ηλεκτρόνια»). Παραδείγματα αγωγών είναι μέταλλα όπως ο χαλκός, ο σίδηρος, το αλουμίνιο κλπ

Στους μονωτές (ή διηλεκτρικά) **τα εξωτερικά ηλεκτρόνια είναι ισχυρά δέσμια των ατόμων** και δεν είναι ελεύθερα να κινηθούν ακόμα και υπό την επίδραση ισχυρών ηλεκτρικών δυνάμεων. Παραδείγματα μονωτών είναι το καουτσούκ, το ξύλο, το γυαλί, τα πλαστικά κλπ

Στους ημιαγωγούς υπάρχουν **μικτές ηλεκτρικές ιδιότητες**. Οι ημιαγωγοί μερικές φορές συμπεριφέρονται ως μονωτές, αλλά επίσης είναι ικανοί να άγουν το ηλεκτρικό ρεύμα. Παραδείγματα ημιαγωγών είναι το πυρίτιο, το γερμάνιο κλπ



Ηλεκτρονική διάταξη μετάλλου (αριστερά) και μονωτή (δεξιά) σε $T=0 \text{ K}$

https://gate.iesl.forth.gr/~kafesaki/Modern-Physics/lectures/modern_physics8.html

Ηλεκτρικά πεδία

- Ο νόμος του Coulomb εκφράζει **δύναμη μακράς εμβέλειας** κατά την οποία τα σωμάτια **δεν απαιτείται να βρίσκονται σε επαφή** (Δράση από απόσταση).
- Όταν δύο φορτία είναι στατικά, **η αλληλεπίδραση είναι αμφίδρομη**. Κάθε φορτίο δημιουργεί το δικό του ηλεκτρικό πεδίο και αλληλεπιδρά με το ηλεκτρικό πεδίο του άλλου.
- Όταν το ένα από τα δύο φορτία μετακινηθεί, το άλλο φορτίο **πληροφορείται για τη μετακίνηση** από τη μεταβολή της δύναμης που δέχεται. Ο χρόνος που απαιτείται γιαυτό είναι **ανάλογος της απόστασης και αντιστρόφως ανάλογος της ταχύτητας του φωτός** ($\Delta t = r/c$)

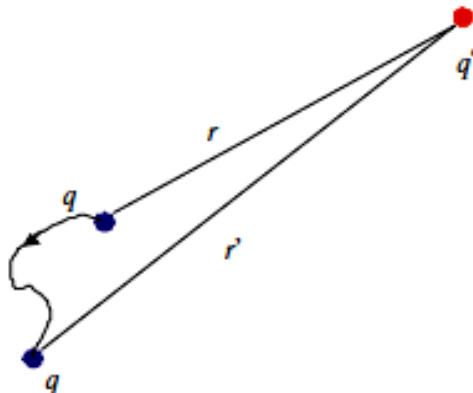
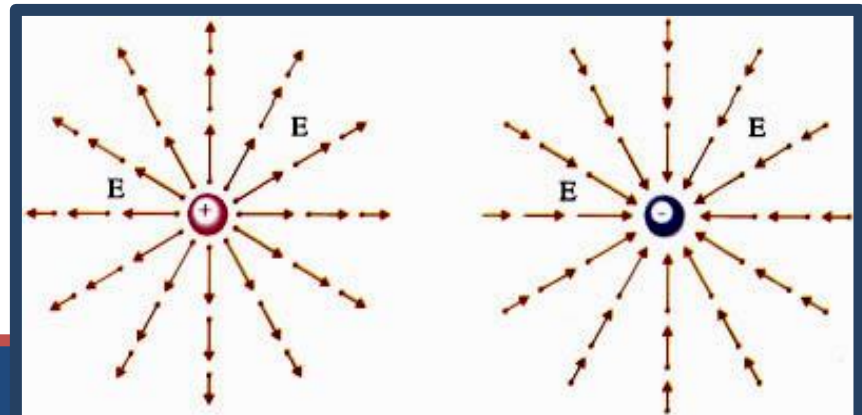
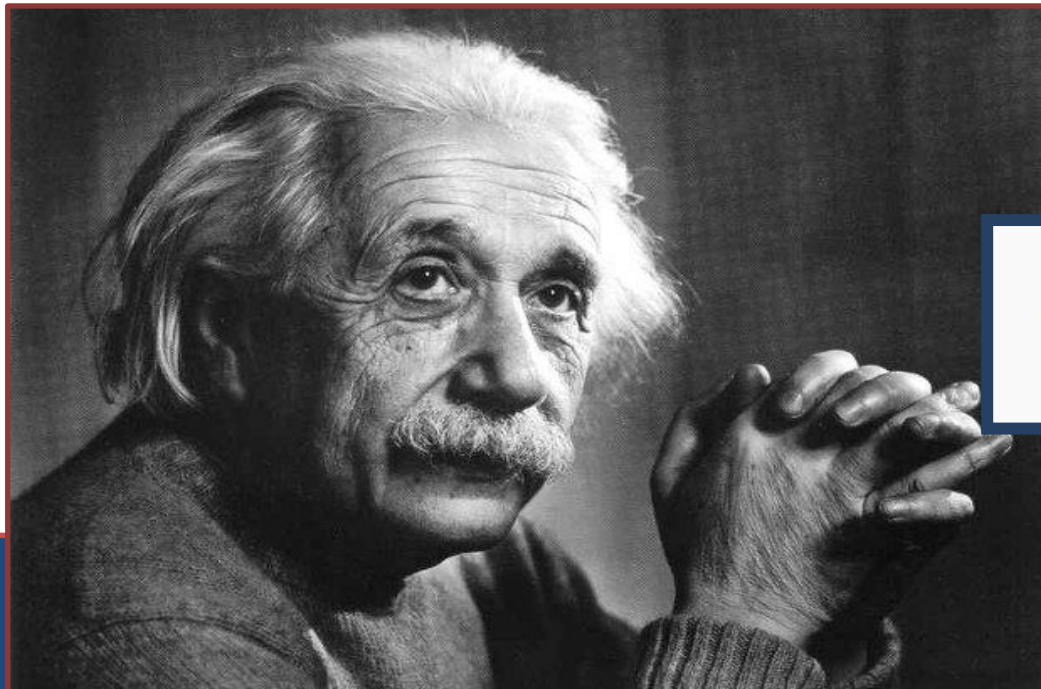


FIGURE 14.8 How does charge q' learn that charge q has moved?



Ταχύτητα Πληροφορίας-Ηλεκτρικό πεδίο

- Σύμφωνα με την ειδική θεωρία της Σχετικότητας (Einstein) **κανένα σήμα που περιέχει πληροφορία δεν κινείται ταχύτερα από την ταχύτητα του φωτός.**
- Επομένως **ένα φορτίο «πληροφορείται»** για την μετακίνηση ενός άλλου φορτίου σε κάποια μεταγενέστερη χρονική στιγμή.
- Το ηλεκτρικό πεδίο είναι μια πραγματική φυσική ποσότητα που μπορεί να **μεταφέρει ενέργεια, ορμή και στροφορμή**
- Με βάση τα προηγούμενα σχήματα, το ηλεκτρικό πεδίο είναι



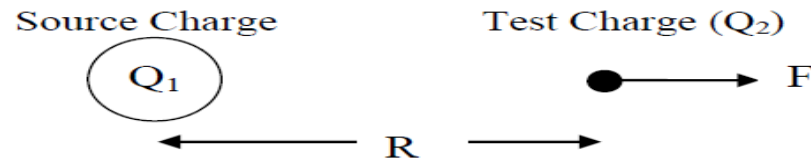
$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q^*}$$

$$\vec{E} = \frac{1}{q^*} \left(\frac{qq^*}{4\pi\epsilon_0 r^2} \hat{r} \right) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \hat{r},$$

$$\vec{E}_{\text{net}} = \sum \vec{E}_i,$$

Ένταση πεδίου (field intensity)

Έστω ότι ένα σημειακό φορτίο Q_1 δημιουργεί ένα ηλεκτρικό πεδίο (λόγω του ότι το φορτίο αυτό δημιουργεί το ηλεκτρικό πεδίο το φορτίο αυτό ονομάζεται φορτίο προέλευσης (source charge)). Η ένταση του πεδίου που προκαλεί το φορτίο προέλευσης μπορεί να μετρηθεί αν τοποθετήσουμε ακόμα ένα φορτίο μέσα στο πεδίο. Το φορτίο αυτό ονομάζεται φορτίο δοκιμασίας (test charge) Q_2 . Όταν αυτό το φορτίο τοποθετηθεί μέσα στο πεδίο θα εξασκηθεί μια δύναμη \mathbf{F} πάνω σε αυτό.



Ένταση πεδίου ορίζεται η δύναμη για κάθε μονάδα φορτίου όταν αυτό το φορτίο τοποθετηθεί σε ηλεκτρικό πεδίο

$$\mathbf{E} = \frac{\mathbf{F}}{Q}$$

Η ένταση του ηλεκτρικού πεδίου \mathbf{E} (το οποίο είναι διανυσματικό μέγεθος) είναι στην ίδια κατεύθυνση με την δύναμη \mathbf{F} και μετριέται σε Newtons/coulombs ή Volts/metres.

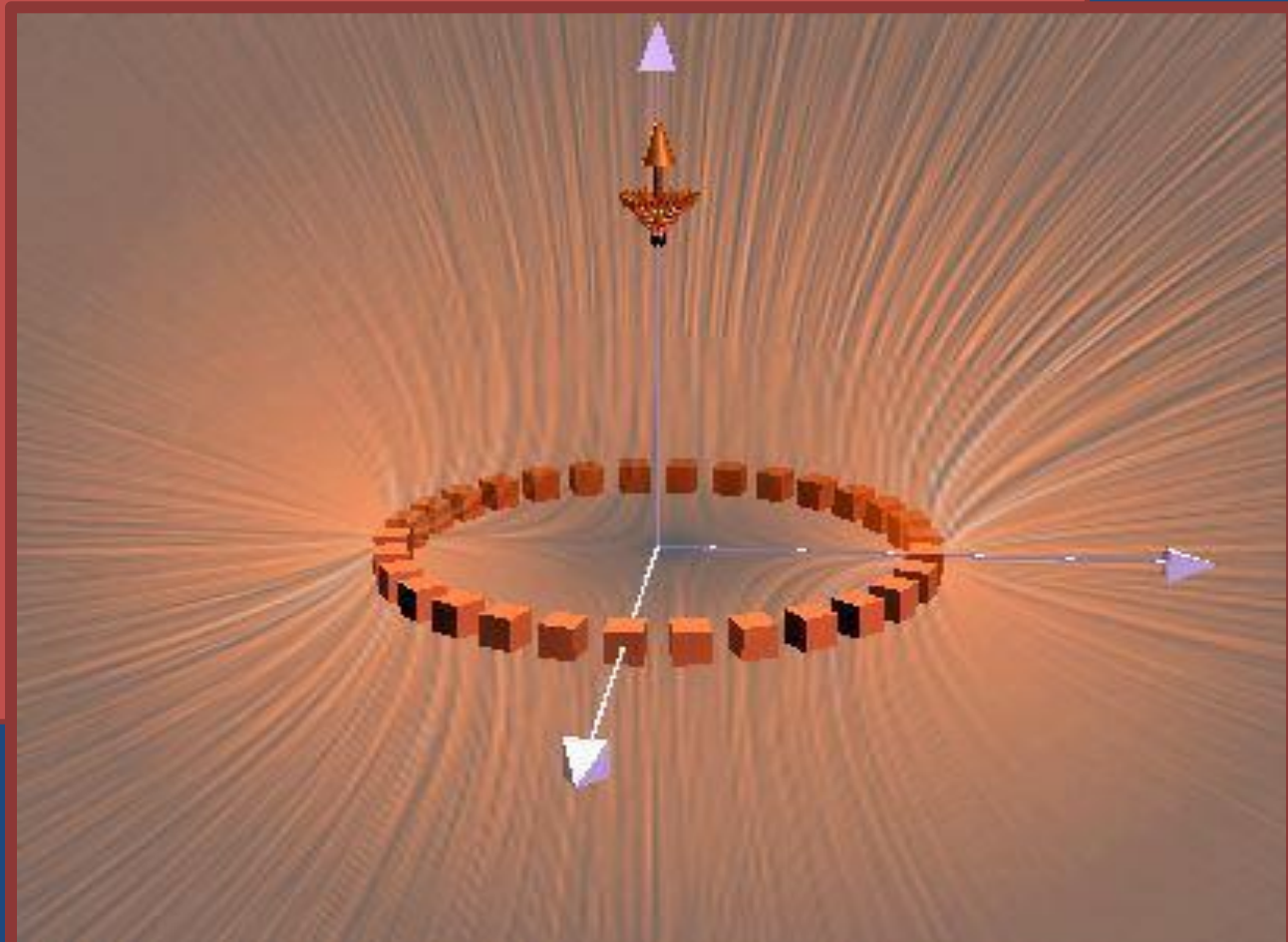
Αν αντικαταστήσουμε στην πιο πάνω εξίσωση τη δύναμη με το νόμο του Coulomb τότε έχουμε:

$$E = \frac{F}{Q_2} = \frac{1}{Q_2} \frac{Q_1 Q_2}{4\pi\epsilon_0 R^2}$$

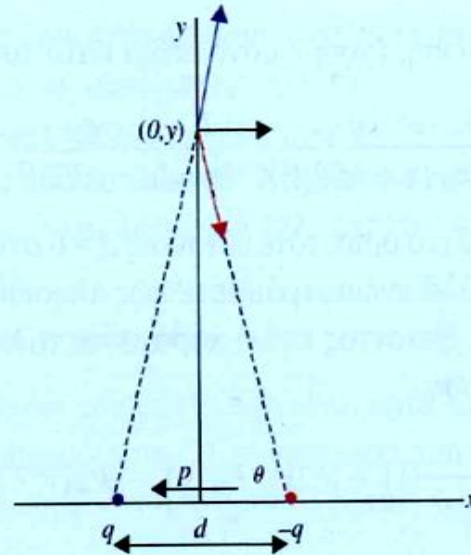
$$E = \frac{Q_1}{4\pi\epsilon_0 R^2}$$

Ηλεκτρικές δυναμικές γραμμές

- Το ηλεκτρικό πεδίο είναι διανυσματικό πεδίο. Σε κάθε σημείο του χώρου αντιστοιχεί ένα διάνυσμα E του οποίου η τιμή μπορεί να εξαρτάται και από το χρόνο.
- Παριστάνεται με δυναμικές γραμμές, σε κάθε σημείο των οποίων εφάπτεται το διάνυσμα E .
- Πυκνές δυναμικές γραμμές υποδηλώνουν έντονο ηλεκτρικό πεδίο



Παράδειγμα 14.3 Ας υπολογίσουμε το ηλεκτρικό φορτίο που οφείλεται σε ένα ζεύγος ίσων και αντίθετων φορτίων σε ένα σημείο της μεσοκαθέτου του ευθύγραμμου τμήματος που ενώνει τα δύο φορτία.



Σχήμα 14.10 Γεωμετρικό σχήμα για το Παράδειγμα 14.3.

Λύση: Τοποθετούμε τα δύο φορτία συμμετρικά κατά μήκος του άξονα x σε απόσταση d μεταξύ τους και υπολογίζουμε το ηλεκτρικό φορτίο σε ένα τυχαίο σημείο επάνω στον άξονα y , όπως φαίνεται στο σχήμα. Το μέτρο του ηλεκτρικού πεδίου κάθε φορτίου είναι το ίδιο και ίσο με:

$$E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0[y^2 + (d/2)^2]}$$

με τις διευθύνσεις να έχουν χαρακτηριστικά χρώματα. Λόγω συμμετρίας βλέπουμε πως οι y -συνιστώσες αλληλοαναιρούνται και οι x -συνιστώσες προστίθενται για να δώσουν το συνισταμένο ηλεκτρικό πεδίο (που φαίνεται με μαύρο). Το συνολικό ηλεκτρικό πεδίο είναι ίσο με τη συνισταμένη κατά τον άξονα x και δίνεται από:

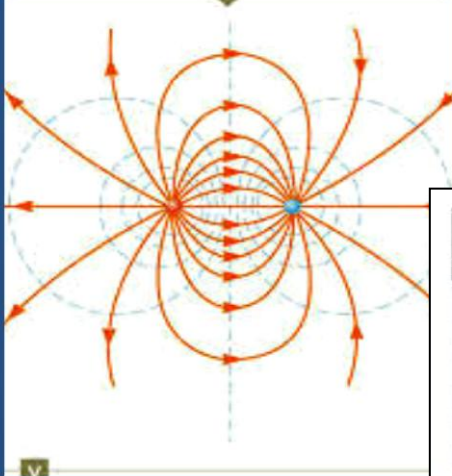
$$E_{\text{ολ}} = 2E \cos \theta = 2E \frac{(d/2)}{[y^2 + (d/2)^2]^{1/2}} = \frac{q d}{4\pi\epsilon_0 [y^2 + (d/2)^2]^{3/2}}$$

όπου χρησιμοποιήσαμε το τρίγωνο στο σχήμα 14.10 για να πάρουμε μια έκφραση για το $\cos \theta$.

Ηλεκτρικό
πεδίο
αντίθετων
φορτίων

ρ : ηλεκτρική
διπολική
ροπή

Ηλεκτρικό πεδίο που δημιουργείται από ηλεκτρικό δίπολο.



Ηλεκτρικά πεδία διαφόρων γεωμετριών

Γεωμετρία	Παράμετροι	E
Σημειακό φορτίο	Q	$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2}$
Γραμμικό φορτίο (άπειρο)	$\lambda = Q/L,$ $r =$ κάθετη απόσταση από τη γραμμή	$\frac{1}{2\pi\epsilon_0} \frac{\lambda}{r}$
Επίπεδο (άπειρο)	$\sigma = Q/A$	$\frac{\sigma}{2\epsilon_0}$
Σφαίρα	Ολικό Q $r =$ απόσταση από κέντρο με $r >$ ακτίνα σφαίρας	$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2}$

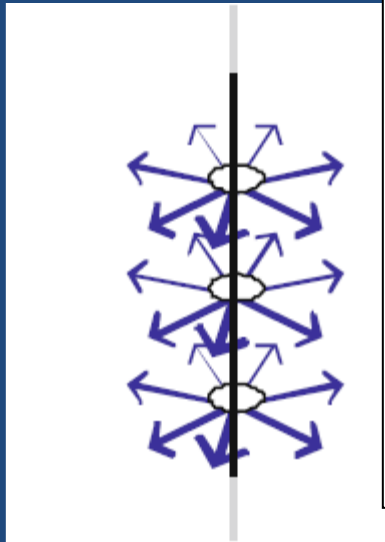
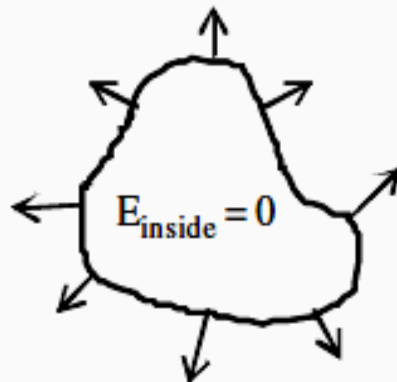


FIGURE 14.15 By symmetry, the electric field from a long charged wire must be radially directed and depend only on the distance from the wire (away from the ends of the wire).

Ηλεκτροστατική ισορροπία

- Σε έναν στερεό απομονωμένο μεταλλικό αγωγό **το φορτίο κατανέμεται στην επιφάνειά του**. Τα ελεύθερα ηλεκτρόνια υπό την επίδραση των απωστικών δυνάμεων απομακρύνονται μεταξύ τους. Φτάνουν όλα στην επιφάνεια του αγωγού από όπου δεν μπορούν να ξεφύγουν .
- Στο εσωτερικό του αγωγού δεν υπάρχουν φορτία (ελεύθερα ηλεκτρόνια). Αυτό ονομάζεται **ηλεκτροστατική ισορροπία**
- Μπορεί να αποδειχθεί ότι **το ηλεκτρικό πεδίο στο εσωτερικό του αγωγού είναι μηδέν**



Σχήμα 14.16 Μεταλλικό αντικείμενο με καθαρό φορτίο που κατανέμεται στην επιφάνεια, δημιουργώντας ένα εξωτερικό ηλεκτρικό πεδίο κάθετο στην επιφάνεια, αλλά με μηδενικό εσωτερικό πεδίο

Ηλεκτροφόρηση

- Εξαναγκασμένη **μετακίνηση φορτισμένων μακρομορίων** (σε διάλυμα) μέσα σε ηλεκτρικό πεδίο
- **Δύναμη τριβής ($T=fv$) λόγω συγκρούσεων** με τα μόρια του διαλύτη
- Επιτάχυνση αρχικά και εξισορρόπηση στη συνέχεια με σταθερή ταχύτητα ($qE=fv$). (f : συντελεστής τριβής, v : ταχύτητα)
- **Η ηλεκτροφορητική ικανότητα (U)** είναι εσωτερική ιδιότητα του μακρομορίου που εξαρτάται από το φορτίο και τις ιδιότητες τριβής του

$$\vec{v} = \frac{q\vec{E}}{f}$$

$$U = \frac{v}{E} = \frac{q}{f}$$

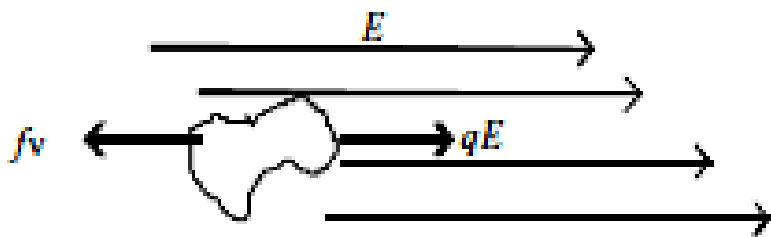
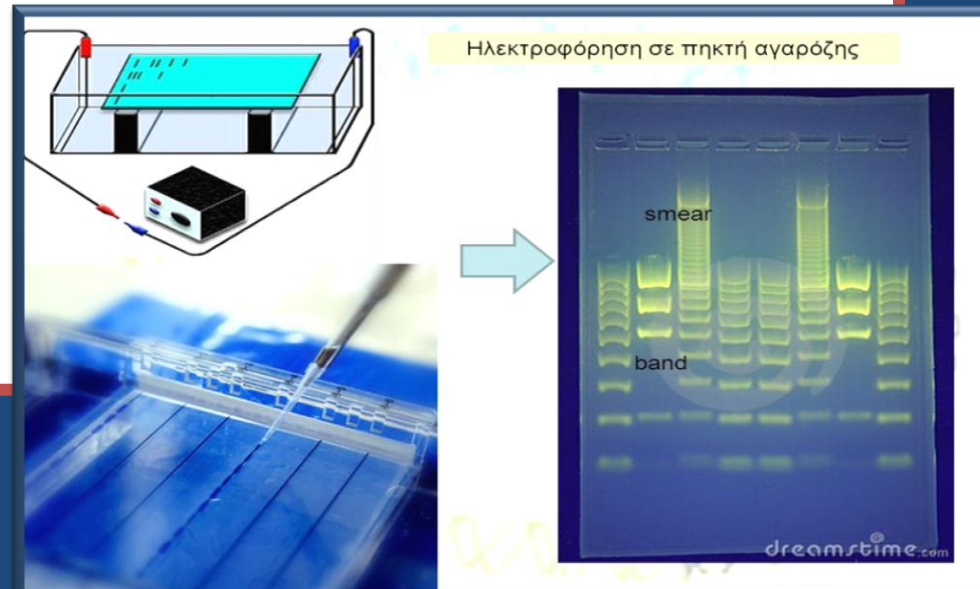


FIGURE 14.18 Electric and viscous drag forces acting on a macromolecule.



Συσκευή ηλεκτροφόρησης

252 Methods for the Separation and Characterization of Macromolecules Chapter 5

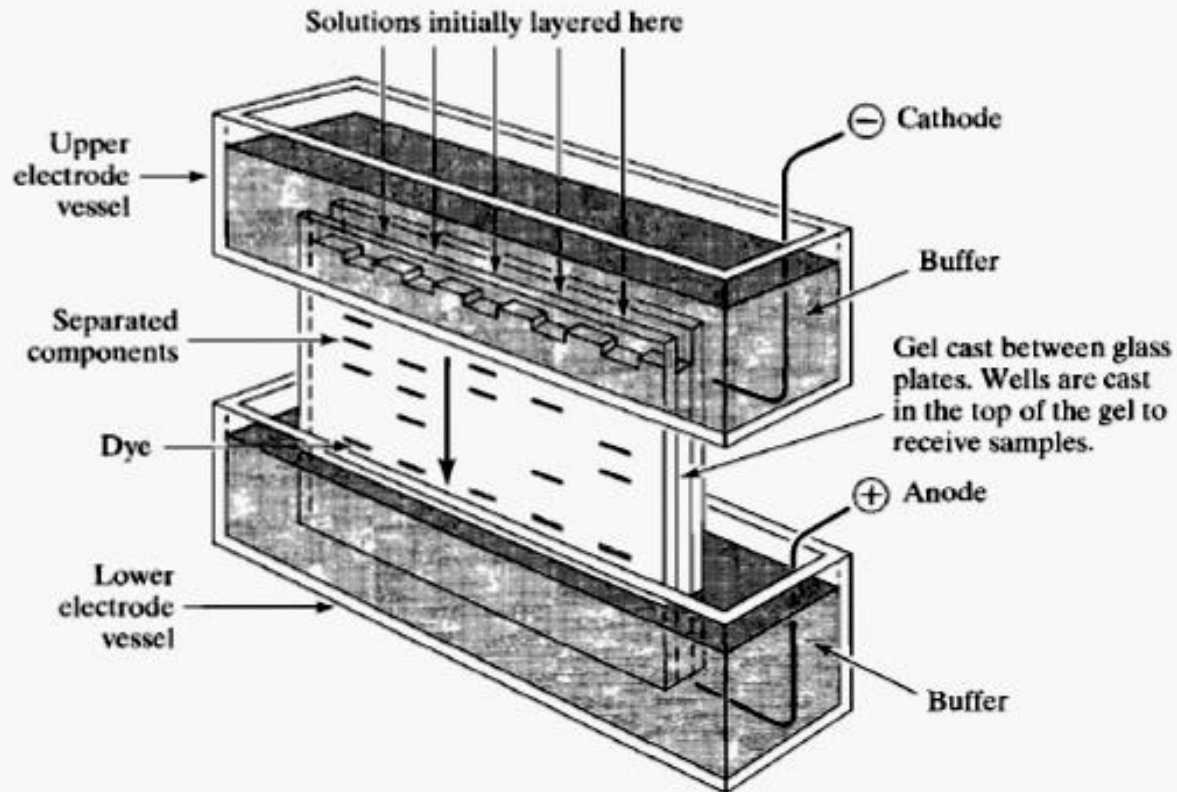


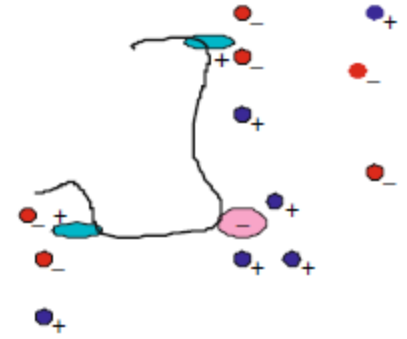
Figure 5.28 A typical slab gel electrophoresis apparatus. This apparatus is designed for small (8.3 cm × 10.3 cm) gel slabs, which can be 0.5 mm or 1 mm thick. Multiple samples are run on each gel; each is initially placed in a small “well” cast in the top of the gel.

Ιοντική ισχύς (μακρομόρια)

- Στα πραγματικά μακρομόρια σε διάλυμα η **ηλεκτροφορητική ικανότητα είναι δύσκολο να προσδιορισθεί**
- **Δύσκολη** είναι και η δημιουργία **σταθερού ηλεκτρικού πεδίου**
- Τα μακρομόρια έχουν **μεταβλητό ηλεκτρικό φορτίο**, εξαρτώμενο από το **pH**. Οι πρωτεΐνες και νουκλεϊκά οξέα έχουν πολλές υποομάδες καθεμία από τις οποίες μπορεί να είναι θετική, αρνητική ή ουδέτερη ανάλογα με το pH ($\text{pH} = -\log[\text{H}^+]$)
- Η τιμή του pH για την οποία ένα **μακρομόριο γίνεται ουδέτερο** ονομάζεται **ισοηλεκτρικό σημείο**
- Τα μακρομόρια συνήθως αιωρούνται σε διάλυμα με άλατα, σταθεροποιητές, μικρά ή μεγάλα μόρια.
- Η **Ιοντική ισχύς αποτελεί μέτρο** της αποτελεσματικότητας των ιόντων σε ηλεκτρική προστασία (c: συγκέντρωση, z: σθένος)

$$I = \frac{1}{2} \sum c_i z_i^2,$$

Μήκος θωράκισης Debay



- Η δύναμη Coulomb είναι μακράς εμβέλειας, αλλά **τα μακρομόρια σε διάλυμα είναι ηλεκτρικά θωρακισμένα** (ασθενώς σε χαμηλές τιμές ιοντικής ισχύος)
- Οι φορτισμένες ομάδες των μακρομορίων έλκουν αντίοντα (μικρά φορτία αντίθετου φορτίου) υπό μορφή νέφους που τείνει να εξαλείψει τη δράση του μακρομοριακού φορτίου, πέρα από μία απόσταση που ονομάζεται **μήκος θωράκισης Debay (L_D)**

$$L_D = \left(\frac{\epsilon_0 \kappa k_B T}{2e^2} \right)^{1/2} I^{-1/2},$$

- Σε ιοντικές συγκεντρώσεις άνω των 10-100 mM, τα μακρομοριακά φορτία εξουδετερώνονται πλήρως

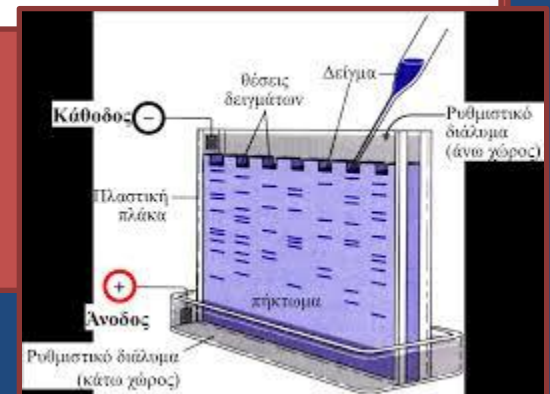
Ηλεκτροφόρηση είναι η εξαναγκασμένη μετακίνηση φορτισμένων σωματιδίων, συνήθως μακρομορίων, σε ένα ηλεκτρικό πεδίο (βλ. Σχήμα 14.18). Εάν ένα μακρομόριο έχει καθαρό φορτίο q και εφαρμοστεί ένα σταθερό και ομοιόμορφο εξωτερικό ηλεκτρικό πεδίο \vec{E} , θα υπάρξει μια δύναμη στο μόριο $\vec{F} = q\vec{E}$. Στη γενική περίπτωση, το μακρομόριο θα επιταχύνει γρήγορα και η ηλεκτρική δύναμη θα εξισορροπηθεί σύντομα από μια αυξανόμενη δύναμη τριβής $-f\vec{v}$, οφειλόμενη στις συγκρούσεις με τα μόρια του διαλύτη. \vec{v} είναι η ταχύτητα και f ο συντελεστής τριβής. Με την αποκατάσταση της ισορροπίας, το μόριο θα κινηθεί στο ηλεκτρικό πεδίο με σταθερή ταχύτητα. Την υπολογίζουμε θέτοντας την ολική δύναμη $q\vec{E} - f\vec{v}$ ίση με το μηδέν και λύνοντας ως προς την ταχύτητα:

$$\vec{v} = \frac{q\vec{E}}{f} \quad (14.7)$$

Η ηλεκτροφορητική κινητικότητα U ορίζεται σαν το πηλίκο της ταχύτητας ως προς το ηλεκτρικό πεδίο και χρησιμοποιώντας την Εξίσωση (14.7) μπορεί να γραφεί:

$$U = \frac{v}{E} = \frac{q}{f} \quad (14.8)$$

Η ηλεκτροφορητική κινητικότητα είναι μια εσωτερική ιδιότητα του μακρομορίου, που εξαρτάται μόνο από το φορτίο του και τις ιδιότητες τριβής του.



Ηλεκτρική ροή- Νόμος του Gauss

Ας θεωρηθεί ότι σε κάποια περιοχή του χώρου υπάρχει μια ομοιόμορφη κατανομή φορτίου (σχήμα κάτω αριστερά). Εάν μέσα στο πεδίο υπάρχει ένα επίπεδο στοιχείο επιφάνειας εμβαδού A , με την κάθετο στην επιφάνεια να σχηματίζει γωνία θ με τις γραμμές του πεδίου, ορίζουμε την ηλεκτρική ροή Φ_E με τον ακόλουθο τρόπο

$$\Phi_E = E_{\perp} A = EA_{\perp} = EA \cos \theta$$



FIGURE 14.25 The flux of a uniform E field.

Ηλεκτρική ροή – Γενικά

Στην πιο γενική περίπτωση, εξετάζουμε ένα στοιχειώδες τμήμα επιφάνειας.

$$\Delta\Phi_E = E_i \Delta A_i \cos \theta_i = \vec{E}_i \cdot \Delta \vec{A}_i$$

Η σχέση αυτή γράφεται

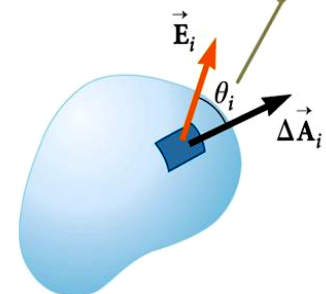
$$\Phi_E = \lim_{\Delta A_i \rightarrow 0} \sum E_i \cdot \Delta A_i$$

$$\Phi_E = \int_{\text{επιφάνεια}} \vec{E} \cdot d\vec{A}$$

- Η παραπάνω εξίσωση είναι ένα επιφανειακό ολοκλήρωμα, δηλαδή πρέπει να υπολογιστεί σε ολόκληρη την υπό εξέταση επιφάνεια.

Γενικά, η τιμή της ηλεκτρικής ροής εξαρτάται τόσο από τη μορφή του πεδίου όσο και από την επιφάνεια.

Το ηλεκτρικό πεδίο σχηματίζει γωνία θ_i με το διάνυσμα $\Delta \vec{A}_i$, το οποίο είναι εξ ορισμού κάθετο στη στοιχειώδη επιφάνεια.



Νόμος του Gauss στον ηλεκτρισμό

- Ο συνολικός αριθμός των ηλεκτρικών δυναμικών γραμμών είναι ανάλογος με το ηλεκτρικό φορτίο που περικλείεται από μια κλειστή επιφάνεια
- Ο νόμος του Gauss συνδέει την **ηλεκτρική ροή** διαμέσου μιας επιφάνειας με το **φορτίο** που περικλείεται από αυτήν

$$\Phi_E = \frac{Q_{net, enclosed}}{\epsilon_0}$$

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = E(4\pi r^2) = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2}$$

Ηλεκτρική δυναμική ενέργεια

- Οι ηλεκτρικές δυνάμεις είναι **συντηρητικές**. Το **έργο** για τη μετακίνηση ενός φορτίου μεταξύ δύο σημείων είναι **ανεξάρτητο από τη συγκεκριμένη διαδρομή**. Εξαρτάται μόνο από την αρχική και την τελική θέση.
- Η μεταβολή της συνάρτησης της **ηλεκτρικής δυναμικής ενέργειας (PE)** μεταξύ δύο σημείων είναι ίση με **το έργο των ηλεκτρικών δυνάμεων**

$$-(PE_{E,\text{final}} - PE_{E,\text{initial}}) = -\Delta PE_E = W.$$

$$PE_E(r) = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 r}$$

- **Μόνο οι μεταβολές της δυναμικής ενέργειας έχουν νόημα** και επομένως πρέπει να ορισθεί σημείο μηδενικής δυναμικής ενέργειας. Θεωρούμε ότι η **δυναμική ενέργεια μηδενίζεται σε άπειρη απόσταση**

Ηλεκτρική δυναμική ενέργεια

(από βιβλίο Serway-Jewitt)

Στο σύστημα φορτίου-πεδίου, το έργο που παράγει το ηλεκτρικό πεδίο στο φορτίο είναι

$$\vec{F} \cdot d\vec{s} = q_o \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

Επειδή το έργο αυτό παράγεται από το πεδίο, η δυναμική ενέργεια του συστήματος φορτίου-πεδίου μεταβάλλεται κατά $\Delta U = -q_o \vec{E} \cdot d\vec{s}$

Η δυναμική ενέργεια συμβολίζεται εδώ με U

Για μια πεπερασμένη μετατόπιση του φορτίου από ένα σημείο A σε ένα σημείο B, η μεταβολή της δυναμικής ενέργειας του συστήματος είναι

$$\Delta U = U_B - U_A = -q_o \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

Επειδή η δύναμη είναι συντηρητική, το επικαμπύλιο ολοκλήρωμα δεν εξαρτάται από τη διαδρομή που ακολουθεί το φορτίο.

Ολική ενέργεια ατόμου Υδρογόνου

Παράδειγμα 15.1 Να βρεθεί μια σχέση για την ολική ενέργεια του ατόμου του υδρογόνου, θεωρώντας πως το ηλεκτρόνιο εκτελεί κυκλική τροχιά γύρω από το ακίνητο πρωτόνιο. Εκφράστε το αποτέλεσμα συναρτήσει της ακτίνας της κυκλικής τροχιάς.

Λύση: Η ολική ενέργεια είναι άθροισμα της κινητικής ενέργειας του ηλεκτρονίου, που κινείται σε κυκλική τροχιά και της δυναμικής ενέργειας του ζεύγους πρωτονίου-ηλεκτρονίου. Εκφράζεται ως εξής:

$$E = \frac{1}{2} mv^2 + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{(+e)(-e)}{r}$$

Για να εκφράσουμε την ταχύτητα του ηλεκτρονίου συναρτήσει της ακτίνας της κυκλικής τροχιάς, παρατηρούμε πως η μόνη δύναμη που ασκείται στο ηλεκτρόνιο είναι η δύναμη Coulomb και πρέπει να είναι ίση με την κεντρομόλο δύναμη:

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r^2} = m \frac{v^2}{r}$$

όπου όλες οι δυνάμεις έχουν ακτινική κατεύθυνση. Λύνοντας ως προς mv^2 και αντικαθιστώντας στην εξίσωση της ενέργειας, λαμβάνουμε:

$$E = \frac{1}{2} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r} - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r} = - \frac{1}{8\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r}$$

Το αποτέλεσμα δείχνει πως η ενέργεια του ατόμου του υδρογόνου καθορίζεται μόνο από την ακτίνα περιστροφής του ηλεκτρονίου γύρω από το πρωτόνιο. Ας σημειωθεί πως η ολική ενέργεια είναι αρνητική. Αυτή είναι ένδειξη ενός δέσμιου συστήματος, όπου ο αρνητικός όρος της δυναμικής ενέργειας επικρατεί του θετικού όρου της κινητικής. Στο κεφάλαιο 25 θα δείξουμε πως αν και η πρόταση αυτή είναι αληθής, το ηλεκτρόνιο μπορεί να κινείται γύρω από το πρωτόνιο μόνο σε καθορισμένες επιτρεπτές τροχιές. Αυτό το γεγονός οδηγεί σε σύνολο διακριτών επιτρεπτών ενεργειακών τιμών από την τελευταία εξίσωση, όπως έδειξε πρώτος ο Neils Bohr το 1913.

-Μονάδες ενέργειας

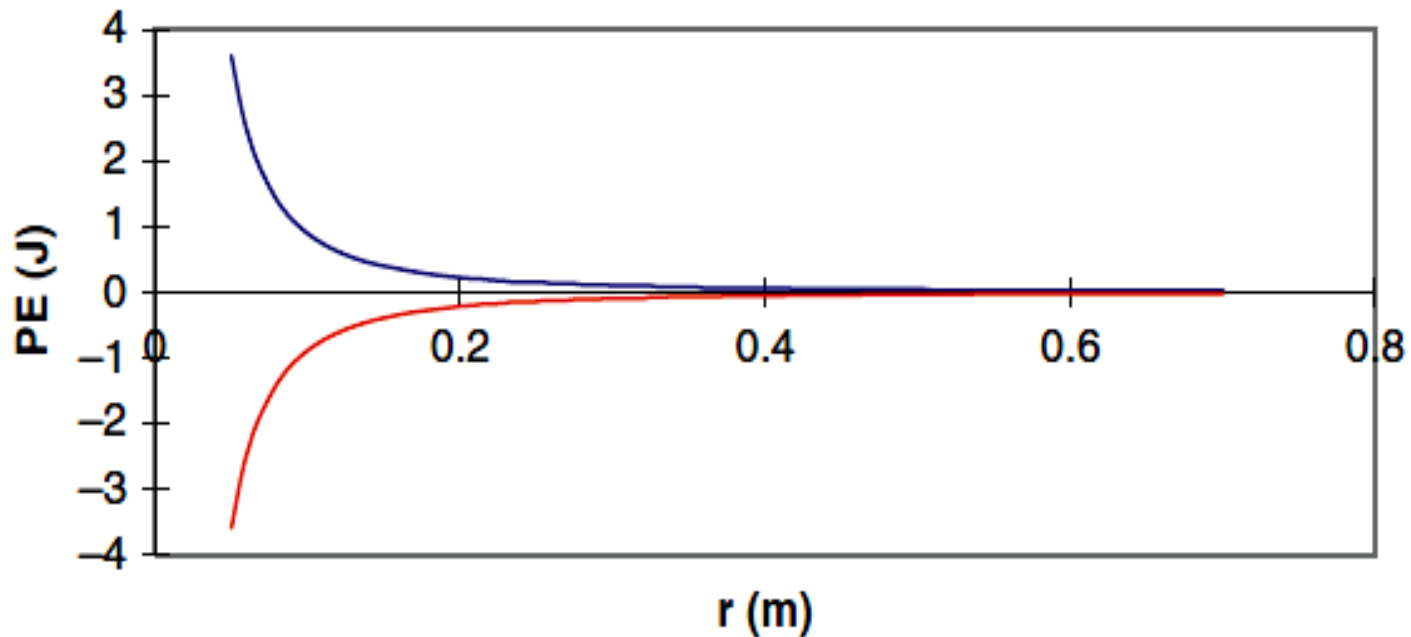
-Συνολική ενέργεια δύο φορτισμένων σωματιδίων

- Μια άλλη μονάδα ενέργειας που χρησιμοποιείται συνήθως στην ατομική και πυρηνική φυσική είναι το ηλεκτρονιοβόλτ.
- Ένα **ηλεκτρονιοβόλτ** είναι η ενέργεια που προσλαμβάνει ή χάνει ένα σύστημα φορτίου-πεδίου όταν ένα φορτίο με τιμή e (δηλαδή ένα ηλεκτρόνιο ή πρωτόνιο) κινείται μεταξύ δύο θέσεων με διαφορά δυναμικού 1 volt.
- $1 \text{ eV} = 1.60 \times 10^{-19} \text{ J}$

$$E = KE_1 + KE_2 + PE_{\text{mech}} + \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 r} = \text{constant.}$$

Μεταβολή της δυναμικής ενέργειας με την απόσταση

- Ηλεκτρική δυναμική ενέργεια για δύο σημειακά φορτία $1\mu\text{C}$
- Επάνω καμπύλη για ομόσημα φορτία. Κάτω καμπύλη για ετερόσημα φορτία



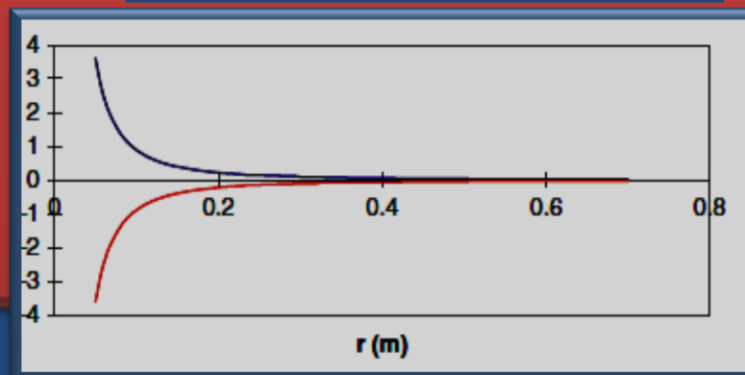
Ηλεκτρικό δυναμικό

- Η ηλεκτρική δυναμική ενέργεια ανά μονάδα ηλεκτρικού φορτίου ονομάζεται **ηλεκτρικό δυναμικό** (με μονάδα το **volt, V**, $1V=J/C$). Το q_0 είναι το φορτίο στη θέση που υπολογίζεται το δυναμικό.

$$V(r) = PE_E(r)/q_0.$$

- Με βάση το δυναμικό και το volt ορίζεται μια σημαντική μονάδα ηλεκτρικής δυναμικής ενέργειας είναι το **ηλεκτρονιοβολτ (eV)**

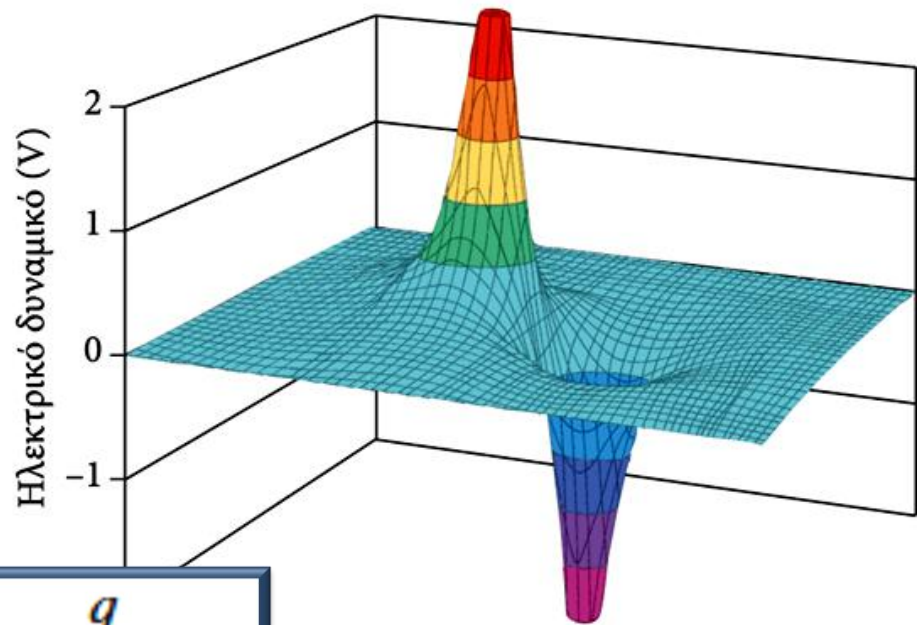
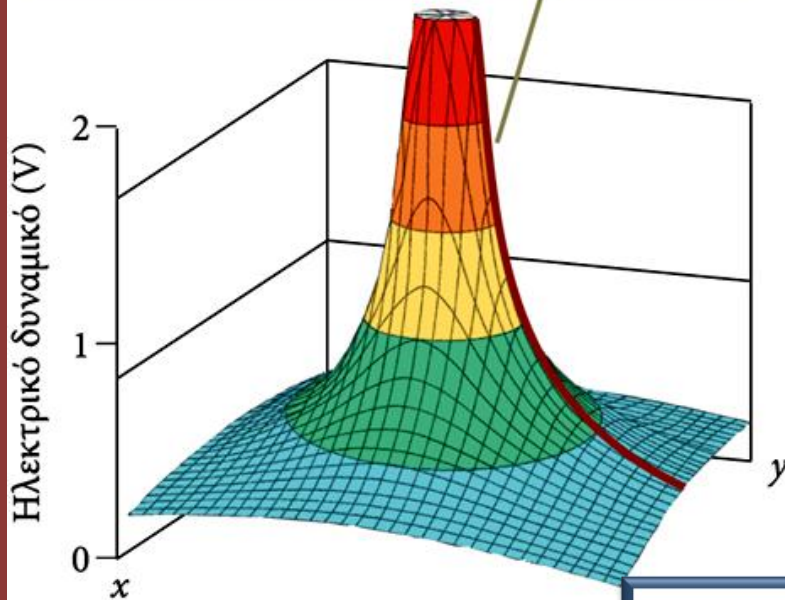
$$V(r) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r}.$$



Μεταβολή ηλεκτρικού δυναμικού με την απόσταση (r)

(από βιβλίο Serway-Lewitt)

Η καφέ καμπύλη δείχνει την εξάρτηση του ηλεκτρικού δυναμικού από το $1/r$, σύμφωνα με την Εξίσωση Η3.11.



$$V(r) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r}$$

Σταθερό ομογενές ηλεκτρικό πεδίο κατά μήκος ενός άξονα x . Έργο της δύναμης που ασκείται σε ένα σημειακό φορτίο, Δυναμικό, Ηλεκτρικό πεδίο και δύναμη ως συνάρτηση της μεταβολής της Δυναμικής Ενέργειας

The force on a point charge q_o in such an electric field is $\vec{F} = q_o\vec{E}$ and the work done on q_o by the electric field in moving a distance Δx along the electric field direction is

$$W = F\Delta x = q_o E_x \Delta x.$$

Accordingly, the change in electric potential energy is $\Delta PE_E = -q_o E_x \Delta x$ so that the electric potential is given, in this simple case, by

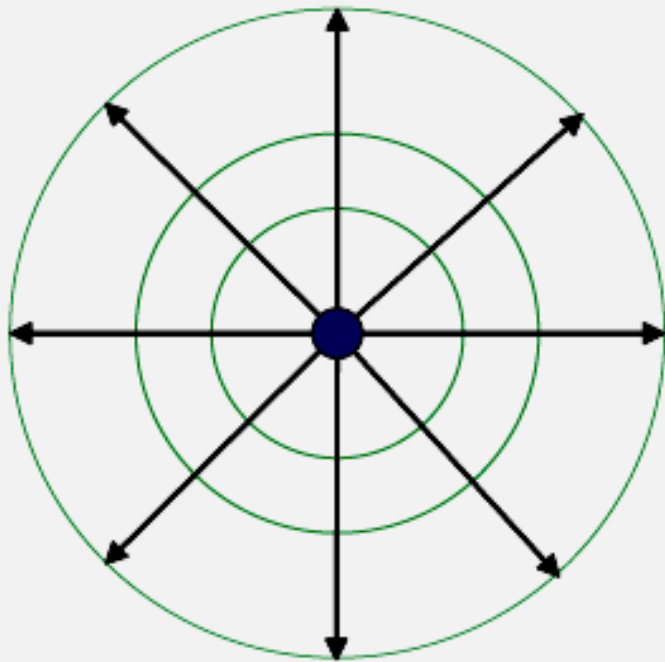
$$\Delta V = \frac{\Delta PE_E}{q_o} = -E_x \Delta x \quad (\text{uniform } E), \quad (15.6)$$

where Δx is positive when along the E field direction. This equation relates the constant electric field to the change in potential between two locations separated by Δx . If the potential function is known, then the electric field may be found from the relation

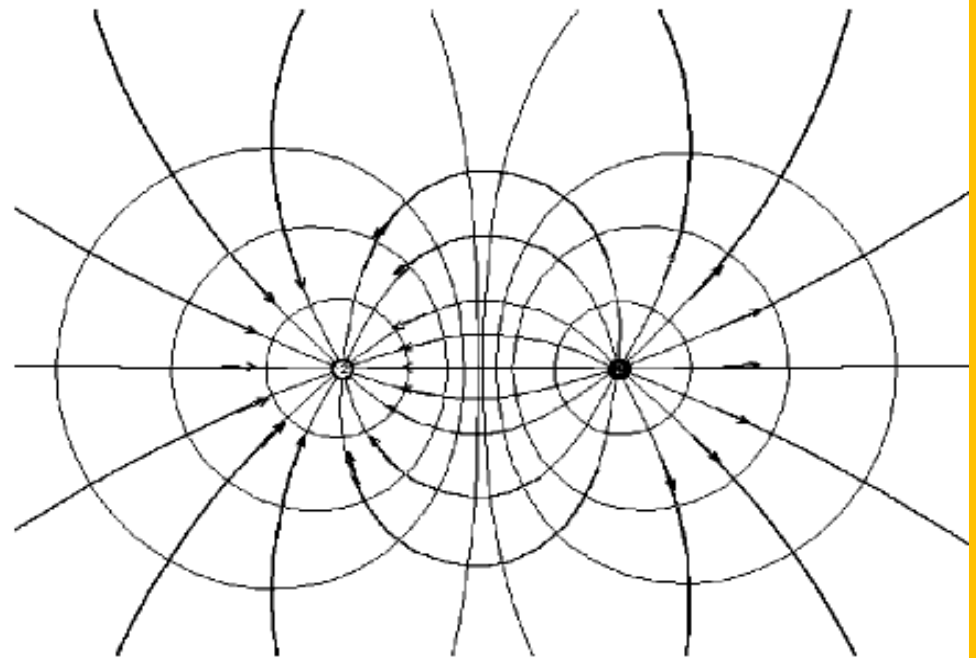
$$E_x = -\frac{\Delta V}{\Delta x}, \quad (15.7)$$

$$F_x = -\frac{\Delta PE_E}{\Delta x},$$

1. Ακτινικό πεδίο : δυναμικές γραμμές και ισοδυναμικές επιφάνειες σημειακού φορτίου
2. Πεδίο διπόλου: δυναμικές γραμμές και ισοδυναμικές επιφάνειες



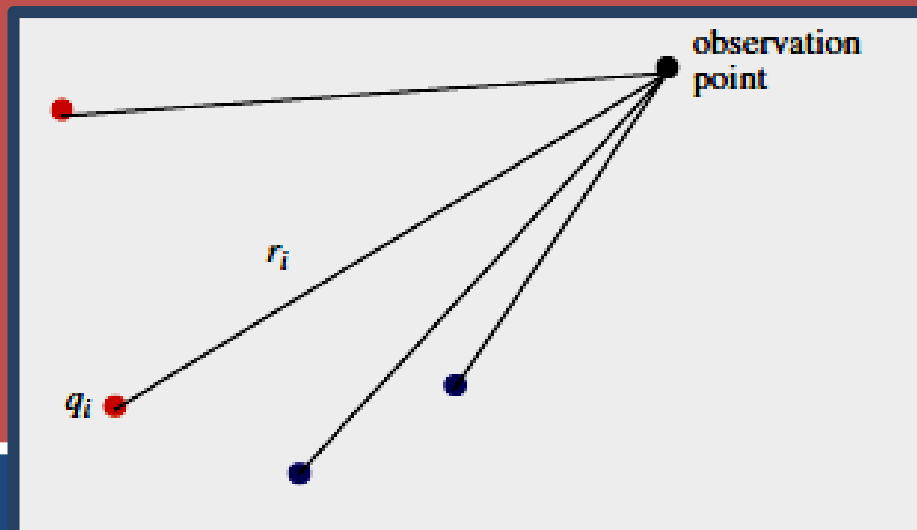
difference between electric field lines and equipotentials. Which are which in the figure?



Ηλεκτρικό δυναμικό κατανομής φορτίου

Από τη σχέση του Δυναμικού για ένα σημειακό φορτίο μπορεί να βρεθεί το ηλεκτρικό δυναμικό μιας οποιασδήποτε κατανομής ηλεκτρικού φορτίου. Εάν σε ένα σύστημα υπάρχει ένας αριθμός σημειακών φορτίων , τότε το **δυναμικό σε ένα σημείο παρατήρησης θα είναι το αλγεβρικό άθροισμα των δυναμικών που οφείλονται σε κάθε φορτίο**

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum \frac{q_i}{r_i}$$



Κατανομή ηλεκτρικού φορτίου σε βακτήρια



<https://www.iefimerida.gr/news/443634/ereyna-i-apisteyti-leitoyrgia-ton-vaktirion-mesa-sto-entero-mas-paragoyn-ilektriko-reyma>

Ηλεκτρικό δυναμικό διπόλου

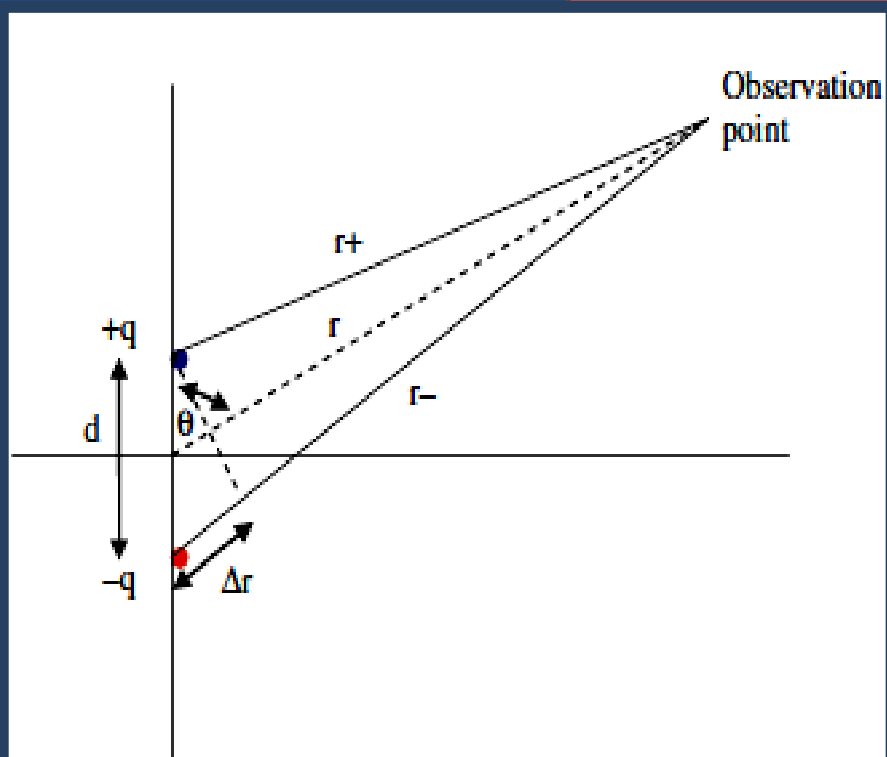
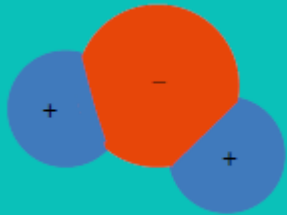


FIGURE 15.8 Geometry for electric dipole calculation.

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum \frac{q_i}{r_i},$$

$$V_{\text{dipole}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{q}{r_+} - \frac{q}{r_-} \right],$$

$$\left[\frac{1}{r_+} - \frac{1}{r_-} \right] = \frac{r_- - r_+}{r_+ r_-} = \frac{\Delta r}{r^2} = \frac{d \cos \theta}{r^2},$$

$$V = \frac{qd \cos \theta}{4\pi\epsilon_0 r^2} = \frac{p \cos \theta}{4\pi\epsilon_0 r^2},$$

p είναι η **ηλεκτρική διπολική ροπή**

Ηλεκτρικό πεδίο και δυναμικό διπόλου κατά μήκος του άξονά του

Example 15.3 Calculate the electric potential and field of an electric dipole along its axis.

Solution: Using the notation of Figure 15.8 as applied to an observation point along the dipole axis, say the z -axis, we can write expressions for the electric potential and field of a dipole as

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{q}{r_+} - \frac{q}{r_-} \right] = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{q}{z - (d/2)} - \frac{q}{z + (d/2)} \right]$$

$$= \frac{q}{4\pi\epsilon_0 z} \left[\frac{1}{1 - (d/2z)} - \frac{1}{1 + (d/2z)} \right]$$

and

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{q}{r_+^2} - \frac{q}{r_-^2} \right] = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{q}{(z - d/2)^2} - \frac{q}{(z + d/2)^2} \right]$$

$$= \frac{q}{4\pi\epsilon_0 z^2} \left[\frac{1}{(1 - d/2z)^2} - \frac{1}{(1 + d/2z)^2} \right],$$

where \vec{E} points along the z -axis. To proceed, we simplify the final term in the bracket of each expression using the binomial theorem when $x \ll 1$,

$$\frac{1}{(1 \pm x)^n} = 1 \mp nx \dots,$$

to find

$$V = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 z} \left[\left(1 + \frac{d}{2z}\right) - \left(1 - \frac{d}{2z}\right) \right] = \frac{qd}{4\pi\epsilon_0 z^2} = \frac{p}{4\pi\epsilon_0 z^2}$$

and

$$E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 z^2} \left[\left(1 + \frac{d}{z}\right) - \left(1 - \frac{d}{z}\right) \right] = \frac{qd}{2\pi\epsilon_0 z^3} = \frac{p}{2\pi\epsilon_0 z^3}.$$

We compare the z -dependence of these two expressions, per unit dipole moment, in Figure 15.9. Note the faster decrease in E with distance from the dipole, varying as $1/z^3$ versus the $1/z^2$ variation of V .

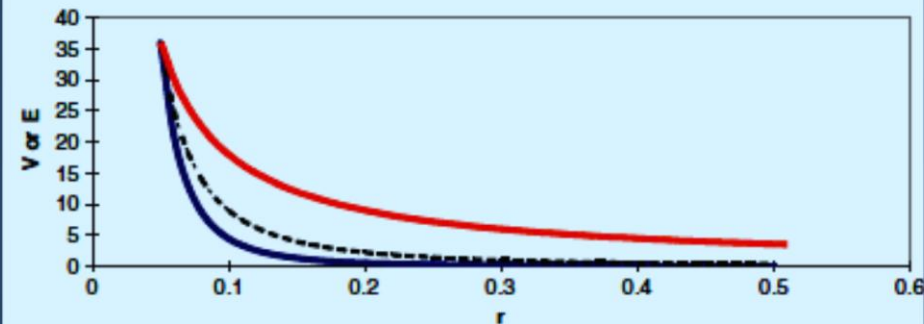
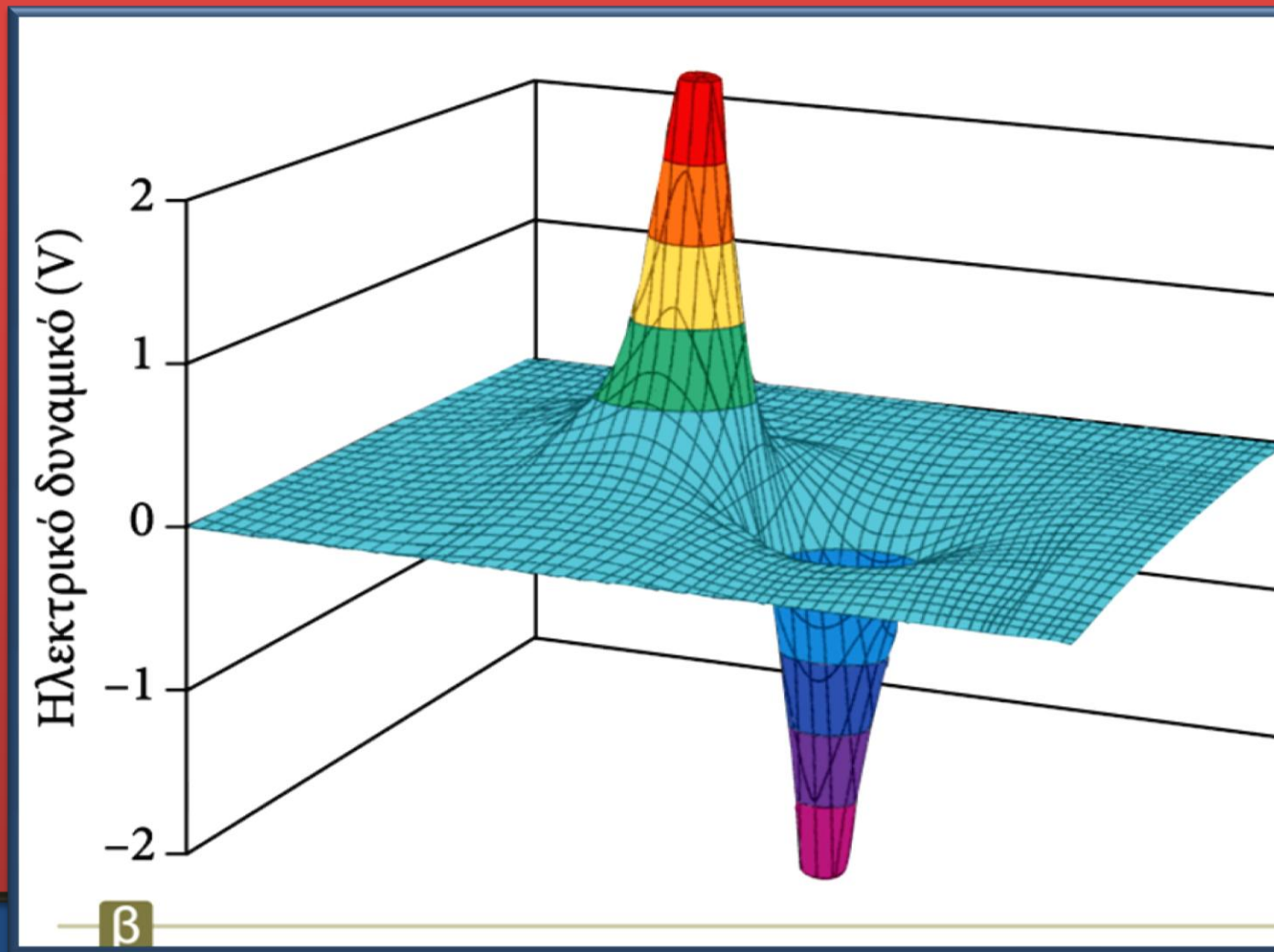


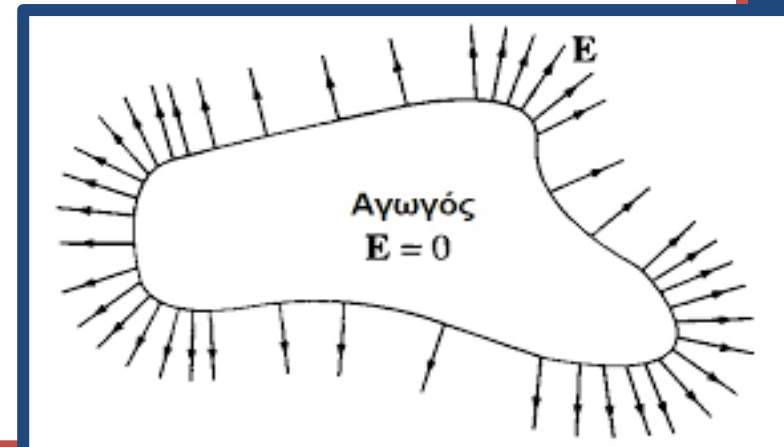
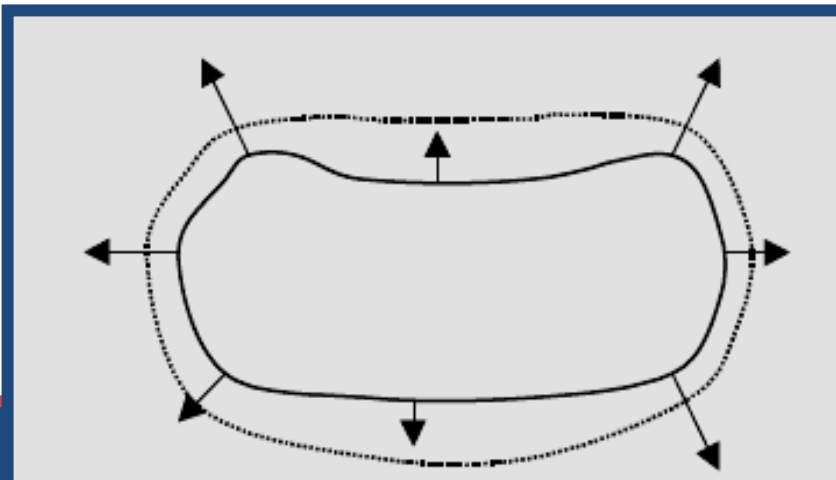
FIGURE 15.9 Electric potential ($1/r^2$, lower dashed line) and field ($1/r^3$, solid line in blue) along the axis of a (unit) electric dipole. The plots have been normalized to coincide at the maximum value shown. Upper curve (red) has a $1/r$ dependence, for comparison.

Μεταβολή Ηλεκτρικού Δυναμικού διπόλου με την απόσταση



Στατικές ηλεκτρικές ιδιότητες στο εσωτερικό της ύλης (σε αγωγούς)

- Σε συνθήκες ηλεκτροστατικής ισορροπίας κάθε **πρόσθετο φορτίο** σε έναν αγωγό βρίσκεται **στην επιφάνεια του**. Στο εσωτερικό του αγωγού το ηλεκτρικό πεδίο είναι μηδέν.
- Το διάνυσμα του ηλεκτρικού πεδίου είναι **πάντα κάθετο στην επιφάνεια** του αγωγού
- Το ηλεκτρικό πεδίο είναι **μέγιστο** εκεί που μεγιστοποιείται η **καμπυλότητα (ελάχιστη ακτίνα καμπυλότητας)**.
- **Δεν απαιτείται έργο** για τη μετακίνηση ενός φορτίου στην επιφάνεια ή στο εσωτερικό του αγωγού



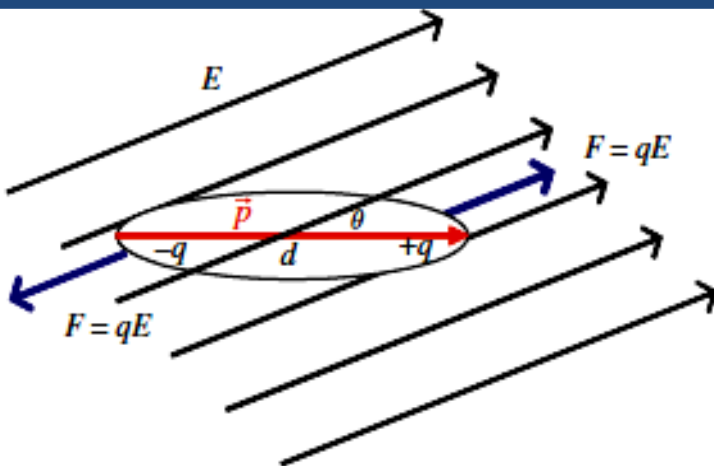
Μέσα σε μονωτές: πολικά διηλεκτρικά

- Στα πολικά διηλεκτρικά (με μόνιμη διπολική ροπή) **τα δίπολα τείνουν να ευθυγραμμισθούν με το ηλεκτρικό πεδίο**
- Σε ομοιόμορφο ηλεκτρικό πεδίο, σε κάθε φορτίο του διπόλου ασκείται δύναμη $F=qE$ και δημιουργείται **ζεύγος δυνάμεων**
- Σε κάθε φορτίο ασκείται ροπή:

$$\tau = qEd \sin \theta = pE \sin \theta,$$

- Η δυναμική ενέργεια που αντιστοιχεί στο έργο της ροπής είναι:

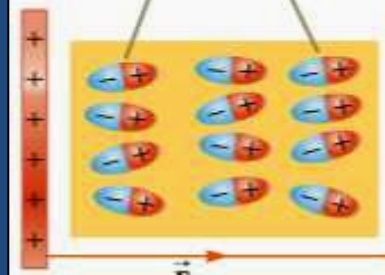
$$PE_p = - pE \cos \theta,$$



Όταν δεν υπάρχει εξωτερικό ηλεκτρικό πεδίο, ο προσανατολισμός των πολικών μορίων είναι τυχαίος.



Όταν υπάρχει εξωτερικό ηλεκτρικό πεδίο, τα μόρια ευθυγραμμίζονται μερικώς με το πεδίο.



Πολικά και μη πολικά διηλεκτρικά

- Στην **ευσταθή ισορροπία**, μικρές διαταραχές στη διεύθυνση του διπόλου δημιουργούν ροπή επαναφοράς
- Σε **ασταθή ισορροπία** μια **μικρή διαταραχή δημιουργεί μεγάλη ροπή** που θα τείνει να στρέψει το δίπολο ώστε τα διανύσματα να γίνουν παράλληλα
- Όταν **μηπολικά** διηλεκτρικά βρεθούν σε ηλεκτρικό πεδίο, τα μόρια τους γίνονται πολικά.
- Σε κάθε περίπτωση το συνολικό ηλεκτρικό πεδίο μειώνεται

$$E = \frac{E_0}{\kappa}$$

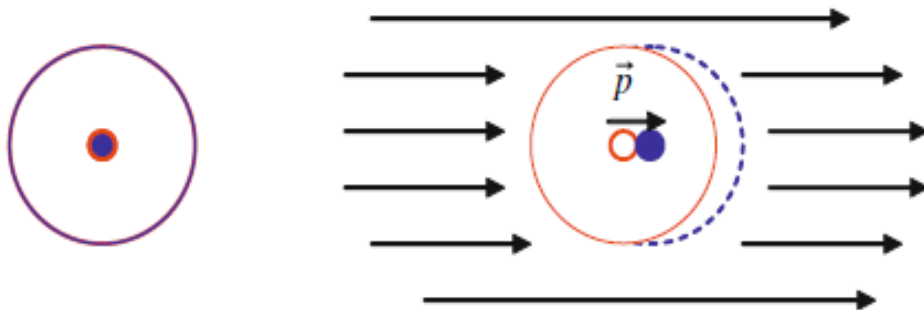


FIGURE 15.15 (left) Nonpolar atom with centers of positive (blue) and negative (red) charge overlapping; (right) same atom in a uniform electric field, with center of negative charge shifted to the left creating an electric dipole along the electric field.

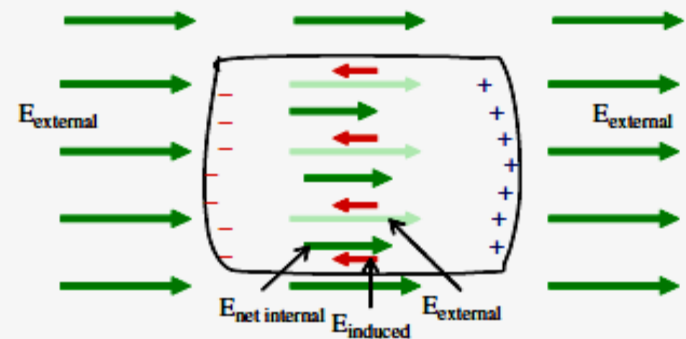


FIGURE 15.16 The net internal E field is the superposition of the external field (light green) and the internal field due to the induced surface charges (red). It is always reduced due to the shielding of the induced charges.

Πυκνωτές - Μεμβράνες

- Ένας **πυκνωτής** συνήθως παριστάνεται με **δύο μεταλλικές πλάκες (οπλισμοί)** φορτισμένες με αντίθετα φορτία. Είναι μια συνήθης διάταξη **αποθήκευσης δυναμικής ενέργειας**.
- Οι **λιπιδικές διπλοστιβάδες** των κυτταρικών μεμβρανών παριστάνονται με τη μορφή **σάντουιτς** από δύο στρώματα αγωγού (το επίπεδο των πολικών λιπιδικών κεφαλών) που χωρίζονται από ένα λιπιδικό στρώμα (υδρόφοβες ουρές).
- Η λιπιδική διπλοστιβάδα **περιβάλλει** το κύτταρο και προσφέρει έναν **φραγμό** που εξασφαλίζει διαφορετικό περιβάλλον ιόντων και μακρομορίων σε σχέση με το εξωκυτταρικό υγρό.
- Υπάρχει μια **διαφορά δυναμικού** μεταξύ του **εσωτερικού και εξωτερικού** ενός κυττάρου (διαμέσου των μεμβρανών) που ονομάζεται **δυναμικό ηρεμίας**

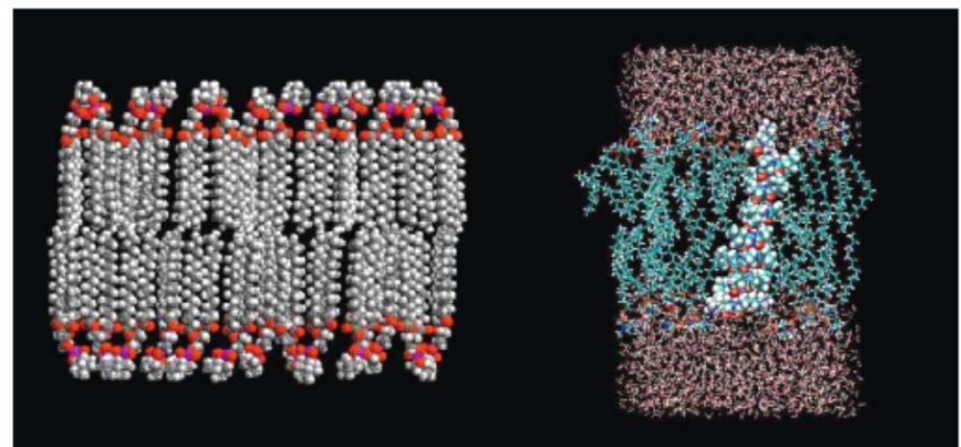
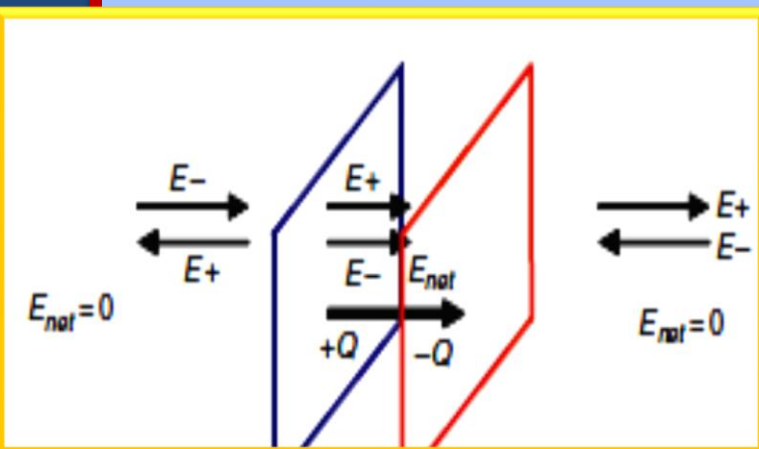


FIGURE 15.18 Two models of a lipid bilayer with polar heads on the surface and hydrocarbon tails buried within. The image on the right also shows an α -helical

Οι λιπιδικές διπλοστιβάδες των κυτταρικών μεμβρανών μπορούν να παρασταθούν ηλεκτρικά σαν ένα σάντουιτς αποτελούμενο από δύο στρώματα αγωγού (το επίπεδο των πολικών λιπιδικών κεφαλών) που χωρίζονται από ένα διηλεκτρικό στρώμα (οι υδρόφοβες ουρές, Σχήμα 15.18). Μια τέτοια ηλεκτρική διάταξη είναι γνωστή ως *πυκνωτής* ή κάποιες φορές ως *συμπυκνωτής*. Όταν αποτελείται από μέταλλα και μονωτές, είναι μια συνήθης διάταξη για την αποθήκευση ηλεκτρικής δυναμικής ενέργειας και συναντάται σε όλες τις ηλεκτρονικές συσκευές, από τηλέφωνα έως υπολογιστές. Περιβάλλοντας ένα κύτταρο, η λιπιδική διπλοστιβάδα προσφέρει έναν φραγμό που εξασφαλίζει ένα διαφορετικό περιβάλλον ιόντων και μακρομορίων, σε σχέση με το εξωτερικό κυτταρικό υγρό. Λόγω της διαφορετικής κατανομής ιόντων μεταξύ του εσωτερικού και του εξωτερικού όλων των ζωντανών κυττάρων, υπάρχει μια διαφορά δυναμικού διαμέσου όλων των κυτταρικών μεμβρανών, γνωστό ως δυναμικό ηρεμίας. Το μέγεθος του δυναμικού εξαρτάται από το είδος του κυττάρου, όμως πάντοτε το εσωτερικό του κυττάρου είναι αρνητικό ως προς το εξωτερικό και η διαφορά δυναμικού είναι της τάξης των 100 mV και δεν μεταβάλλεται πολύ με τον χρόνο.

Ορισμένα είδη κυττάρων έχουν εξελιχθεί ώστε να αποκρίνονται σε συγκεκριμένους τύπους ερεθισμάτων (χημικά, μηχανικά, ηλεκτρικά) με το ίδιο βασικό σήμα, μια μεταβατική αλλαγή στο δυναμικό της μεμβράνης (εκπόλωση), ακολουθούμενη από αποκατάσταση του δυναμικού ηρεμίας (επαναπόλωση). Σ' αυτά τα κύτταρα περιλαμβάνονται τα νευρικά, μυϊκά και αισθητηριακά κύτταρα, που έχουν παρόμοια δομή μεμβράνης. Θα ανα-

Η χωρητικότητα C ενός πυκνωτή ορίζεται με βάση το **φορτίο** και τη **διαφορά δυναμικού** και εξαρτάται μόνο από τα **γεωμετρικά χαρακτηριστικά** του πυκνωτή.

Η μονάδα μέτρησης της χωρητικότητας είναι το Farad (F), $1F=1C/V$.

$$Q = CV.$$

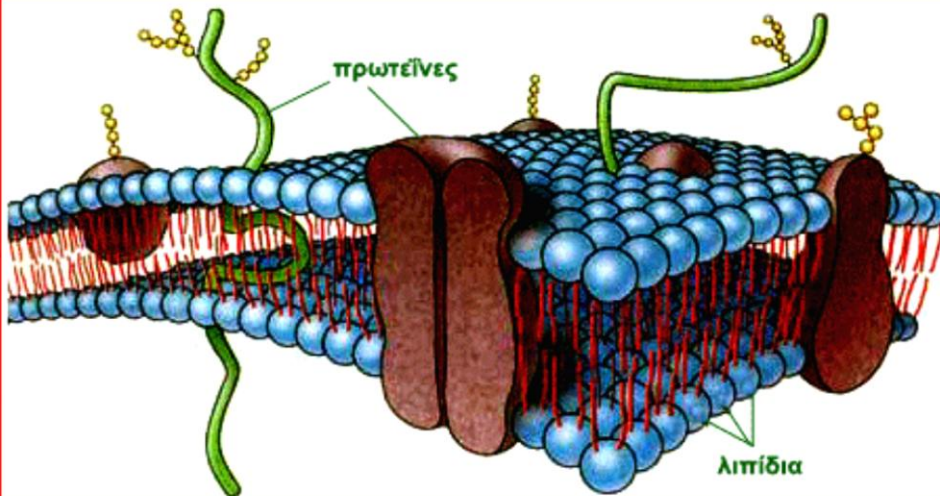
$$E = \frac{Q}{\epsilon_0 A},$$

$$V = Ed = \frac{Qd}{\epsilon_0 A},$$

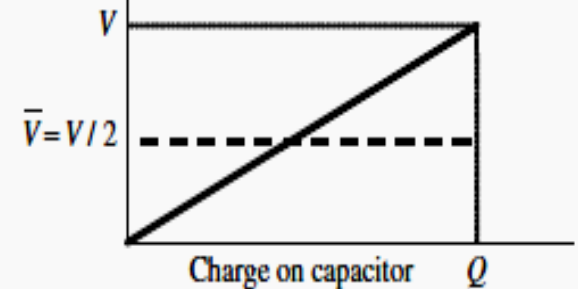
$$C = \frac{\epsilon_0 A}{d}. \quad (\text{parallel-plate C}).$$

Οι πυκνωτές αποθηκεύουν φορτίο και ενέργεια

$$PE = \frac{1}{2} QV.$$



Potential across capacitor



Ενέργεια φορτισμένου πυκνωτή (2)

Έστω ότι ο πυκνωτής φορτίζεται και, κάποια χρονική στιγμή, φέρει φορτίο q .

Το έργο που απαιτείται για τη μεταφορά ενός φορτίου από τον έναν οπλισμό στον άλλο είναι:

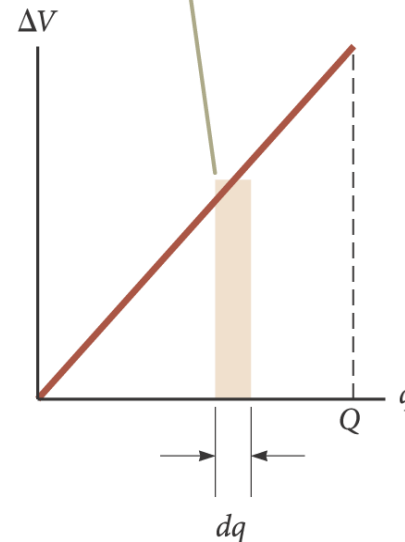
$$dW = \Delta V dq = \frac{q}{C} dq$$

Το έργο που απαιτείται για τη μεταφορά του φορτίου ισούται με το εμβαδόν του σκιασμένου ορθογωνίου.

Το συνολικό απαιτούμενο έργο είναι:

$$W = \int_0^Q \frac{q}{C} dq = \frac{Q^2}{2C}$$

Το έργο που απαιτείται για τη μετακίνηση του φορτίου dq μέσω της διαφοράς δυναμικού ΔV από τον ένα οπλισμό στον άλλο δίνεται κατά προσέγγιση από το εμβαδό του σκιασμένου ορθογωνίου.



Ενέργεια φορτισμένου πυκνωτή (3)

Το έργο που παράγεται κατά τη φόρτιση του πυκνωτή εμφανίζεται με τη μορφή της ηλεκτρικής δυναμικής ενέργειας U που αποθηκεύεται στον πυκνωτή:

$$U = \frac{Q^2}{2C} = \frac{1}{2} Q \Delta V = \frac{1}{2} C (\Delta V)^2$$

Αυτό ισχύει για πυκνωτές οποιασδήποτε γεωμετρίας.

Όσο αυξάνεται το φορτίο και η διαφορά δυναμικού, αυξάνεται και η ενέργεια που αποθηκεύεται στον πυκνωτή.

Στην πράξη, η διαφορά δυναμικού μπορεί να φτάσει μέχρι μια μέγιστη τιμή – πέρα από αυτήν, προκαλείται εκφόρτιση μεταξύ των οπλισμών.



<https://digitaltvinfo.gr/magazine-archive/etos-2018/item/23685-technologies-plc>

Ενέργεια, Ηλεκτρικό πεδίο και γεωμετρία πυκνωτή

- Η ενέργεια που αποθηκεύεται σε έναν πυκνωτή, υπό μορφή ηλεκτρικής δυναμικής ενέργειας, εκφράζεται από **το εμβαδόν του γραφήματος V-Q**. Επειδή η σχέση V-Q είναι γραμμική το εμβαδό είναι ίσο με το εμβαδό ενός τριγώνου (παρουσιάζεται σε προηγούμενο σχήμα). Τέλος η ενέργεια αυτή είναι ίση με το **έργο που απαιτείται για τη φόρτιση** του πυκνωτή

$$PE = \frac{1}{2} QV = \frac{1}{2} CV^2 = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C}.$$

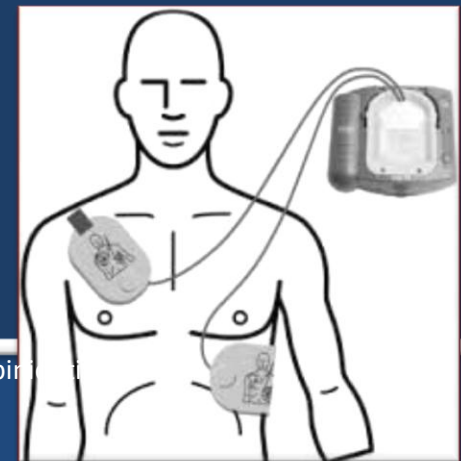
- Η ενέργεια **αποθηκεύεται στο ηλεκτρικό πεδίο** του πυκνωτή. Αυτό φαίνεται στις επόμενες σχέσεις (όπου η ενέργεια είναι συνάρτηση της έντασης του **ηλεκτρικού πεδίου και των γεωμετρικών χαρακτηριστικών**).

$$PE = \frac{1}{2} CV^2 = \frac{1}{2} \left(\frac{\epsilon_0 A}{d} \right) (Ed)^2 = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2 Ad.$$

$$\frac{PE}{(\text{Vol.})} = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2.$$

Απινιδωτές

- Απινιδωτές
- Κατά την καρδιακή μαρμαρυγή, η καρδιά χτυπά πολύ γρήγορα και ακανόνιστα.
- Μπορεί όμως να επανέλθει στον κανονικό ρυθμό της με μια ταχεία εκφόρτιση ενέργειας.
- Γενικά, οι πυκνωτές χρησιμοποιούνται ως «αποθήκες ενέργειας» που μπορούν να φορτίζονται με αργό ρυθμό και μετά να εκφορτίζονται ταχέως, παρέχοντας μεγάλες ποσότητες ενέργειας με έναν σύντομο παλμό.



Σχήμα από: <http://ikee.lib.auth.gr/record/133751/files/GRI-2014-11797.pdf>



Πυκνωτές με διηλεκτρικά (1)

Τα διηλεκτρικά είναι μη αγώγιμα υλικά, τα οποία όταν τοποθετούνται μεταξύ των οπλισμών ενός πυκνωτή αυξάνουν τη χωρητικότητά του.

- Διηλεκτρικά υλικά είναι, μεταξύ άλλων, το καουτσούκ, το γυαλί, και το κηρόχαρτο.

Όταν υπάρχει διηλεκτρικό υλικό μεταξύ των οπλισμών του πυκνωτή, η χωρητικότητά του γίνεται:

$$C = \kappa C_0.$$

- Η χωρητικότητα του πυκνωτή αυξάνεται κατά τον παράγοντα κ όταν το διηλεκτρικό υλικό γεμίζει πλήρως τον χώρο μεταξύ των οπλισμών του.
- Το κ είναι η διηλεκτρική σταθερά του υλικού.

Αν ο πυκνωτής παραμένει συνδεδεμένος με μια μπαταρία, τότε η τάση στα άκρα του υποχρεωτικά παραμένει η ίδια.

Αν ο πυκνωτής αποσυνδεθεί από τη μπαταρία, τότε αποτελεί απομονωμένο σύστημα και το φορτίο του παραμένει αμετάβλητο.

Πάχος και φορτίο κυτταρικής μεμβράνης

Η χωρητικότητα ανά μονάδα επιφάνειας (ειδική χωρητικότητα) των κυτταρικών μεμβρανών είναι **01 mF/cm²**

$$C/A = \kappa \epsilon_0 / d.$$

κ είναι διηλεκτρική σταθερά που θεωρείται $\kappa=3$ (για λιπίδια που θεωρούνται ως έλαια).

Αρχικά είχε υπολογισθεί $d=3\text{nm}$. Σήμερα είναι γνωστό ότι $d=7\text{nm}$ (δηλαδή συγκρίσιμο με το μήκος ενός μακρομορίου).

Για ομοιόμορφη κατανομή φορτίου

$$\frac{Q}{A} = \frac{C}{A} V.$$

$$\frac{1 \text{ charge}}{x^2 \text{ cm}^2} = \frac{0.1 \times 10^{-6} \text{ C/cm}^2}{1.6 \times 10^{-19} \text{ C}} = 6.25 \times 10^{11} \text{ charges/cm}^2,$$

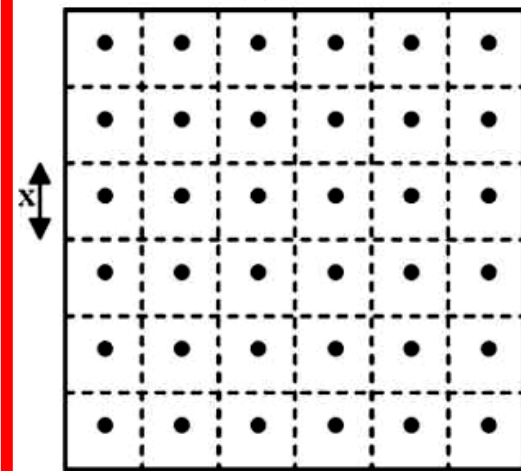


FIGURE 15.22 A uniform surface charge model for a cell membrane with one charge centered in each box.

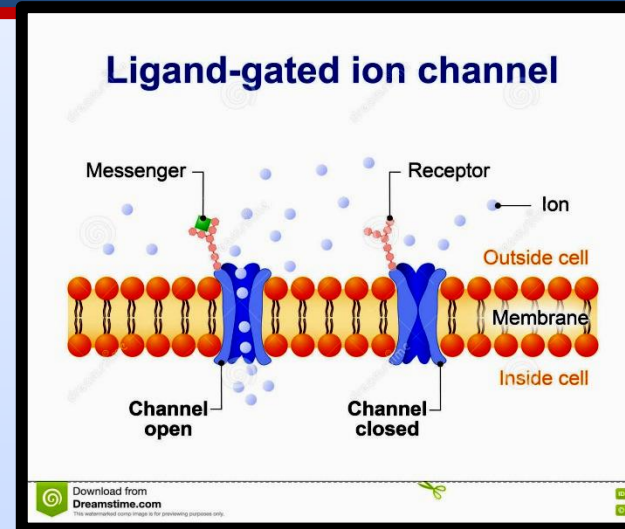
Μεμβρανικά κανάλια

Οι **μεμβράνες** –έχουν σημαντικό ρόλο σε διεγειρόμενα κύτταρα (νευρώνες, μυϊκά κύτταρα)- ελέγχουν τη **ροή ιόντων** και την επακόλουθη **γένεση ηλεκτρικών σημάτων**

Τα μεμβρανικά **κανάλια** –συμπλέγματα πρωτεϊνών/ σακχάρων/ λιπαρών οξέων ενεργούν ως **πόροι μεταφοράς ιόντων, νερού, μακρομορίων.**

Τα κανάλια υπάρχουν σε δύο καταστάσεις: **Ανοικτά ή κλειστά.**

Ελέγχονται από εξειδικευμένα φορτία (έλεγχος μέσω δυναμικού / σε νευρικά και μυϊκά κύτταρα) ή με πρόσδεση μικρών μορίων (έλεγχος μέσω προσδέτη – μικρά μόρια / νευροδιαβιβαστές και μικρές πρωτεΐνες)



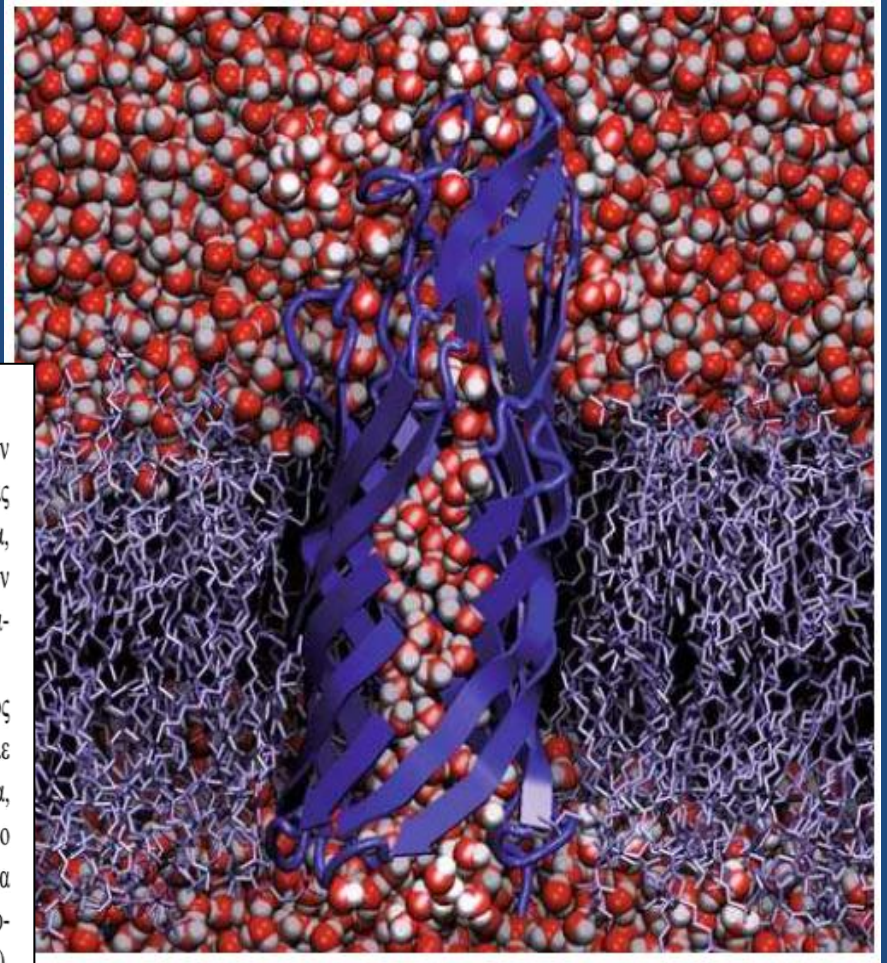
Μεμβρανικό κανάλι

Μοριακό μοντέλο μεμβράνης που δείχνει ένα κανάλι με τη μορφή ελικοειδούς πρωτεΐνης (μπλε) που διατρέχει τη μεμβράνη και επιτρέπει σε επιλεγμένα ιόντα να εισέρχονται ή να εξέρχονται του κυττάρου

7. ΜΕΜΒΡΑΝΙΚΑ ΚΑΝΑΛΙΑ ΜΕΡΟΣ 1

Τα μεμβρανικά κανάλια είναι ολοκληρωμένα και εξειδικευμένα συμπλέγματα πρωτεϊνών/σακχάρων/λιπαρών οξέων που ενεργούν ως πόροι με σκοπό τη μεταφορά ιόντων, νερού, ακόμη και μακρομορίων διαμέσου μιας βιολογικής μεμβράνης (βλ. Σχήμα 15.23). Οι μεμβράνες παίζουν ξεχωριστό ρόλο σε διεγερόμενα κύτταρα, όπως νευρώνες ή μυϊκά κύτταρα, όπου ελέγχουν τη ροή των ιόντων και την επακόλουθη γένεση ηλεκτρικών σημάτων. Σε αυτή την ενότητα θα μάθουμε τα βασικά για τη γενική φύση και λειτουργία της δομής των καναλιών. Θα ακολουθήσει μια πληρέστερη συζήτηση στο επόμενο κεφάλαιο.

Υπάρχουν πιθανώς εκατοντάδες διαφορετικών εξειδικευμένων καναλιών στους διαφορετικούς τύπους κυττάρων των θηλαστικών. Μελετήθηκαν αρχικά στη δεκαετία του 1950 από τους Hodgkin και Huxley με πρωτοποριακά πειράματα. Σήμερα μελετώνται με ευρύ πεδίο τεχνικών, όπως η σύγχρονη ηλεκτροφυσιολογία, η βιοχημεία και η μοριακή βιολογία. Απλοποιώντας, μπορούμε να πούμε πως τα κανάλια υπάρχουν σε δύο καταστάσεις, την ανοικτή και την κλειστή, κατά τις οποίες μικρά μόρια ή ιόντα μπορούν ή δεν μπορούν να περάσουν από το κανάλι-πύλη. Ο έλεγχος της κατάστασης ενός καναλιού μπορεί να γίνει είτε μέσω εξειδικευμένων φορτίων (έλεγχος μέσω δυναμικού), είτε μέσω της πρόσδεσης μικρών μορίων (έλεγχος μέσω προσδέτη). Στα τελευταία περιλαμβάνονται οι νευροδιαβιβαστές και μικρές πρωτεΐνες που εμπλέκονται σε άλλες μορφές μετάδοσης σήματος. Τα κανάλια που ελέγχονται από το δυναμικό συναντώνται σε νευρικά και μυϊκά κύτταρα και θα επικεντρώσουμε σε αυτά τη μελέτη μας.



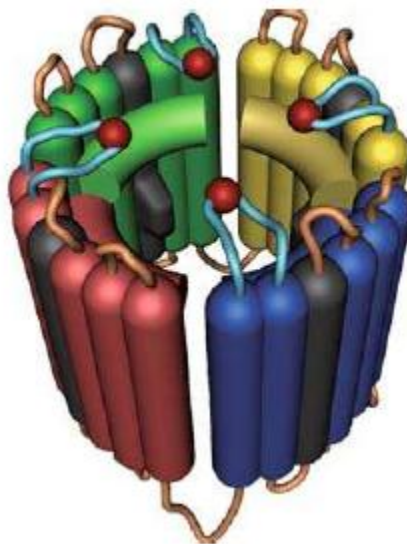
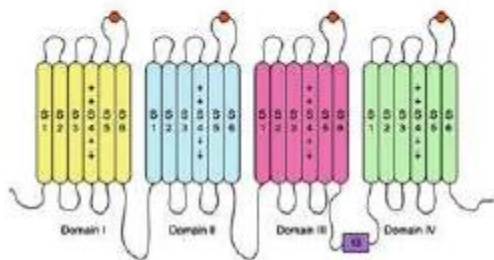


FIGURE 15.24 Sodium channel: (left) schematic of alpha-helical sections spanning cell membrane; (right) molecular model of channel.

Ηλεκτρικό δυναμικό ανθρώπινου σώματος

Το ανθρώπινο σώμα χρησιμοποιεί ένα πολύπλοκο δίκτυο ηλεκτρικών σημάτων για να ελέγχει ζωτικές λειτουργίες.

Ένα δίκτυο νευρικών κυττάρων προσφέρει αισθητική και κινητική λειτουργία.

Ο εγκέφαλος είναι ιστός νευρικών κυττάρων

Οι μύες άγουν ηλεκτρισμό και δημιουργούν δύναμη.

Η καρδιά είναι ο χαρακτηριστικότερος μυς του σώματος που αντλεί αίμα με συστολή μυών που ελέγχονται από ομάδα κυττάρων που δίνουν το ρυθμό.

Για τη χαρτογράφηση της ηλεκτρικής δραστηριότητας διαφόρων οργάνων έχουν αναπτυχθεί μια σειρά τεχνικές με την αντίστοιχη τεχνολογία

Ηλεκτρομυογραφία

- Η ηλεκτρομυογραφία (ΗΜΓ-EMG) είναι η απλούστερη μορφή τεχνικών μέτρησης και χαρτογράφησης του επιφανειακού ηλεκτρικού δυναμικού που αντιστοιχεί στην ηλεκτρική δραστηριότητα ενός οργάνου.
- **Βελονοειδή ηλεκτρόδια** μπορούν να μετρήσουν το **δυναμικό σε επίπεδο μυϊκής ίνας** και να δώσουν μια χαρακτηριστική καμπύλη μεταβολών (αρκετών mV)
- Οι καταγραφές εκούσιας μυϊκής δραστηριότητας είναι χρήσιμες στον έλεγχο της φυσιολογικής νευρικής διέγερσης και λειτουργίας των μυών

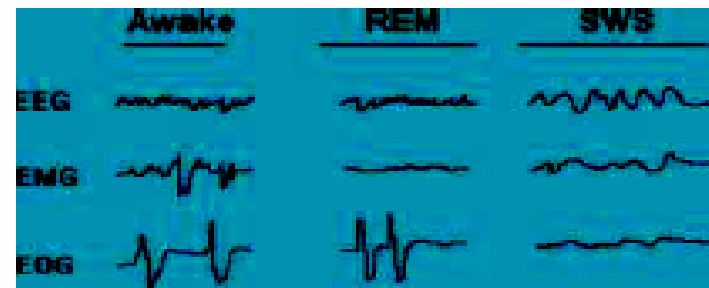


FIGURE 15.25 Contemporaneous EEG and EMG recordings when awake, in rapid eye movement (REM) sleep, about 20% of the time for an adult, and when in slow wave sleep (SWS).

Καρδιογράφημα

- Στην απλή του μορφή το ηλεκτροκαρδιογράφημα προσεγγίζεται ως μια **μέτρηση του ηλεκτρικού δυναμικού** που οφείλεται στην καρδιά και αναπαριστάνεται από μια **διπολική ροπή $P(t)$** .
- Χρειάζονται **3 ανεξάρτητες μετρήσεις** για να καθοριστούν οι τρεις **διανυσματικές συνιστώσες** της διπολικής ροπής ως συναρτήσεις του χρόνου. Δηλαδή χρειάζονται **τρία επιφανειακά ηλεκτρόδια** που τοποθετούνται στους καρπούς και στον αριστερό αστράγαλο.
- Το ΗΚΓ δίνει **τη χρονική αλληλουχία των δυναμικών** με χαρακτηριστικές κορυφές

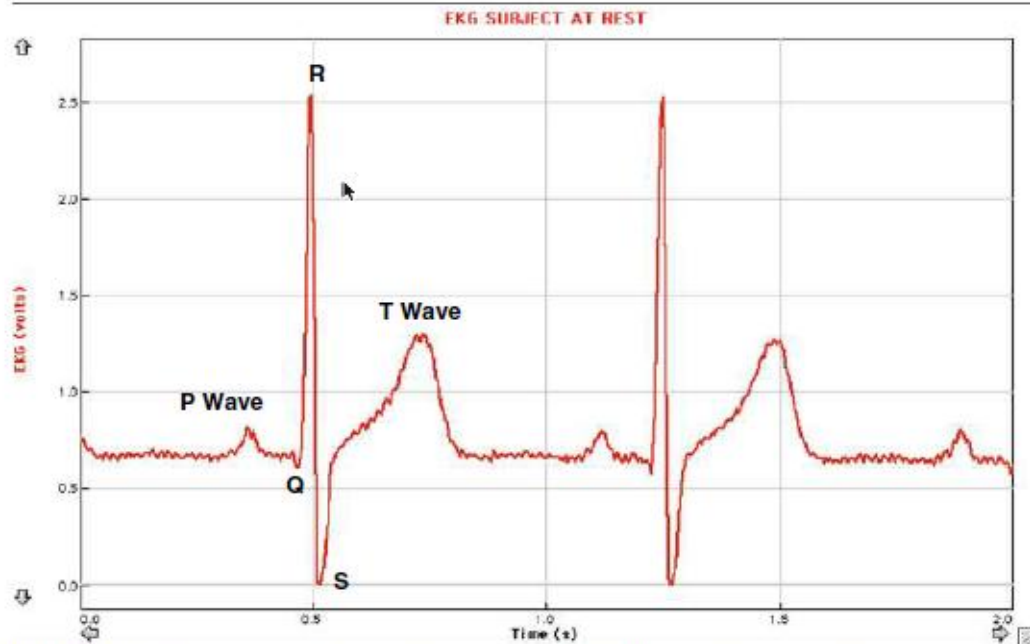


FIGURE 15.26 A segment of an EKG signal showing the prominent features.

Ηλεκτρικό ρεύμα και αντίσταση

- Θεωρούμε μια **συλλογή ηλεκτρονίων σε ένα αγώγιμο σύρμα**. Όταν δεν υπάρχει ηλεκτρικό πεδίο η θερμική ενέργεια οδηγεί τα ηλεκτρόνια σε τυχαίες τροχιές και **τυχαίες συγκρούσεις με πολύ υψηλή ταχύτητα (10^6 m/s)**. Η μέση ταχύτητα των ηλεκτρονίων είναι μηδέν.
- Όταν εφαρμοσθεί **ηλεκτρικό πεδίο**, τα ελεύθερα ηλεκτρόνια **επιταχύνονται** με κατεύθυνση αντίθετη από αυτή του πεδίου. Η επιτάχυνση είναι: $a=eE/m$
- Η ταχύτητα μεταξύ δύο συγκρούσεων (ηλεκτρονίου-μεταλικού ατόμου) είναι:

$$v_{\text{drift}} = at = \frac{eE}{m} \tau = \frac{eV\tau}{mL}$$

- Το **ηλεκτρικό ρεύμα** στο σύρμα βρίσκεται:

$$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{nAe}{(l/v_{\text{drift}})} = nAev_{\text{drift}}$$

$$I = \frac{ne^2\tau A}{mL} V$$

Αγωγιμότητα-Αντίσταση

Defining the *conductivity* σ of the wire, an intrinsic property of the material, to be

$$\sigma = \frac{ne^2\tau}{m},$$

we can rewrite Equation (16.5) as

$$I = \sigma \frac{A}{L} V = GV, \quad (16.6)$$

where G is known as the *conductance*.

Solving for V , this can be rewritten in terms of the *resistance* R

$$V = IR, \quad (16.7)$$

where

$$R = \frac{1}{G} = \frac{1}{\sigma} \frac{L}{A} = \rho \frac{L}{A}.$$

The *resistivity* of the material ρ is given by the inverse of the conductivity,

$$\rho = \frac{1}{\sigma},$$

both intrinsic parameters. This definition is made in analogy with the equality between the resistance and the inverse of the conductance

$$R = \frac{1}{G},$$

Αγωγιμότητα-Αντίσταση

$$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{nAe}{(l/v_{\text{ολισθ}})} = nAev_{\text{ολισθ}} \quad (16.4)$$

Αντικαθιστώντας από την Εξίσωση (16.3), το ηλεκτρικό ρεύμα είναι:

$$I = \frac{ne^2\tau A}{mL}V \quad (16.5)$$

Ορίζουμε ως ειδική αγωγιμότητα σ του σύρματος, μια εγγενής (intrinsic) ιδιότητα του υλικού, ως εξής:

$$\sigma = \frac{ne^2\tau}{m}$$

και μπορούμε να ξαναγράψουμε την Εξίσωση (16.5) ως:

$$I = \sigma \frac{A}{L}V = GV$$

όπου το G είναι η αγωγιμότητα.

Λύνοντας ως προς V αυτό μπορεί να ξαναγραφεί με όρους της αντίστασης R :

$$V = IR \quad (16.7)$$

όπου:

$$R = \frac{1}{G} = \frac{1}{\sigma} \frac{L}{A} = \rho \frac{L}{A}$$

Η ειδική αντίσταση ρ του υλικού δίνεται από το αντίστροφο της ειδικής αγωγιμότητας:

$$\rho = \frac{1}{\sigma}$$

και οι δύο είναι εγγενείς παράμετροι του υλικού. Αυτός ο ορισμός γίνεται σε αναλογία με την ισότητα μεταξύ της αντίστασης και του αντίστροφου της αγωγιμότητας:

$$R = \frac{1}{G}$$

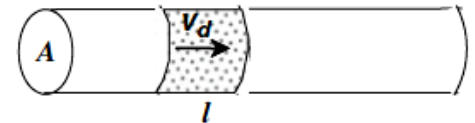


FIGURE 16.3 Free charge in a wire of cross-sectional area A and length l traveling with a drift velocity v_d .

Νόμος Ohm

- Η γραμμική σχέση μεταξύ τάσης και ρεύματος ($V=IR$) ονομάζεται **νόμος του Ohm**. Μια ισοδύναμη διατύπωση είναι ότι η ειδική αντίσταση ενός αγωγού είναι σταθερή και ανεξάρτητη από την τάση.
- Ο νόμος του Ohm δεν ισχύει πάντα (δεν είναι θεμελιώδης νόμος), π.χ. δεν ισχύει στις διόδους και στα τρανζίστορ.

$$\Delta PE_E = \Delta Q V.$$

$$P = \frac{\Delta PE_E}{\Delta t} = \frac{\Delta Q}{\Delta t} V = IV.$$

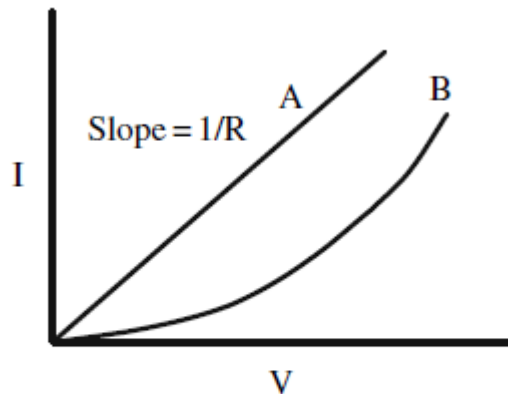
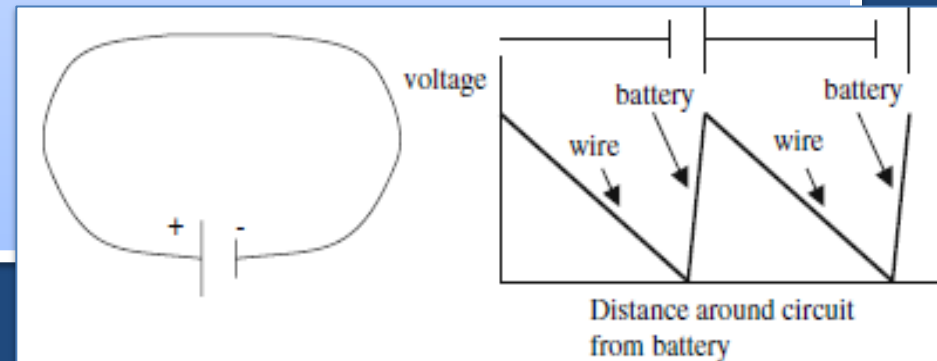


FIGURE 16.4 The I - V curve for an ohmic circuit element (A) and a semiconductor diode (B).



Μετατροπή ηλεκτρικής δυναμικής ενέργειας σε θερμική

Σε μια μπαταρία η αποθηκευμένη χημική ενέργεια χρησιμοποιείται για να διατηρήσει σταθερή διαφορά δυναμικού.

Παράγεται ένα σταθερό ηλεκτρικό πεδίο που διατηρεί σταθερή ταχύτητα ολίσθησης των φορτίων και σταθερή Κινητική ενέργεια

Υπάρχει όμως συνεχής απώλεια ενέργειας λόγω των συγκρούσεων των φορτίων με το πλέγμα των ατόμων του μεταλλικού σύρματος.

Η απώλεια δυναμικής ενέργειας (σχήμα δεξιά) με ρυθμό P παίρνει τη μορφή θερμικής ενέργειας και προκαλεί άνοδο θερμοκρασίας

Δηλαδή: Χημική ενέργεια-Ηλεκτρική δυναμική ενέργεια- θερμική ενέργεια (ενώ η κινητική ενέργεια μένει σταθερή). Η ηλεκτρική δυναμική ενέργεια χάνεται γιατί η διαδικασία είναι μη αντιστρεπτή

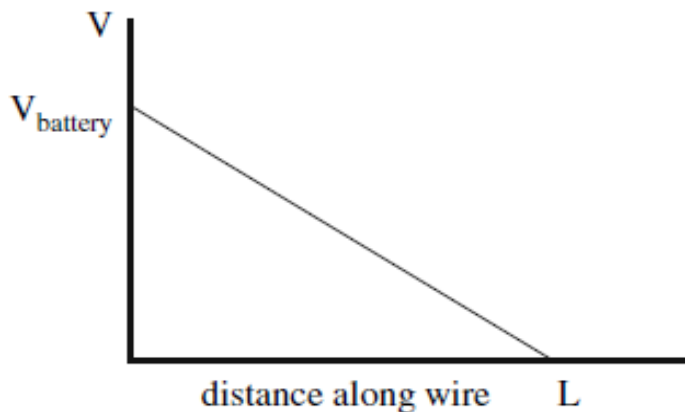


FIGURE 16.7 The voltage, measured with respect to the

$$P = IV = I^2 R = \frac{V^2}{R}$$

Ηλεκτρικές μετρήσεις

Το αλγεβρικό άθροισμα των διαφορών δυναμικού κατά μήκος κάθε κλειστού βρόχου κυκλώματος είναι μηδέν (**κανόνας Kirchoff για βρόγχους**)

Στις μπαταρίες το δυναμικό αυξάνει όταν πηγαίνουμε από το (-) προς το (+) μέσω της συσκευής

Στις αντιστάσεις το δυναμικό μειώνεται όταν διασχίζουμε την αντίσταση κατά τη φορά του ρεύματος

$$V - IR - IR_{\text{ammeter}} = 0,$$

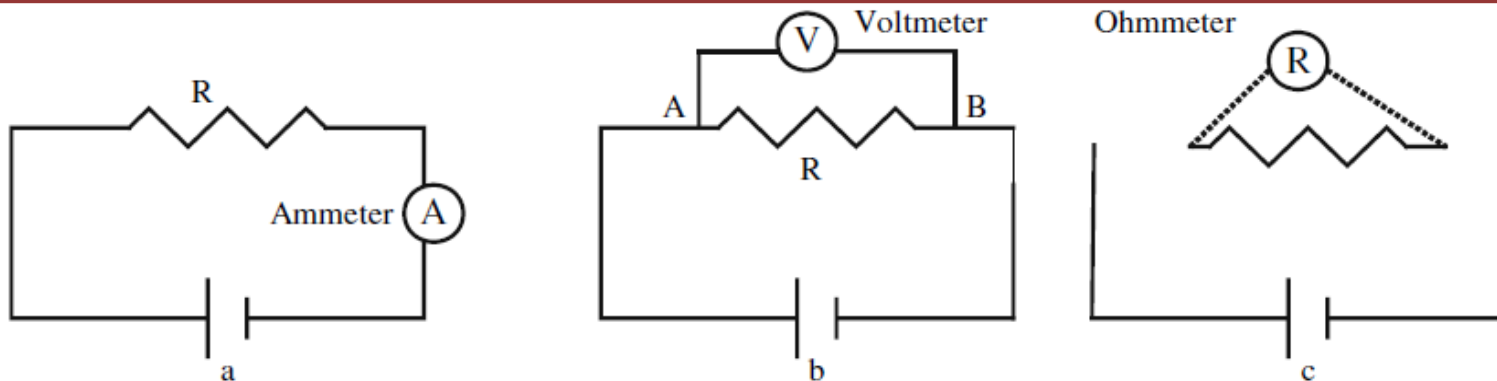


FIGURE 16.8 Measurement of (a) the current through R , with an ammeter inserted into the circuit in series with R ; (b) the voltage across R , with a voltmeter in parallel with R ; or (c) the value of the resistance R itself, with an ohmmeter after removing the resistor from the circuit, as shown above.

Αντιστάσεις σε σειρά

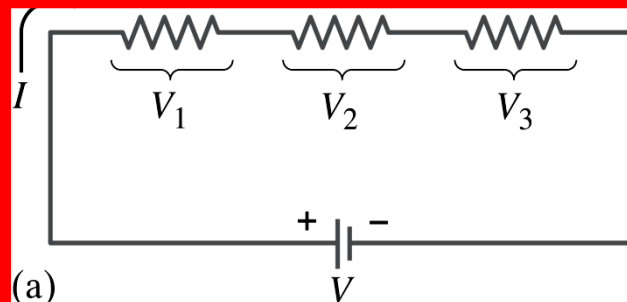
Η ισοδύναμη αντίσταση ενός συνόλου αντιστάσεων σε σειρά είναι το άθροισμα των επί μέρους αντιστάσεων

$$V - IR - IR_{\text{ammeter}} = 0,$$

$$V = IR_{\text{equiv}},$$

$$R_{\text{equiv}} = R + R_{\text{ammeter}}$$

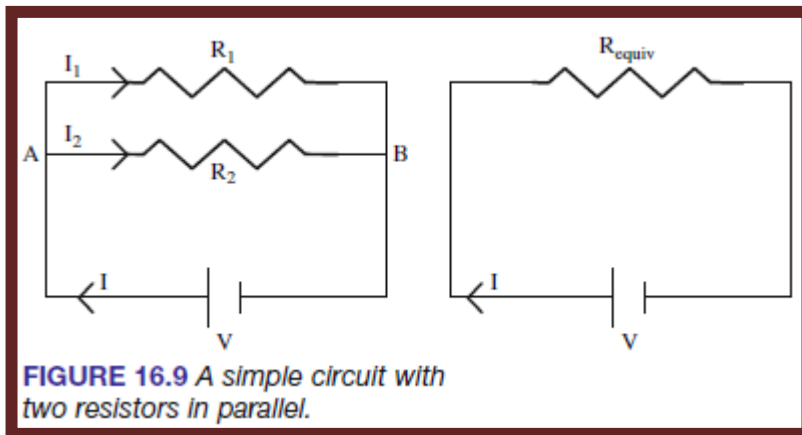
$$V = V_1 + V_2 + V_3 = IR_1 + IR_2 + IR_3, \quad [\text{series}] \quad (26-2)$$



Αντιστάσεις παράλληλα

Το ρεύμα που εισέρχεται σε έναν κόμβο είναι ίσο με το ρεύμα που εξέρχεται από αυτόν

Το αντίστροφο της ισοδύναμης αντίστασης είναι το άθροισμα των αντιστρόφων των επιμέρους αντιστάσεων



$$\begin{aligned}V - I_1 R_1 &= 0, \\V - I_2 R_2 &= 0, \\I_2 R_2 - I_1 R_1 &= 0,\end{aligned}$$

$$I = I_1 + I_2,$$

$$I = \frac{V}{R_{\text{equiv}}} = \frac{V}{R_1} + \frac{V}{R_2},$$

$$\frac{1}{R_{\text{equiv}}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2},$$

Πυκνωτές σε σειρά και παράλληλα

- Πυκνωτές σε σειριακή σύνδεση

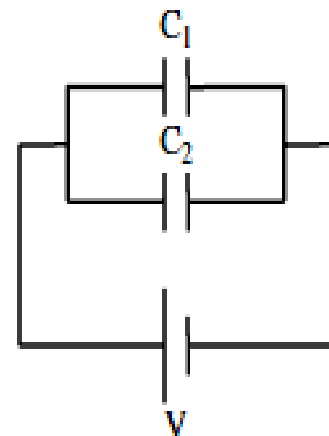
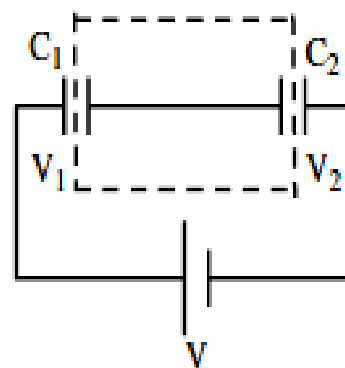
$$V = V_1 + V_2 = \frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2},$$

$$V = \frac{Q}{C} = \frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2} \text{ or } \frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}.$$

- Πυκνωτές σε παράλληλη σύνδεση

$$Q = Q_1 + Q_2 = C_1V_1 + C_2V_2,$$

$$C = C_1 + C_2.$$



Μεμβρανικά ρεύματα

- Η προσομοίωση μεμβρανών ως πυκνωτών αποτελεί καλή προσέγγιση της καθαρής φωσfolιπιδικής διπλοστιβάδας (υψηλής ειδικής αντίστασης, σχεδόν ως μονωτής).
- Όμως οι βιολογικές μεμβράνες βρίθουν πρωτεϊνών που ενεργούν ως κανάλια ιοντικών ρευμάτων
- Το σχήμα κάτω δεξιά είναι ένα ισοδύναμο κύκλωμα – μοντέλο πρωτεΐνης

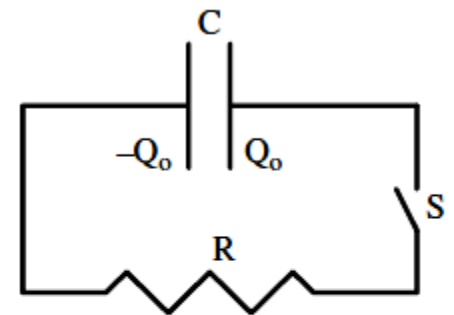
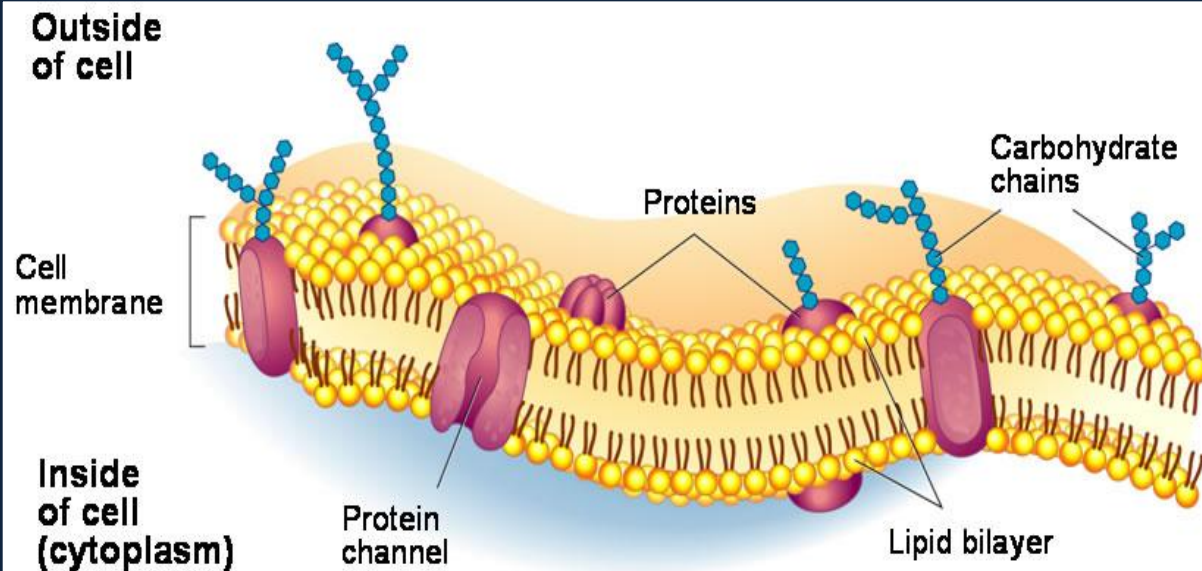


FIGURE 16.13 An RC series circuit with the capacitor initially charged before closing the switch S connected to the resistor.

Ηλεκτρικά μεμβρανικά ρεύματα

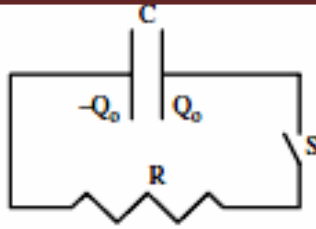


FIGURE 16.13 An RC series circuit with the capacitor initially charged before closing the switch S connected to the resistor.

$$-IR + \frac{Q}{C} = 0. \quad (16.19)$$

Because both Q and I vary with time, it turns out that we need calculus to solve this equation (see box) to find that the charge on the capacitor and the current through the resistor are given by

$$Q = Q_0 e^{-\frac{t}{RC}}, \quad (16.20a)$$

$$I = I_0 e^{-\frac{t}{RC}}, \quad (16.20b)$$

Starting from Equation (16.19), and substituting from the definition of

$$I = -\frac{dQ}{dt}$$

(the minus sign is needed to make the current positive because it is equal to the time rate of decrease of the capacitor charge), the equation becomes

$$R\frac{dQ}{dt} + \frac{Q}{C} = 0.$$

Rewriting, we have

$$\frac{dQ}{Q} = -\frac{dt}{RC}.$$

Integrating both sides of this equation from $t = 0$ to time t and from $Q(t = 0) = Q_0$ to a value of $Q(t)$, written simply as Q , we find

$$\int_{Q_0}^Q \frac{dQ}{Q} = -\frac{1}{RC} \int_0^t dt$$

so that

$$\log Q - \log Q_0 = \log \frac{Q}{Q_0} = -\frac{t}{RC}.$$

Taking the antilog of both sides, remembering that these logarithms are to the base e , we find

$$\frac{Q}{Q_0} = e^{-\frac{t}{RC}},$$

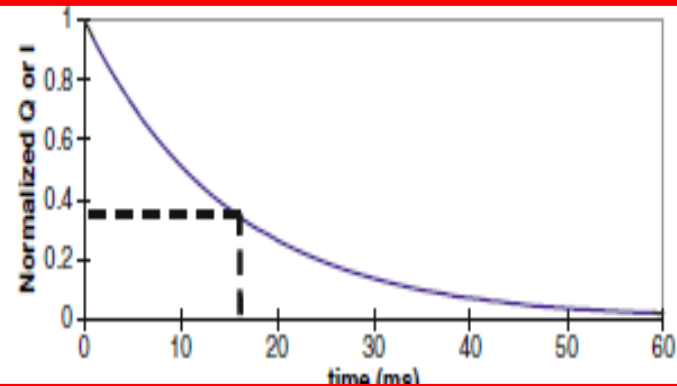
or Equation (16.20a). To then find the current as a function of time, we again use its definition, so that

$$I = -\frac{dQ}{dt} = -Q_0 \frac{d(e^{-\frac{t}{RC}})}{dt} = \frac{Q_0}{RC} e^{-\frac{t}{RC}},$$

or Equation (16.20b). This same procedure can be used to analyze any electrical circuit consisting of batteries, capacitors, and resistors via the loop equation.

**Μοντελοποίηση
μεμβρανικού ρεύματος με
ρεύμα σε κύκλωμα RC**

$$I = I_0 e^{-\frac{t}{RC}},$$



Ξεκινώντας από την Εξίσωση (16.19) και αντικαθιστώντας από τον ορισμό:

$$I = - \frac{dQ}{dt}$$

(το αρνητικό πρόσημο απαιτείται για να γίνει το ρεύμα θετικό, γιατί εξισώνεται με τον χρονικό ρυθμό ελάττωσης του φορτίου του πυκνωτή), η εξίσωση μετατρέπεται:

$$R \frac{dQ}{dt} + \frac{Q}{C} = 0$$

Ξαναγράφοντας, έχουμε:

$$\frac{dQ}{Q} = - \frac{dt}{RC}$$

Ολοκληρώνοντας τα δύο μέρη της ισότητας από $t = 0$ έως έναν χρόνο t και από $Q(t = 0) = Q_0$ έως $Q(t)$, που το γράφουμε απλά σαν Q , βρίσκουμε:

$$\int_{Q_0}^Q \frac{dQ}{Q} = - \frac{1}{RC} \int_0^t dt$$

ώστε:

$$\log Q - \log Q_0 = \log \frac{Q}{Q_0} = - \frac{t}{RC}$$

Ηλεκτρικά μεμβρανικά ρεύματα

Ενθυμούμενοι ότι οι λογάριθμοι αυτοί είναι με βάση το e και αντι-λογαριθμίζοντας, βρίσκουμε:

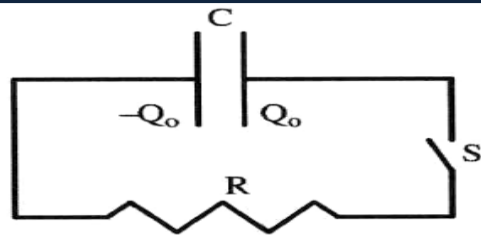
$$\frac{Q}{Q_0} = e^{-\frac{t}{RC}}$$

ή Εξίσωση (16.20α). Με τον ορισμό αυτό βρίσκουμε το ρεύμα συναρτήσει του χρόνου, ώστε:

$$I = - \frac{dQ}{dt} = - Q_0 \frac{d(e^{-\frac{t}{RC}})}{dt} = \frac{Q_0}{RC} e^{-\frac{t}{RC}}$$

ή Εξίσωση (16.20β). Η ίδια διαδικασία μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την ανάλυση οποιουδήποτε ηλεκτρικού κυκλώματος που αποτελείται από μπαταρίες, πυκνωτές και αντιστάσεις, μέσω της εξίσωσης των βρόχων.

Κύκλωμα RC



Παράδειγμα 16.5 Στο απλό κύκλωμα RC του Σχήματος 16.13, ο πυκνωτής με χωρητικότητα $10 \mu\text{F}$ έχει αρχικό φορτίο $60 \mu\text{C}$. Όταν ο διακόπτης κλείνει, ένα αρχικό ρεύμα $0,3 \text{ mA}$ μετράται στο κύκλωμα. Βρείτε το φορτίο του πυκνωτή και το ρεύμα στο κύκλωμα μετά από $0,6 \text{ s}$.

Λύση: Για να βρούμε τη χρονική εξέλιξη φορτίου και ρεύματος, πρέπει πρώτα να βρούμε την αντίσταση του κυκλώματος. Όταν ο διακόπτης κλείνει πρώτη φορά, η αρχική τάση στην αντίσταση είναι ίση με την αρχική τάση V_0 στον πυκνωτή. Επειδή το αρχικό φορτίο του πυκνωτή είναι $60 \mu\text{C}$, η αρχική τάση είναι $V_0 = Q_0/C = 60 \mu\text{C}/10 \mu\text{F} = 6 \text{ V}$. Αυτή η τάση, στο κλείσιμο του διακόπτη, άμεσα προκαλεί την αρχική ροή ρεύματος $I_0 = 0,3 \text{ mA}$. Από τον νόμο του Ohm $R = V/I$, ώστε γνωρίζοντας το αρχικό ρεύμα μπορούμε να λύσουμε ως προς $R = (6 \text{ V})/(0,003 \text{ A}) = 20 \text{ k}\Omega$. Τώρα, γνωρίζοντας ότι $RC = (20 \text{ k}\Omega)(10 \mu\text{F}) = 0,2 \text{ s}$, μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε τις Εξισώσεις (16.20) για να βρούμε το φορτίο και το ρεύμα μετά από $0,6 \text{ s}$, δηλαδή χρόνο ίσο με τρεις χρονικές σταθερές. Αντικαθιστώντας $(t/RC) = 3$, βρίσκουμε ότι το εκθετικό ισούται με $e^{-3} = 0,05$, ώστε μετά από $0,6 \text{ s}$ θα μείνει μόνο $0,05$ φορές του αρχικού ρεύματος και φορτίου. Οι απαντήσεις μας είναι πως μετά από $0,6 \text{ s}$ μένουν $(60 \mu\text{C})(0,05) = 3 \mu\text{C}$ φορτίου και το ρεύμα είναι $(0,3 \text{ mA})(0,05) = 15 \mu\text{A}$.

Ηλεκτρικά μεμβρανικά ρεύματα

- Για μεμβράνες σε κατάσταση ηρεμίας: $RC=10 \text{ ms}-1 \text{ s}$
- Χρησιμοποιούμε τους όρους επιφανειακή ειδική χωρητικότητα (C/A) και επιφανειακή ειδική αντίσταση (RA). $(C/A)(RA)=RC$, $RA=\rho L$,
- Για $(C/A)=1\mu\text{F}/\text{cm}^2$, $RA=\text{από } 10-10^6 \Omega\cdot\text{cm}^2$
- Η κλίμακα των τιμών της επιφανειακής ειδικής αντίστασης των μεμβρανών έχει μεγάλο εύρος. Αυτό οφείλεται: (α) στις μεγάλες μεταβολές του αριθμού των καναλιών ανά μονάδα επιφανείας και (β) στις μεταβολές του μέσου αριθμού των ανοικτών καναλιών στα διάφορα κύτταρα

Ας εφαρμόσουμε τώρα αυτές τις ιδέες στις βιολογικές μεμβράνες, όπου μας ενδιαφέρουν ιδιαίτερα τα ρεύματα διαμέσου της μεμβράνης. Για μεμβράνες σε κατάσταση ηρεμίας, οι σταθερές χρόνου RC κυμαίνονται από $10 \mu\text{s}$ έως 1 s . Μελετώντας μεμβράνες είναι χρήσιμο να συζητάμε τις ηλεκτρικές τους ιδιότητες για επιφάνειες 1 cm^2 . Τότε έχουμε την επιφανειακή ειδική χωρητικότητα C/A και την επιφανειακή ειδική αντίσταση RA . Με αυτούς τους ορισμούς $(C/A)(RA)=RC$, δηλαδή το γινόμενο τους δίνει πάντα τη σταθερά χρόνου. Από τη σχέση $R = \rho L/A$, λαμβάνουμε $RA = \rho L$ σε μονάδες $\Omega\cdot\text{cm}^2$. Χρησιμοποιώντας την αναφερθείσα τιμή της επιφανειακής ειδικής χωρητικότητας $C/A = 1 \mu\text{F}/\text{cm}^2$ στις προηγούμενο κεφάλαιο, οι διαφορετικές σταθερές χρόνου αντιστοιχούν σε διαφορετικές τιμές της επιφανειακής ειδικής αντίστασης $RA = \rho L$ που κυμαίνονται από 10 έως $10^6 \Omega\cdot\text{cm}^2$. Η ευρεία κλίμακα των τιμών της επιφανειακής ειδικής αντίστασης υποδεικνύει μεγάλη μεταβλητότητα τόσο στον αριθμό καναλιών ανά μονάδα επιφάνειας όσο και στον μέσο αριθμό ανοικτών καναλιών σε διαφορετικά κύτταρα.

Επιφανειακή πυκνότητα φορτίου

$$(10^{-7} \text{ C/cm}^2)/\mathcal{F} = 10^{-12} \text{ mol/cm}^2 = 1 \text{ pmol/cm}^2.$$

Θέλουμε τώρα μια εκτίμηση για τον αριθμό των φορτίων που κινούνται διαμέσου κάθε ανοικτού καναλιού και συνεισφέρουν στο μεμβρανικό ρεύμα. Χρησιμοποιώντας μια τιμή 0,1 V για το δυναμικό ηρεμίας, υπολογίσαμε στο προηγούμενο κεφάλαιο πως μια πακιά τιμή της επιφανειακής πυκνότητας φορτίου Q_f/A είναι περίπου $0,1 \mu\text{C/cm}^2$. Επειδή 1 mol μονοσθενούς ιόντος αντιστοιχεί σε φορτίο ($\mathcal{F} = N_A e = 6 \times 10^{23} \times 1,6 \times 10^{-19} \approx 10^5 \text{ C/mol}$) όπου \mathcal{F} είναι η σταθερά του Faraday, μπορούμε να βρούμε τον αριθμό των moles που αντιστοιχούν σε φορτίο Q_f ανά μονάδα επιφάνειας. Εάν ορεϊεται σε μονοσθενή ιόντα, η επιφανειακή πυκνότητα φορτίου αντιστοιχεί σε:

$$(10^{-7} \text{ C/cm}^2)/\mathcal{F} = 10^{-12} \text{ mol/cm}^2 = 1 \text{ pmol/cm}^2$$

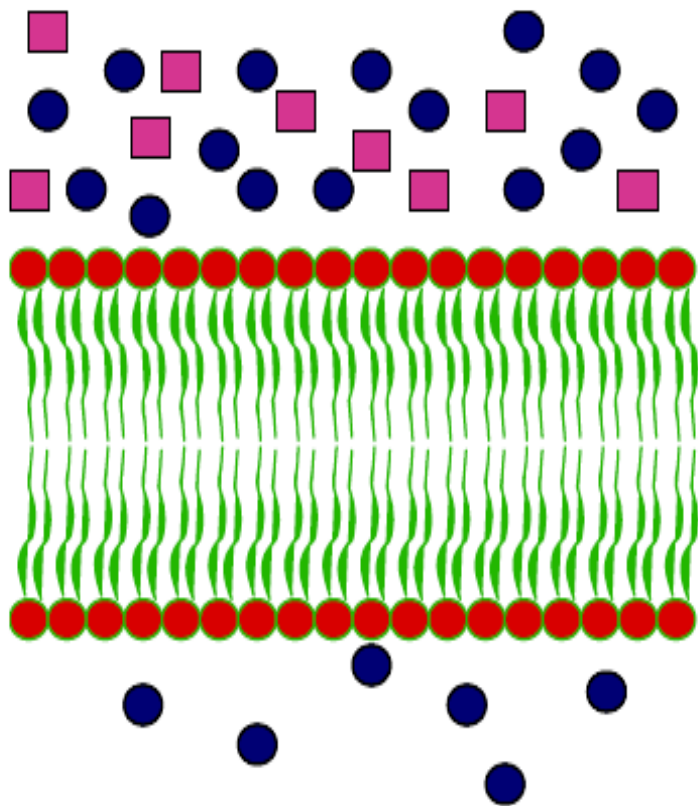
Υπάρχει ένας μηχανισμός φόρτισης της μεμβράνης που δημιουργεί αυτό που ονομάζουμε **δυναμικό ηρεμίας**.

Ο μηχανισμός αυτός αντιστοιχεί στο μηχανισμό και το ρόλο μιας πηγής ηλεκτρικής τάσης (μπαταρίας) σε ένα συνηθισμένο κύκλωμα και περιγράφεται στη συνέχεια.

con

Cha

FIGURE 16.15 *Portion of a membrane (with channels not shown) permeable only to K^+ (blue) showing that even at equilibrium, the concentration of K^+ is higher on the side with Cl^- (pink) due to electrical forces.*



Ας υποθέσουμε ότι υπάρχουν **μόνο κανάλια K^+** σε μια μεμβράνη, έτσι ώστε μόνο αυτά τα ιόντα να μπορούν να διαπεράσουν τη μεμβράνη.

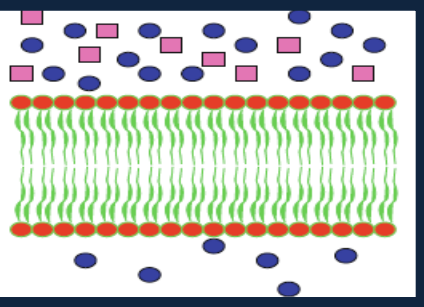
Εάν ξεκινήσουμε με μια περίσσεια KCl στη μία πλευρά της μεμβράνης, τα ιόντα K^+ θα έρθουν σε μια ισορροπία δια μέσου της μεμβράνης, στην οποία δεν θα υπάρχει καθαρή ροή ιόντων ακόμα κι αν οι συγκεντρώσεις K^+ δεν είναι ίσες στις δύο πλευρές της μεμβράνης.

Γιατί συμβαίνει αυτό;

Φανερά, απουσία ηλεκτρικών φαινομένων, η διάχυση από μόνη της θα είχε την τάση να οδηγήσει τη συγκέντρωση K^+ στην ίδια τελική τιμή και στις δύο πλευρές της μεμβράνης.

Όμως παρά τη δύναμη διάχυσης, οι ηλεκτρικές ελκτικές δυνάμεις που οφείλονται στην **παρουσία περισσειας αρνητικών ιόντων Cl^- , που δεν μπορούν να διαπεράσουν τη μεμβράνη**, εξισορροπούν αυτή την τάση προς την ομοιόμορφη συγκέντρωση και ισορροπία.

Εξίσωση και Δυναμικό Nernst



Εξίσωση ισορροπίας για τη ροή ιόντων μέσω μεμβράνης

$$\frac{c_0}{c_i} = e^{-\frac{PE_0 - PE_i}{RT}},$$

c : μοριακές (molar) συγκεντρώσεις ιόντων (π.χ. K^+), PE : δυναμικές ενέργειες, o : εξωτερικό μεμβράνης, i : εσωτερικό μεμβράνης, R : μοριακή σταθερά αερίων, T :

Θερμοκρασία

Ο αριθμητής του εκθέτη είναι:

$$PE_0 - PE_i = N_A q \Delta V = z \mathcal{F} (V_0 - V_i) = z \mathcal{F} V_K,$$

N_A : αριθμός Avogadro, z : σθένος, $\mathcal{F} = N_A e = 6 \times 10^{23} \times 1.6 \times 10^{-19} \approx 10^5 \text{ C/mol}$.

$$V_K = \frac{RT}{z\mathcal{F}} \log\left(\frac{c_0}{c_i}\right).$$

Ροή ιόντων – ισοδύναμο κύκλωμα Hodgkin- Huxley

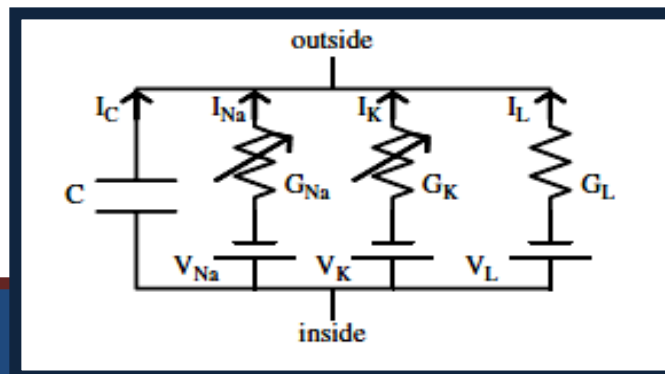
Το **δυναμικό Nernst** αντιπροσωπεύει την **κατάσταση ισορροπίας** για συγκεκριμένο είδος ιόντων A (δεν υπάρχει καθαρή ροή ιόντων μέσω της μεμβράνης).

Αν το διαμεμβρανιακό δυναμικό είναι μεγαλύτερο ή χαμηλότερο από το δυναμικό Nernst, τότε θα υπάρχει καθαρή ροή ιόντων τύπου A (K, Na κλπ), προς τη μια ή την άλλη κατεύθυνση

$$I_A = G_A (V - V_A),$$

G_A είναι η ιοντική αγωγιμότητα, V_A δυναμικό Nernst για ιόντα A

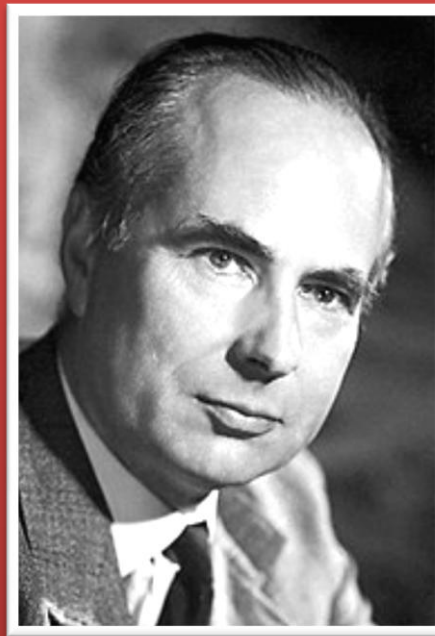
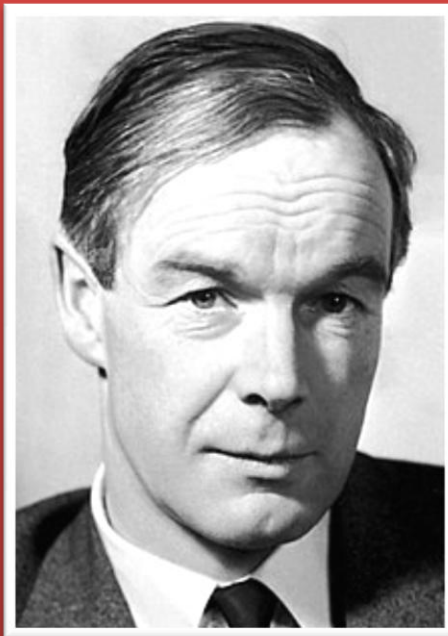
Σχήμα: Ισοδύναμο κύκλωμα των **Hodgkin και Huxley** για μεμβράνη ενός άξονα



Alan Lloyd Hodgkin και Andrew Huxley

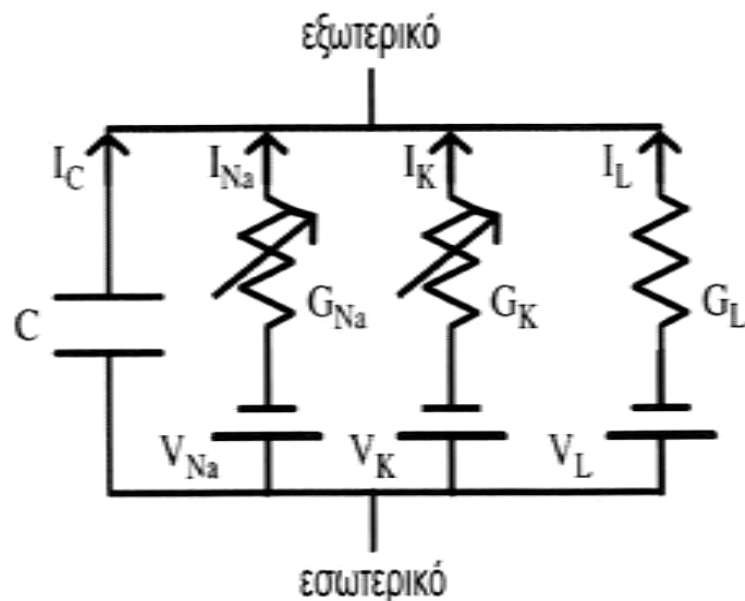
Φυσιολόγοι και Βιοφυσικοί που μελέτησαν τα ηλεκτρικά δυναμικά των μεμβρανών και επινόησαν το ομώνυμο μοντέλο Hodgkin-Huxley (H-H) , το 1952

Το 1963 βραβεύθηκαν με βραβείο Nobel



Κύκλωμα Hodgkin - Huxley

Σ' αυτό το σημείο μπορούμε να εισάγουμε ένα πιο ρεαλιστικό διάγραμμα κυκλώματος για μια μεμβράνη από ένα απλό κύκλωμα RC . Στις μεμβράνες των νευραξόνων επικρατούν κανάλια Na^+ και K^+ . Οι Hodgkin και Huxley πρότειναν το ισοδύναμο κύκλωμα του Σχήματος 16.16. Τα βέλη μέσα στις αντιστάσεις υποδεικνύουν αγωγιμότητα που μεταβάλλεται, καθώς τα κανάλια ανοίγουν ή κλείνουν με κάποιο ερέθισμα. Μόνο τα κανάλια Na^+ και K^+ φαίνονται στο σχήμα, με μια αγωγιμότητα διαρροής που αντιστοιχεί σε ροή άλλων ιόντων. Πριν μελετήσουμε ορισμένες ηλεκτρικές ιδιότητες των νευρώνων στην ενότητα 5, μαζί με το ισοδύναμο κύκλωμα, θα δώσουμε πρώτα μια ποιοτική εικόνα για τη δομή και λειτουργία των νευρώνων και τους τρόπους μελέτης των ηλεκτρικών ιδιοτήτων τους.



Σχήμα 16.16 Το ισοδύναμο κύκλωμα των Hodgkin και Huxley για τη μεμβράνη ενός άξονα. Οι μπαταρίες αναπαριστούν το εξειδικευμένο για κάθε ιόν δυναμικό Nernst και παράγουν εξειδικευμένα ρεύματα. Ο δείκτης L υποδεικνύει διαρροή, δηλαδή μια μικρή συνεισφορά στην αγωγιμότητα από άλλα είδη ιόντων. Το συνολικό ρεύμα της μεμβράνης δίνεται από το άθροισμα των τεσσάρων ρευμάτων που φαίνονται, με το ρεύμα του πυκνωτή να είναι:

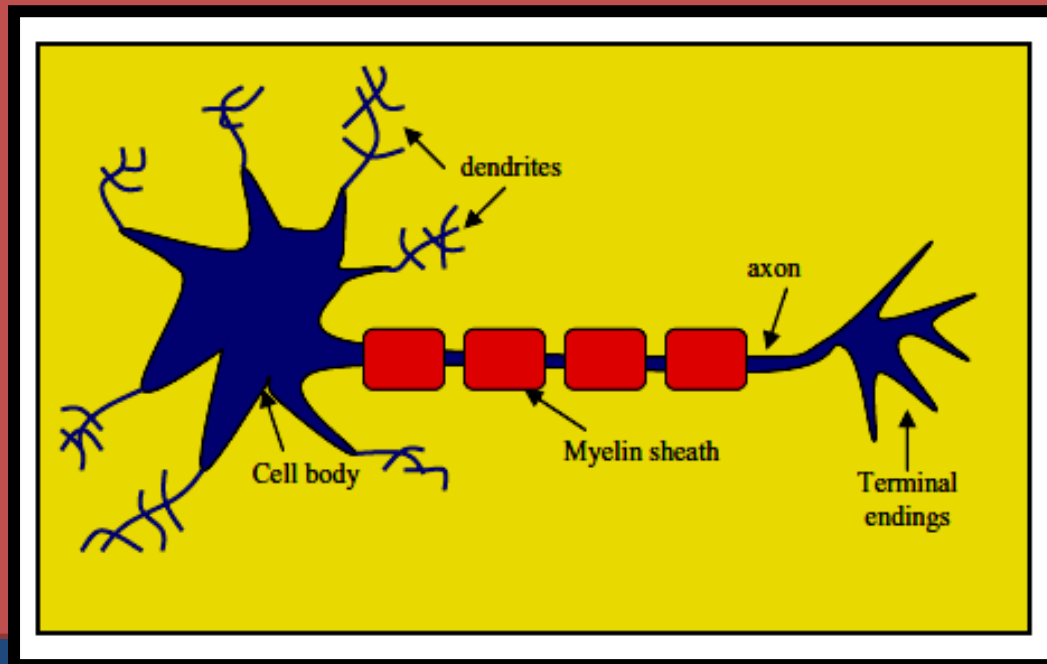
$$I_C = C \frac{\Delta V}{\Delta t}$$

(από το $Q = CV$), όπου V η τάση της μεμβράνης.

Δομή νευρώνα

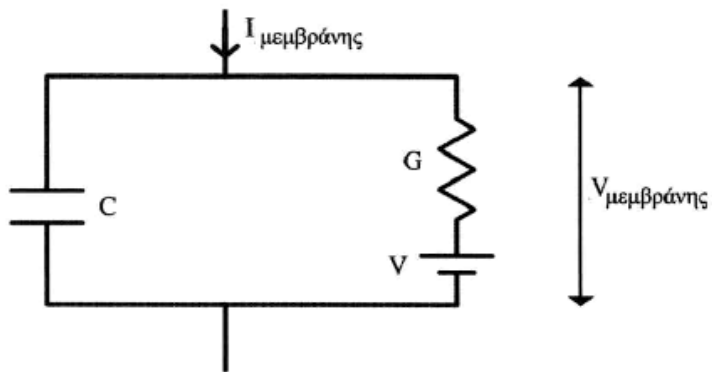
Οι νευρώνες είναι κύτταρα που αποτελούνται από ένα κυτταρικό σώμα που περιέχει τον πυρήνα και συνήθως μια μακριά λεπτή δομή, τον άξονα, το μήκος του οποίου μπορεί να είναι κοντά στο 1 m. Υπάρχουν ακόμα μικρότερες δομές, γνωστοί ως δενδρίτες, στην περιφέρεια του σώματος (βλ. Σχήμα 16.17). Τα κυτταρικά σώματα τείνουν να σχηματίζουν συμπλέγματα σε περιοχές όπου συνδέονται με δέσμες αξόνων. Στο άκρο του άξονα βρίσκονται οι αξονικές ή νευρικές απολήξεις.

Τα νευρικά κύτταρα μεταφέρουν ένα ηλεκτρικό σήμα που ονομάζεται δυναμικό ενέργειας, ή νευρικός παλμός, που συζητείται αναλυτικά στην επόμενη ενότητα. Αυτά τα σήματα είναι παρόμοια σ' όλα τα νεύρα, κινούμενα από το δενδριτικό άκρο στη νευρική απολήξη με ταχύτητες της τάξης των 100 m/s. Συνήθως οι νευρώνες

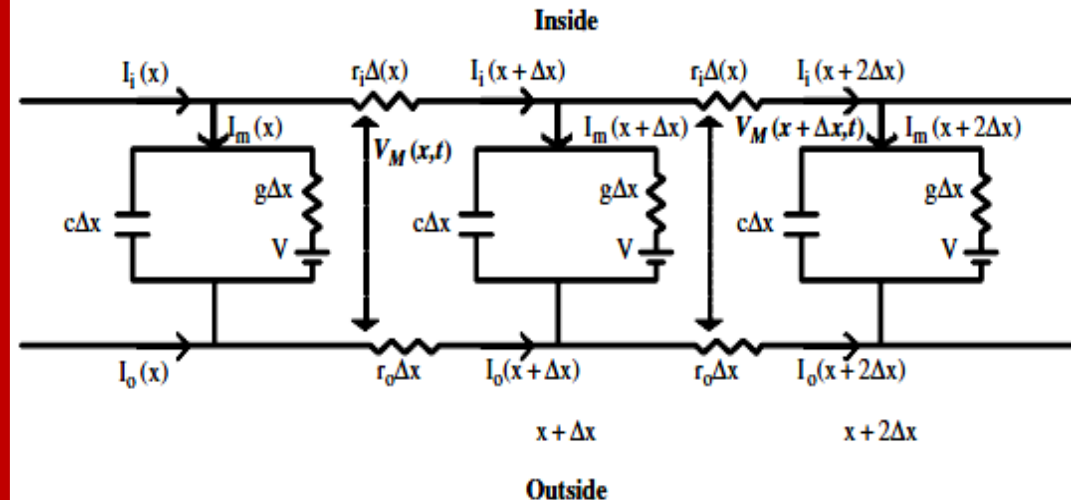


Ηλεκτρικό πρότυπο (μοντέλο) κυττάρου

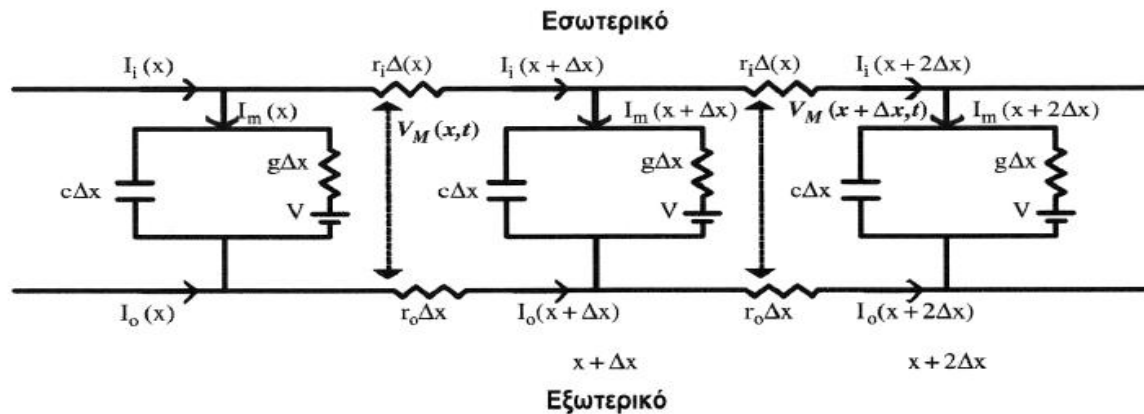
- Τα **μικρά κύτταρα** έχουν ηλεκτρικά μεμβρανικά **δυναμικά σταθερά** σε όλη την **επιφάνεια τους**.
- Στα **μεγάλα κύτταρα** (π.χ. νευρώνες) τα **δυναμικά μεταβάλλονται** στο χώρο και στο χρόνο
- Η μεμβράνη ενός μικρού κυττάρου μπορεί να αναπαρασταθεί με ένα **απλό κύκλωμα ενός βρόχου** στο οποίο η τάση και το ρεύμα εξαρτώνται από το χρόνο αλλά όχι από το χώρο (**πρότυπο εντοπισμένων παραμέτρων-lumped parameter model**) (κάτω αριστερά)
- Σε έναν νευρώνα χρησιμοποιείται το μοντέλο του **δικτύου καταναμημένων παραμέτρων** (**distributed parameter network**) (κάτω δεξιά) Τα δυναμικά μεταβάλλονται στο χώρο ($x, x+\Delta x, x+2\Delta x$ κλπ)



Σχήμα 16.20 Ισοδύναμο κύκλωμα για τη μεμβράνη ενός μικρού κυττάρου, χωρίς χωρική μεταβολή των ηλεκτρικών παραμέτρων του.



Μοντέλο καλωδίου για μεμβράνη νευρικού άξονα



Σχήμα 16.21 Ένα μοντέλο καλωδίου για τις ηλεκτρικές ιδιότητες της μεμβράνης ενός νευρικού άξονα. Υπάρχουν δύο παράλληλοι αγωγοί κατά μήκος της εσωτερικής και εξωτερικής επιφάνειας, με επαναλαμβανόμενα διαμεμβρανικά στοιχεία κυκλώματος που αντιπροσωπεύουν τα τοπικά χαρακτηριστικά ρεύματος-τάσης που μεταβάλλονται με τη θέση.

Οι εσωτερικοί και εξωτερικοί αγωγοί αντιπροσωπεύουν το ενδοκυτταρικό και εξωκυτταρικό υγρό. Κάθε τμήμα μήκους Δx κατά μήκος του καλωδίου έχει τιμές ανά μονάδα μήκους για τα μεγέθη: Χωρητικότητα μεμβράνης c_M , αγωγιμότητα g_M , εγκάρσιο ρεύμα (από μέσα προς τα έξω) I_m , εσωτερική και εξωτερική αντίσταση r_i και r_o , εσωτερικό και εξωτερικό ρεύμα κατά μήκος του άξονα I_i και I_o και τη διαμεμβρανική διαφορά δυναμικού

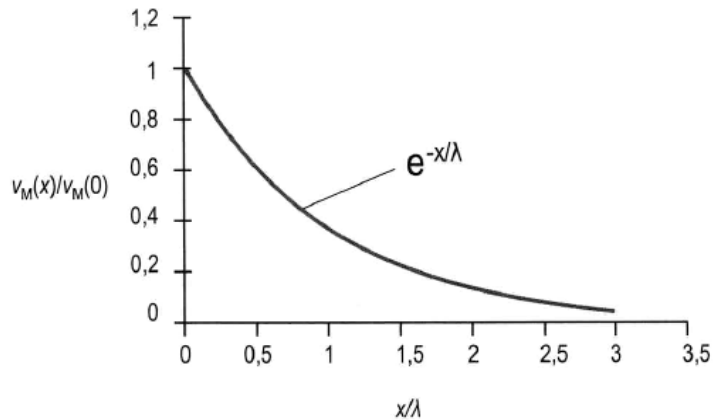
- Σταθερά χρόνου RC, σταθερά χώρου, διαφορά δυναμικού κατά μήκος άξονα

$$\tau_M = \frac{c_M}{g_M}$$

$$\lambda = \frac{1}{\sqrt{(r_i + r_o)g_M}}$$

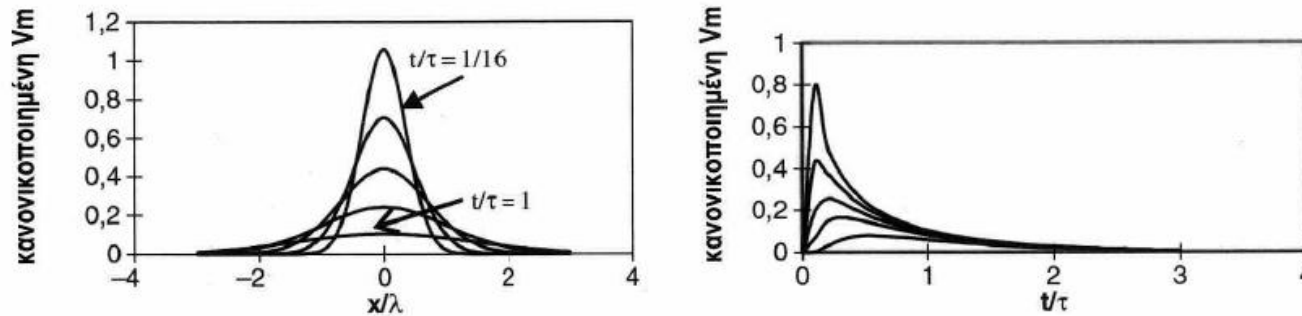
$$V_M = V_M(0)e^{-\frac{|x|}{\lambda}}$$

Μεμβρανική τάση



Σχήμα 16.22 Χωρική μεταβολή της μεμβρανικής τάσης από μετρήσεις κατά μήκος αξόνων διεγερόμενων από ένα μικρό ρεύμα από ένα ηλεκτρόδιο στο $x = 0$.

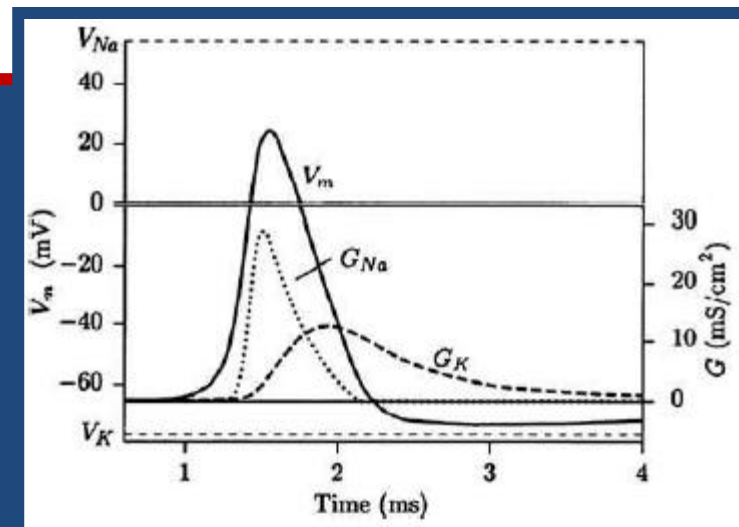
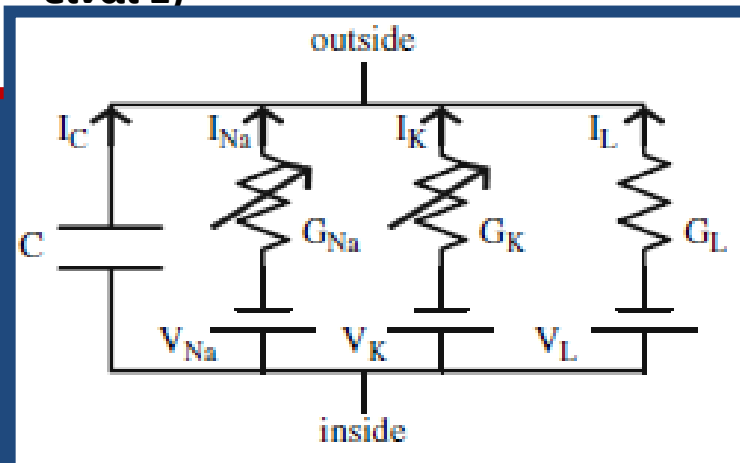
- Εφαρμογή **σταθερού** ηλεκτρικού ρεύματος (αριστερά). Εκθετική μείωση κατά μήκος του άξονα
- Εφαρμογή **μικρού παλμού** ρεύματος (κάτω)



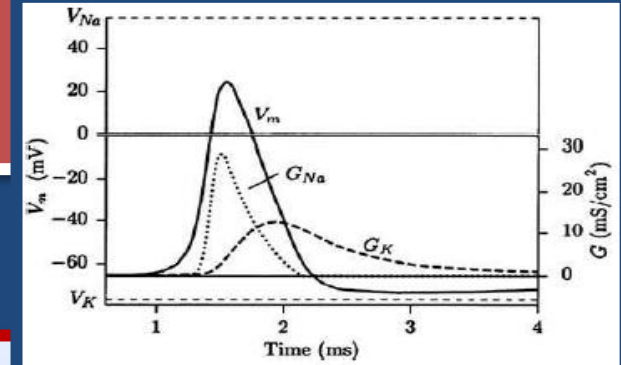
Σχήμα 16.23 (αριστερά) Χωρική εξάρτηση του εξαπλούμενου μεμβρανικού δυναμικού σε διαφορετικούς χρόνους (στο $x = 0$ οι φθίνουσες καμπύλες αντιστοιχούν σε $t/\tau = 1/16, 1/8, 1/4, 1/2$ και 1). (δεξιά) Χρονική εξάρτηση του μεμβρανικού δυναμικού σε διάφορες αποστάσεις από το ερέθισμα στο $x = 0$ (οι καμπύλες με φθίνον το μέγιστό τους είναι στα $x/\lambda = 0,5 - 0,75 - 1,0 - 1,5$ και 2).

Παλμός δράσης

- Ένας νευρικός παλμός (**παλμός ενέργειας ή παλμός δράσης**-action potential) είναι ένα ηλεκτρικό δυναμικό (σχήμα κάτω δεξιά) που διαδίδεται με τρόπο του «όλα ή τίποτα»
- Αυτός ο τρόπος βρίσκεται στη βάση της νευρικής επικοινωνίας
- Το **μοντέλο Hodgkin-Huxley (H-H)** αποτελεί γενίκευση του μοντέλου του καλωδίου
- Χρησιμοποιεί τρία αγώγιμα μονοπάτια, ένα για Na^+ , ένα για K^+ και ένα για άλλα ρεύματα διαρροής (σχήμα κάτω αριστερά)
- **Οι αγωγιμότητες των καναλιών Na^+ , K^+ είναι μεταβλητές**, γιατί εξαρτώνται οι ίδιες από τη μεμβρανική τάση και από το χρόνο.
- Αυτή η μεταβλητότητα καθιστά το **πρόβλημα μη γραμμικό** (ο εκθέτης του V_M δεν είναι 1)



Παλμός δράσης



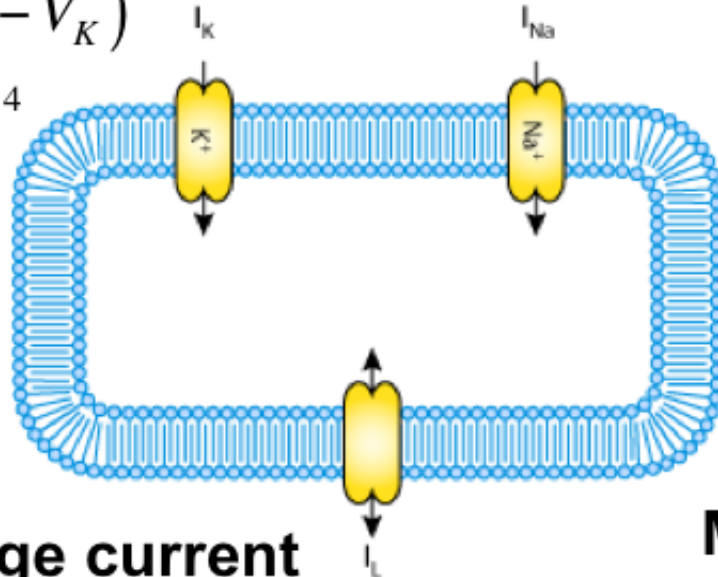
- Η αγωγιμότητα του **Na+** αυξάνεται με **χρονική υστέρηση** ως προς το δυναμικό δράσης. αλλά **μεγιστοποιείται μαζί με το δυναμικό**
- Η αγωγιμότητα του **K+** αυξάνεται με **μεγαλύτερη χρονική υστέρηση** και μεγιστοποιείται πολύ αργότερα από την έναρξη μείωσης του δυναμικού
- Το μοντέλο H-H ερμηνεύει πολλά χαρακτηριστικά ενός δυναμικού δράσης:
 1. **Απόκριση «όλα ή τίποτα»** (τιμή κατώφλι για την οποία το μεμβρανικό ρεύμα διαδίδεται κατά μήκος του άξονα
 2. **Απαγορευτικός χρόνος** μετά το δυναμικό δράσης, κατά τον οποίο δεν μπορεί να διαδοθεί άλλο δυναμικό δράσης
 3. **Σχετική απαγορευτική χρονική περίοδος** κατά την οποία ένας μπορεί να διαδοθεί μόνο από ένα ισχυρό ρεύμα, αρκετά υψηλότερο από μια τιμή κατωφλίου
 4. Μία **συγκεκριμένη σχέση ισχύος – διάρκειας** που καθορίζει το ρεύμα κατωφλίου για παλμούς ρεύματος διαφορετικής διάρκειας
 5. **Μια κατάσταση προσαρμογής** κατά την οποία η μεμβράνη δεν παράγει δυναμικό δράσης όταν η αύξηση του ρεύματος είναι αρκετά αργή

Σύνοψη του μοντέλου H-H

Potassium current

$$I_K = g_K (V - V_K)$$

$$g_K = g_{K_{\max}} n^4$$



Leakage current

$$I_{leak} = g_{leak_{\max}} (V - V_{leak})$$

Sodium current

$$I_{Na} = g_{Na} (V - V_{Na})$$

$$g_{Na} = g_{Na_{\max}} m^3 h$$

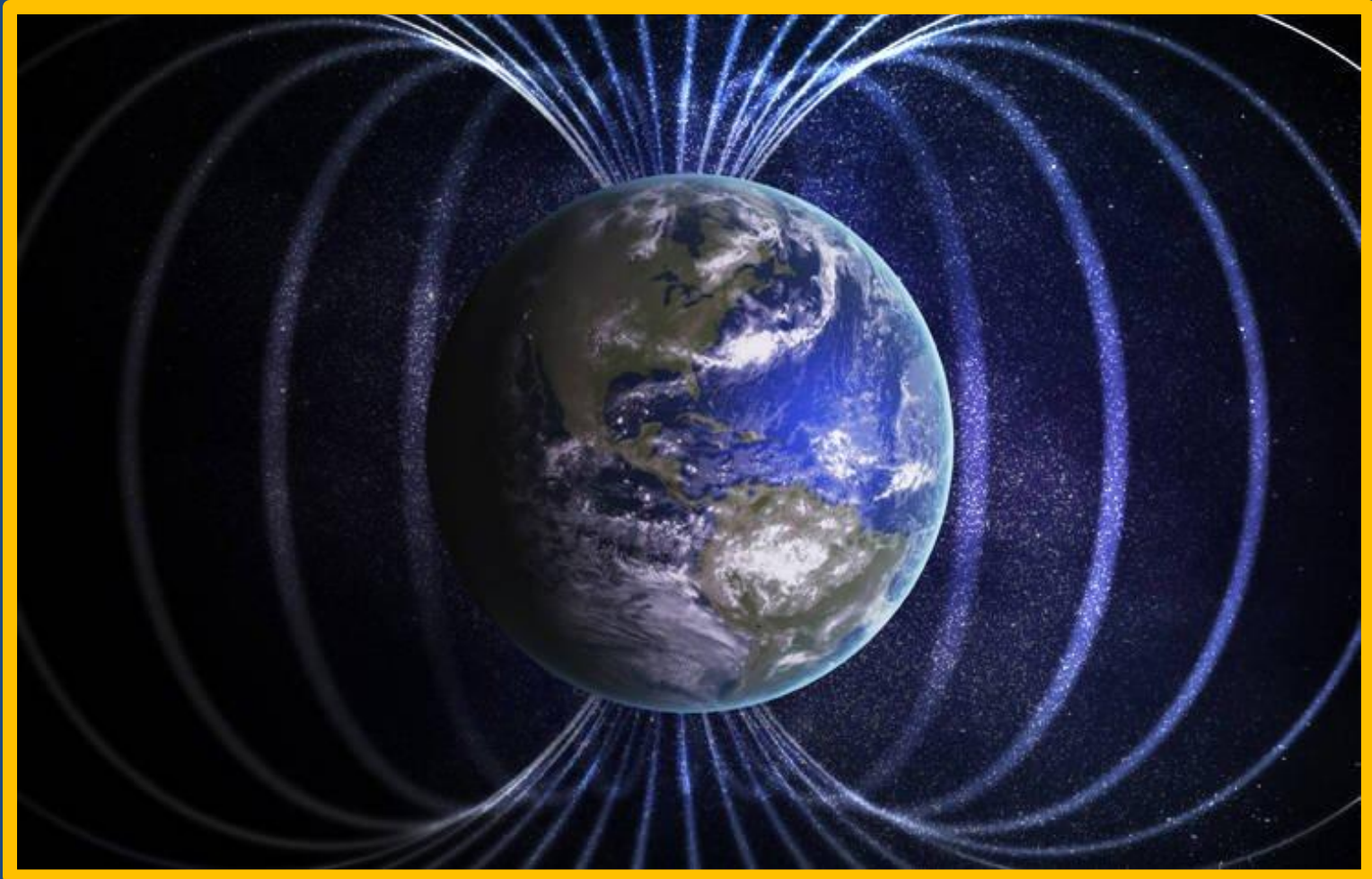
Gates (n,m,h)

$$\frac{dX}{dt} = \alpha_X (1 - X) - \beta_X X$$

Membrane potential

$$\frac{dV}{dt} = \frac{I_{stim} - (I_K + I_{Na} + I_{leak})}{C_m}$$

Μαγνητισμός



<https://hellas-now.com/h-%CE%B5%CF%80%CE%B9%CF%83%CF%84%CE%AE%CE%BC%CE%B7-%CF%80%CF%81%CE%BF%CE%B5%CE%B9%CE%B4%CE%BF%CF%80%CE%BF%CE%B9%CE%B5%CE%AF-%CF%84%CE%B9-%CE%B8%CE%B1-%CF%83%CF%85%CE%BC%CE%B2%CE%B5%CE%AF-%CE%B1%CE%BD/>

Μαγνητικά πεδία και δυνάμεις

- Δύναμη που ασκείται σε φορτίο που κινείται **κάθετα στις δυναμικές γραμμές** ενός μαγνητικού πεδίου

$$F_M = qvB \quad (v \perp B).$$

- Αν το φορτίο είναι ακίνητο ή κινείται **κατά μήκος του άξονα του μαγνητικού πεδίου**, **δεν ασκείται δύναμη**

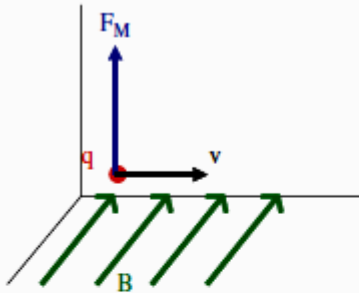


FIGURE 17.3 Charge q moving with velocity v perpendicular to a uniform B field. The charge experiences a force F_M , given by Equation (17.1), perpendicular to the plane containing B and v and in the direction given by the right-hand rule.

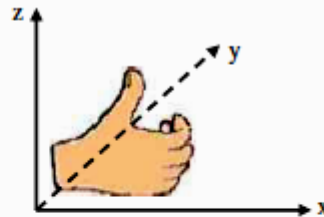


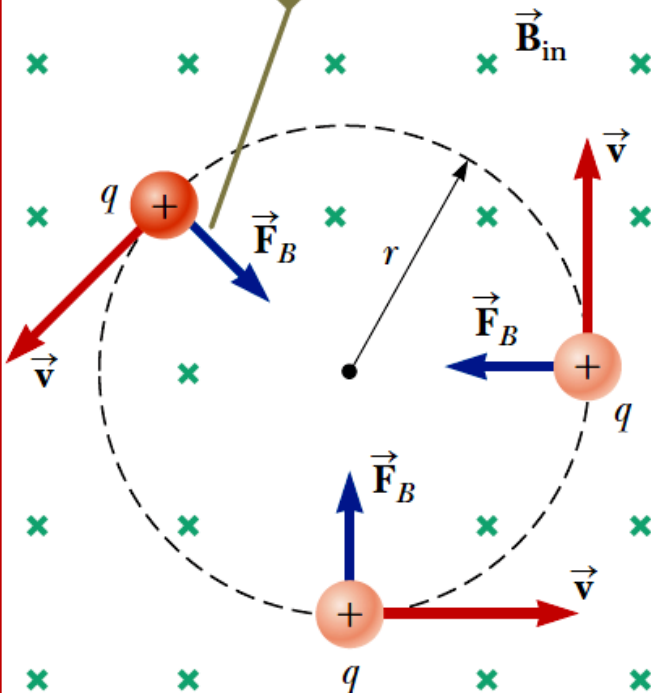
FIGURE 17.4 The right-hand rule: curl the fingers of your right hand from x to y and your thumb points along z . This rule works for any three vectors that follow the right-hand rule, where the order of the vectors corresponds to the first (x) and second (y) vectors resulting in the third (z).

The SI unit for magnetic field is the tesla (T) where, from Equation (17.1), $1 \text{ T} = 1 \text{ N}\cdot\text{s}/\text{C}\cdot\text{m}$. One tesla is a fairly large magnetic field (a large magnet for an MRI—medical resonance imaging—machine may have a magnetic field of several tesla) considering that the Earth's magnetic field is only about $0.5 \times 10^{-4} \text{ T}$. A smaller unit, the gauss (G), with $1 \text{ G} = 10^{-4} \text{ T}$, is often used for magnetic fields, so that the Earth's magnetic field is approximately 0.5 G.

Μαγνητική δύναμη

- Η δύναμη ασκείται **κάθετα στο διάνυσμα της ταχύτητας** του φορτίου.
- Το φορτίο θα κινηθεί σε **κλειστή κυκλική τροχιά**. Η μαγνητική δύναμη έχει ρόλο κεντρομόλου δύναμης

Η μαγνητική δύναμη \vec{F}_B που ασκείται στο φορτισμένο σωματίδιο είναι πάντα κατευθυνόμενο προς το κέντρο του κύκλου.



$$F_M = qvB = ma = \frac{mv^2}{r},$$

$$\frac{q}{m} = \frac{v}{rB},$$

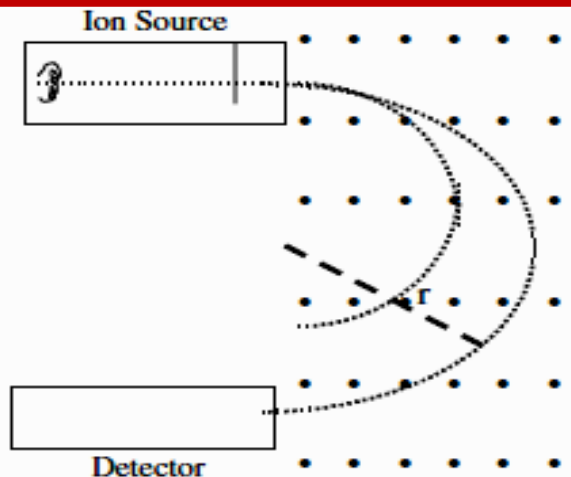
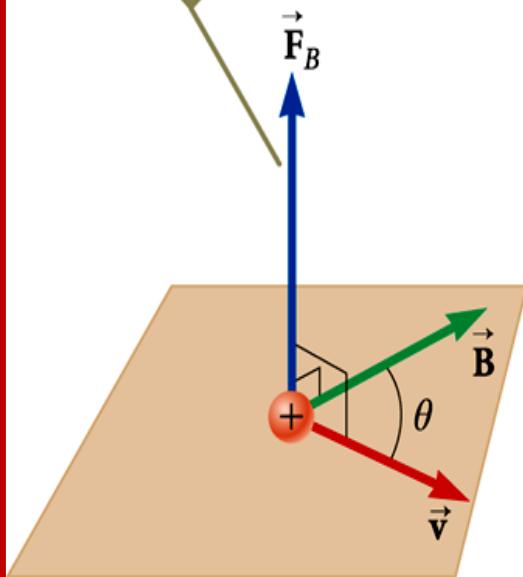


FIGURE 17.5 Schematic of a mass spectrometer. Positive ions travel in circular paths with radii depending on their charge-to-mass ratio. The B field is out of the paper as shown by the dots representing arrow tips coming out towards you.

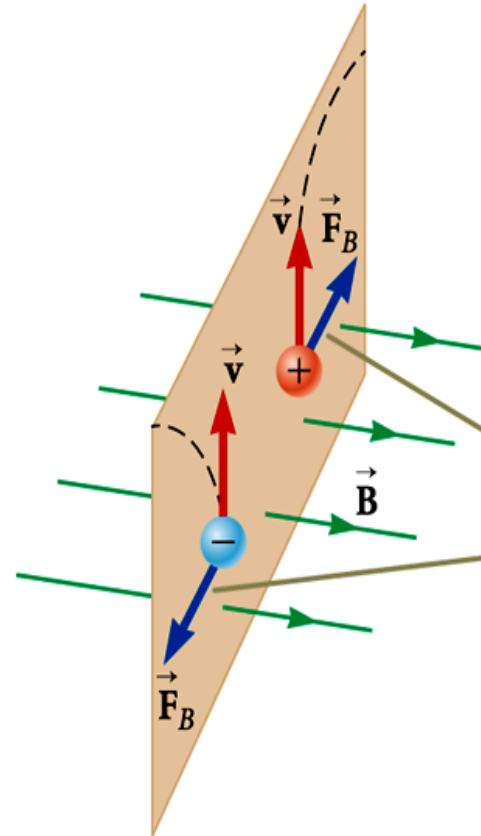
Κατεύθυνση της μαγνητικής δύναμης

(από Serway-Jewitt)

Η μαγνητική δύναμη είναι κάθετη τόσο στην ταχύτητα \vec{v} όσο και στο μαγνητικό πεδίο \vec{B} .



α



Οι μαγνητικές δυνάμεις που ασκούνται σε αντίθετα φορτισμένα σωματίδια τα οποία κινούνται με την ίδια ταχύτητα μέσα σε μαγνητικό πεδίο έχουν αντίθετες κατευθύνσεις.

β

Φασματογραφία μάζας

Χρησιμοποιείται για **ανάλυση υλικών** (καθορισμό σχετικών μαζών και ποσοτήτων ιόντων). Το υλικό εξαερώνεται και ιονίζεται στην πηγή ιόντων. Τα ιόντα επιταχύνονται αρχικά με ηλεκτρικό πεδίο. Στη συνέχεια εισέρχονται σε μαγνητικό πεδίο, όπου εκτελούν κυκλική κίνηση με ταχύτητα **αντιστρόφως ανάλογη της τετραγωνικής ρίζας της μάζας**

$$eV = \frac{1}{2} mv^2$$

$$v = \sqrt{\frac{2eV}{m}}$$

$$m = \left(\frac{er^2}{2V}\right)B^2.$$

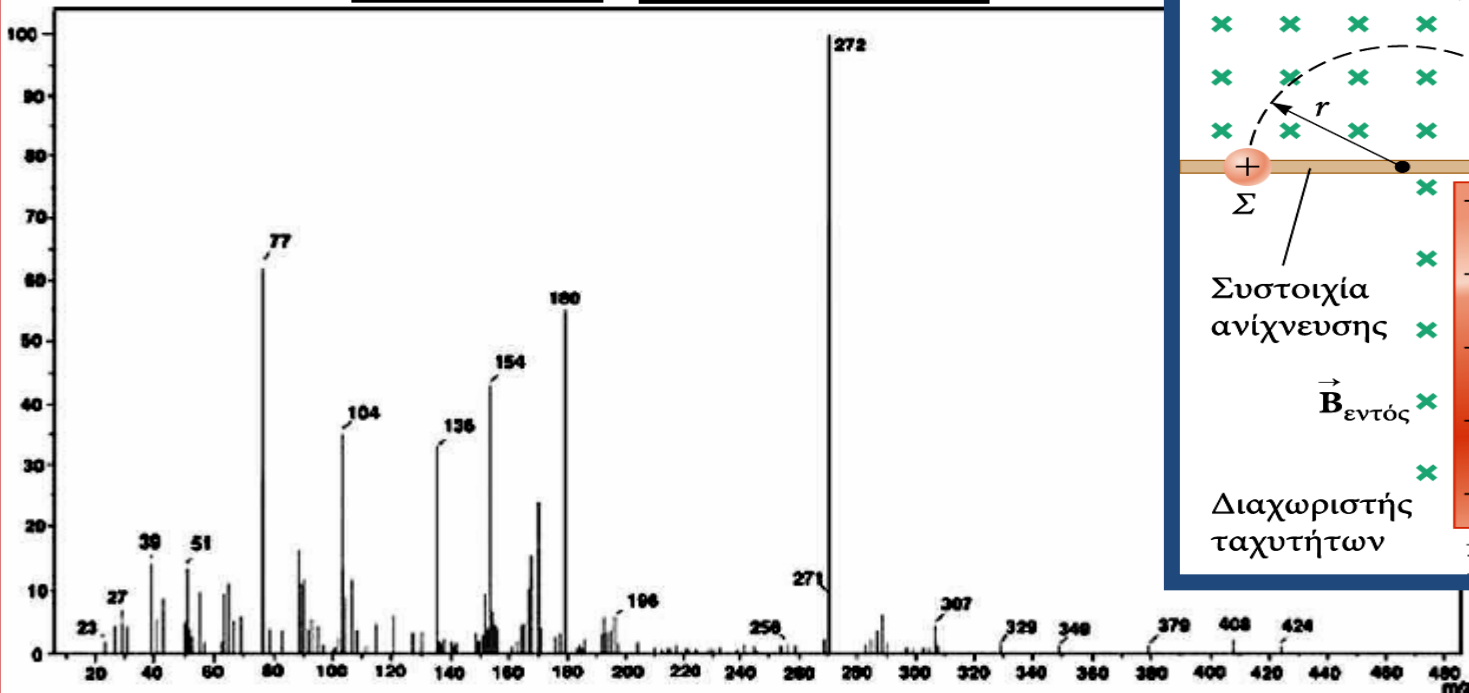
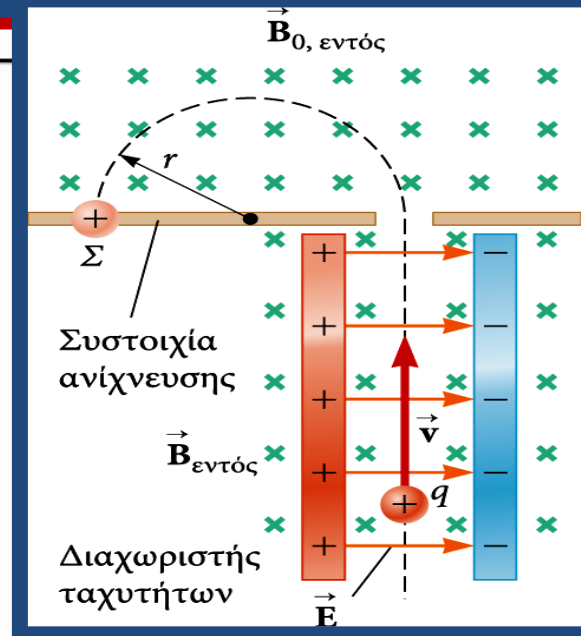


FIGURE 17.6 Mass spectrograph showing relative abundance of different detected ions.



Μαγνητική δύναμη με ταχύτητα σε τυχαία γωνία

- Το διάνυσμα της ταχύτητας αναλύεται σε δύο **συνιστώσες** $v\sin\theta$, $v\cos\theta$ και η δύναμη έχει **μειωμένο μέτρο** (η διανυσματική σχέση από το βιβλίο Serway-Jewett)

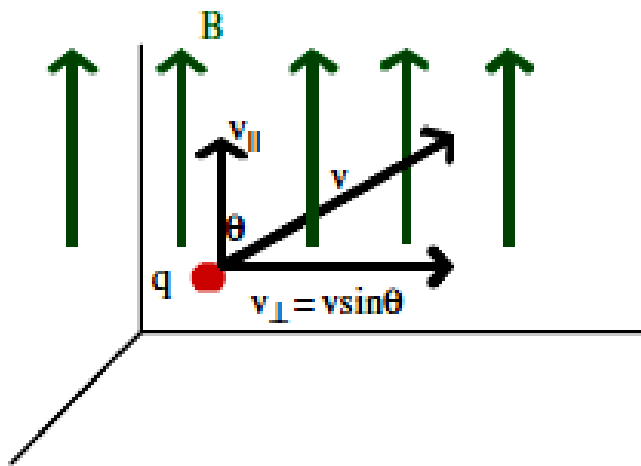


FIGURE 17.7 Charge q moving in a uniform magnetic field at an arbitrary angle θ with respect to the field. The parallel component of \vec{v} is unaffected, but the perpendicular component will be turned by a magnetic force.

$$F_M = qvB \sin \theta.$$

Η μαγνητική δύναμη που δέχεται ένα φορτισμένο σωματίδιο που κινείται μέσα σε ένα μαγνητικό πεδίο – Μαθηματικός τύπος

Οι ιδιότητες της δύναμης συνοψίζονται με τη διανυσματική εξίσωση:

$$\vec{F}_B = q\vec{v} \times \vec{B}$$

Όπου

- \vec{F}_B η μαγνητική δύναμη.
- q το φορτίο.
- \vec{v} η ταχύτητα του κινούμενου φορτίου.
- \vec{B} το μαγνητικό πεδίο.

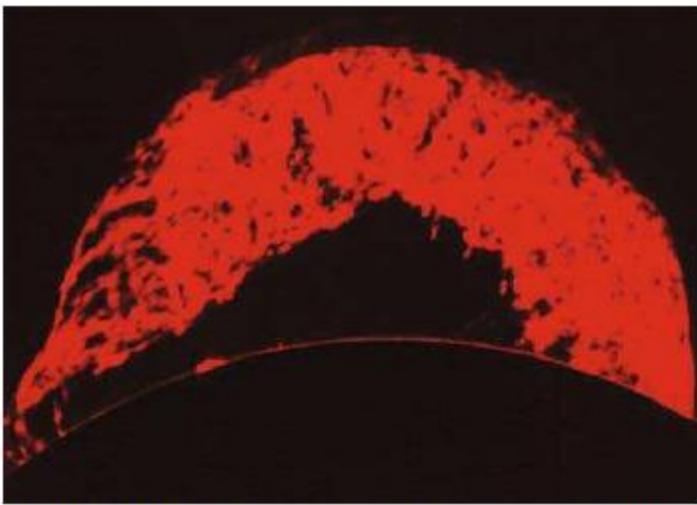


FIGURE 17.9 Solar flares are due to charged particles moving in the magnetic field of the sun. The orbits are many Earth diameters with the charged particles spiraling around the magnetic field lines.

Κυκλικές και ελικοειδείς κινήσεις είναι χαρακτηριστικές κινήσεις φορτισμένων σωματιδίων μέσα σε μαγνητικά πεδία (σχήμα από βιβλίο Serway-J)

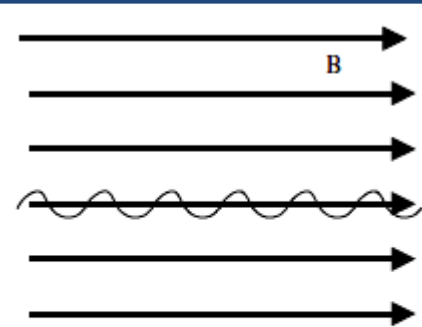
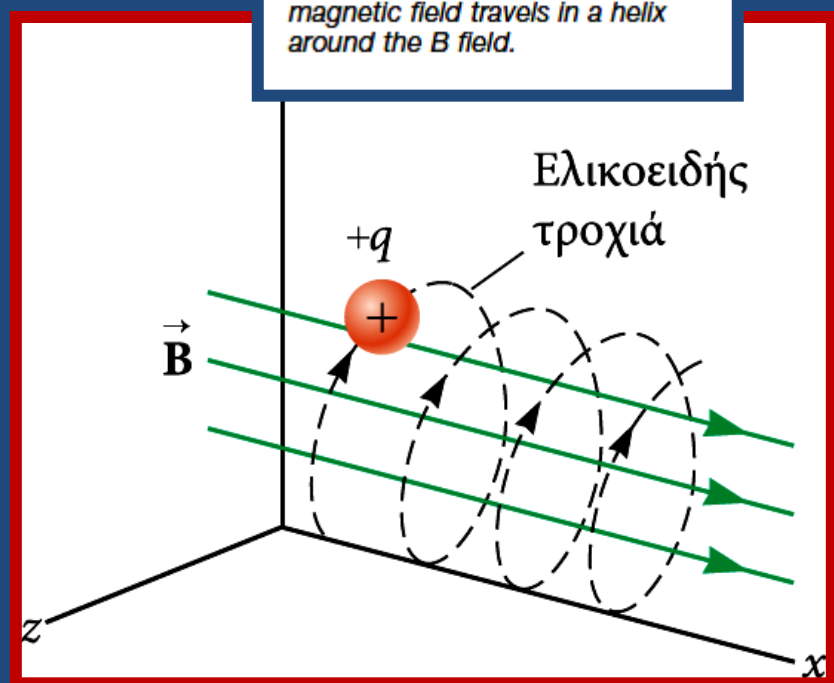
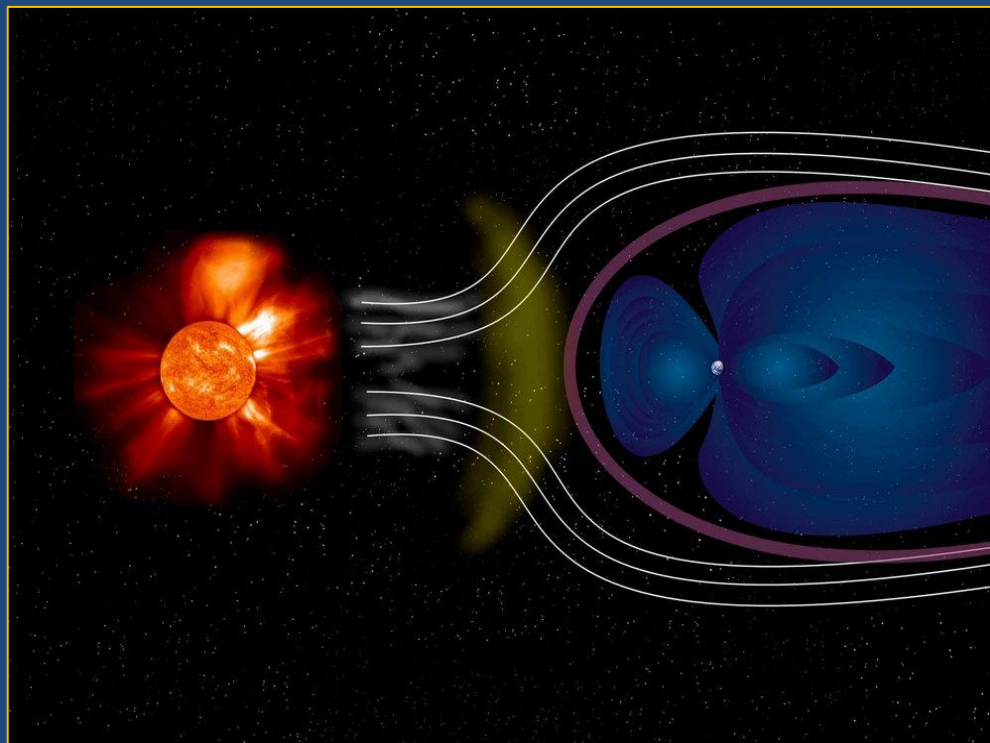


FIGURE 17.8 In general a charged particle in a uniform magnetic field travels in a helix around the B field.



Μαγνητική δύναμη ως προς το ρεύμα

Η μαγνητική δύναμη ασκείται και σε **αγωγό που διαρρέεται από ρεύμα**. Στην περίπτωση αγωγού **κάθετου** στο μαγνητικό πεδίο η δύναμη γράφεται:

$$F_M = ILB. \quad (L \perp B)$$

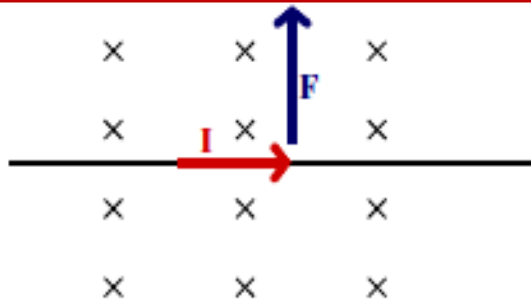
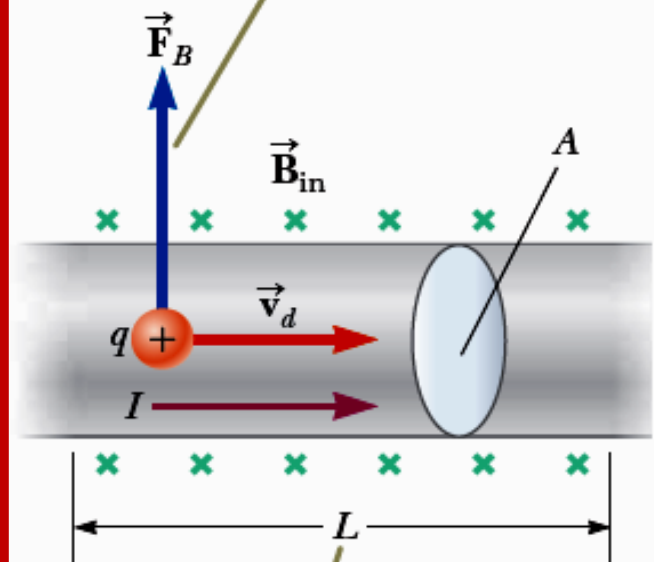


FIGURE 17.10 A current carrying wire in a uniform magnetic field (directed into the page; the crosses representing tails of arrows) experiences a force given by Equation (17.6).

Η μέση μαγνητική δύναμη που ασκείται σε ένα κινούμενο φορτίο στον αγωγό είναι $q\vec{v}_d \times \vec{B}$.



Η μαγνητική δύναμη επάνω στο τμήμα αγωγού μήκους L είναι $I\vec{L} \times \vec{B}$.

Μαγνητική δύναμη σε αγωγό τυχαίου σχήματος

Η δύναμη που δέχεται ένα σύρμα τυχαίου σχήματος

Θεωρούμε ένα στοιχειώδες τμήμα του σύρματος, $d\vec{s}$.

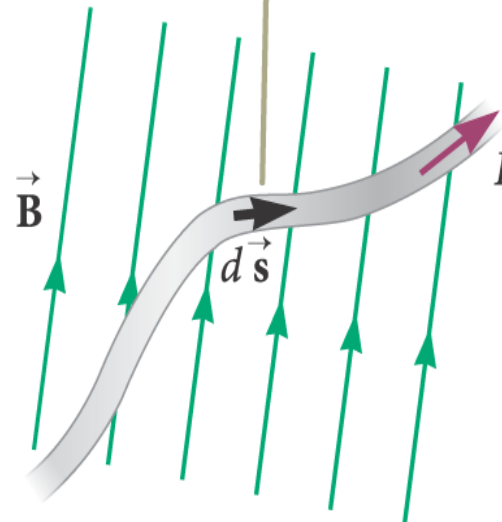
Η δύναμη που ασκείται σε αυτό το τμήμα είναι:

$$d\vec{F}_B = I d\vec{s} \times \vec{B}$$

Η συνολική δύναμη είναι:

$$\vec{F}_B = I \int_a^b d\vec{s} \times \vec{B}$$

Η μαγνητική δύναμη που ασκείται σε οποιοδήποτε στοιχειώδες τμήμα $d\vec{s}$ είναι $I d\vec{s} \times \vec{B}$ και έχει κατεύθυνση προς τα έξω.



Μαγνητικό πεδίο από αγωγό

Τα μαγνητικά πεδία **απαιτούν την κίνηση ηλεκτρικών φορτίων**, είτε σε μικροσκοπικά είτε σε μακροσκοπικά ρεύματα.

Πειραματικά προσδιορίζεται ότι το ηλεκτρικό ρεύμα I παράγει μαγνητικό πεδίο, που σε απόσταση r από τον αγωγό είναι:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

Ηλεκτρικά και μαγνητικά πεδία είναι εκδηλώσεις του **ίδιου βασικού φαινομένου, του ηλεκτρομαγνητισμού.**

Τα ηλεκτρικά φορτία που είναι ακίνητα ως προς έναν παρατηρητή, θα είναι κινούμενα ως προς άλλον παρατηρητή που κινείται ως προς τον πρώτο.

Ο πρώτος παρατηρητής θα βλέπει ηλεκτρικά πεδία που θα ασκούν δυνάμεις σε άλλα ακίνητα φορτία.

Ο δεύτερος παρατηρητής θα βλέπει τα ίδια φορτία να κινούνται και να δημιουργούν μαγνητικά πεδία,

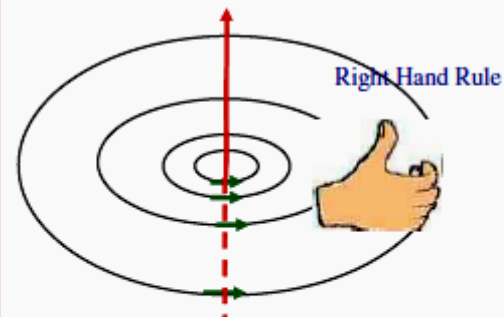
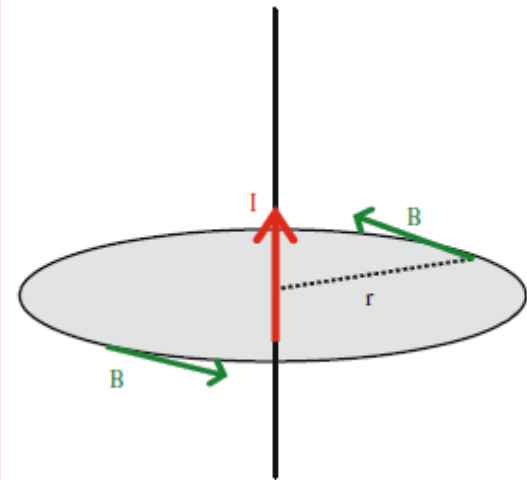
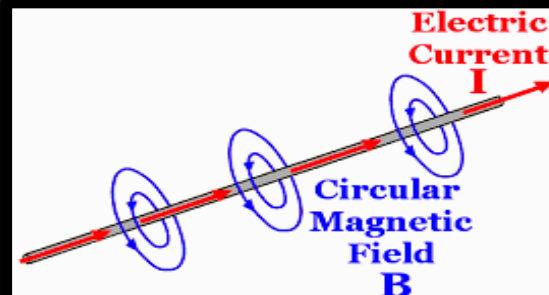
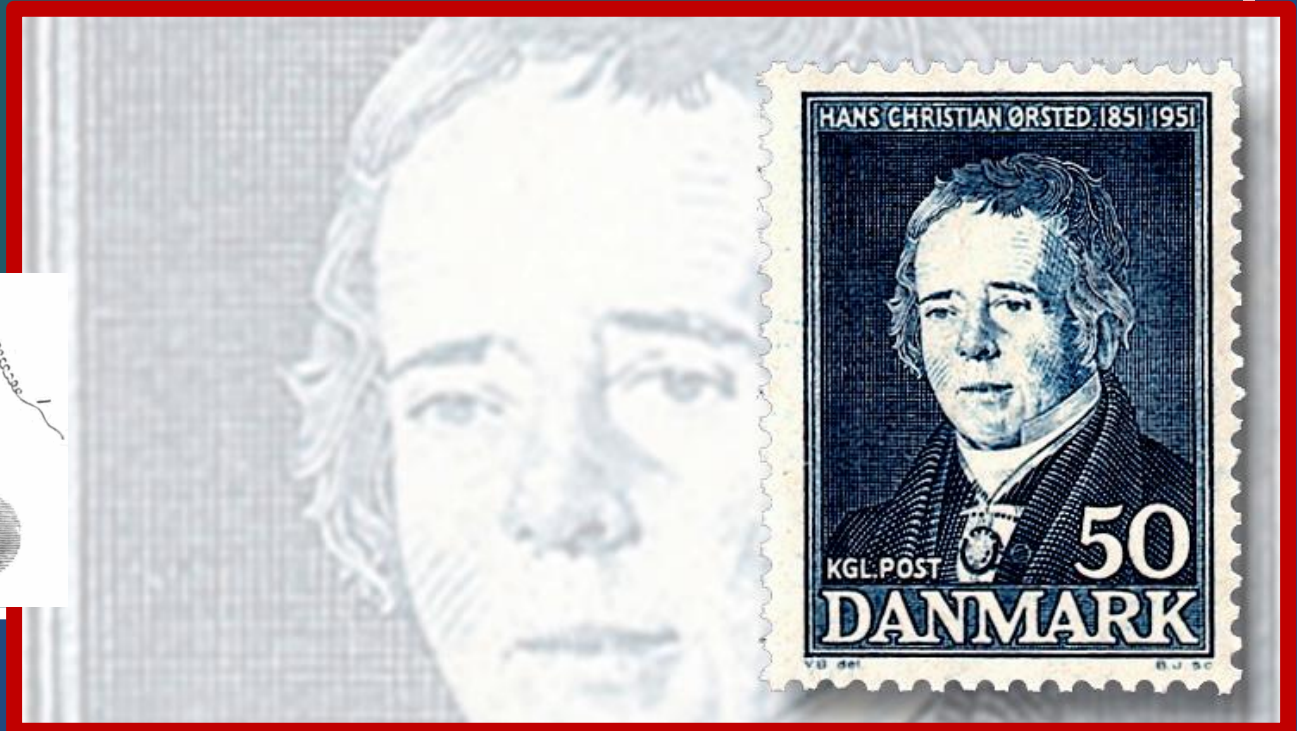
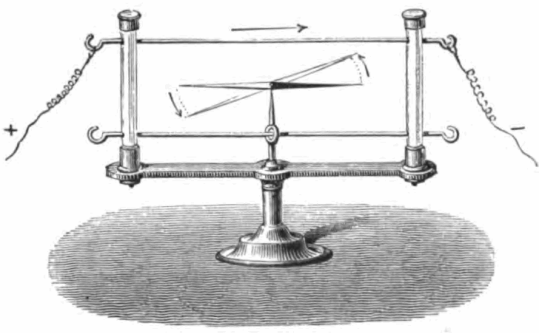


FIGURE 17.15 The magnetic field of a long straight current-carrying wire is along the tangent to concentric circles in the direction given by the right-hand rule.



Hans Christian Ørsted (Έρστεντ)

Ο Χανς Κρίστιαν Έρστεντ (*Hans Christian Ørsted*, 14 Αυγούστου 1777 – 9 Μαρτίου 1851) ήταν Δανός Φυσικός και Χημικός . Συνέβαλε στη διαμόρφωση της Φιλοσοφίας της Επιστήμης και τις σχετικές εξελίξεις μέχρι τα τέλη του 19ου αιώνα. Είναι περισσότερο γνωστός για την ανακάλυψη της σχέσης μεταξύ Ηλεκτρισμού και Μαγνητισμού.



Νόμος Ampere

- Επιλέγεται μια κλειστή διαδρομή που ονομάζεται «**βρόχος του Ampere**», που κατασκευάζεται από στοιχειώδη μικρά τμήματα Δl
- Ο νόμος του Ampere δηλώνει ότι η κυκλοφορία του (μαγνητικού πεδίου) B γύρω από μια **κλειστή καμπύλη** είναι ανάλογος του συνολικού ρεύματος που περικλείεται από τον «βρόχο του Ampere»

$$\sum B_{\parallel} \Delta \ell = \mu_0 I_{\text{enclosed}}$$

$$\text{circulation} = \sum B_{\parallel} \Delta \ell.$$

- Το πρώτο μέλος της ανωτέρω σχέσης ονομάζεται **κυκλοφορία του πεδίου**

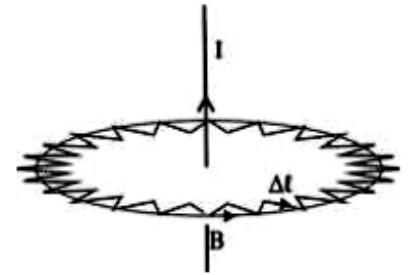
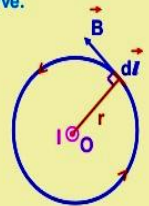
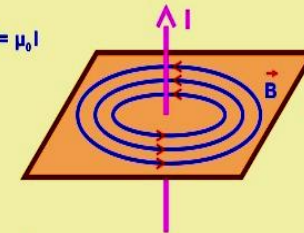


FIGURE 17.22 A long current-carrying straight wire with a concentric Amperian loop composed of many short segments and the B field directed circumferentially.

Ampere's Circuital Law:

The line integral $\oint \vec{B} \cdot d\vec{l}$ for a closed curve is equal to μ_0 times the net current I threading through the area bounded by the curve.

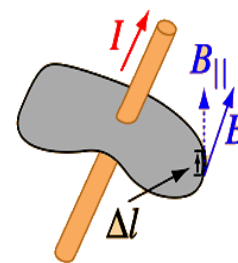
$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I$$



Proof:

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \oint B \cdot dl \cos 0^\circ$$

Current is emerging out and the magnetic field is anticlockwise.

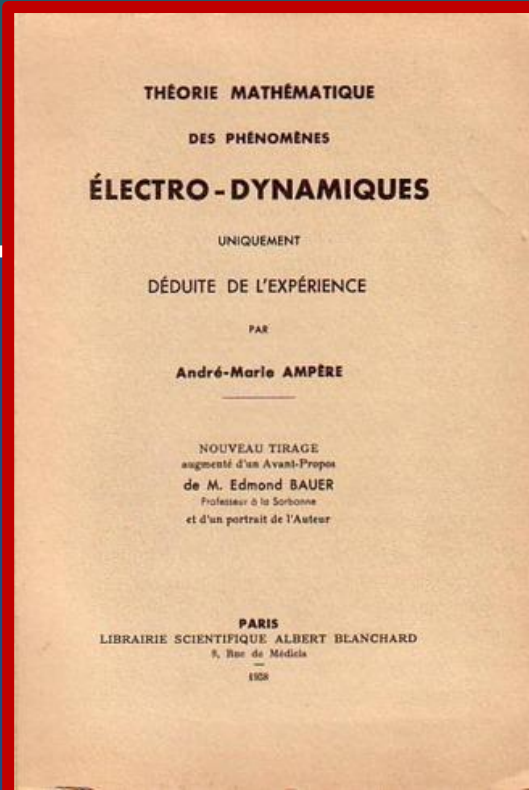


$$\sum B_{\parallel} \Delta l = \mu_0 I$$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 I$$

André-Marie Ampère

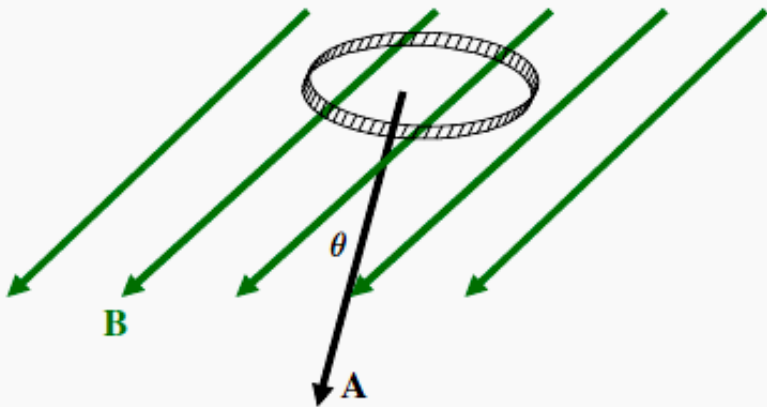
Ο Αντρέ-Μαρί Αμπέρ (*André-Marie Ampère*, 20 Ιανουαρίου 1775 – 10 Ιουνίου 1836 ήταν Γάλος φυσικός και κύριος θεμελιωτής του ηλεκτρομαγνητισμού και της ηλεκτροδυναμικής. Ασχολήθηκε με πλήθος επιστημονικών θεμάτων, αλλά το ενδιαφέρον του στράφηκε κυρίως στον ηλεκτρομαγνητισμό.



Μαγνητική Ροή

- **Μαγνητική ροή Φ_B** (σε βρόχο εμβαδού A , \vec{B}_\perp μαγνητικό πεδίο-μαγνητική επαγωγή κάθετη στην επιφάνεια του βρόχου, θ γωνία μεταξύ του μαγνητικού πεδίου και ενός διανύσματος κάθετου στην επιφάνεια A (σχήμα κάτω αριστερά). Στο σχήμα κάτω δεξιά παρουσιάζεται μια πιο γενική μορφή ορισμού της Μαγνητικής Ροής σε επιφάνεια τυχαίου σχήματος

$$\Phi_B = \vec{B}_\perp A = \vec{B} A \cos \theta,$$



http://el.science.wikia.com/wiki/%CE%9C%CE%B1%BD%CE%B7%CF%84%CE%B9%CE%BA%CE%AE_%CE%BF%CE%AE



Magnetic Flux

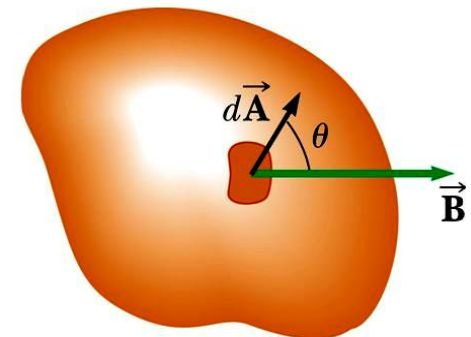
- **Magnetic flux** associated with a magnetic field is defined in a way similar to electric flux

$$\Phi_B = \int \vec{B} \cdot d\vec{A}$$

- SI unit of flux: **Weber**
- $\text{Wb} = \text{T} \cdot \text{m}^2$



Wilhelm Eduard Weber
1804 – 1891



Ηλεκτρομαγνητική επαγωγή

Νόμος Faraday

Η χρονική μεταβολή της μαγνητικής ροής συνδέεται με τη δημιουργία (επαγωγή) ηλεκτρεγερτικής δύναμης (ΗΕΔ), δηλαδή ηλεκτρικής τάσης. Η ηλεκτρεγερτική δύναμη είναι ενέργεια ανά μονάδα φορτίου. Αν και έχει ίδιες μονάδες με τη διαφορά δυναμικού V , έχει διαφορετικό όνομα και σύμβολο (

$$\mathcal{E} = - \frac{\Delta \Phi_B}{\Delta t}$$

Η ΗΕΔ παράγει ηλεκτρικό πεδίο με μέση τιμή

$$\bar{E} = \frac{\mathcal{E}}{\Delta x}$$

Όταν κλείσει ο διακόπτης στο κύκλωμα του σχήματος δεξιά, ο δακτύλιος στο επάνω μέρος αρχίζει να διαρρέεται από ρεύμα

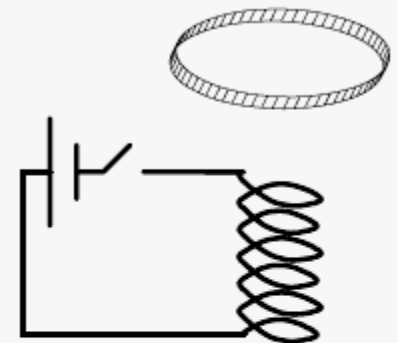
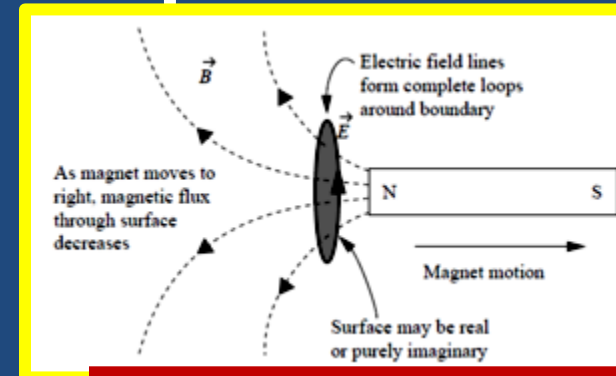


FIGURE 18.3 When the switch is closed, so that the solenoid has a current that changes from zero to a constant final value, an induced current will flow in the isolated loop during the brief time while the

Ο νόμος του Faraday για την επαγωγή – Σχέσεις

(από Serway-Jewett)

Η ΗΕΔ που επάγεται σε έναν βρόχο είναι ευθέως ανάλογη του ρυθμού μεταβολής της μαγνητικής ροής που διαπερνά τον βρόχο.

Αυτή η πρόταση διατυπώνεται μαθηματικά ως εξής:

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

Υπενθυμίζουμε ότι Φ_B είναι η μαγνητική ροή που διαπερνά τον βρόχο και δίνεται από τη σχέση:

$$\Phi_B \equiv \int \vec{B} \cdot d\vec{A}$$

Αν ένα πηνίο αποτελείται από N σπείρες ίσου εμβαδού και Φ_B είναι η μαγνητική ροή που διέρχεται από μία σπείρα, τότε επάγεται ΗΕΔ σε κάθε σπείρα, και ο νόμος του Faraday γράφεται στη μορφή:

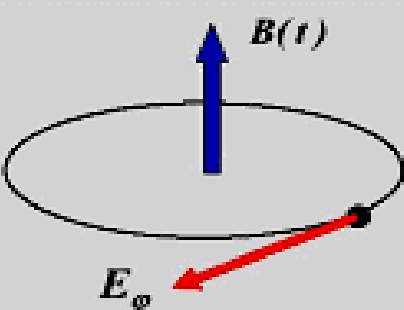
$$\mathcal{E} = -N \frac{d\Phi_B}{dt}$$

Ηλεκτρικά πεδία από χρονικά μεταβαλλόμενα μαγνητικά πεδία

- Τα ηλεκτρικά φορτία που κινούνται με σταθερή ταχύτητα παράγουν σταθερά ρεύματα. Τα χρονικά μεταβαλλόμενα ρεύματα παράγονται από επιταχυνόμενα ηλεκτρικά φορτία
- Τα επιταχυνόμενα ηλεκτρικά φορτία παράγουν χρονικά μεταβαλλόμενα μαγνητικά πεδία που με τη σειρά τους δημιουργούν ηλεκτρικά πεδία (που είναι ριζικά διαφορετικά από τα ηλεκτροστατικά πεδία).
- Έχουν κλειστές δυναμικές γραμμές σε αντίθεση με τα ηλεκτροστατικά πεδία

PSI PAUL SCHERRER INSTITUT

Induktionsgesetz von Faraday


$$\oint \vec{E} d\vec{r} = - \frac{d}{dt} \iint_A \vec{B} d\vec{a}$$

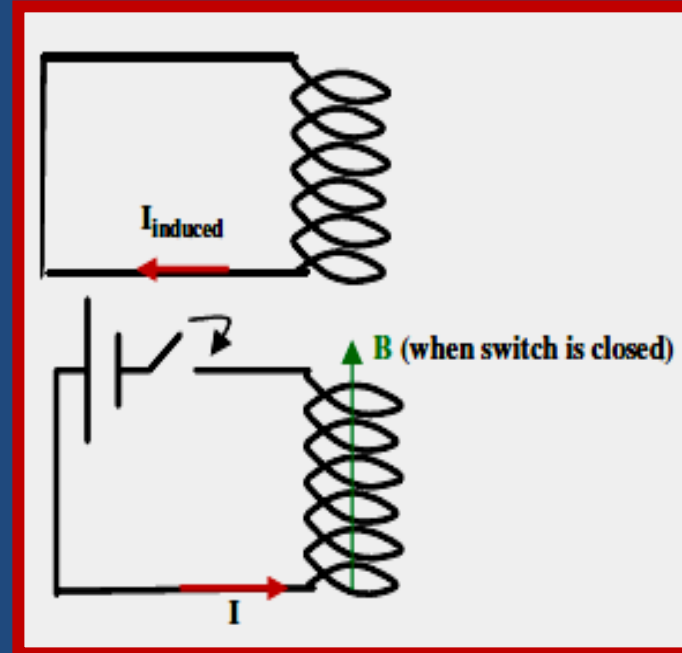
© 2001 Universität Bonn

Κανόνας (ή νόμος) του Lenz

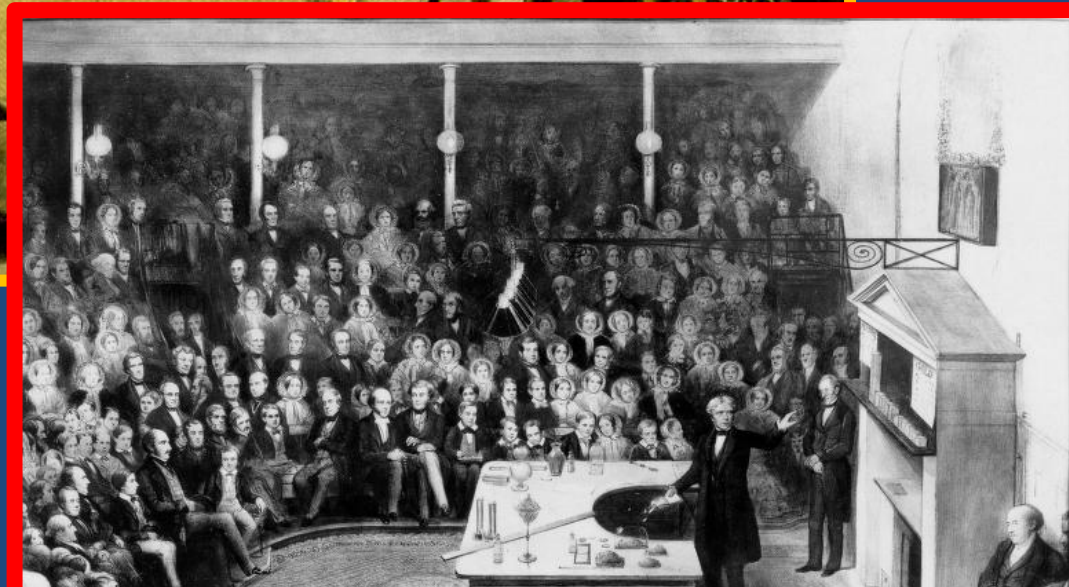
Το αρνητικό πρόσημο της εξίσωσης του Faraday υποδηλώνει ότι η ΗΕΔ έχει τέτοια πολικότητα ώστε να αντιτίθεται στη μεταβολή της μαγνητικής ροής που τη δημιουργήσει

Όταν στο κύκλωμα του σχήματος, κλείσουμε το διακόπτη, στο κάτω κύκλωμα, για ένα μικρό χρονικό διάστημα, η ένταση του ρεύματος αυξάνεται από την τιμή μηδέν σε μια τελική τιμή. Επειδή οι σπείρες είναι τυλιγμένες δεξιόστροφα, το ρεύμα κινείται σύμφωνα με τη φορά των δεικτών του ρολογιού.

Παράγεται ένα αυξανόμενο μαγνητικό πεδίο με κατεύθυνση προς τα επάνω. Λόγω ηλεκτρομαγνητικής επαγωγής στο επάνω σωληνοειδές εμφανίζεται ΗΕΔ που παράγει ρεύμα αντίθετης φοράς από αυτήν στο κάτω σωληνοειδές. Το αντίστοιχο μαγνητικό πεδίο (στο επάνω σωληνοειδές) θα έχει φορά προς τα κάτω



Ο Φαραντέυ στο εργαστήριο και στη διάρκεια διάλεξης



- *ΣΥΝΕΧΙΖΕΤΑΙστα επόμενα*