ΤΕΧΝΙΚΟ ΚΑΙ ΤΟΠΟΓΡΑΦΙΚΟ ΣΧΕΔΙΟ

ΕΝΟΤΗΤΑ 2

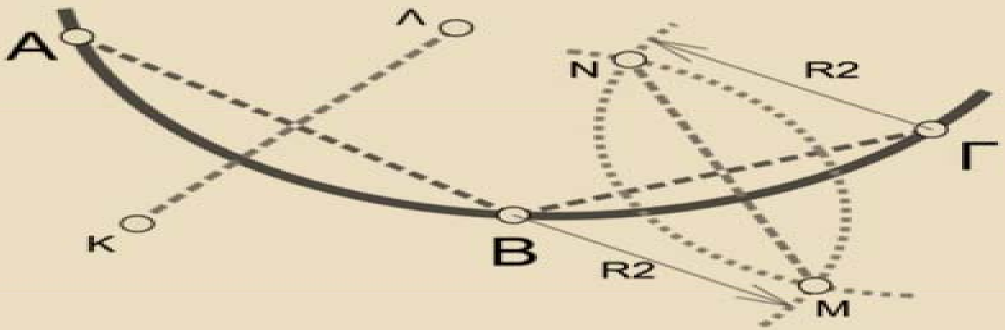
Η ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ ΩΣ ΕΡΓΑΛΕΙΟ

ΣΤΙΣ ΤΕΧΝΙΚΕΣ ΣΧΕΔΙΑΣΤΙΚΕΣ ΑΝΑΠΑΡΑΣΤΑΣΕΙΣ

ΜΕΡΟΣ Α΄

Η ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ ΩΣ ΕΡΓΑΛΕΙΟ:

ΕΠΙΛΥΣΗ ΣΧΕΔΙΑΣΤΙΚΩΝ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΩΝ ΜΕ ΓΕΩΜΕΤΡΙΚΕΣΚΑΤΑΣΚΕΥΕΣ

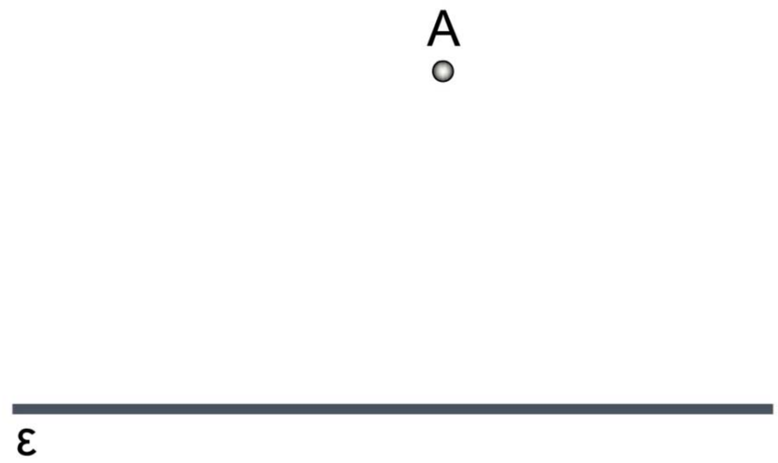


Δεδομένα:

- Δίνεται ευθεία **ε** και σημείο **Α**, εκτός της ευθείας ε.

Ζητούμενα:

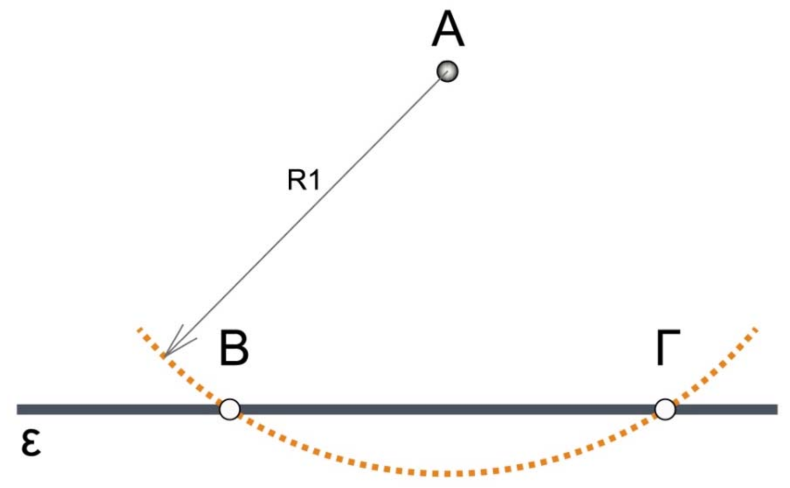
- Ζητείται η κάθετος προς την ε που διέρχεται από το σημείο Α.



ΚΑΘΕΤΟΣ ΑΠΟ ΣΗΜΕΙΟ ΕΚΤΟΣ ΕΥΘΕΙΑΣ ΠΡΟΣ ΤΗΝ ΕΥΘΕΙΑ

Βήμα 1ο:

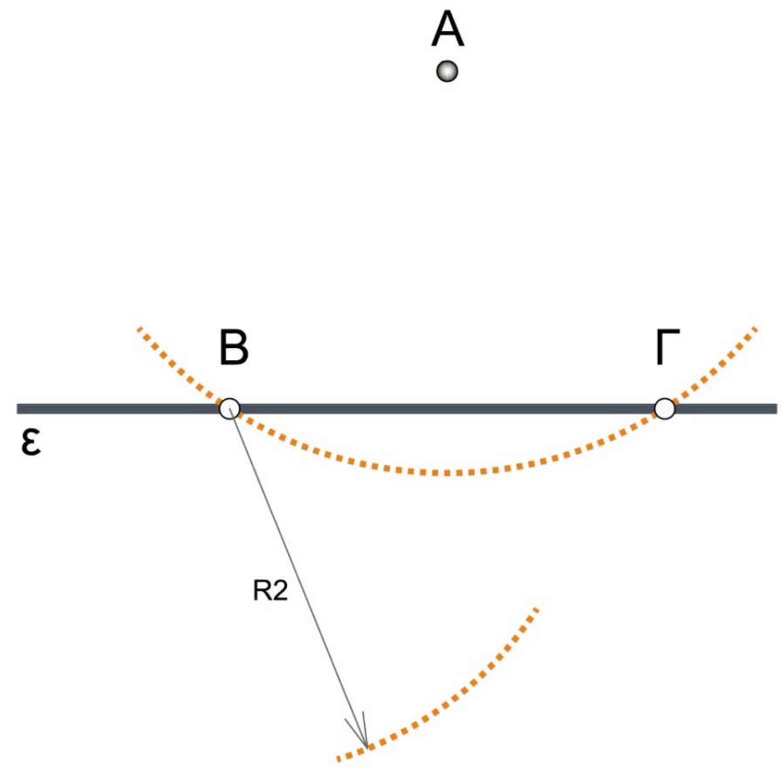
- Με κέντρο το Α και τυχαία ακτίνα R1 φέρουμε τόξο κύκλου
- Το τόξο τέμνει την ε στα σημεία Β και Γ



ΚΑΘΕΤΟΣ ΑΠΟ ΣΗΜΕΙΟ ΕΚΤΟΣ ΕΥΘΕΙΑΣ ΠΡΟΣ ΤΗΝ ΕΥΘΕΙΑ

Βήμα 2ο:

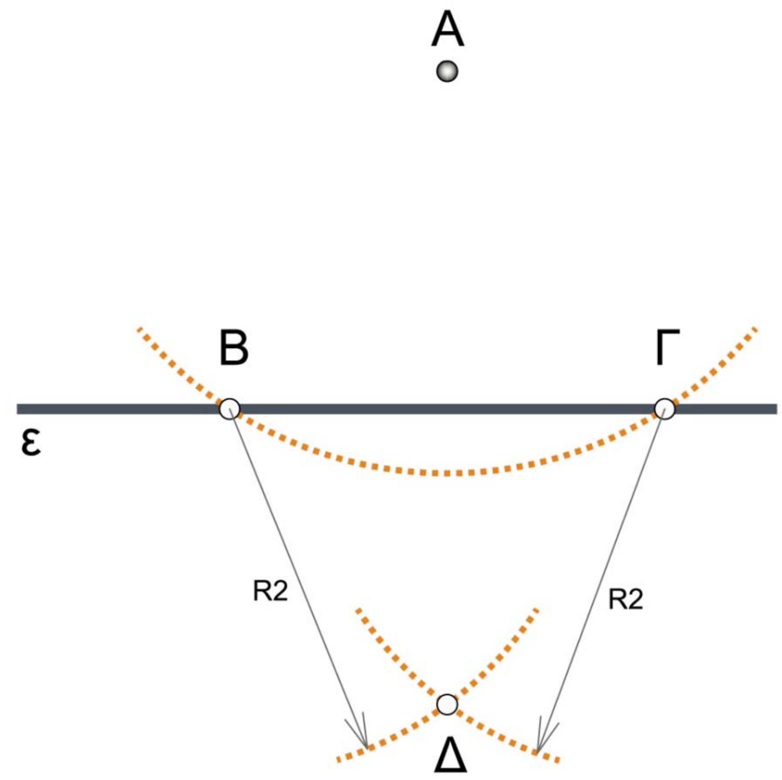
- Με κέντρο το Β και τυχαία ακτίνα R2 φέρουμε τόξο κύκλου



ΚΑΘΕΤΟΣ ΑΠΟ ΣΗΜΕΙΟ ΕΚΤΟΣ ΕΥΘΕΙΑΣ ΠΡΟΣ ΤΗΝ ΕΥΘΕΙΑ

Βήμα 3ο:

- Με κέντρο το Γ και την ίδια με πριν ακτίνα R2 φέρουμε δεύτερο τόξο κύκλου
- Τα δυο τόξα τέμνονται στο σημείο Δ



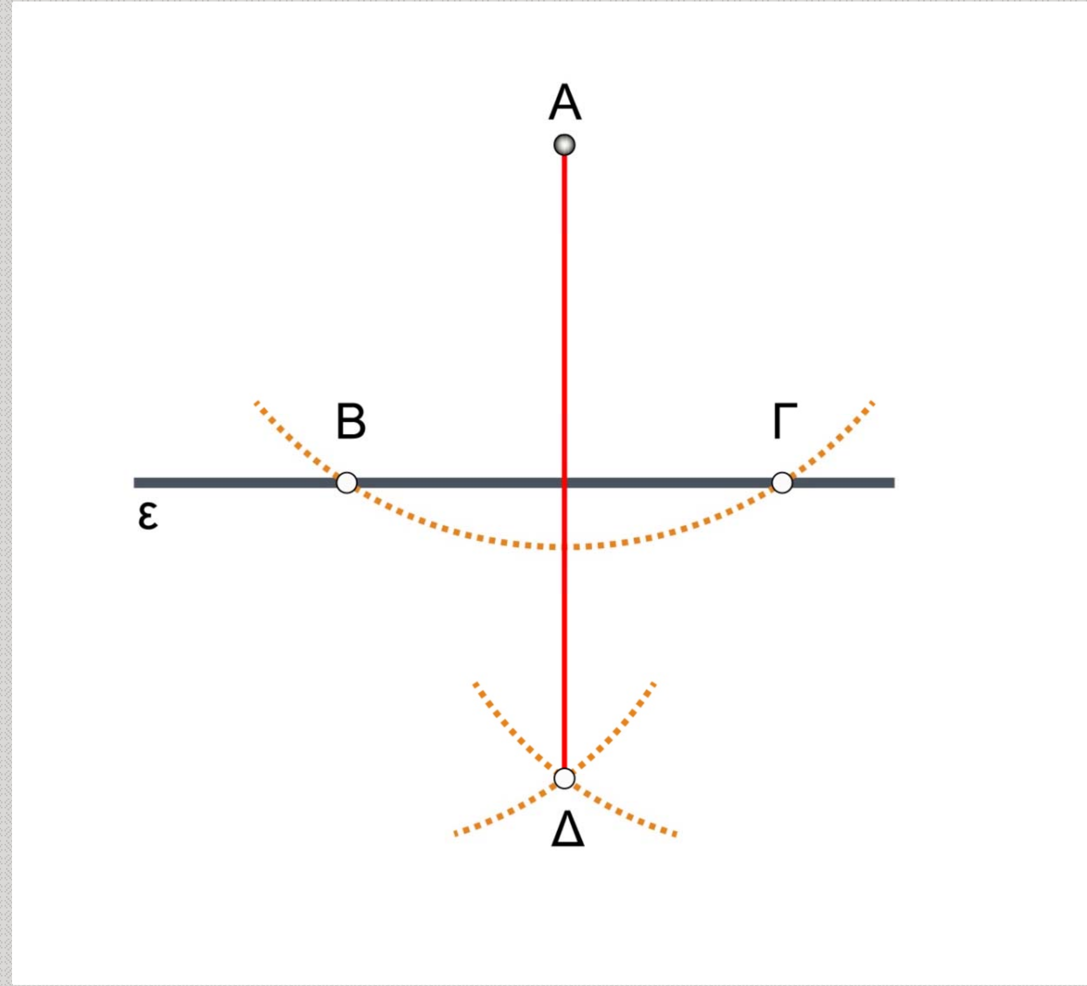
ΚΑΘΕΤΟΣ ΑΠΟ ΣΗΜΕΙΟ ΕΚΤΟΣ ΕΥΘΕΙΑΣ ΠΡΟΣ ΤΗΝ ΕΥΘΕΙΑ

Λύση:

- Φέρουμε την ευθεία ΑΔ που είναι η ζητούμενη κάθετος από το σημείο Α προς την ευθεία ε.

Απόδειξη:

- Το σημείο Α ισαπέχει από τα Β και Γ (απόσταση R1)
- Το σημείο Δ ισαπέχει από τα σημεία Β και Γ.
- Άρα τα σημεία Α και Δ ανήκουν στη μεσοκάθετο του ΒΓ.
- Το ευθύγραμμο τμήμα ΒΓ ανήκει στην ευθεία ε.
- Άρα η ΑΔ ως μεσοκάθετος του ΒΓ είναι κάθετος στην ε και περνά από το σημείο Α.
- Ο.Ε.Δ.



ΚΑΘΕΤΟΣ ΑΠΟ ΣΗΜΕΙΟ ΕΚΤΟΣ ΕΥΘΕΙΑΣ ΠΡΟΣ ΤΗΝ ΕΥΘΕΙΑ

Δεδομένα:

- Δίνεται ευθεία **ε** και σημείο **Α**, επί της ευθείας ε.

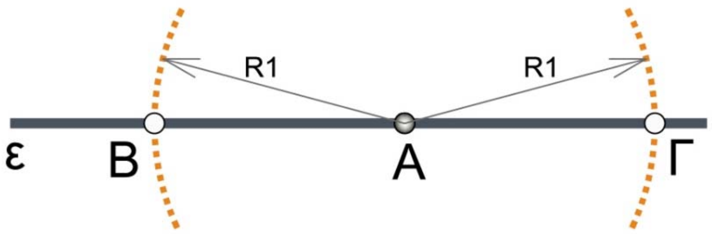
Ζητούμενα:

- Ζητείται η κάθετος προς την ευθεία ε που διέρχεται από το σημείο Α.

ΚΑΘΕΤΟΣ ΣΕ ΕΥΘΕΙΑ ΔΙΕΡΧΟΜΕΝΗ ΑΠΟ ΣΗΜΕΙΟ ΕΠΙ ΤΗΣ ΕΥΘΕΙΑΣ

Βήμα 1ο:

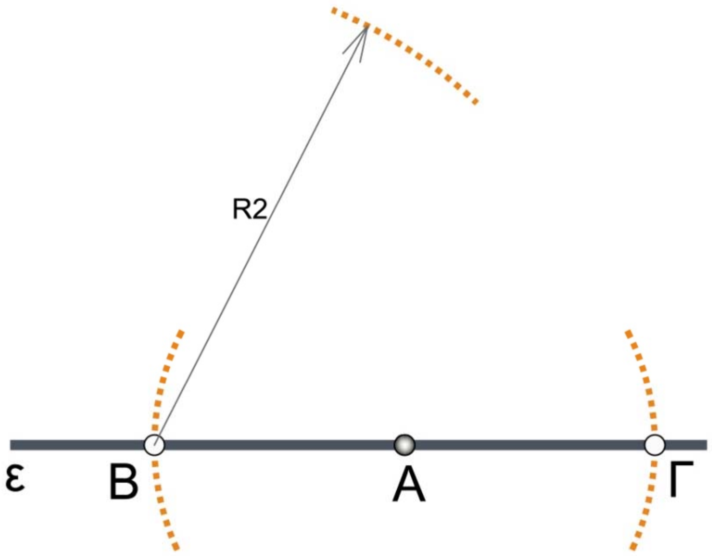
- Με κέντρο το Α και τυχαία ακτίνα R1 φέρουμε τόξο κύκλου
- Το τόξο τέμνει την ε στα σημεία Β και Γ



ΚΑΘΕΤΟΣ ΣΕ ΕΥΘΕΙΑ ΔΙΕΡΧΟΜΕΝΗ ΑΠΟ ΣΗΜΕΙΟ ΕΠΙ ΤΗΣ ΕΥΘΕΙΑΣ

Βήμα 2ο:

- Με κέντρο το Β και τυχαία ακτίνα R2 φέρουμε τόξο κύκλου

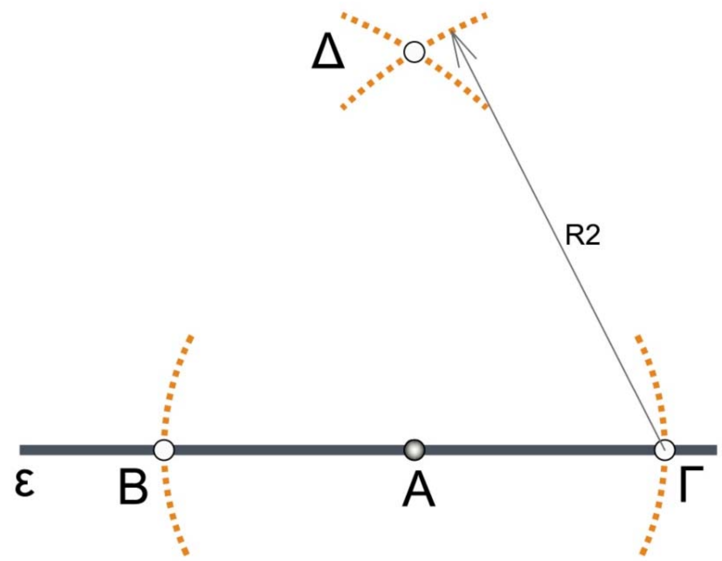


ΚΑΘΕΤΟΣ ΣΕ ΕΥΘΕΙΑ ΔΙΕΡΧΟΜΕΝΗ ΑΠΟ ΣΗΜΕΙΟ ΕΠΙ ΤΗΣ ΕΥΘΕΙΑΣ

Βήμα 3ο:

- Με κέντρο το Γ και την ίδια με πριν ακτίνα R2 φέρουμε δεύτερο τόξο κύκλου

- Τα δυο τόξα τέμνονται στο σημείο Δ



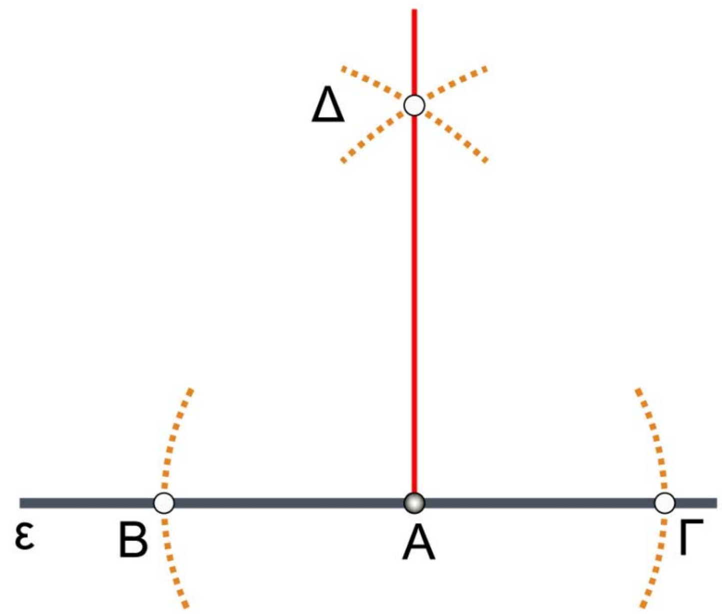
ΚΑΘΕΤΟΣ ΣΕ ΕΥΘΕΙΑ ΔΙΕΡΧΟΜΕΝΗ ΑΠΟ ΣΗΜΕΙΟ ΕΠΙ ΤΗΣ ΕΥΘΕΙΑΣ

Λύση:

- Φέρουμε την ευθεία ΑΔ που είναι η ζητούμενη κάθετος προς την ευθεία ε η διερχόμενη από το σημείο Α.

Απόδειξη

- Το σημείο Α ισαπέχει από τα Β και Γ (απόσταση R1)
- Το σημείο Δ ισαπέχει από τα σημεία Β και Γ.
- Άρα τα σημεία Α και Δ ανήκουν στη μεσοκάθετο του ΒΓ.
- Το ευθύγραμμο τμήμα ΒΓ ανήκει στην ευθεία ε.
- Άρα η ΑΔ ως μεσοκάθετος του ΒΓ είναι κάθετος στην ε και περνά από το σημείο Α.
- Ο.Ε.Δ.



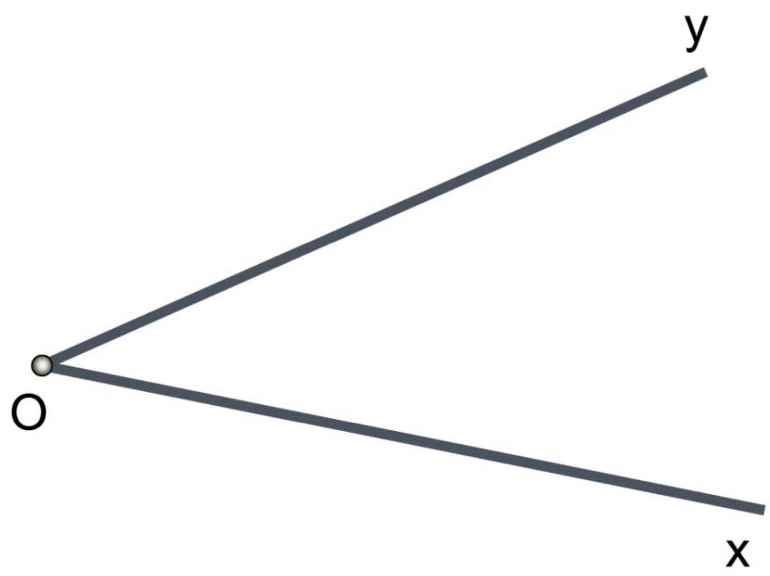
ΚΑΘΕΤΟΣ ΣΕ ΕΥΘΕΙΑ ΔΙΕΡΧΟΜΕΝΗ ΑΠΟ ΣΗΜΕΙΟ ΕΠΙ ΤΗΣ ΕΥΘΕΙΑΣ

Δεδομένα:

- Δίνεται η γωνία xOy.

Ζητούμενα:

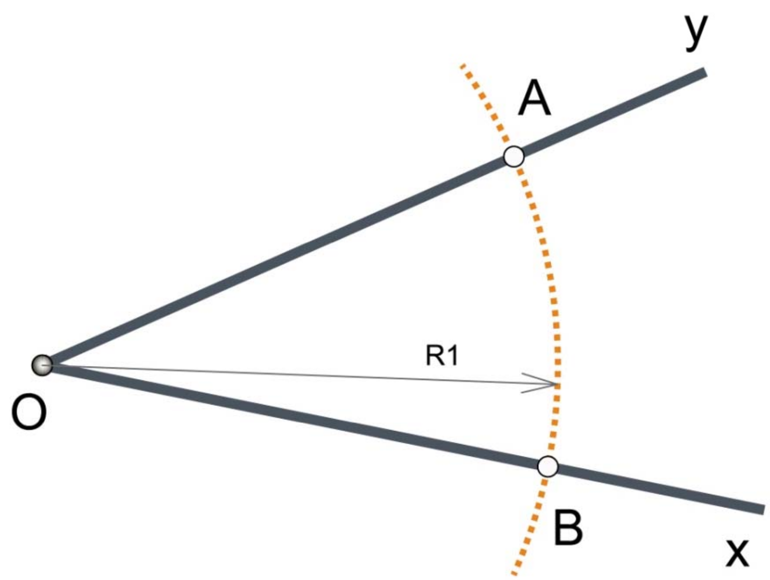
- Ζητείται να κατασκευαστεί η διχοτόμος της



ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ ΔΙΧΟΤΟΜΟΥ ΓΩΝΙΑΣ

Βήμα 1ο:

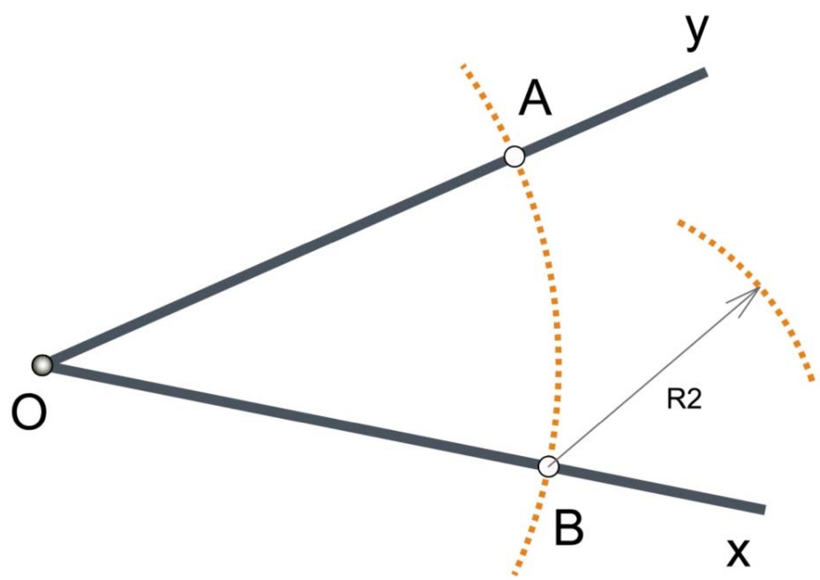
- Με κέντρο το Ο και τυχαία ακτίνα R1 φέρουμε τόξο κύκλου
- Το τόξο τέμνει τις Οx και Οy στα σημεία Α και Β, αντίστοιχα



ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ ΔΙΧΟΤΟΜΟΥ ΓΩΝΙΑΣ

Βήμα 2ο:

- Με κέντρο το Β και τυχαία ακτίνα R2 φέρουμε τόξο κύκλου

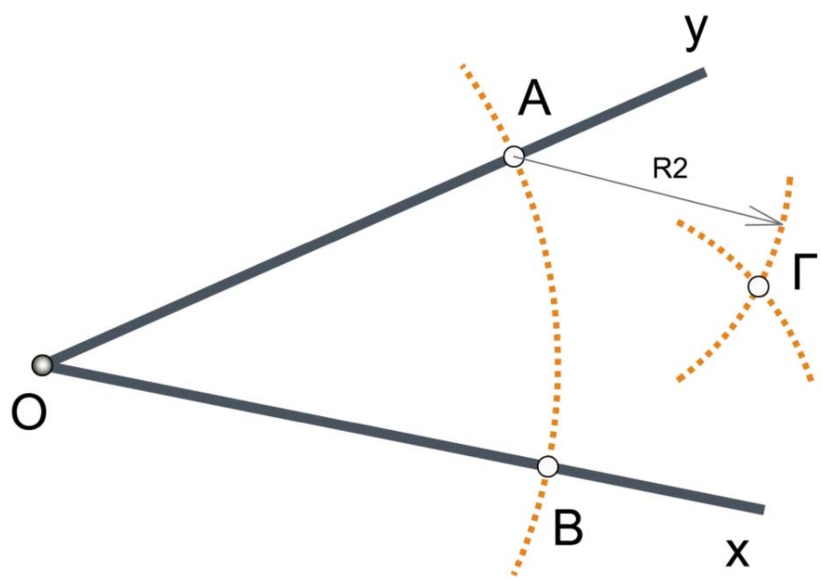


ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ ΔΙΧΟΤΟΜΟΥ ΓΩΝΙΑΣ

Βήμα 3ο:

- Με κέντρο το Α
  και, την ίδια με πριν,
  ακτίνα R2
  φέρουμε τόξο κύκλου.

- Τα δυο τόξα
  τέμνονται
  στο σημείο Γ.



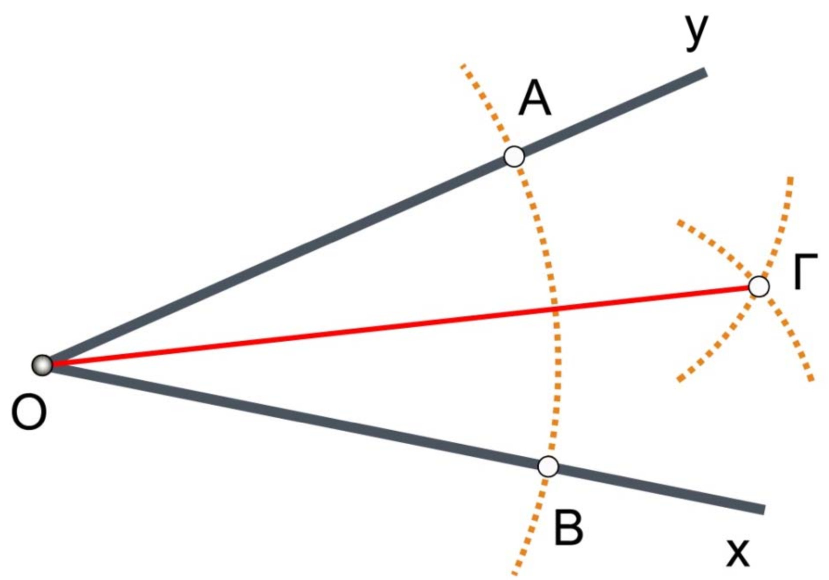
ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ ΔΙΧΟΤΟΜΟΥ ΓΩΝΙΑΣ

Λύση:

- Φέρουμε την ημιευθεία ΟΓ που είναι η ζητούμενη διχοτόμος της γωνίας xOy.

Απόδειξη:

- Τα σημεία Α και Β ισαπέχουν από το Ο (απόσταση R1)
- Άρα το τρίγωνο ΑΟΒ είναι ισοσκελές με βάση ΑΒ.
- Το σημείο Γ ισαπέχει από τα Α και Β (απόσταση R2).
- Άρα η ΟΓ είναι μεσοκάθετος στο ισοσκελές τρίγωνο ΑΟΒ.
- Άρα η ΟΓ είναι επίσης και διχοτόμος στο τρίγωνο ΑΟΒ, αγόμενη από την κορυφή Ο.
- Ο.Ε.Δ.



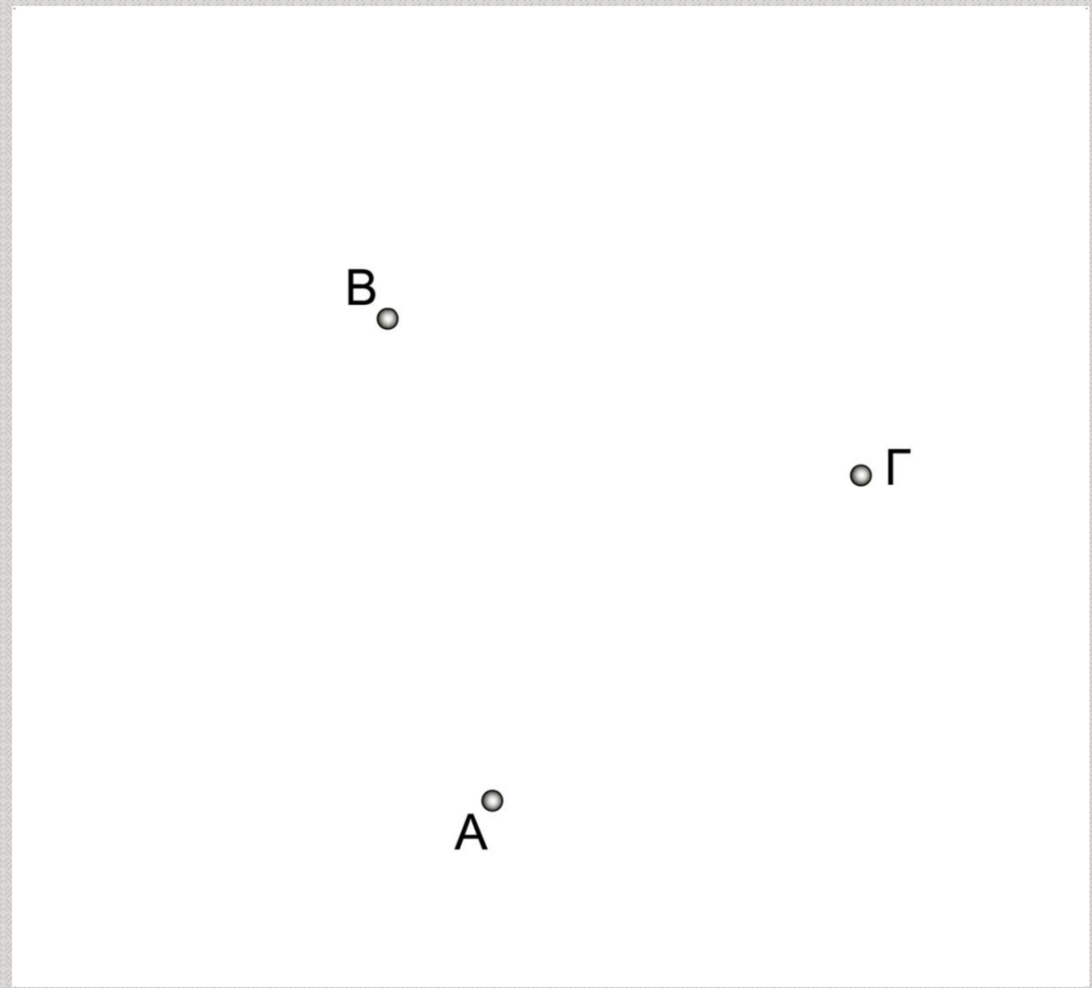
ΚΑΘΕΤΟΣ ΑΠΟ ΣΗΜΕΙΟ ΕΚΤΟΣ ΕΥΘΕΙΑΣ ΠΡΟΣ ΤΗΝ ΕΥΘΕΙΑ

Δεδομένα:

- Δίνονται τρία μη συνευθειακά σημεία του επιπέδου, Α, Β και Γ

Ζητούμενα:

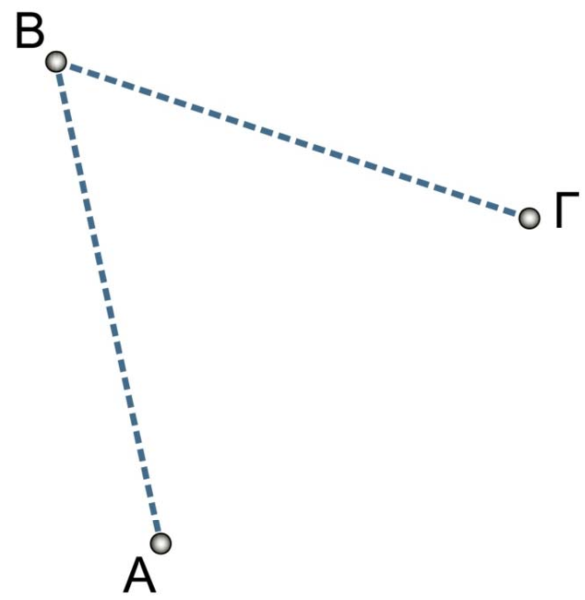
- Ζητείται να κατασκευαστεί ο (μοναδικός) κύκλος που διέρχεται από τα τρία αυτά σημεία



ΚΥΚΛΟΣ ΔΙΕΡΧΟΜΕΝΟΣ ΑΠΟ ΤΡΙΑ ΣΗΜΕΙΑ

Βήμα 1ο:

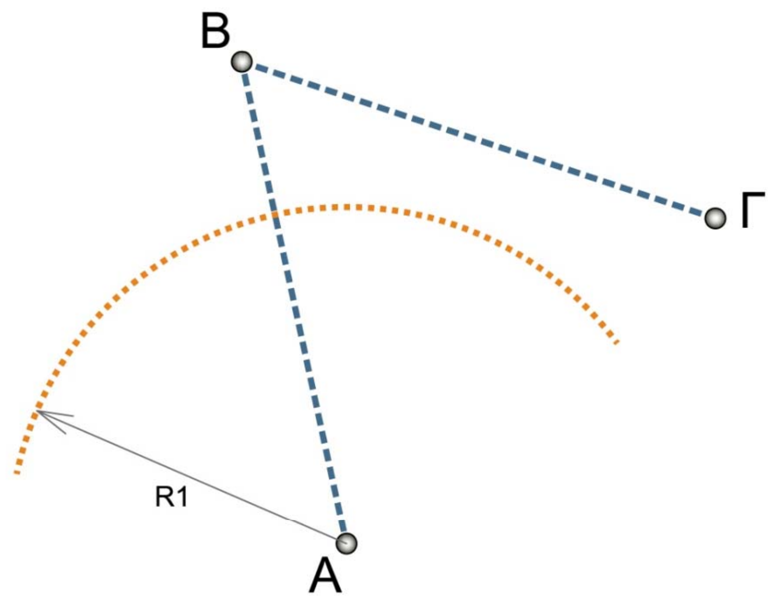
- Φέρουμε τα ευθύγραμμα τμήματα ΑΒ και ΒΓ (χορδές του ζητούμενου κύκλου)



ΚΥΚΛΟΣ ΔΙΕΡΧΟΜΕΝΟΣ ΑΠΟ ΤΡΙΑ ΣΗΜΕΙΑ

Βήμα 2^{ο}:

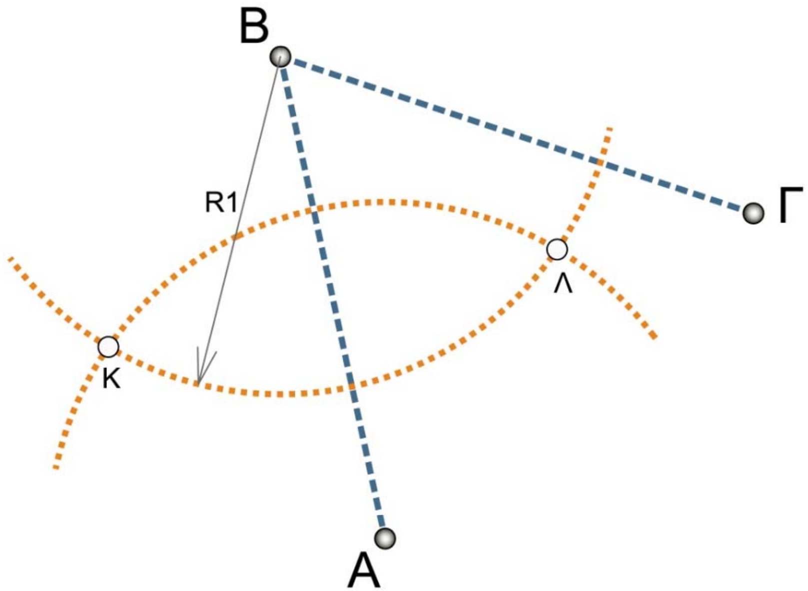
- Με κέντρο Α και τυχαία ακτίνα R1 φέρουμε τόξο κύκλου.



ΚΥΚΛΟΣ ΔΙΕΡΧΟΜΕΝΟΣ ΑΠΟ ΤΡΙΑ ΣΗΜΕΙΑ

Βήμα 3ο:

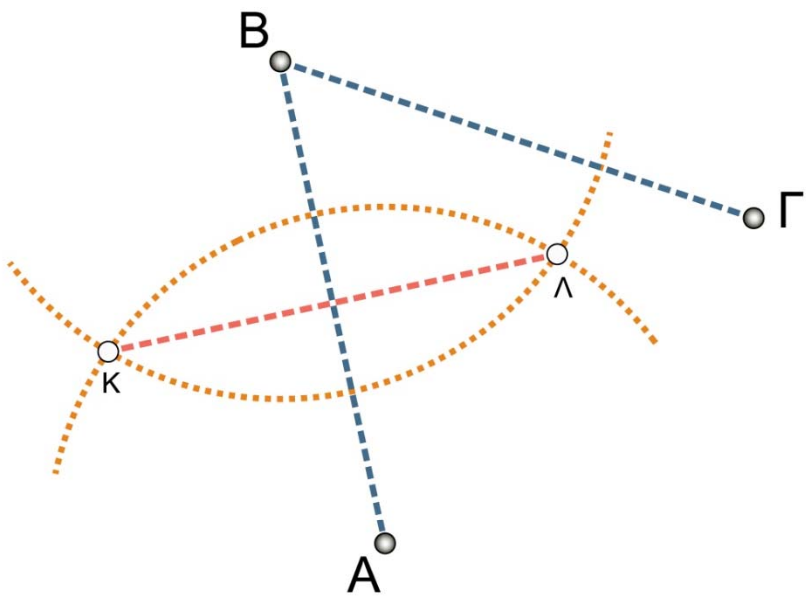
- Με κέντρο Β και την ίδια με πριν ακτίνα R1 φέρουμε δεύτερο τόξο κύκλου.
- Τα δυο τόξα τέμνονται στα σημεία Κ και Λ.



ΚΥΚΛΟΣ ΔΙΕΡΧΟΜΕΝΟΣ ΑΠΟ ΤΡΙΑ ΣΗΜΕΙΑ

Βήμα 4^{ο}:

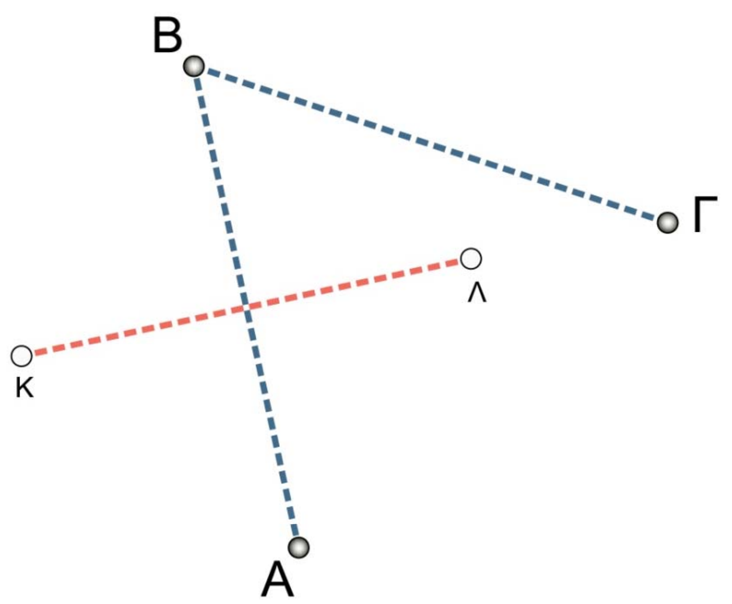
- Φέρουμε το ευθύγραμμο τμήμα ΚΛ.



ΚΥΚΛΟΣ ΔΙΕΡΧΟΜΕΝΟΣ ΑΠΟ ΤΡΙΑ ΣΗΜΕΙΑ

Βήμα 4ο:

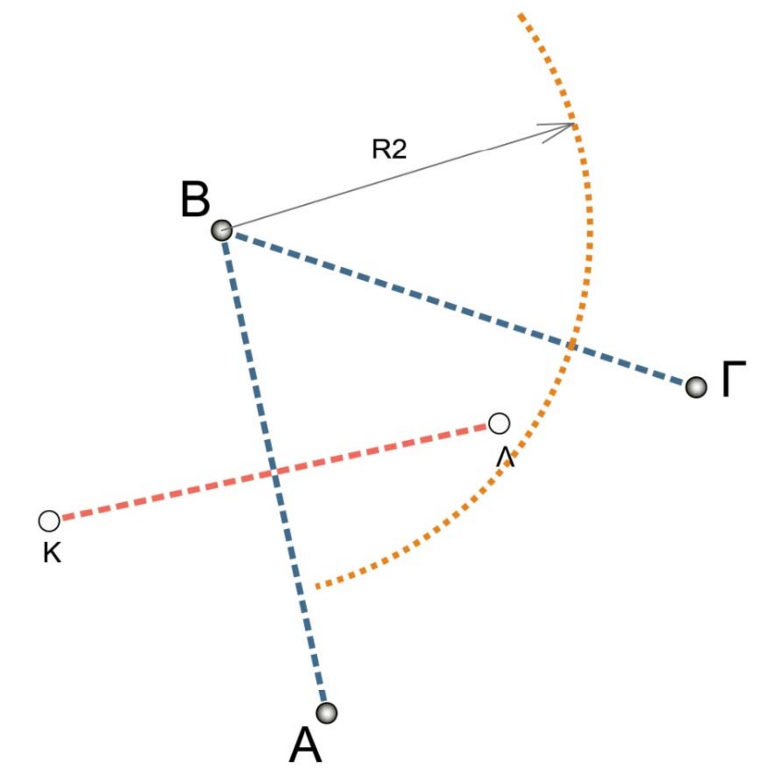
- Το ΚΛ είναι μεσοκάθετος του ΑΒ (από κατασκευής).



ΚΥΚΛΟΣ ΔΙΕΡΧΟΜΕΝΟΣ ΑΠΟ ΤΡΙΑ ΣΗΜΕΙΑ

Βήμα 5^{ο}:

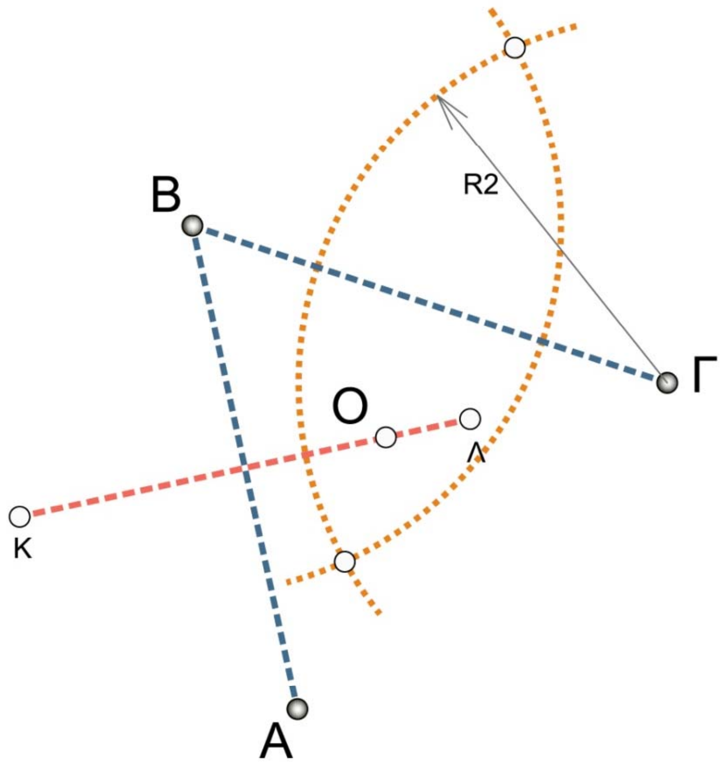
- Με κέντρο Β και τυχαία ακτίνα R2 φέρουμε τόξο κύκλου.



ΚΥΚΛΟΣ ΔΙΕΡΧΟΜΕΝΟΣ ΑΠΟ ΤΡΙΑ ΣΗΜΕΙΑ

Βήμα 6ο:

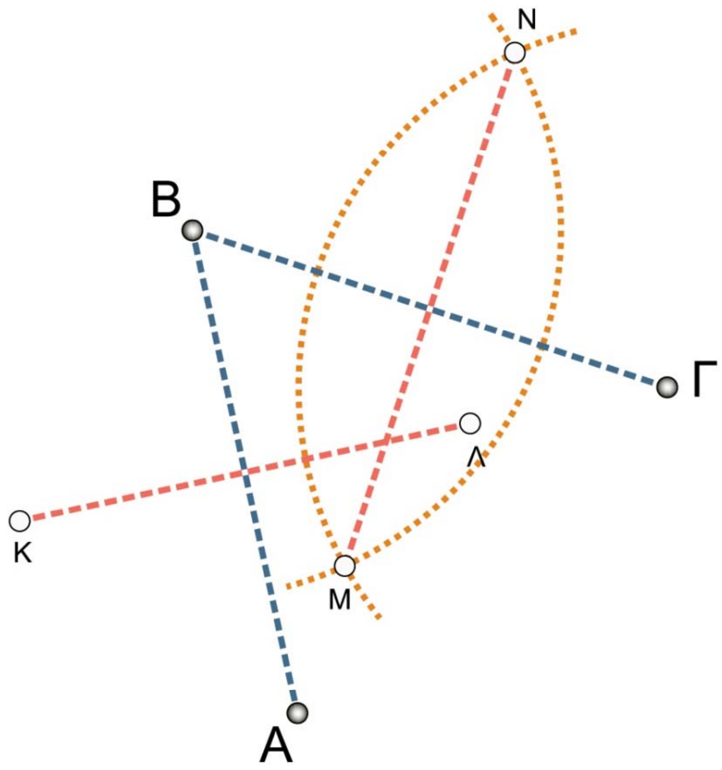
- Με κέντρο Γ και την ίδια με πριν ακτίνα R2 φέρουμε δεύτερο τόξο κύκλου.



ΚΥΚΛΟΣ ΔΙΕΡΧΟΜΕΝΟΣ ΑΠΟ ΤΡΙΑ ΣΗΜΕΙΑ

Βήμα 7ο:

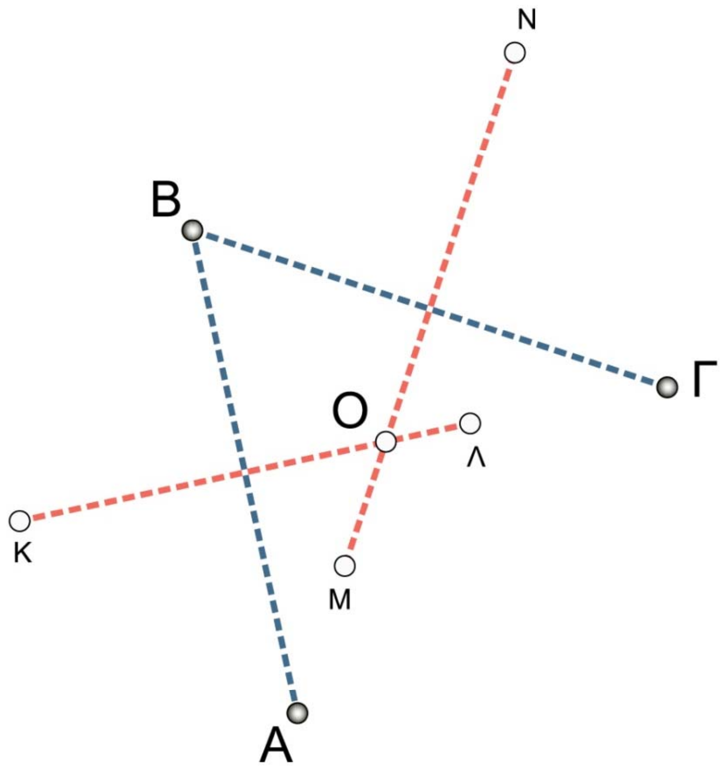
- Τα δυο τόξα τέμνονται στα σημεία Μ και Ν.
- Φέρουμε το ευθύγραμμο τμήμα ΜΝ.



ΚΥΚΛΟΣ ΔΙΕΡΧΟΜΕΝΟΣ ΑΠΟ ΤΡΙΑ ΣΗΜΕΙΑ

Βήμα 7ο:

- Η ΜΝ είναι μεσοκάθετος του ΒΓ (από κατασκευής).
- Η ΜΝ και η ΚΛ τέμνονται στο σημείο Ο.



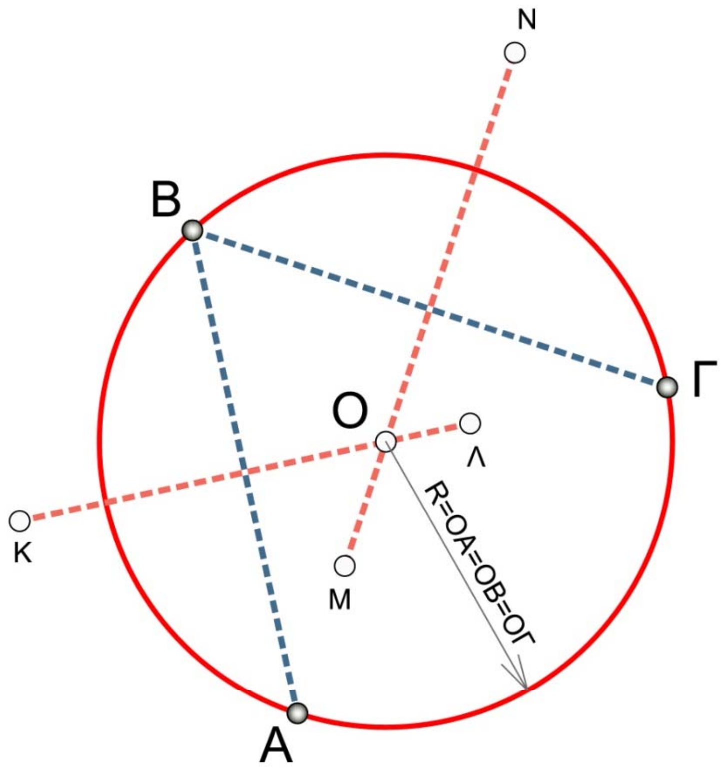
ΚΥΚΛΟΣ ΔΙΕΡΧΟΜΕΝΟΣ ΑΠΟ ΤΡΙΑ ΣΗΜΕΙΑ

Λύση:

- Το σημείο Ο είναι το κέντρο του ζητούμενου κύκλου και η ακτίνα του είναι ίση με ΟΑ=ΟΒ=ΟΓ.

Απόδειξη

- Το Ο ως σημείο της μεσοκαθέτου του ΑΒ ισαπέχει από τα σημεία Α και Β.
- Το Ο ως σημείο της μεσοκαθέτου του ΒΓ ισαπέχει από τα σημεία Β και Γ.
- Άρα τα Α,Β και Γ ανήκουν στο γεωμετρικό τόπο των σημείων που ισαπέχουν από το Ο, δηλαδή στον κύκλο με κέντρο Ο και ακτίνα ΟΑ=ΟΒ=ΟΓ.



ΚΥΚΛΟΣ ΔΙΕΡΧΟΜΕΝΟΣ ΑΠΟ ΤΡΙΑ ΣΗΜΕΙΑ

Δεδομένα:

- Δίνεται τόξο κύκλου

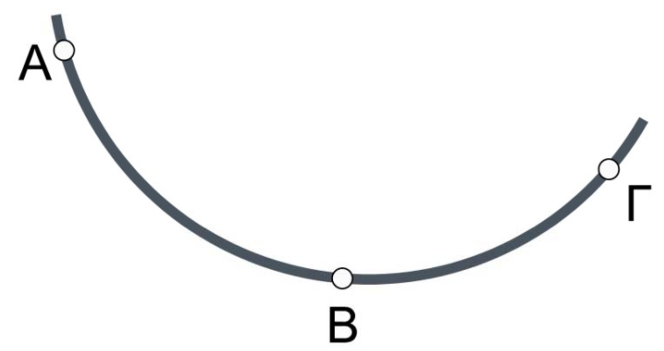
Ζητούμενα:

- Να προσδιοριστεί η θέση του κέντρου του.

ΕΥΡΕΣΗ ΚΕΝΤΡΟΥ ΤΟΞΟΥ ΚΥΚΛΟΥ

Βήμα 1ο:

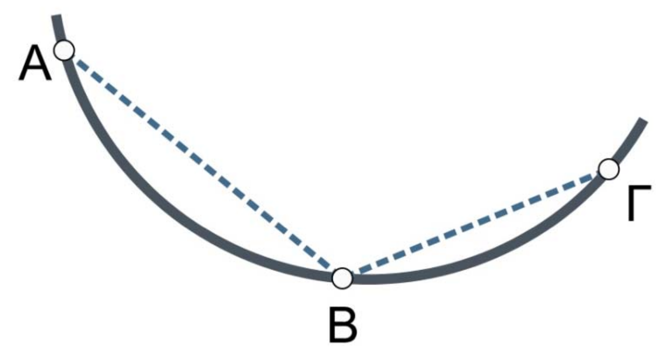
- Ορίζουμε τρία σημεία Α, Β και Γ σε τυχαίες θέσεις πάνω στο τόξο



ΕΥΡΕΣΗ ΚΕΝΤΡΟΥ ΤΟΞΟΥ ΚΥΚΛΟΥ

Βήμα 2ο:

- Φέρουμε τις χορδές ΑΒ και ΒΓ.

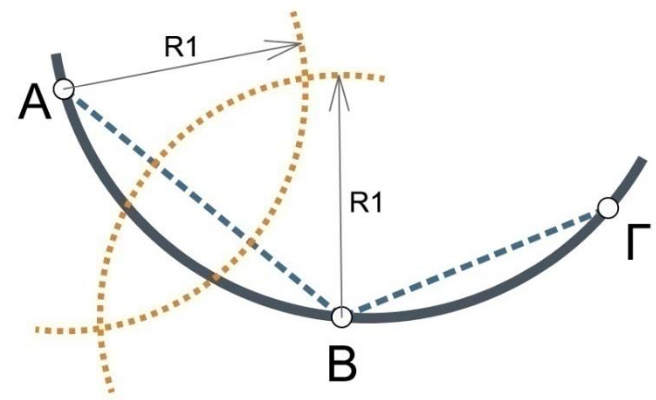


ΕΥΡΕΣΗ ΚΕΝΤΡΟΥ ΤΟΞΟΥ ΚΥΚΛΟΥ

Βήμα 3ο:

- Κατασκευή μεσοκαθέτου του ΑΒ:

- Με κέντρο Α και τυχαία ακτίνα R1 φέρουμε τόξο κύκλου.
- Με κέντρο Β και την ίδια ακτίνα R1 φέρουμε δεύτερο τόξο κύκλου.



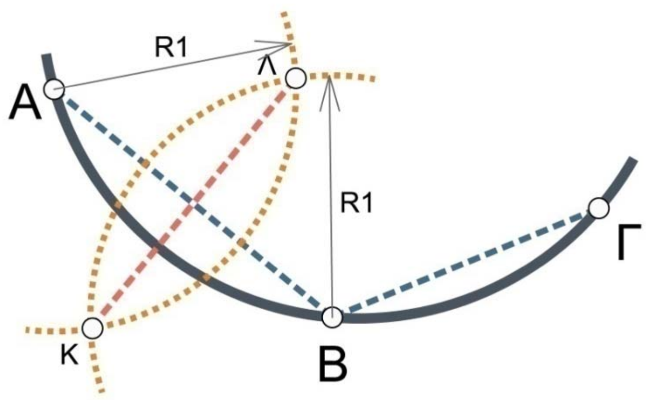
ΕΥΡΕΣΗ ΚΕΝΤΡΟΥ ΤΟΞΟΥ ΚΥΚΛΟΥ

Βήμα 3ο:

- Κατασκευή μεσοκαθέτου του ΑΒ:

- Με κέντρο Α και τυχαία ακτίνα R1 φέρουμε τόξο κύκλου.
- Με κέντρο Β και την ίδια ακτίνα R1 φέρουμε δεύτερο τόξο κύκλου.

- Το τμήμα ΚΛ είναι η μεσοκάθετος της χορδής ΑΒ

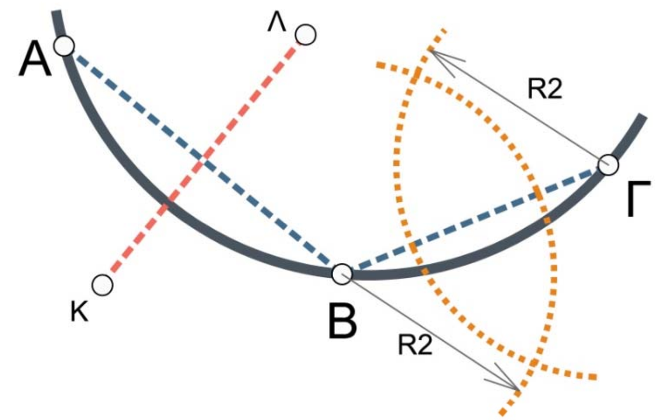


ΕΥΡΕΣΗ ΚΕΝΤΡΟΥ ΤΟΞΟΥ ΚΥΚΛΟΥ

Βήμα 4ο:

- Κατασκευή μεσοκαθέτου του ΒΓ:

- Με κέντρο Β και τυχαία ακτίνα R2 φέρουμε τόξο κύκλου.
- Με κέντρο Γ και την ίδια ακτίνα R2 φέρουμε δεύτερο τόξο κύκλου.



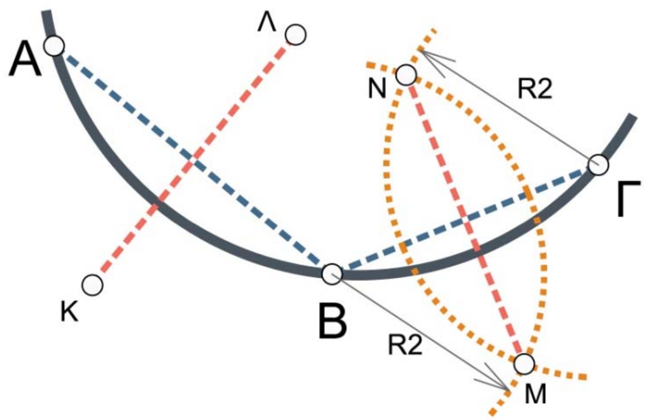
ΕΥΡΕΣΗ ΚΕΝΤΡΟΥ ΤΟΞΟΥ ΚΥΚΛΟΥ

Βήμα 4^{o}:

- Κατασκευή μεσοκαθέτου του ΒΓ:

- Με κέντρο Β και τυχαία ακτίνα R2 φέρουμε τόξο κύκλου.
- Με κέντρο Γ και την ίδια ακτίνα R2 φέρουμε δεύτερο τόξο κύκλου.

- Το τμήμα ΜΝ είναι η μεσοκάθετος της χορδής ΒΓ.



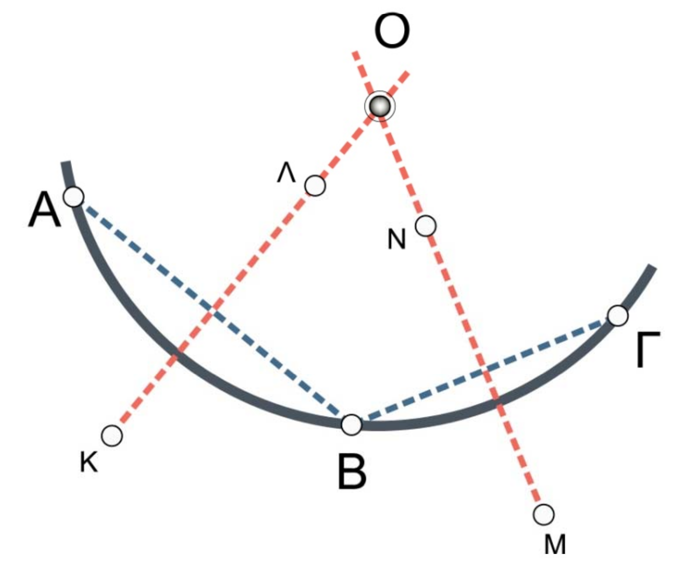
ΕΥΡΕΣΗ ΚΕΝΤΡΟΥ ΤΟΞΟΥ ΚΥΚΛΟΥ

Λύση:

- Το σημείο τομής των ΚΛ και ΜΝ, Ο είναι το κέντρο του ζητούμενου τόξου με ακτίνα ΟΑ=ΟΒ=ΟΓ.

Απόδειξη

- Το Ο ως σημείο της μεσοκαθέτου του ΑΒ ισαπέχει από τα σημεία Α και Β.
- Το Ο ως σημείο της μεσοκαθέτου του ΒΓ ισαπέχει από τα σημεία Β και Γ.
- Άρα το Ο είναι κέντρο του δοθέντος τόξου, αφού ισαπέχει από τρία σημεία του.
- Ο.Ε.Δ.



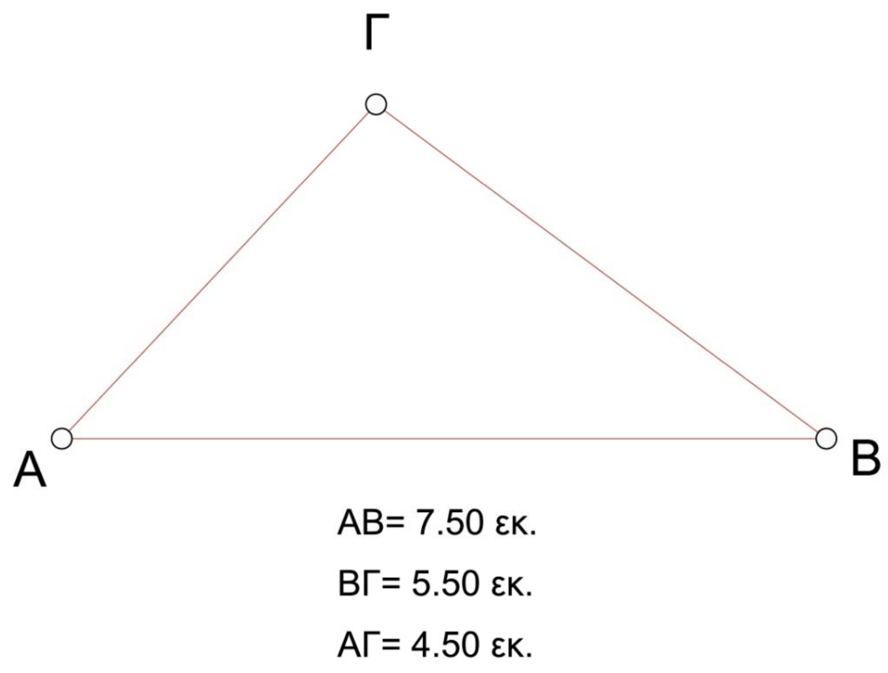
ΕΥΡΕΣΗ ΚΕΝΤΡΟΥ ΤΟΞΟΥ ΚΥΚΛΟΥ

Δεδομένα:

- Δίνονται τα μήκη:
- ΑΒ= 7,50 εκ.
- ΒΓ= 5,50 εκ.
- ΑΓ= 4,50 εκ.

Ζητούμενα:

- Ζητείται να κατασκευαστεί το τρίγωνο ΑΒΓ με τα δοσμένα μήκη πλευρών



ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ ΤΡΙΓΩΝΟΥ ΜΕ ΓΝΩΣΤΑ ΜΗΚΗ ΠΛΕΥΡΩΝ

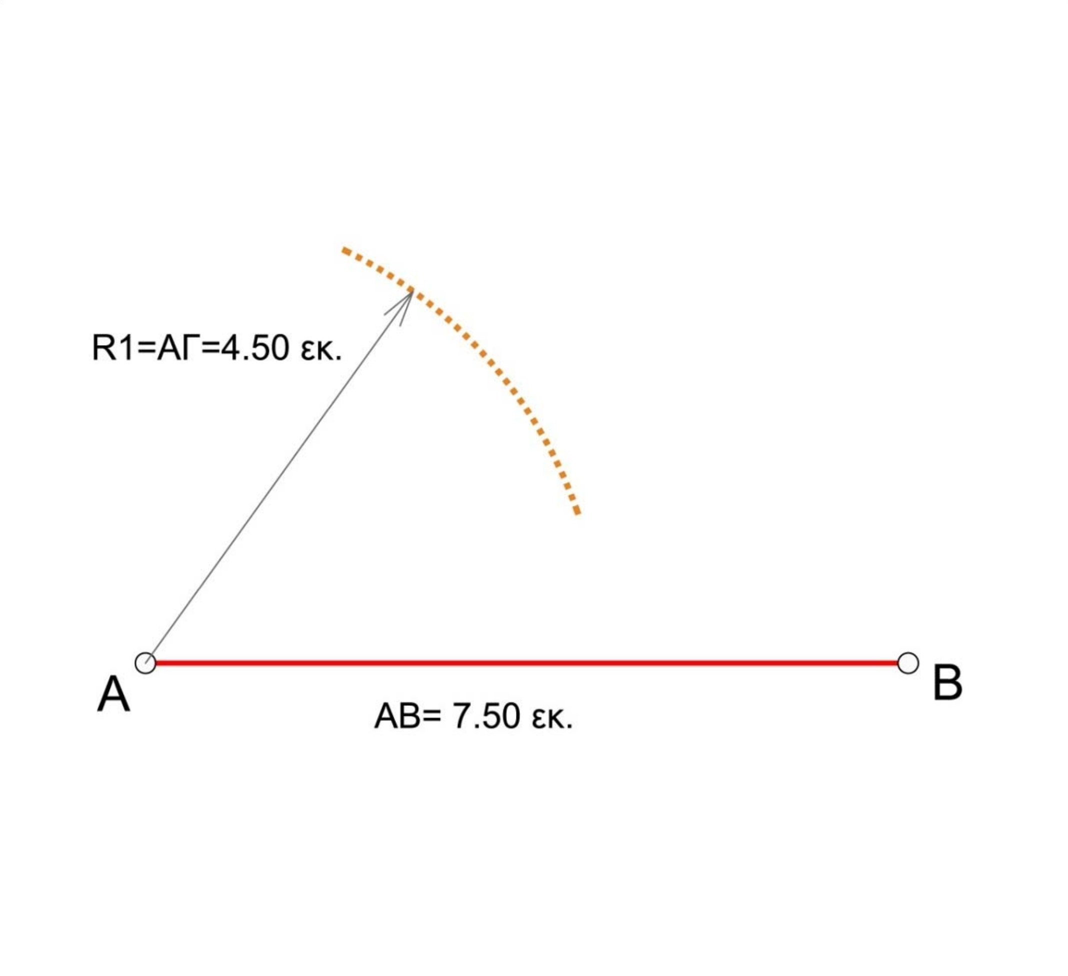
Βήμα 1ο:

- Σε ευθεία με τυχαία διεύθυνση ορίζουμε (με το διαβήτη) τμήμα ΑΒ ίσο με 7,50 εκ.

ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ ΤΡΙΓΩΝΟΥ ΜΕ ΓΝΩΣΤΑ ΜΗΚΗ ΠΛΕΥΡΩΝ

Βήμα 2ο:

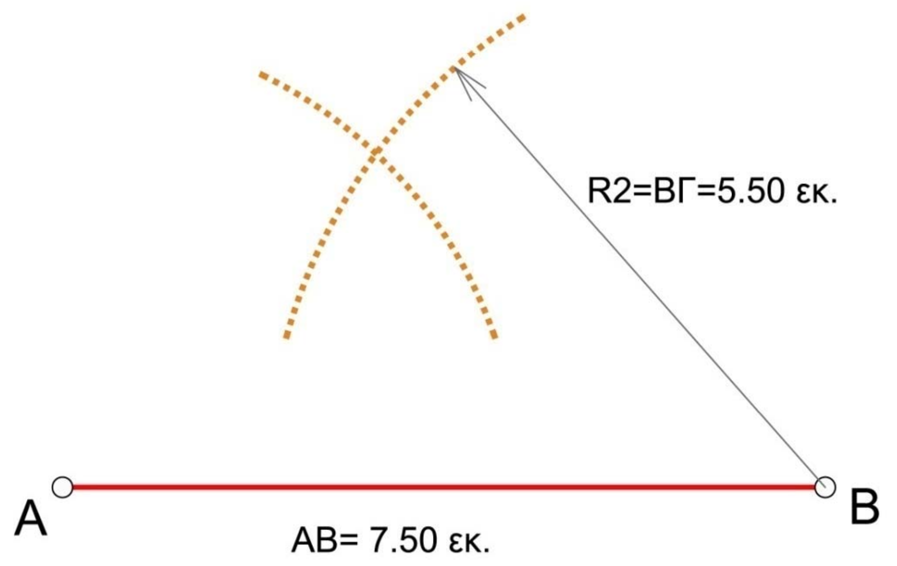
- Με κέντρο το σημείο Α και ακτίνα ίση με ΑΓ = 4,5 εκ. φέρουμε τόξο κύκλου.



ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ ΤΡΙΓΩΝΟΥ ΜΕ ΓΝΩΣΤΑ ΜΗΚΗ ΠΛΕΥΡΩΝ

Βήμα 2ο:

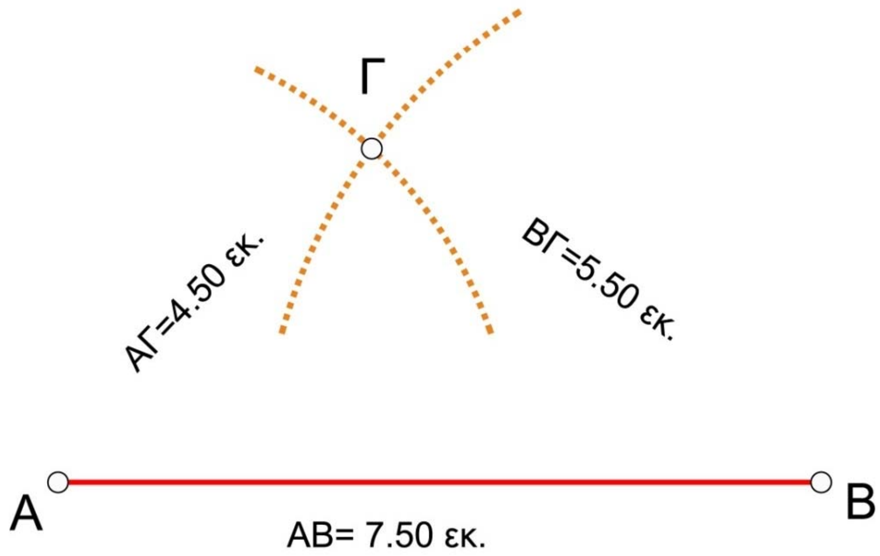
- Με κέντρο το σημείο Β και ακτίνα ίση με ΒΓ = 5,5 εκ. φέρουμε τόξο κύκλου.



ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ ΤΡΙΓΩΝΟΥ ΜΕ ΓΝΩΣΤΑ ΜΗΚΗ ΠΛΕΥΡΩΝ

Βήμα 3ο:

- Τα δυο τόξα τέμνονται στο σημείο Γ το οποίο απέχει από το Α 4,5 εκ. και από το Β 5,5 εκ.



ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ ΤΡΙΓΩΝΟΥ ΜΕ ΓΝΩΣΤΑ ΜΗΚΗ ΠΛΕΥΡΩΝ

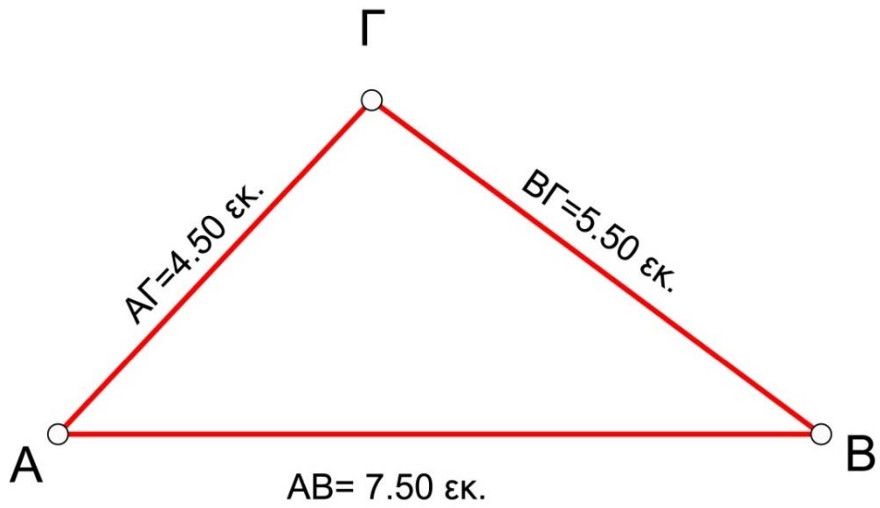
Λύση:

- Το ΑΒΓ είναι το ζητούμενο τρίγωνο.

ΑΒ= 7.50 εκ.

ΒΓ= 5.50 εκ.

ΑΓ= 4.50 εκ.



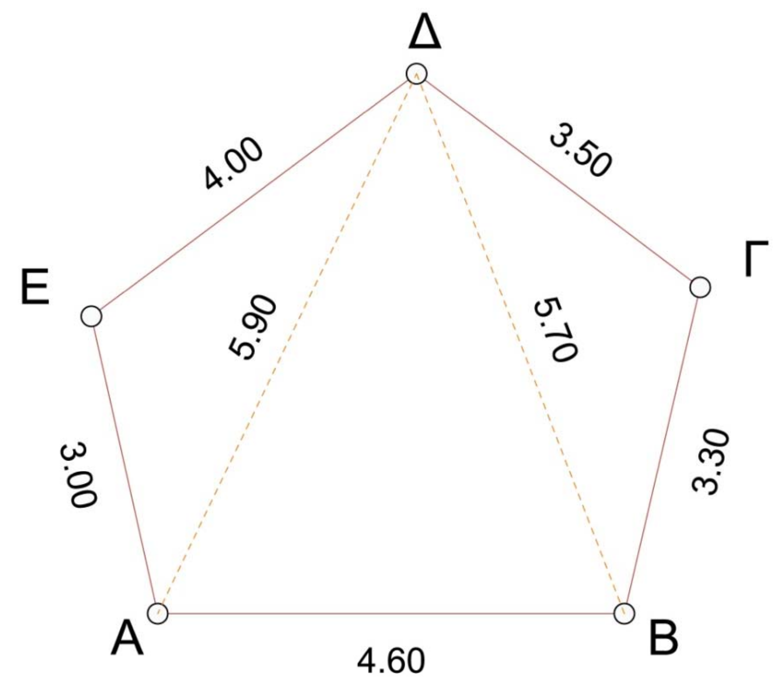
ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ ΤΡΙΓΩΝΟΥ ΜΕ ΓΝΩΣΤΑ ΜΗΚΗ ΠΛΕΥΡΩΝ

Δεδομένα:

- Δίνονται τα μήκη:
- ΑΒ= 4,60 εκ.
- ΒΓ= 3,30 εκ.
- ΓΔ= 3,50 εκ.
- ΔΕ= 4,00 εκ.
- ΕΑ= 3,00 εκ.
- ΑΔ= 5,90 εκ.
- ΒΔ= 5,70

Ζητούμενα:

- Ζητείται να κατασκευαστεί το πολύγωνο ΑΒΓΔΕΑ με τα δοσμένα μήκη πλευρών και διαγωνίων



ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ ΠΟΛΥΓΩΝΟΥ ΑΒΓΔΕ
ΜΕ ΓΝΩΣΤΕΣ ΠΛΕΥΡΕΣ ΚΑΙ ΔΙΑΓΩΝΙΟΥΣ

ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ ΠΟΛΥΓΩΝΟΥ ΜΕ ΓΝΩΣΤΕΣ ΠΛΕΥΡΕΣ ΚΑΙ ΔΙΑΓΩΝΙΟΥΣ

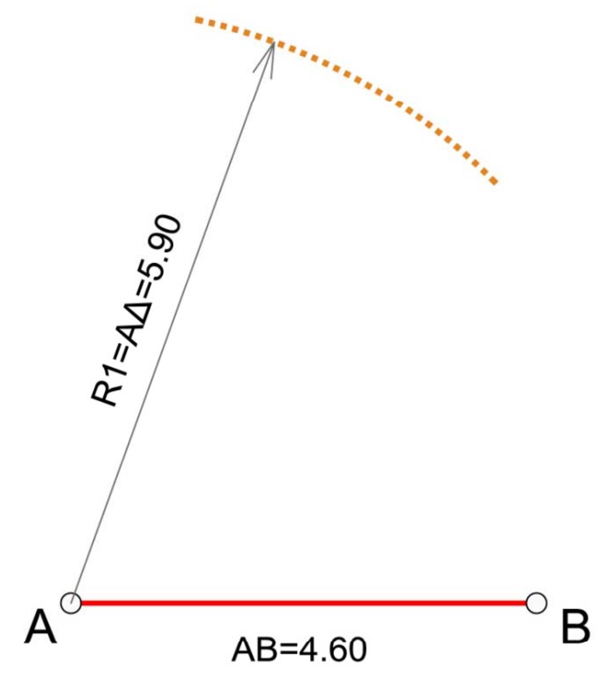
Βήμα 1ο:

- Σε ευθεία με τυχαία διεύθυνση ορίζουμε (με το διαβήτη) τμήμα ΑΒ ίσο με 4,60 εκ.

ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ ΠΟΛΥΓΩΝΟΥ ΜΕ ΓΝΩΣΤΕΣ ΠΛΕΥΡΕΣ ΚΑΙ ΔΙΑΓΩΝΙΟΥΣ

Βήμα 2ο:

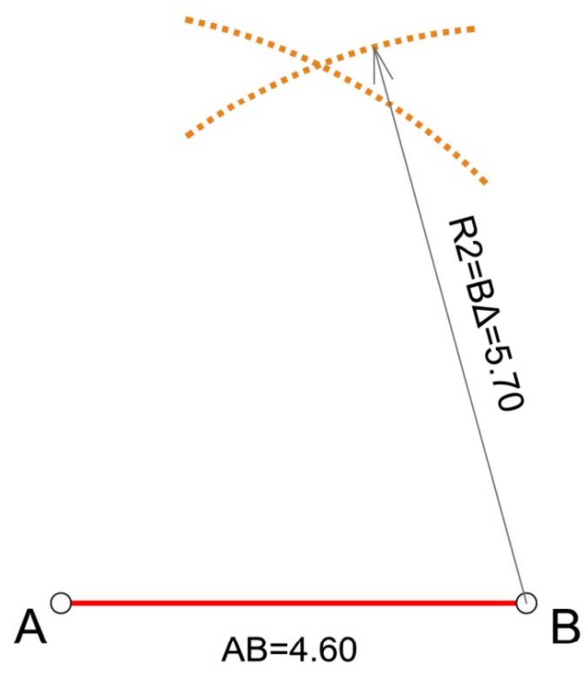
- Κατασκευή τριγώνου ΑΒΔ:
- Με κέντρο το Α και ακτίνα ΑΔ=5,90 εκ. γράφουμε τόξο κύκλου.



ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ ΠΟΛΥΓΩΝΟΥ ΜΕ ΓΝΩΣΤΕΣ ΠΛΕΥΡΕΣ ΚΑΙ ΔΙΑΓΩΝΙΟΥΣ

Βήμα 2ο:

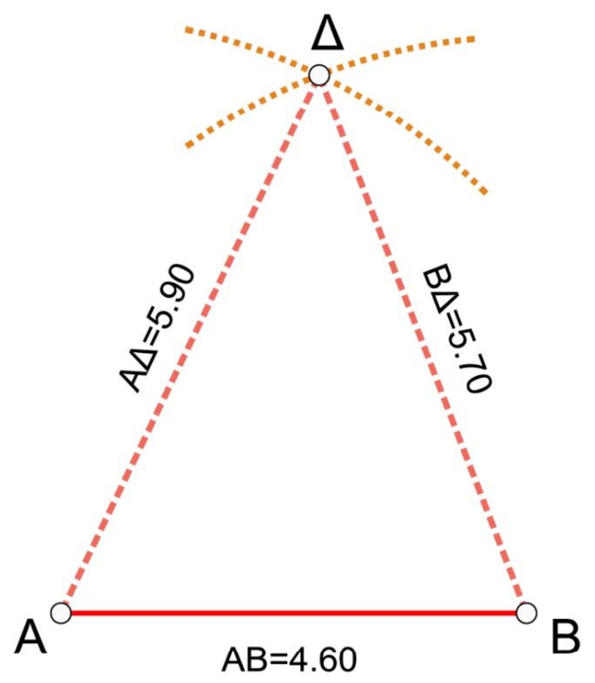
- Κατασκευή τριγώνου ΑΒΔ:
- Με κέντρο το Α και ακτίνα ΑΔ=5,90 εκ. γράφουμε τόξο κύκλου.
- Με κέντρο το Β και ακτίνα ΒΔ=5,70 εκ. γράφουμε τόξο κύκλου.



ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ ΠΟΛΥΓΩΝΟΥ ΜΕ ΓΝΩΣΤΕΣ ΠΛΕΥΡΕΣ ΚΑΙ ΔΙΑΓΩΝΙΟΥΣ

Βήμα 2ο:

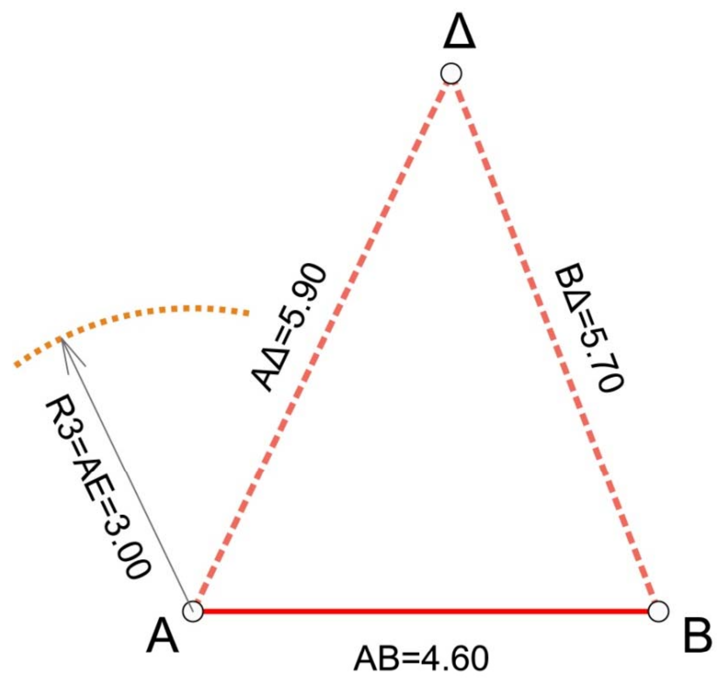
- Κατασκευή τριγώνου ΑΒΔ:
- Με κέντρο το Α και ακτίνα ΑΔ=5,90 εκ. γράφουμε τόξο κύκλου.
- Με κέντρο το Β και ακτίνα ΒΔ=5,70 εκ. γράφουμε τόξο κύκλου.
- Τα δυο τόξα τέμνονται στο σημείο Δ, που είναι μια από τις ζητούμενες κορυφές του πολυγώνου



ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ ΠΟΛΥΓΩΝΟΥ ΜΕ ΓΝΩΣΤΕΣ ΠΛΕΥΡΕΣ ΚΑΙ ΔΙΑΓΩΝΙΟΥΣ

Βήμα 3ο:

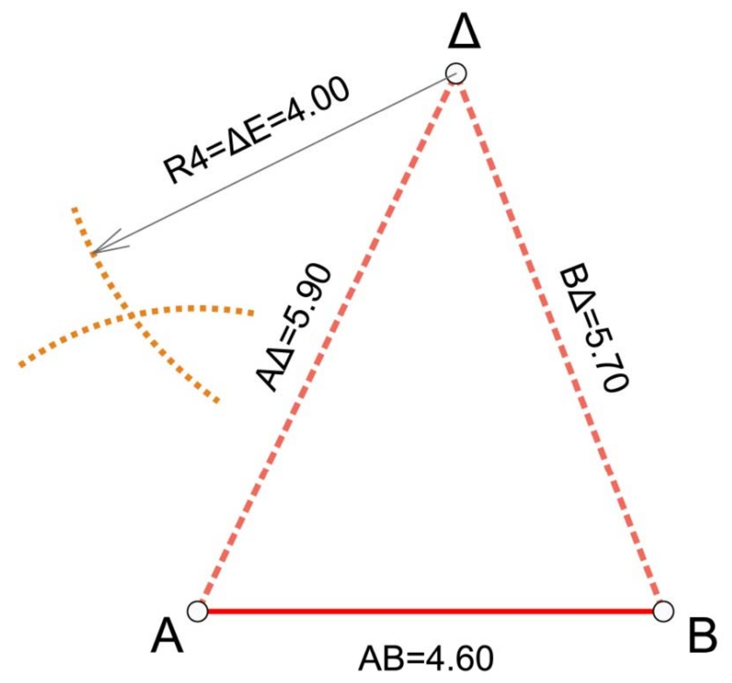
- Κατασκευή τριγώνου ΑΔΕ:
- Με κέντρο το Α και ακτίνα ΑΕ=3,00 εκ. γράφουμε τόξο κύκλου.



ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ ΠΟΛΥΓΩΝΟΥ ΜΕ ΓΝΩΣΤΕΣ ΠΛΕΥΡΕΣ ΚΑΙ ΔΙΑΓΩΝΙΟΥΣ

Βήμα 3ο:

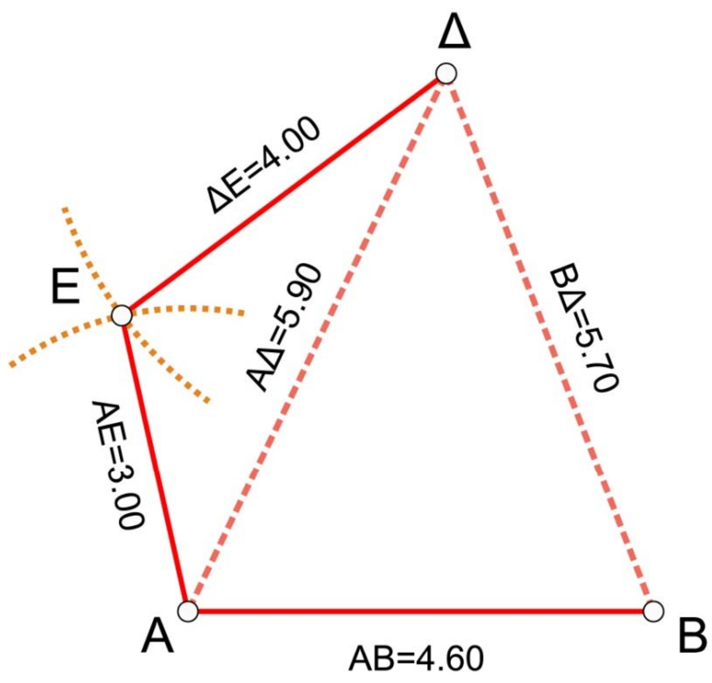
- Κατασκευή τριγώνου ΑΔΕ:
- Με κέντρο το Α και ακτίνα ΑΕ=3,00 εκ. γράφουμε τόξο κύκλου.
- Με κέντρο το Δ και ακτίνα ΔΕ=4,00 εκ. γράφουμε τόξο κύκλου.



ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ ΠΟΛΥΓΩΝΟΥ ΜΕ ΓΝΩΣΤΕΣ ΠΛΕΥΡΕΣ ΚΑΙ ΔΙΑΓΩΝΙΟΥΣ

Βήμα 3ο:

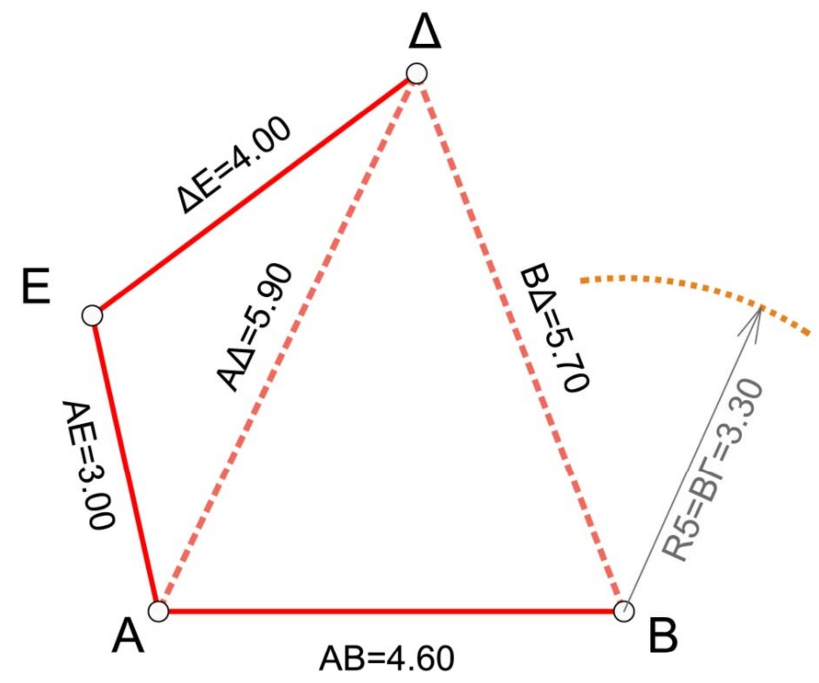
- Κατασκευή τριγώνου ΑΔΕ:
- Με κέντρο το Α και ακτίνα ΑΕ=3,00 εκ. γράφουμε τόξο κύκλου.
- Με κέντρο το Δ και ακτίνα ΔΕ=4,00 εκ. γράφουμε τόξο κύκλου.
- Τα δυο τόξα τέμνονται στο σημείο Ε, που είναι άλλη μια από τις ζητούμενες κορυφές του πολυγώνου



ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ ΠΟΛΥΓΩΝΟΥ ΜΕ ΓΝΩΣΤΕΣ ΠΛΕΥΡΕΣ ΚΑΙ ΔΙΑΓΩΝΙΟΥΣ

Βήμα 4ο:

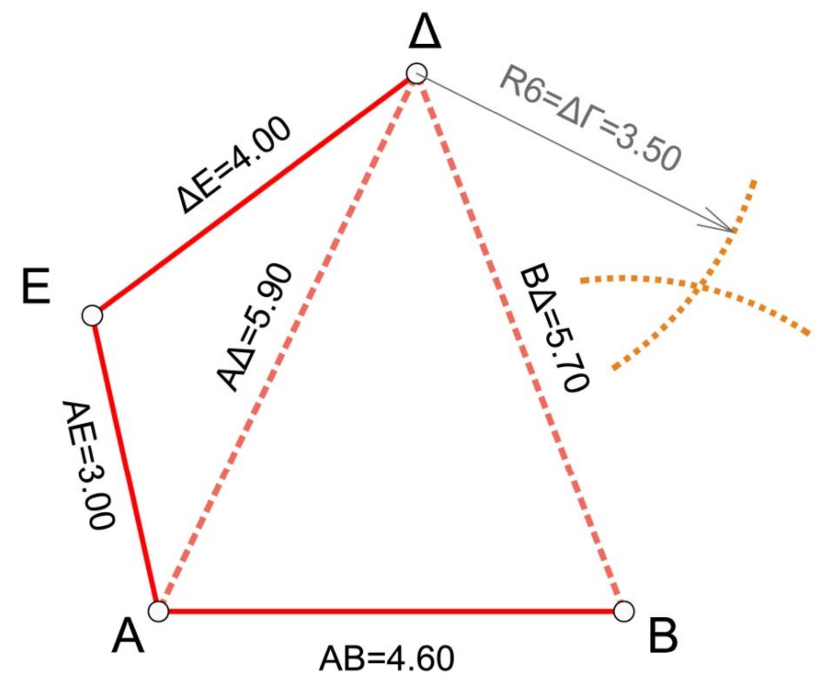
- Κατασκευή τριγώνου ΒΔΓ:
- Με κέντρο το Β και ακτίνα ΒΓ=3,30 εκ. γράφουμε τόξο κύκλου.



ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ ΠΟΛΥΓΩΝΟΥ ΜΕ ΓΝΩΣΤΕΣ ΠΛΕΥΡΕΣ ΚΑΙ ΔΙΑΓΩΝΙΟΥΣ

Βήμα 4ο:

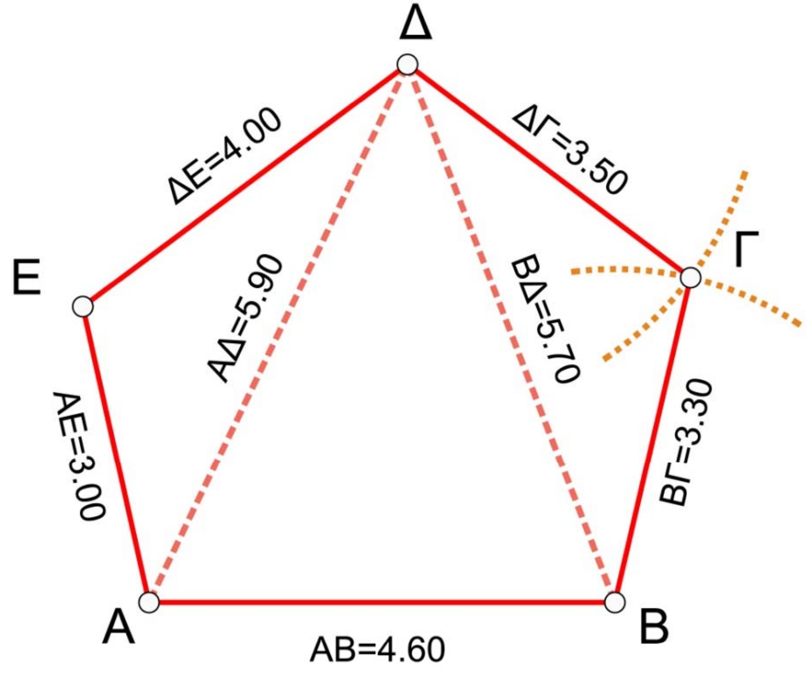
- Κατασκευή τριγώνου ΒΔΓ:
- Με κέντρο το Β και ακτίνα ΒΓ=3,30 εκ. γράφουμε τόξο κύκλου.
- Με κέντρο το Δ και ακτίνα ΔΓ=3,50 εκ. γράφουμε τόξο κύκλου.



ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ ΠΟΛΥΓΩΝΟΥ ΜΕ ΓΝΩΣΤΕΣ ΠΛΕΥΡΕΣ ΚΑΙ ΔΙΑΓΩΝΙΟΥΣ

Βήμα 3ο:

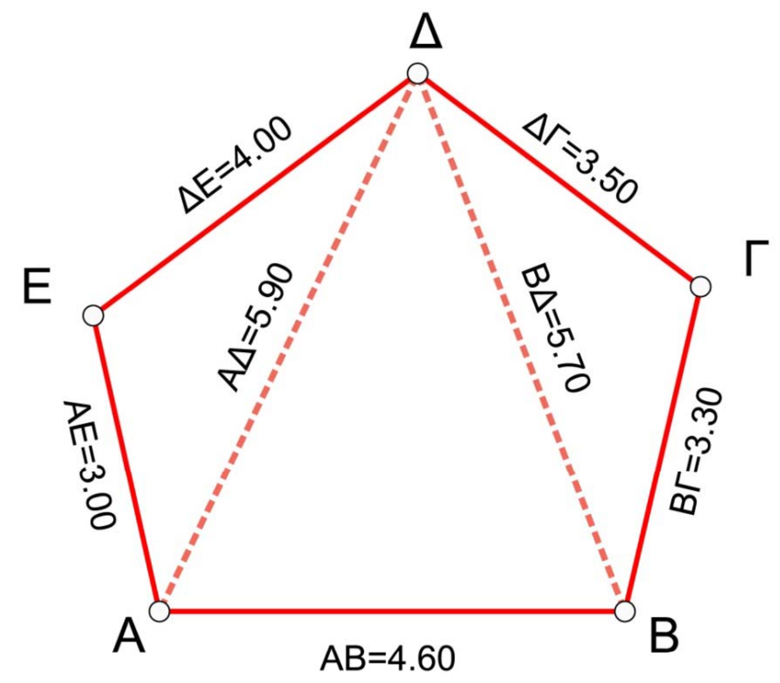
- Κατασκευή τριγώνου ΒΔΓ:
- Με κέντρο το Β και ακτίνα ΒΓ=3,30 εκ. γράφουμε τόξο κύκλου.
- Με κέντρο το Δ και ακτίνα ΔΓ=3,50 εκ. γράφουμε τόξο κύκλου.
- Τα δυο τόξα τέμνονται στο σημείο Γ, που είναι η τελευταία από τις ζητούμενες κορυφές του πολυγώνου



ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ ΠΟΛΥΓΩΝΟΥ ΜΕ ΓΝΩΣΤΕΣ ΠΛΕΥΡΕΣ ΚΑΙ ΔΙΑΓΩΝΙΟΥΣ

Λύση:

- Το πολύγωνο ΑΒΓΔΕΑ είναι το ζητούμενο πολύγωνο



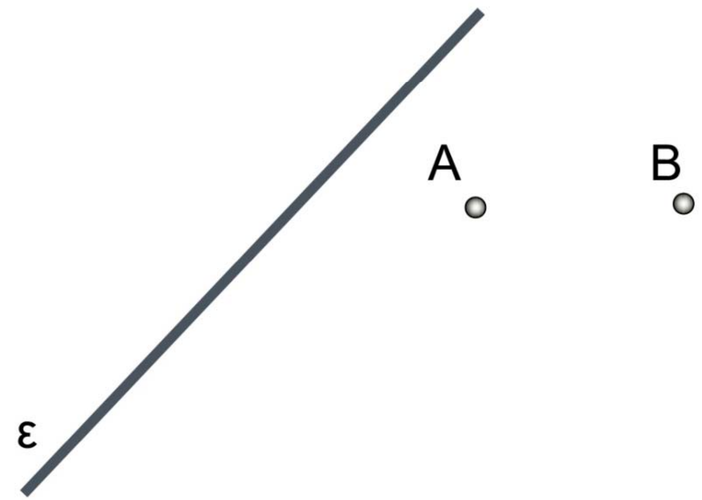
ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ ΠΟΛΥΓΩΝΟΥ ΜΕ ΓΝΩΣΤΕΣ ΠΛΕΥΡΕΣ ΚΑΙ ΔΙΑΓΩΝΙΟΥΣ

Δεδομένα:

- Δίνεται η ευθεία ε και τα σημεία Α και Β, κείμενα εκτός ευθείας

Ζητούμενα:

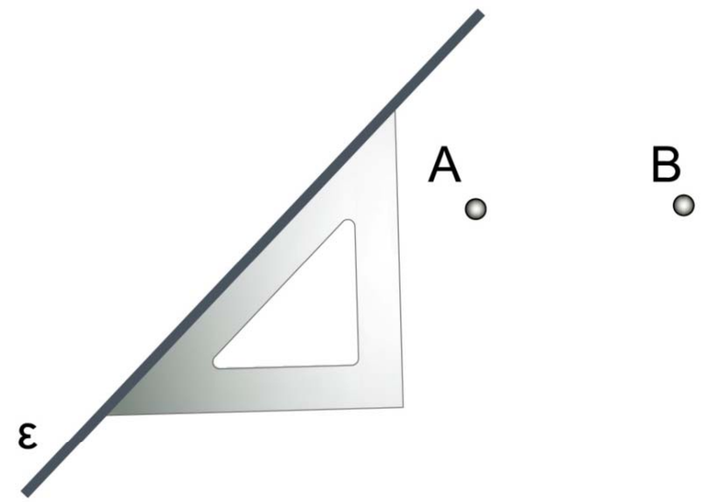
- Να κατασκευαστούν παράλληλες προς την ε, διερχόμενες από τα Α και Β



ΕΥΘΕΙΕΣ ΠΑΡΑΛΛΗΛΕΣ ΠΡΟΣ ΔΟΘΕΙΣΑ ΕΥΘΕΙΑ, ΔΙΕΡΧΟΜΕΝΕΣ ΑΠΟ ΔΟΣΜΕΝΑ ΣΗΜΕΙΑ

Βήμα 1^{ο}:

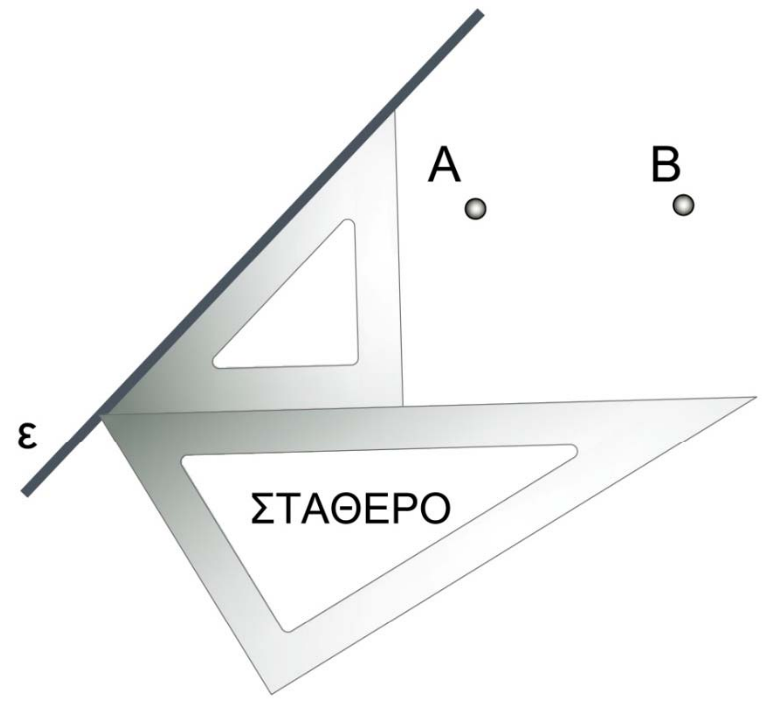
- Προσαρμόζουμε τη μια πλευρά ενός τριγώνου στην ευθεία ε.



ΕΥΘΕΙΕΣ ΠΑΡΑΛΛΗΛΕΣ ΠΡΟΣ ΔΟΘΕΙΣΑ ΕΥΘΕΙΑ, ΔΙΕΡΧΟΜΕΝΕΣ ΑΠΟ ΔΟΣΜΕΝΑ ΣΗΜΕΙΑ

Βήμα 2ο:

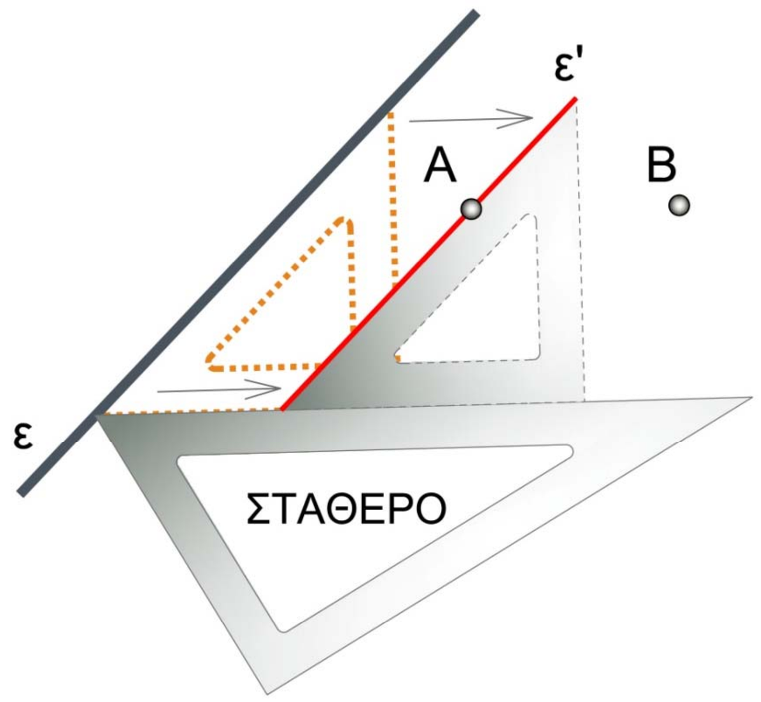
- Προσαρμόζουμε τη μια πλευρά ενός τριγώνου στην ευθεία ε.
- Προσαρμόζουμε τη μια πλευρά δεύτερου τριγώνου σε μια από τις ελεύθερες πλευρές του πρώτου
- Κρατούμε το δεύτερο τρίγωνο σταθερό.



ΕΥΘΕΙΕΣ ΠΑΡΑΛΛΗΛΕΣ ΠΡΟΣ ΔΟΘΕΙΣΑ ΕΥΘΕΙΑ, ΔΙΕΡΧΟΜΕΝΕΣ ΑΠΟ ΔΟΣΜΕΝΑ ΣΗΜΕΙΑ

Βήμα 3ο:

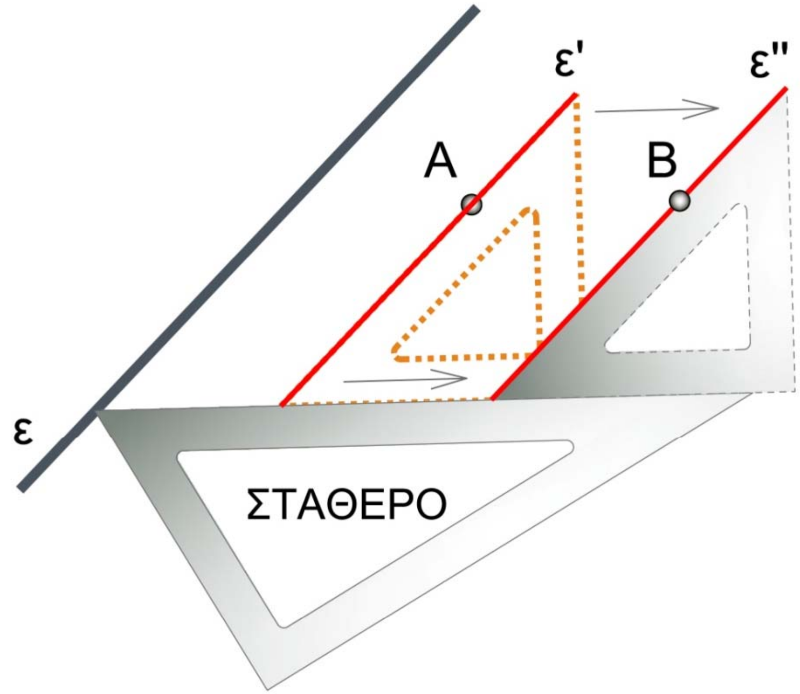
- Ολισθαίνουμε το πρώτο τρίγωνο κρατώντας το δεύτερο σταθερό, μέχρι η πλευρά η παράλληλη προς την ε να περάσει από το σημείο Α.
- Κρατούμε σταθερά και τα δυο τρίγωνα και σχεδιάζουμε την πρώτη γραμμή ε΄.



ΕΥΘΕΙΕΣ ΠΑΡΑΛΛΗΛΕΣ ΠΡΟΣ ΔΟΘΕΙΣΑ ΕΥΘΕΙΑ, ΔΙΕΡΧΟΜΕΝΕΣ ΑΠΟ ΔΟΣΜΕΝΑ ΣΗΜΕΙΑ

Βήμα 4ο:

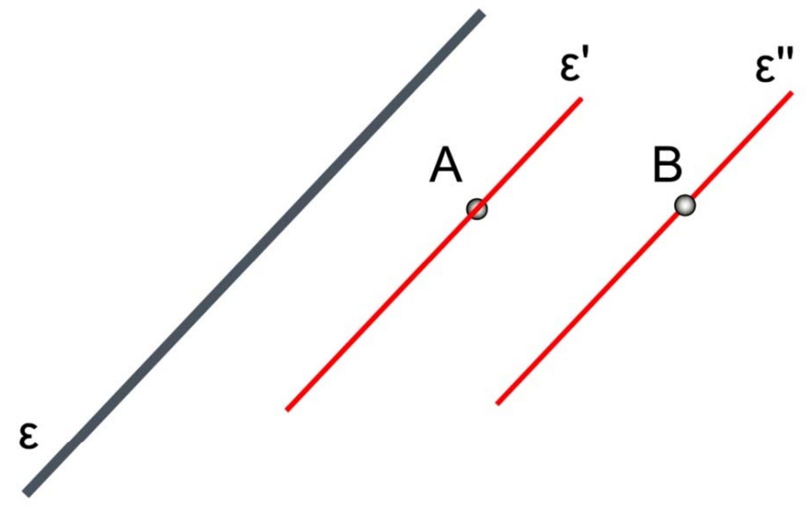
- Ολισθαίνουμε ξανά το πρώτο τρίγωνο κρατώντας το δεύτερο σταθερό, μέχρι η πλευρά η παράλληλη προς την ε να περάσει από το σημείο Β.
- Κρατούμε σταθερά και τα δυο τρίγωνα και σχεδιάζουμε την δεύτερη γραμμή ε¨.



ΕΥΘΕΙΕΣ ΠΑΡΑΛΛΗΛΕΣ ΠΡΟΣ ΔΟΘΕΙΣΑ ΕΥΘΕΙΑ, ΔΙΕΡΧΟΜΕΝΕΣ ΑΠΟ ΔΟΣΜΕΝΑ ΣΗΜΕΙΑ

Αποτέλεσμα:

- Οι ευθείες ε' και ε'' είναι παράλληλες προς την ε.



ΕΥΘΕΙΕΣ ΠΑΡΑΛΛΗΛΕΣ ΠΡΟΣ ΔΟΘΕΙΣΑ ΕΥΘΕΙΑ, ΔΙΕΡΧΟΜΕΝΕΣ ΑΠΟ ΔΟΣΜΕΝΑ ΣΗΜΕΙΑ

Δεδομένα:

- Δίνεται το ευθύγραμμο τμήμα ΑΒ.

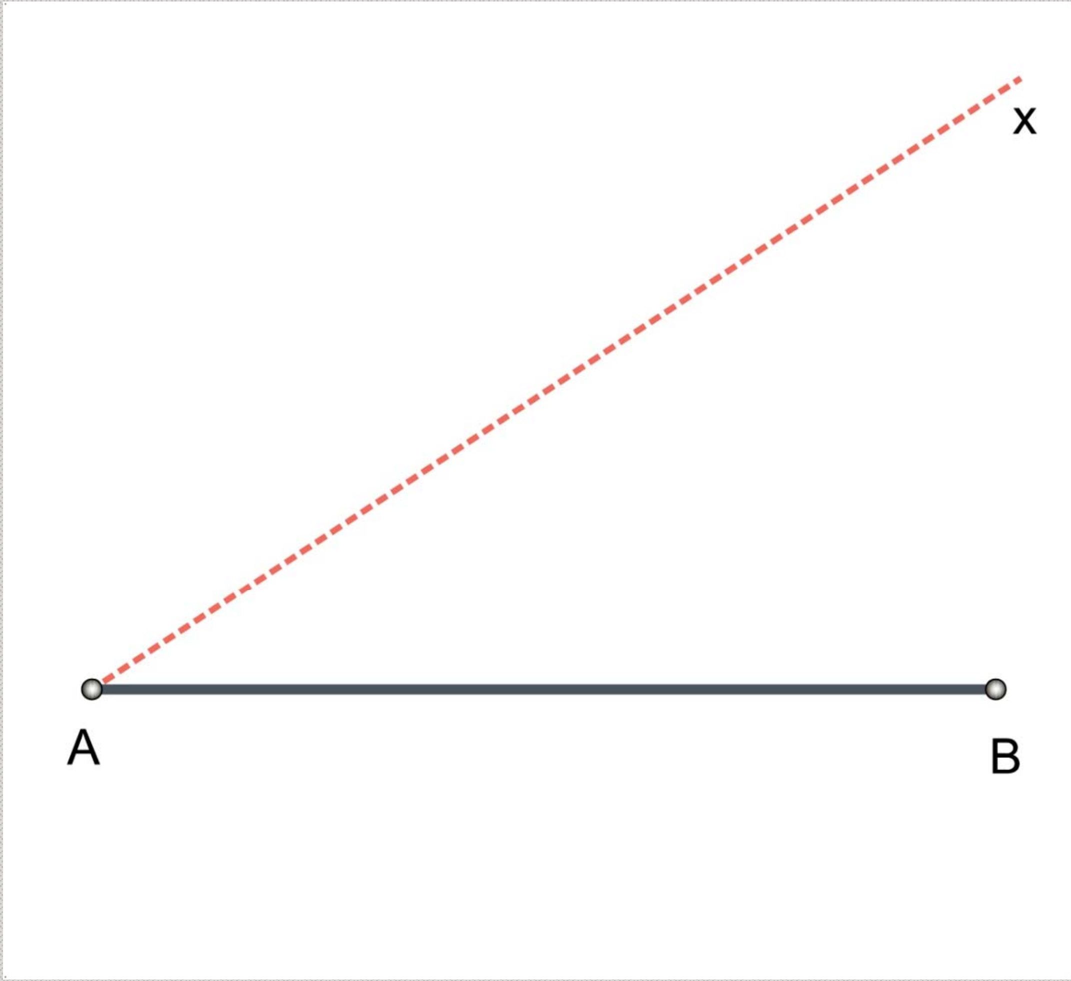
Ζητούμενα:

- Να διαιρεθεί σε πέντε ίσα μέρη.

ΔΙΑΙΡΕΣΗ ΕΥΘΥΓΡΑΜΜΟΥ ΤΜΗΜΑΤΟΣ ΣΕ ΙΣΑ ΜΕΡΗ

Βήμα 1ο:

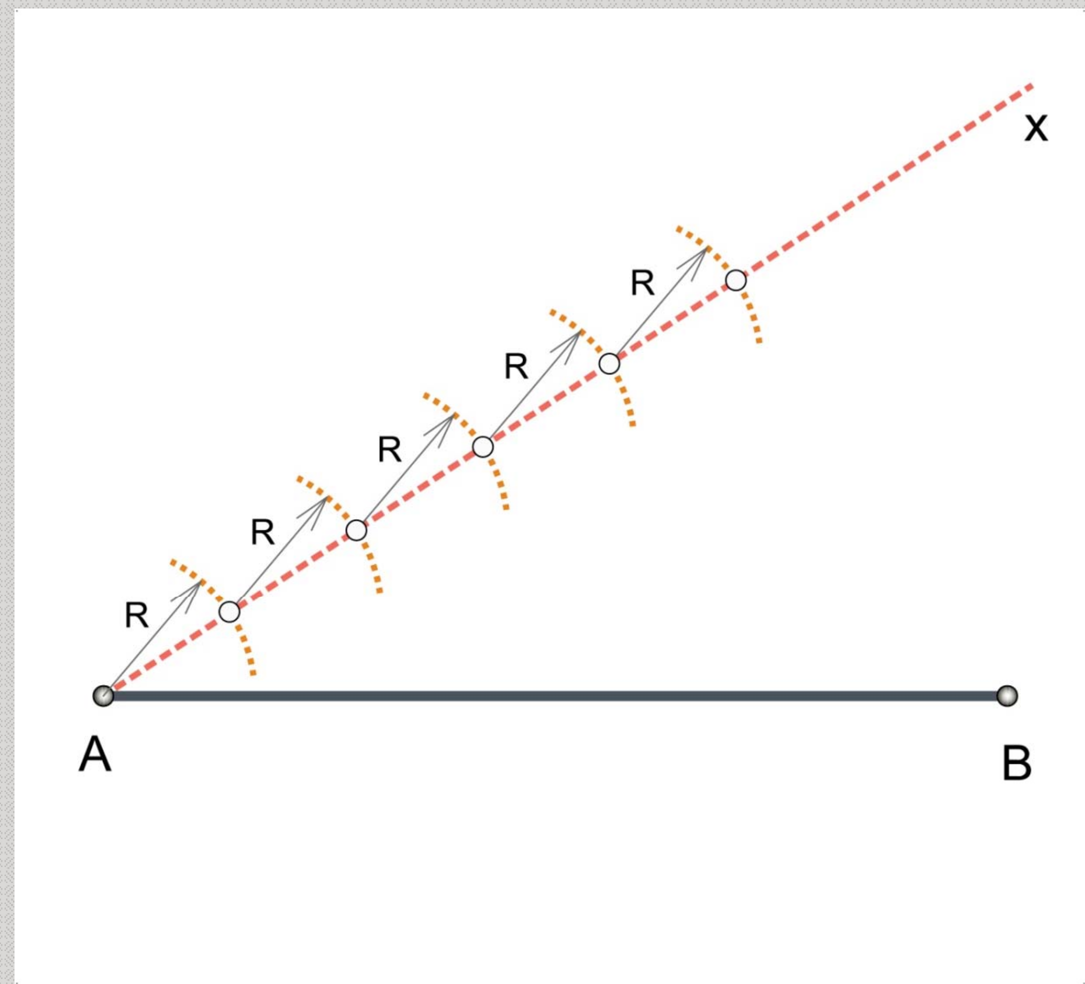
- Φέρουμε την ημιευθεία Αx σε τυχαία θέση



ΔΙΑΙΡΕΣΗ ΕΥΘΥΓΡΑΜΜΟΥ ΤΜΗΜΑΤΟΣ ΣΕ ΙΣΑ ΜΕΡΗ

Βήμα 2ο:

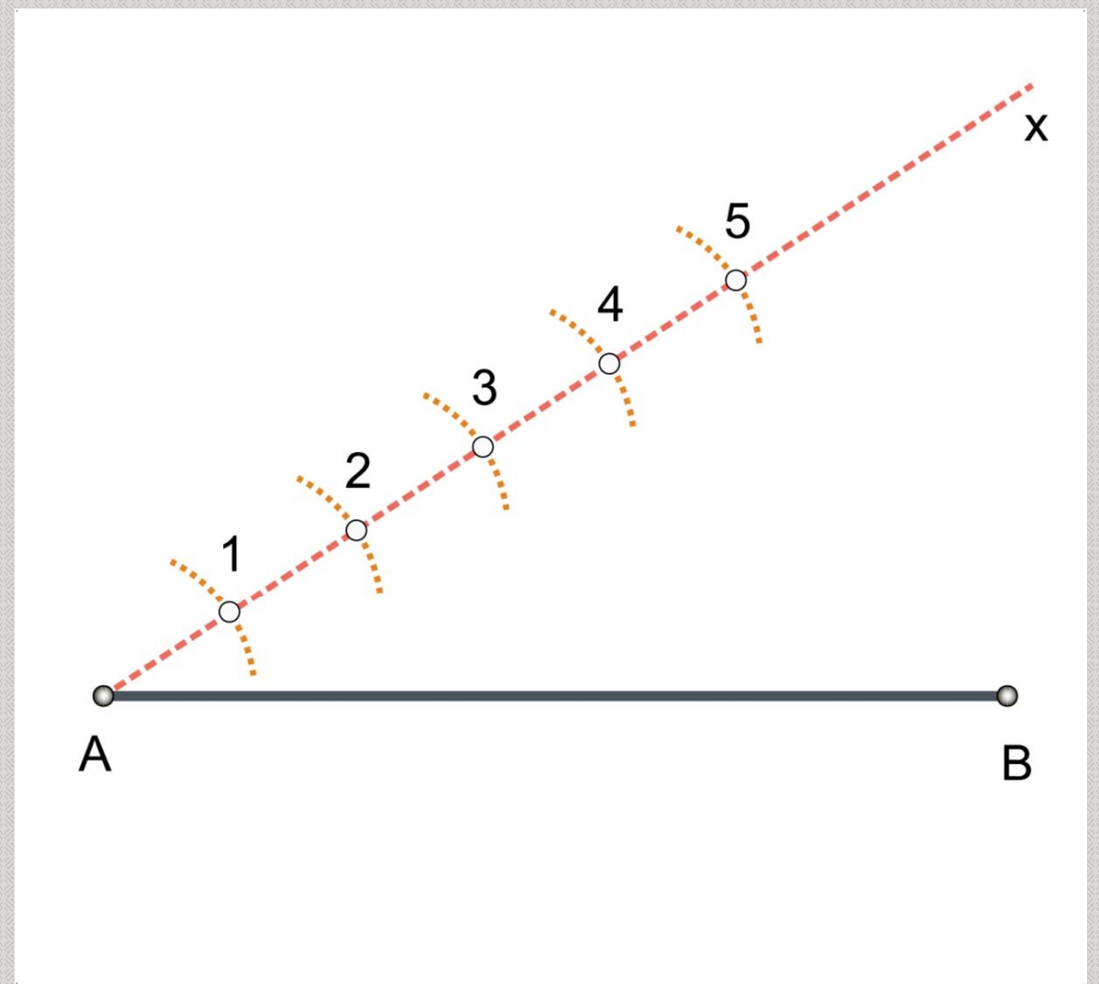
- Πάνω στην ημιευθεία Αx ορίζουμε με το διαβήτη πέντε ίσα ευθύγραμμα τμήματα **τυχαίου μήκους R1.**



ΔΙΑΙΡΕΣΗ ΕΥΘΥΓΡΑΜΜΟΥ ΤΜΗΜΑΤΟΣ ΣΕ ΙΣΑ ΜΕΡΗ

Βήμα 3ο:

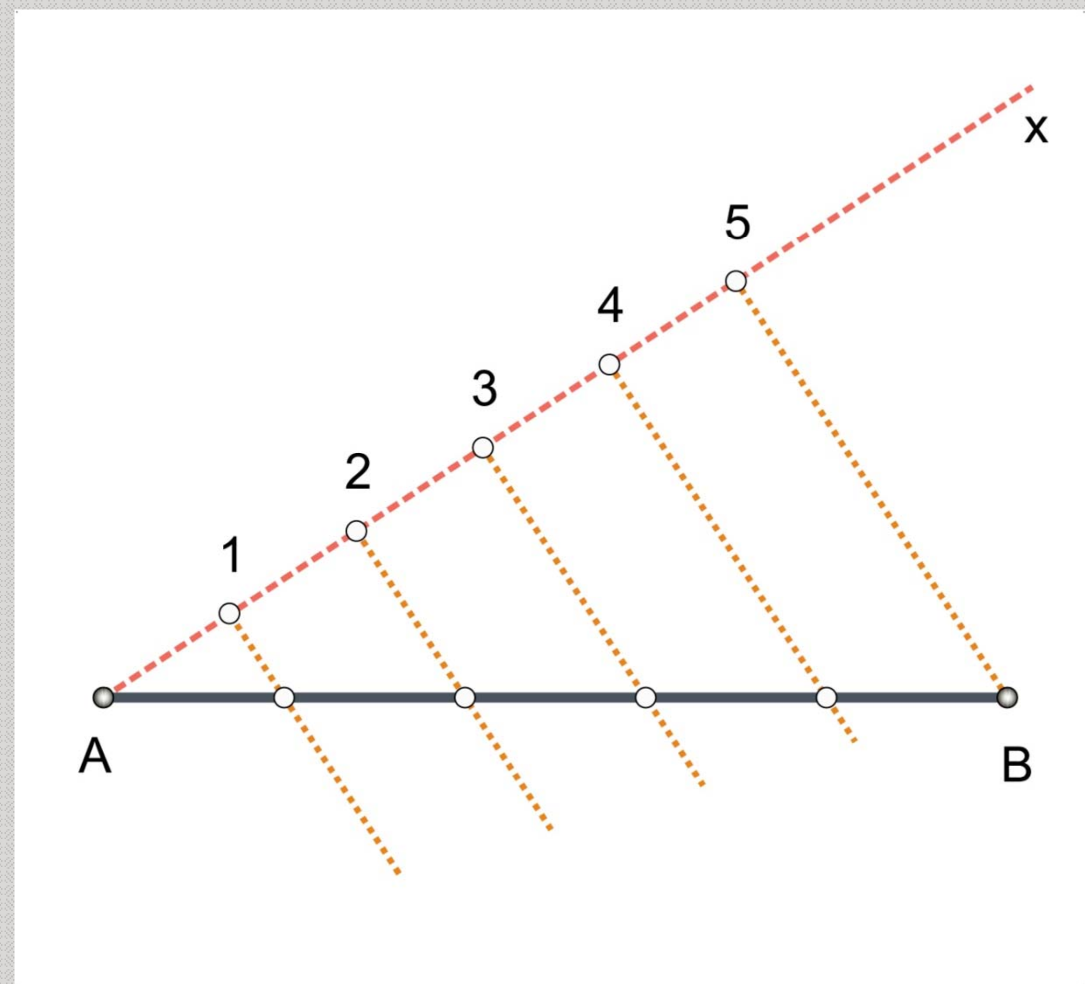
- Ορίζονται τα σημεία 1, 2, 3, 4, 5.
- Τα ευθύγραμμα τμήματα Α1, 12, 23, 34, 45 είναι ίσα μεταξύ τους.



ΔΙΑΙΡΕΣΗ ΕΥΘΥΓΡΑΜΜΟΥ ΤΜΗΜΑΤΟΣ ΣΕ ΙΣΑ ΜΕΡΗ

Βήμα 4ο:

- Φέρουμε το ευθύγραμμο τμήμα 5Β.
- Φέρουμε παράλληλες (χρησιμοποιώντας δυο τρίγωνα) προς την 5Β, που να διέρχονται από τα σημεία 4, 3, 2, 1.



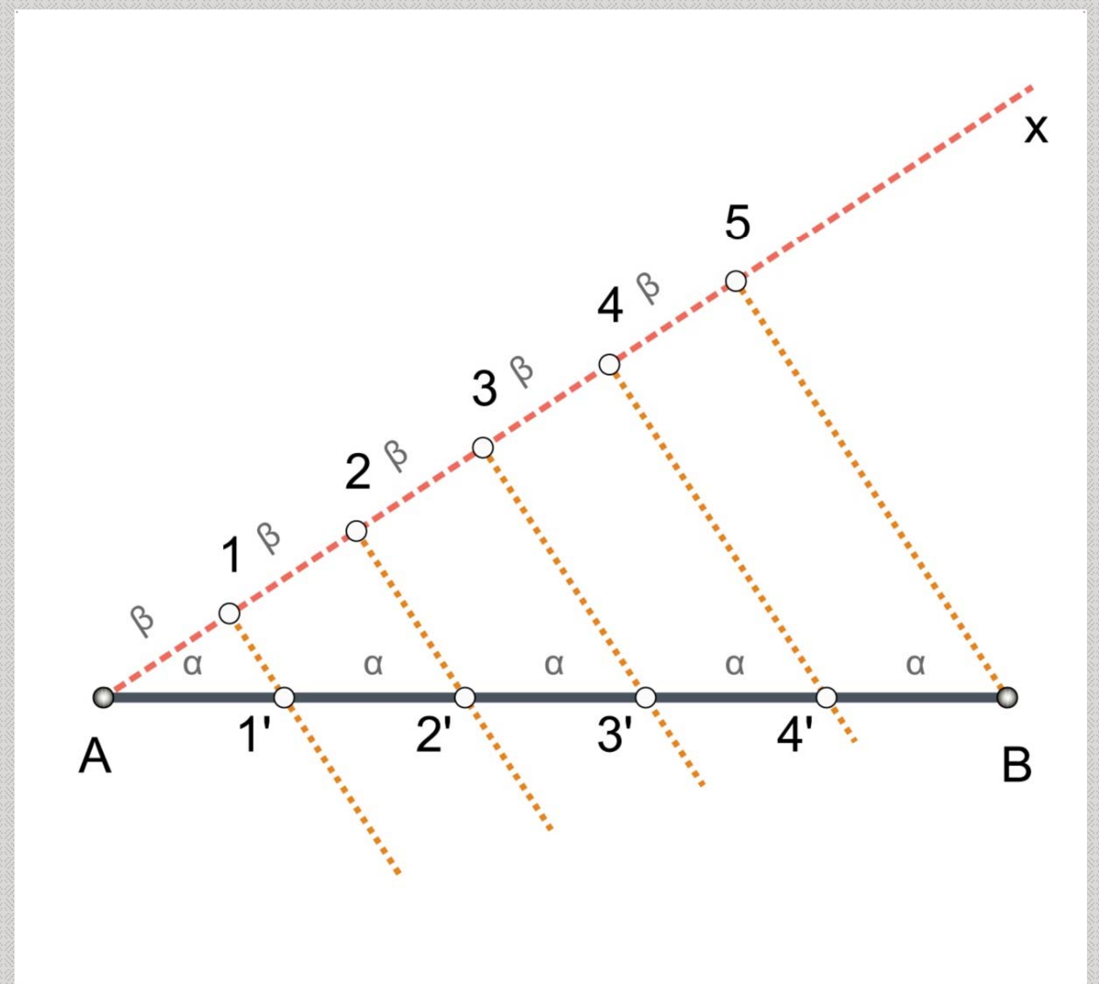
ΔΙΑΙΡΕΣΗ ΕΥΘΥΓΡΑΜΜΟΥ ΤΜΗΜΑΤΟΣ ΣΕ ΙΣΑ ΜΕΡΗ

Βήμα 5ο:

- Ορίζονται τα σημεία 1΄, 2΄, 3΄, 4΄.
- Τα τμήματα Α1΄,1΄2΄, 2΄3΄, 3΄4΄, 4΄Β, είναι ίσα μεταξύ τους.

Απόδειξη

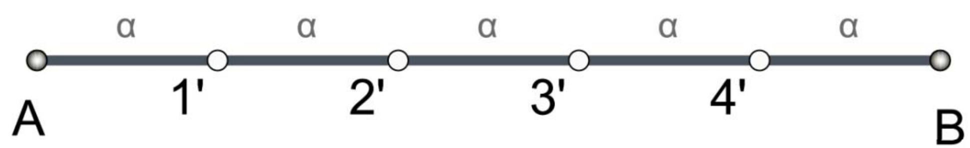
- Οι ΑΒ και Αx αποτελούν δέσμη ευθειών που τέμνονται από παράλληλες ευθείες.
- Σύμφωνα με το θεώρημα του Θαλή:
- Α1:12=Α1΄:1’2΄ ή β:β = α:α
- Ομοίως για τα υπόλοιπα τμήματα
- Ο.Ε.Δ.



ΔΙΑΙΡΕΣΗ ΕΥΘΥΓΡΑΜΜΟΥ ΤΜΗΜΑΤΟΣ ΣΕ ΙΣΑ ΜΕΡΗ

Αποτέλεσμα

- Το ευθύγραμμο τμήμα ΑΒ έχει διαιρεθεί σε πέντε ίσα μέρη.



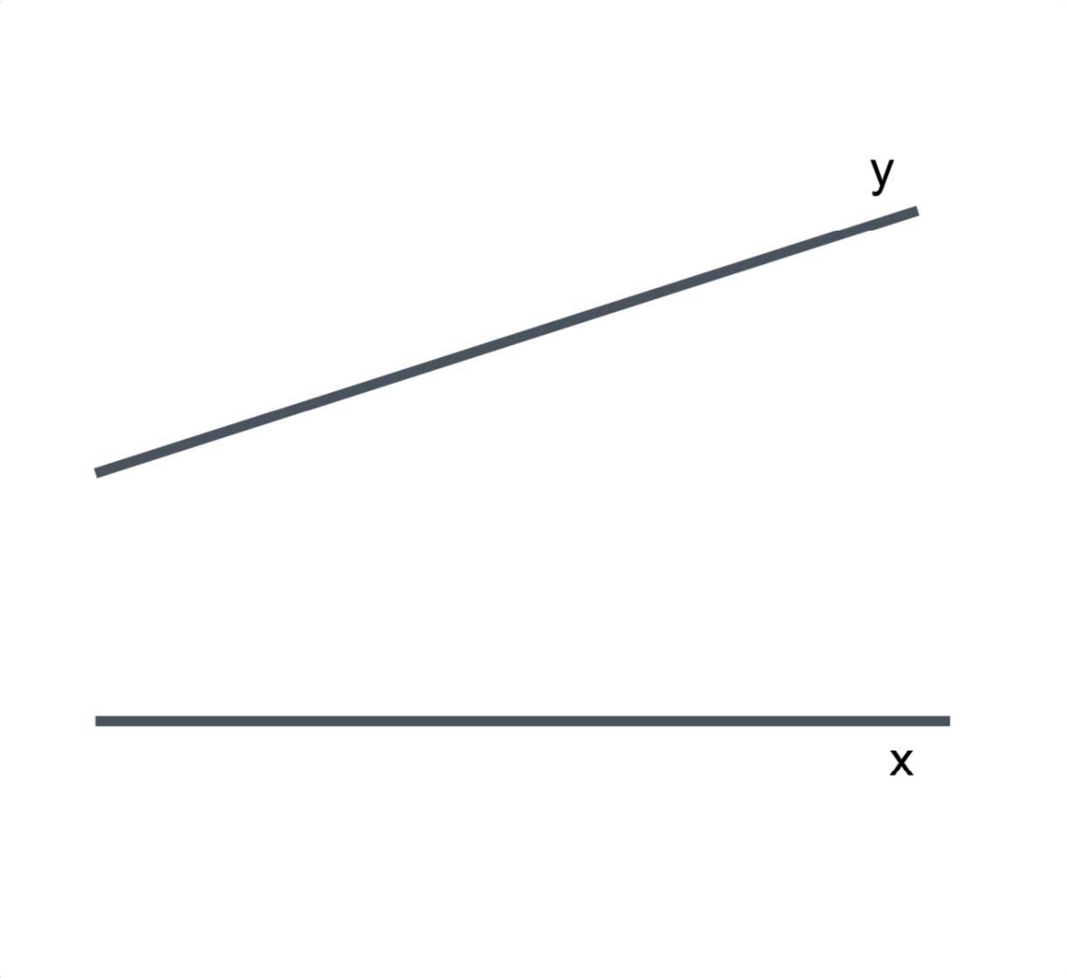
ΔΙΑΙΡΕΣΗ ΕΥΘΥΓΡΑΜΜΟΥ ΤΜΗΜΑΤΟΣ ΣΕ ΙΣΑ ΜΕΡΗ

Δεδομένα:

- Δίνονται οι τεμνόμενες ευθείες x,y
  με σημείο τομής έξω από τη σχεδιαστική περιοχή.

Ζητούμενα:

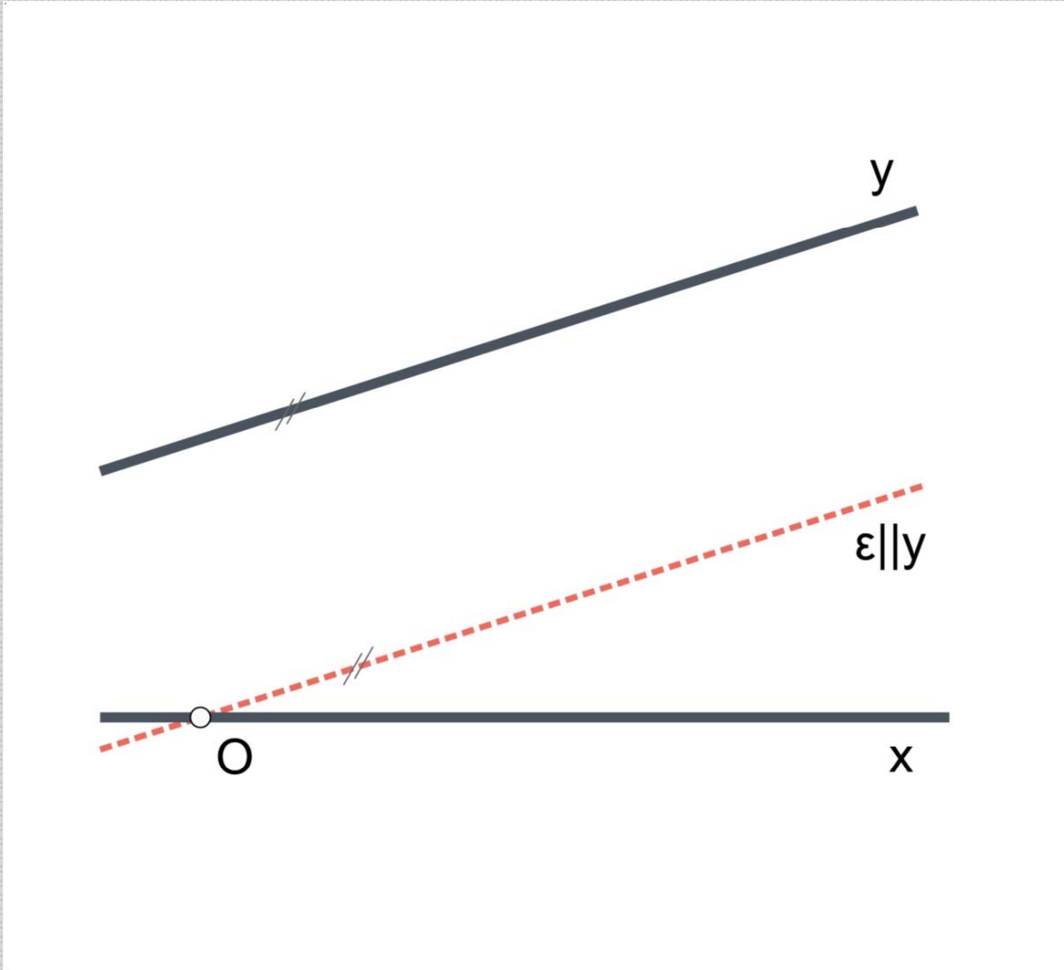
- Να κατασκευαστεί η διχοτόμος της γωνίας των x και y.



ΔΙΧΟΤΟΜΟΣ ΓΩΝΙΑΣ ΜΕ ΚΟΡΥΦΗ ΕΚΤΟΣ ΣΧΕΔΙΟΥ

Βήμα 1ο:

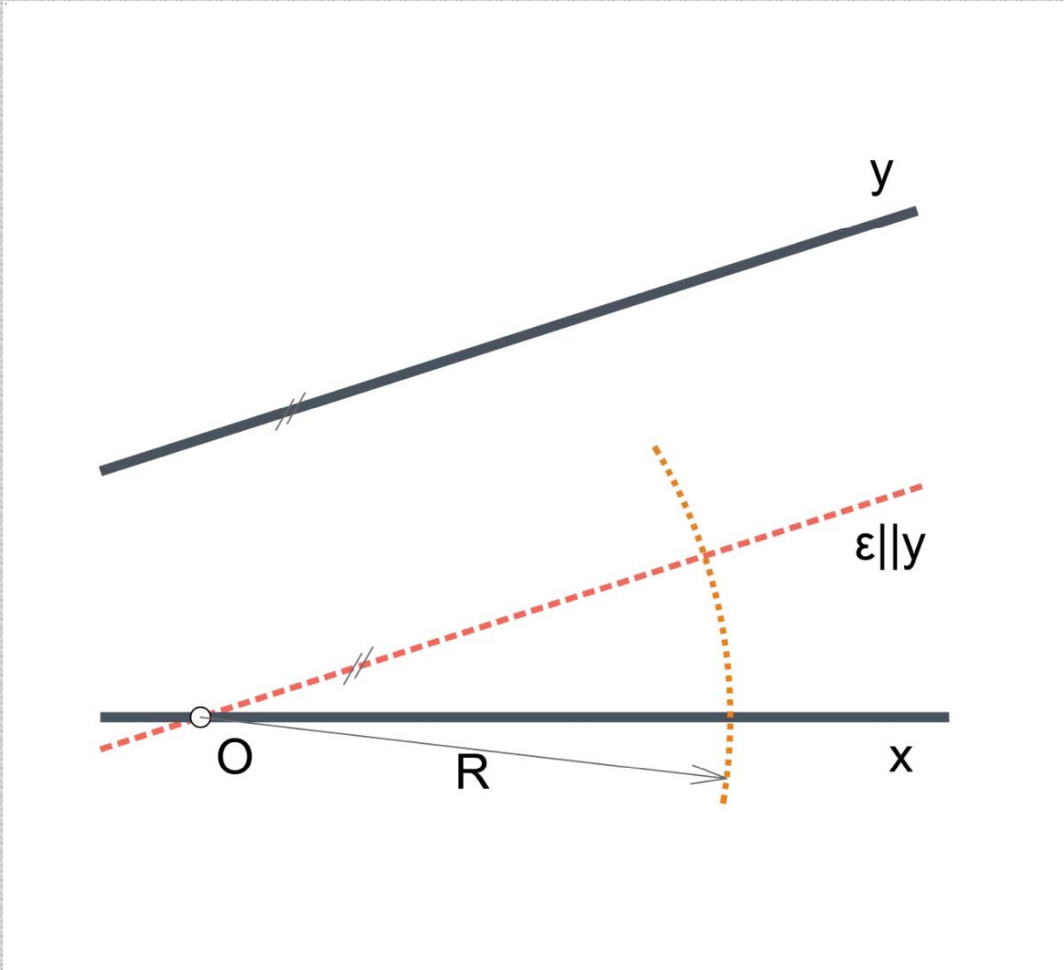
- Από τυχαίο σημείο Ο της x φέρουμε την ε παράλληλη προς την y.
- (Η παράλληλη κατασκευάζεται με χρήση δυο τριγώνων)



ΔΙΧΟΤΟΜΟΣ ΓΩΝΙΑΣ ΜΕ ΚΟΡΥΦΗ ΕΚΤΟΣ ΣΧΕΔΙΟΥ

Βήμα 2ο:

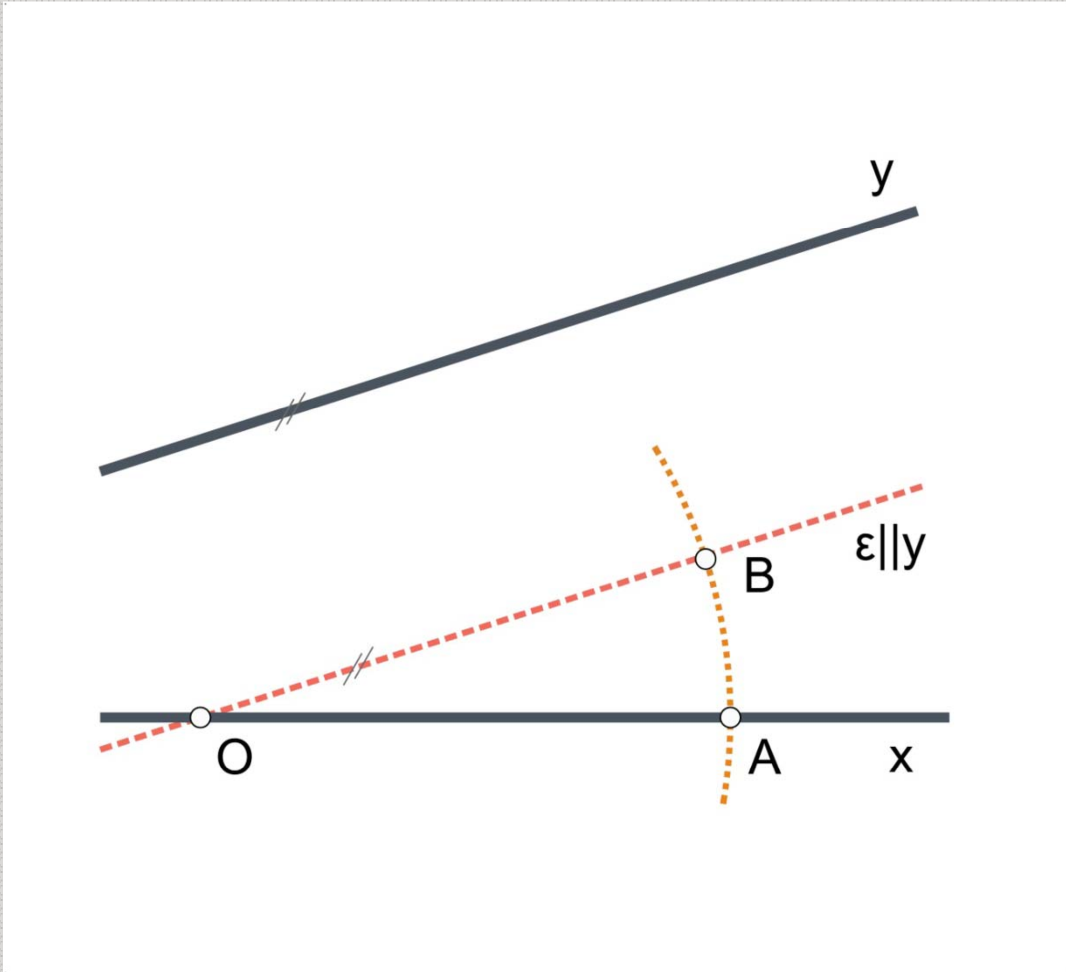
- Με κέντρο το O και τυχαία ακτίνα R φέρουμε τόξο που τέμνει την ε και τη x.



ΔΙΧΟΤΟΜΟΣ ΓΩΝΙΑΣ ΜΕ ΚΟΡΥΦΗ ΕΚΤΟΣ ΣΧΕΔΙΟΥ

Βήμα 3ο:

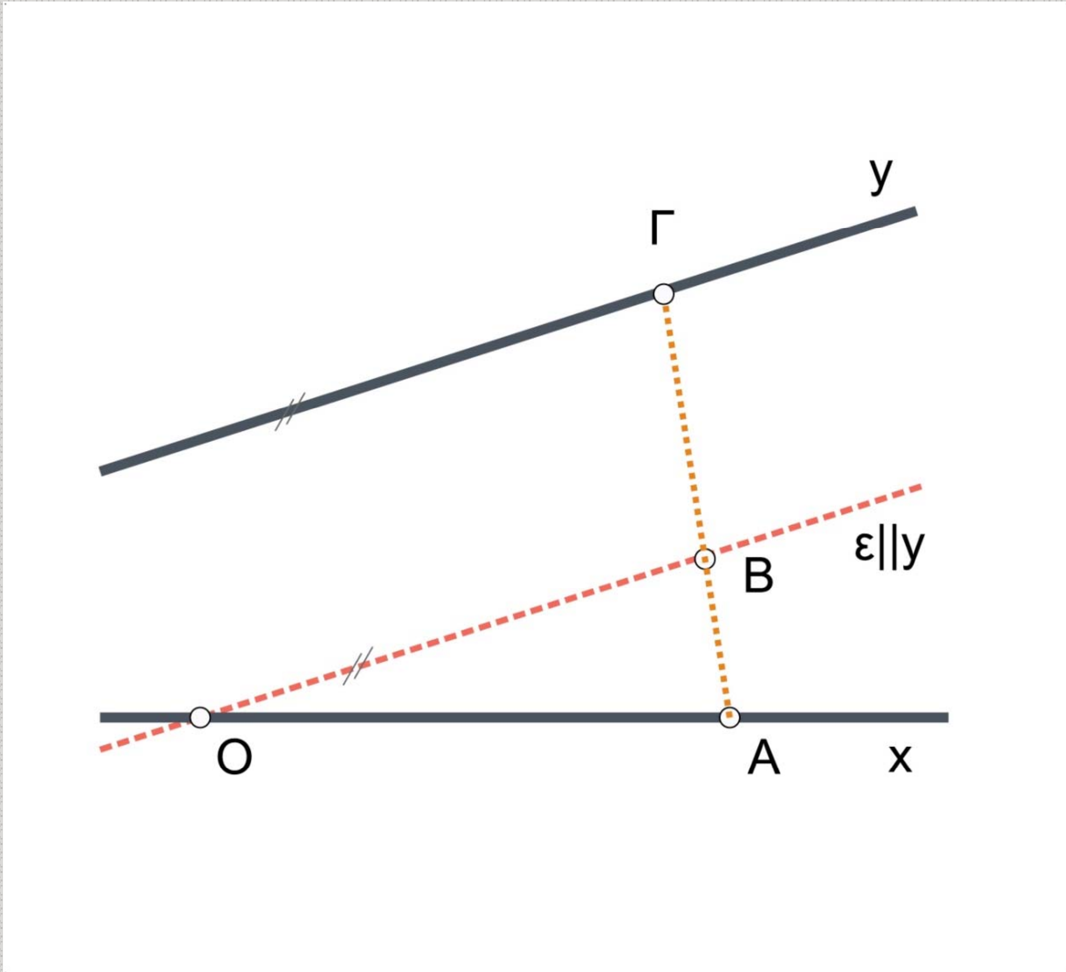
- Το τόξο τέμνει τις ευθείες ε και x στα σημεία Α και Β.



ΔΙΧΟΤΟΜΟΣ ΓΩΝΙΑΣ ΜΕ ΚΟΡΥΦΗ ΕΚΤΟΣ ΣΧΕΔΙΟΥ

Βήμα 4^{ο}:

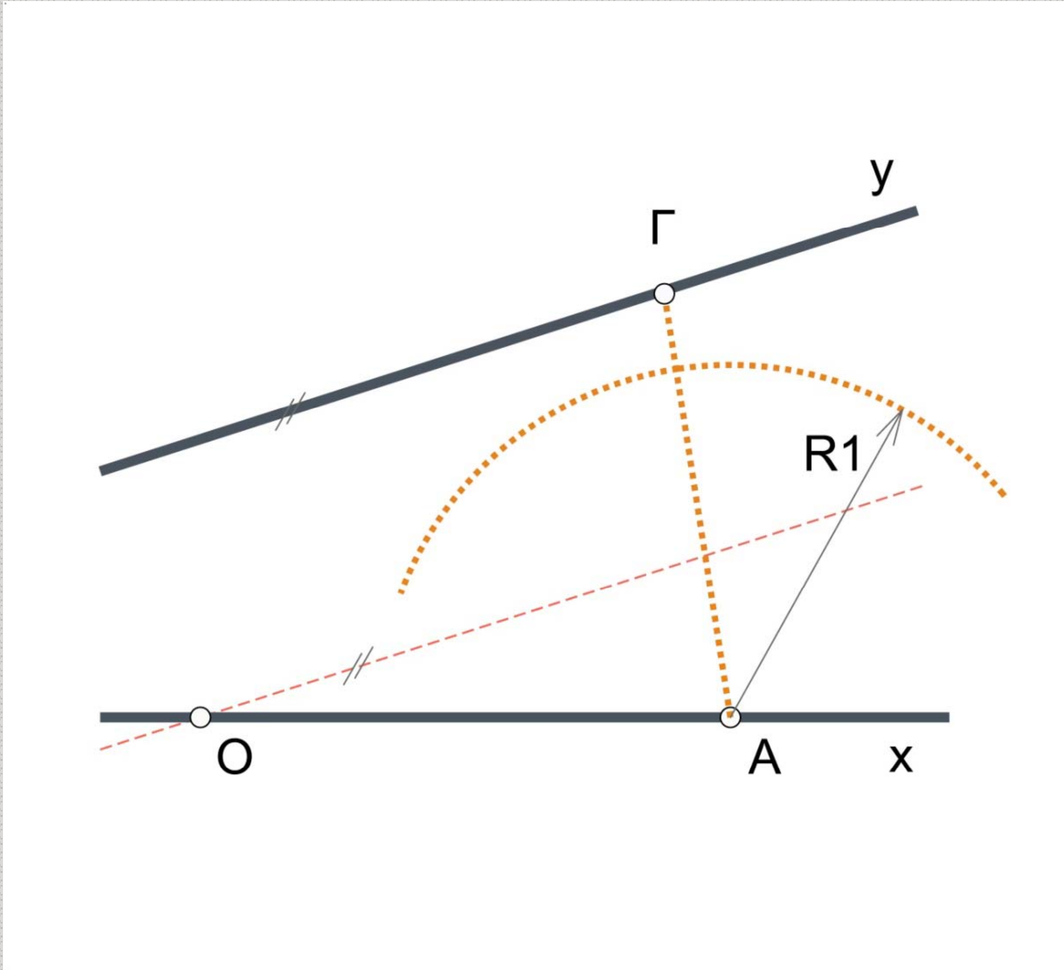
- Φέρουμε το ευθύγραμμο τμήμα ΑΒ και το προεκτείνουμε μέχρι να τμήσει την y, στο σημείο Γ.



ΔΙΧΟΤΟΜΟΣ ΓΩΝΙΑΣ ΜΕ ΚΟΡΥΦΗ ΕΚΤΟΣ ΣΧΕΔΙΟΥ

Βήμα 5^{ο}:

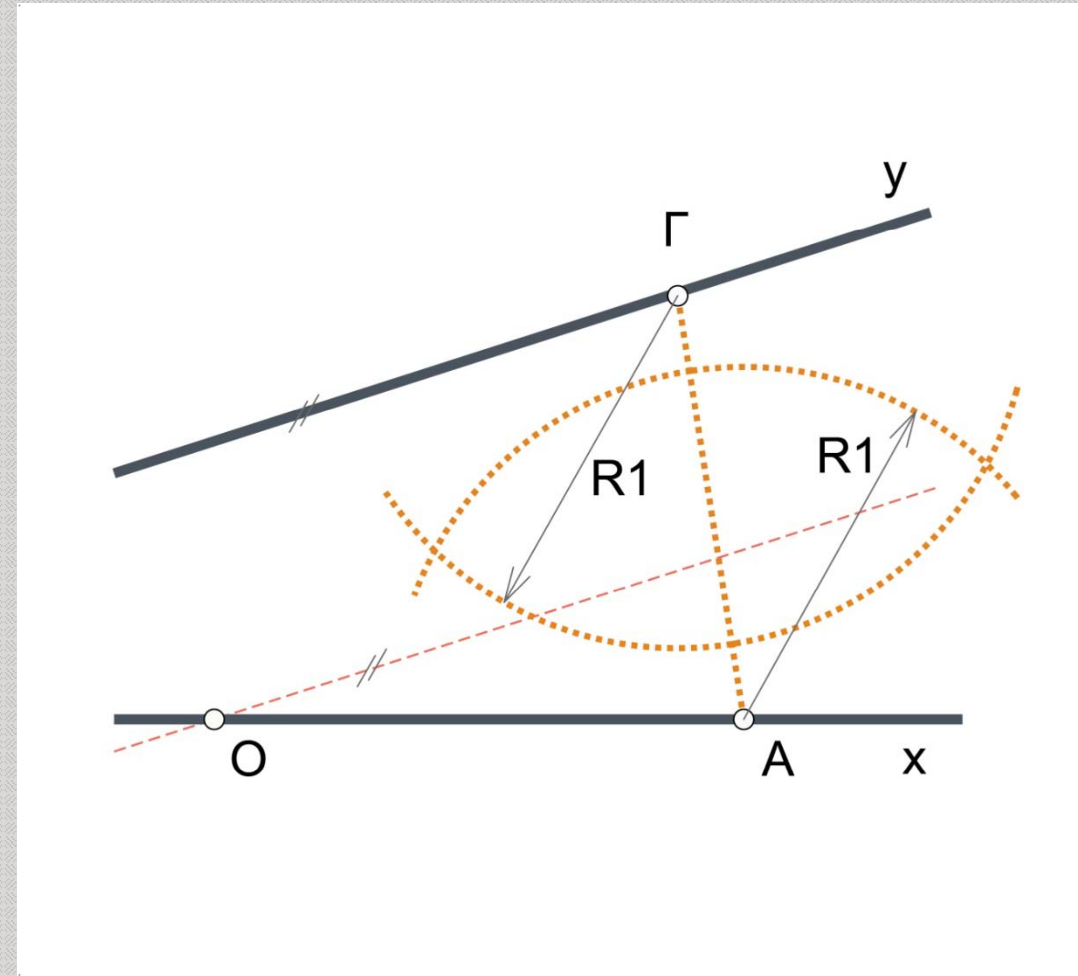
- Με κέντρο το Α φέρουμε τόξο τυχαίας ακτίνας R1



ΔΙΧΟΤΟΜΟΣ ΓΩΝΙΑΣ ΜΕ ΚΟΡΥΦΗ ΕΚΤΟΣ ΣΧΕΔΙΟΥ

Βήμα 6ο:

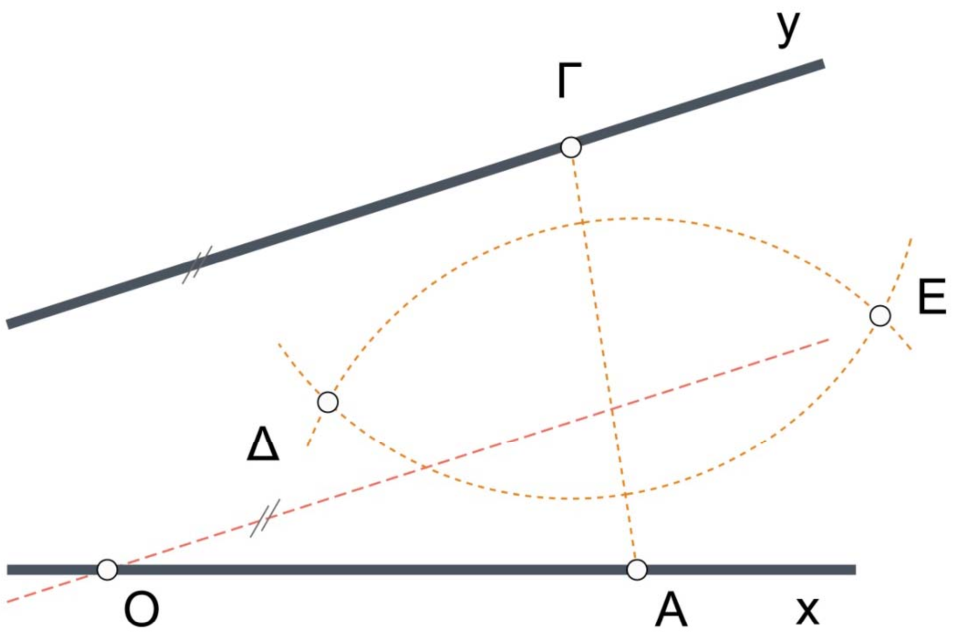
- Με κέντρο το Γ και την ίδια με πριν ακτίνα R1, φέρουμε τόξο.



ΔΙΧΟΤΟΜΟΣ ΓΩΝΙΑΣ ΜΕ ΚΟΡΥΦΗ ΕΚΤΟΣ ΣΧΕΔΙΟΥ

Βήμα 7ο:

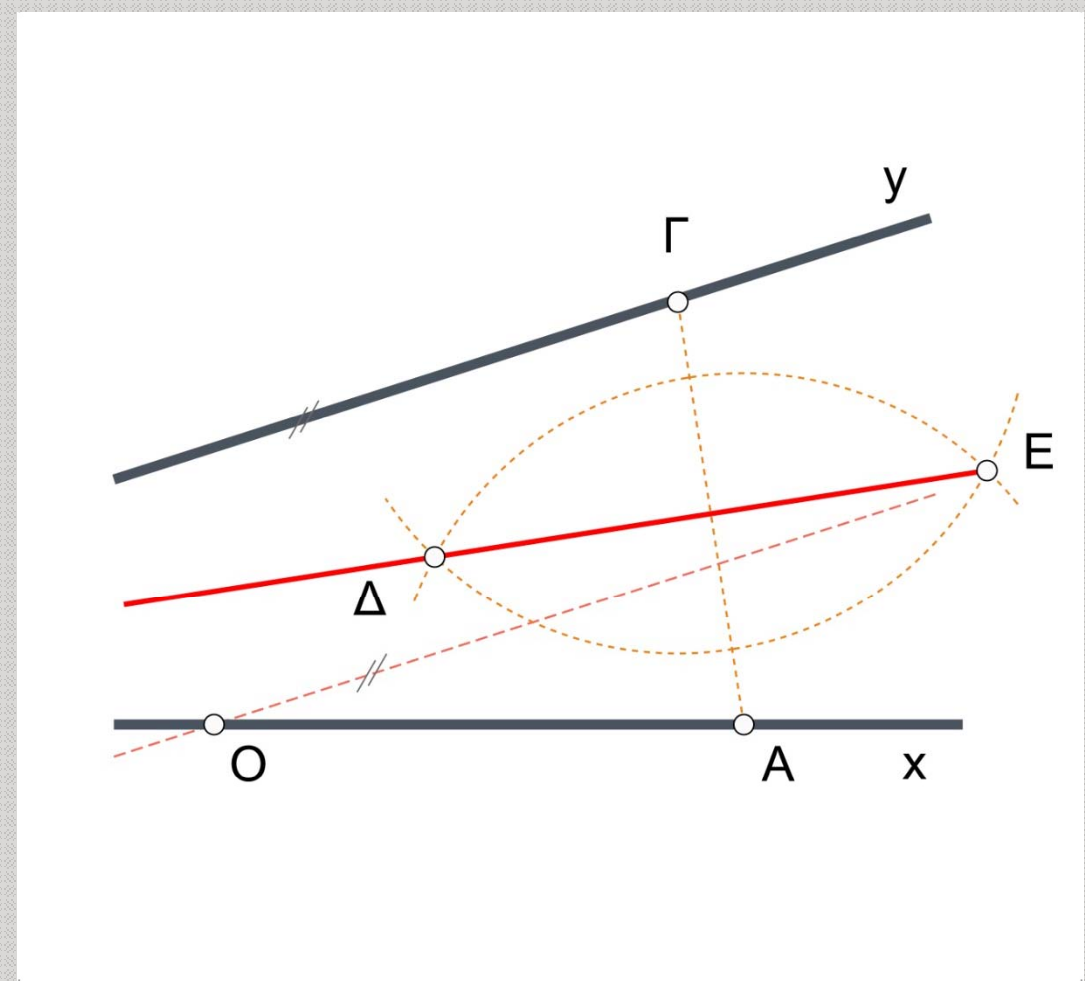
- Τα δυο τόξα τέμνονται στα σημεία Δ και Ε.



ΔΙΧΟΤΟΜΟΣ ΓΩΝΙΑΣ ΜΕ ΚΟΡΥΦΗ ΕΚΤΟΣ ΣΧΕΔΙΟΥ

Λύση:

- Φέρουμε την ΔΕ.
- Η ΔΕ είναι μεσοκάθετος του ΑΓ και η ζητούμενη διχοτόμος της γωνίας των ευθειών x και y.



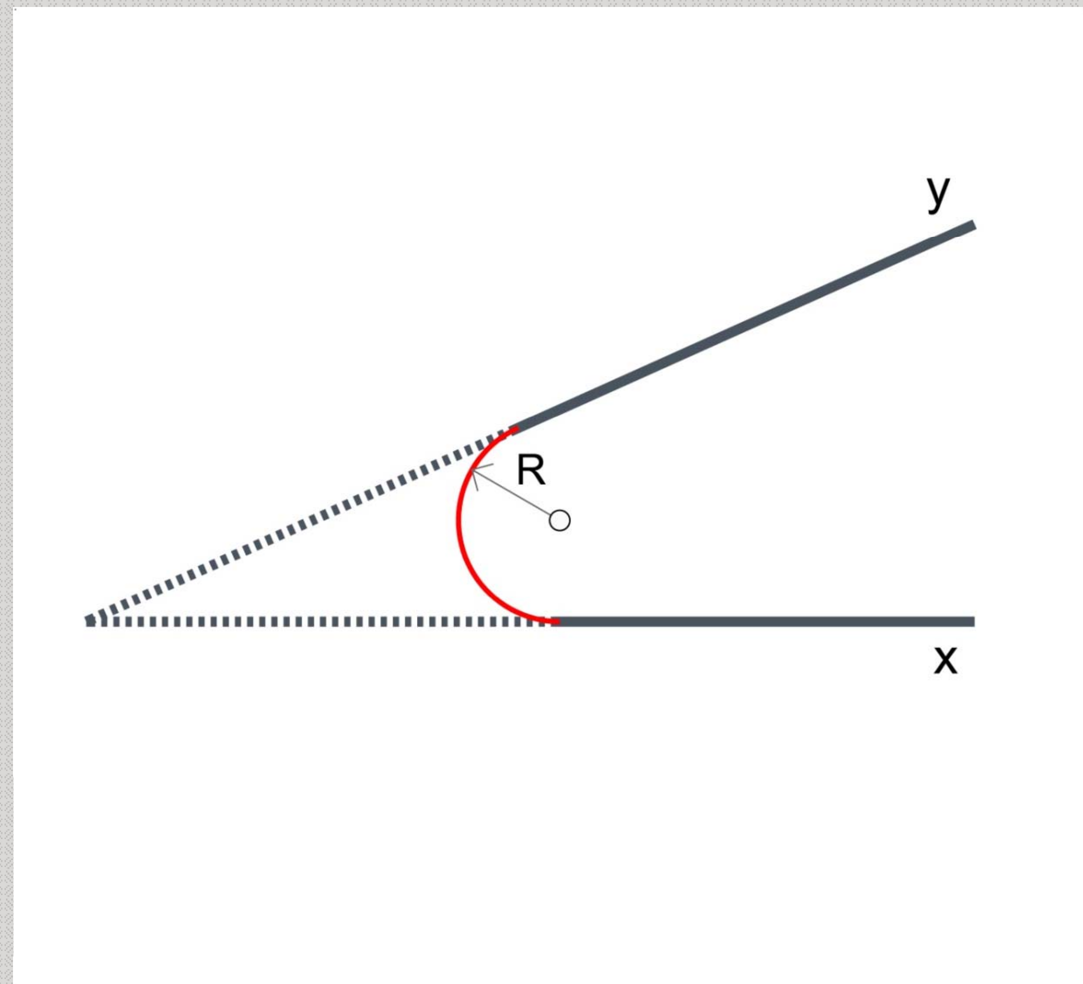
ΔΙΧΟΤΟΜΟΣ ΓΩΝΙΑΣ ΜΕ ΚΟΡΥΦΗ ΕΚΤΟΣ ΣΧΕΔΙΟΥ

Δεδομένα:

- Δίνονται οι τεμνόμενες ευθείες x,y .

Ζητούμενα:

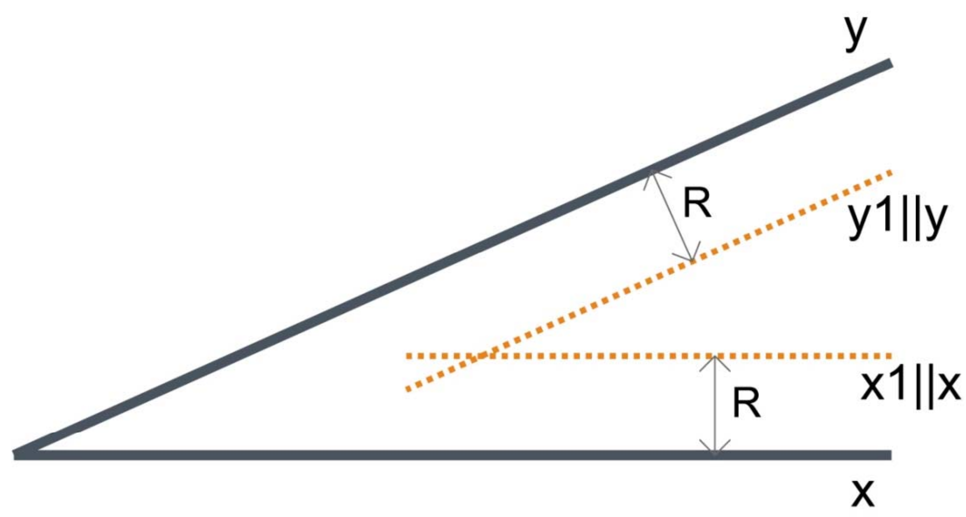
- Να κατασκευαστεί τόξο κύκλου γνωστής ακτίνας R εφαπτόμενο στις δυο ευθείες.



ΤΟΞΟ ΚΥΚΛΟΥ ΓΝΩΣΤΗΣ ΑΚΤΙΝΑΣ ΕΦΑΠΤΟΜΕΝΟ ΣΕ ΔΥΟ ΕΥΘΕΙΕΣ

Βήμα 1ο:

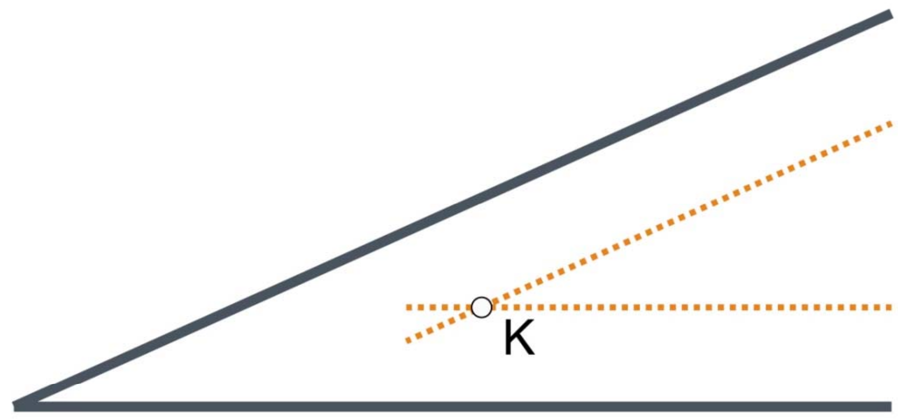
- Σε απόσταση R (όσο η ακτίνα του ζητούμενου τόξου) φέρουμε την ευθεία x1 παράλληλη στην x.
- Σε απόσταση R (όσο η ακτίνα του ζητούμενου τόξου) φέρουμε την ευθεία y1 παράλληλη στην y.



ΤΟΞΟ ΚΥΚΛΟΥ ΓΝΩΣΤΗΣ ΑΚΤΙΝΑΣ ΕΦΑΠΤΟΜΕΝΟ ΣΕ ΔΥΟ ΕΥΘΕΙΕΣ

Βήμα 2ο:

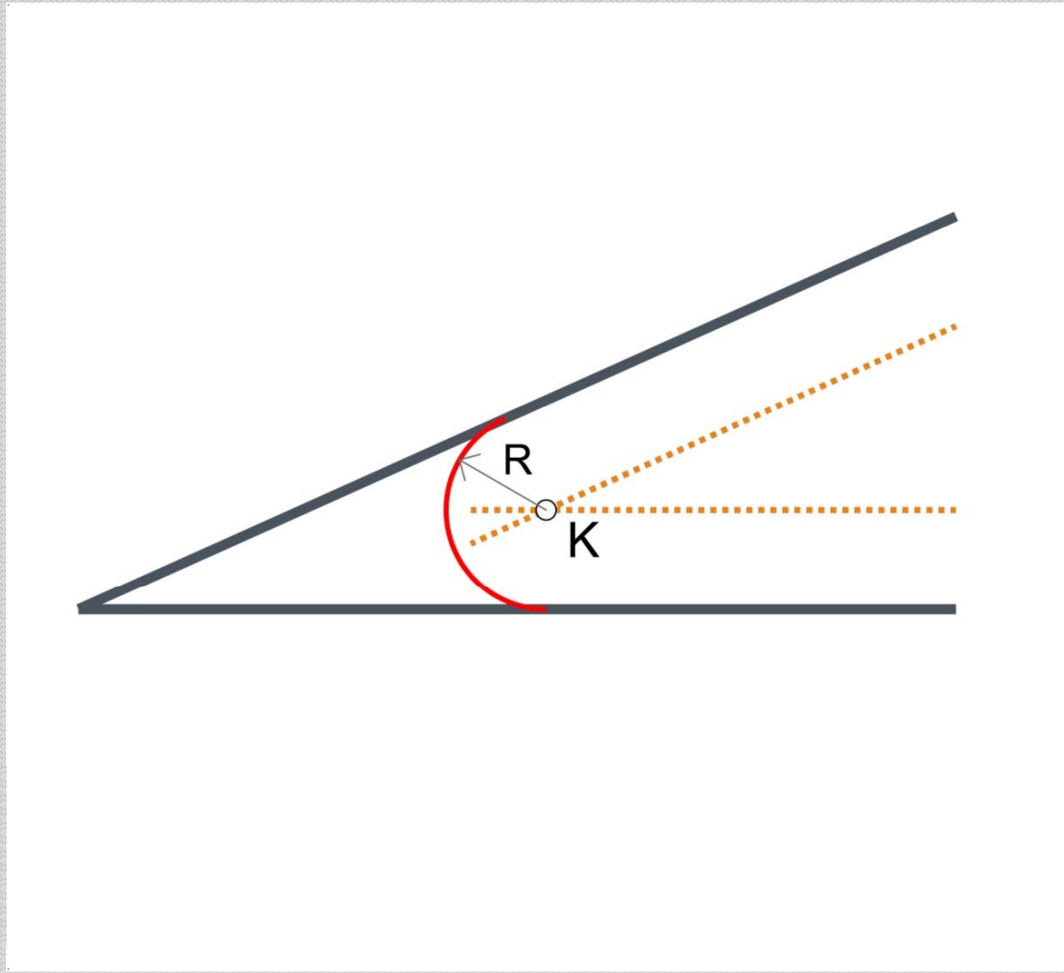
- Οι δυο νέες ευθείες τέμνονται στο Κ.



ΤΟΞΟ ΚΥΚΛΟΥ ΓΝΩΣΤΗΣ ΑΚΤΙΝΑΣ ΕΦΑΠΤΟΜΕΝΟ ΣΕ ΔΥΟ ΕΥΘΕΙΕΣ

Βήμα 3ο:

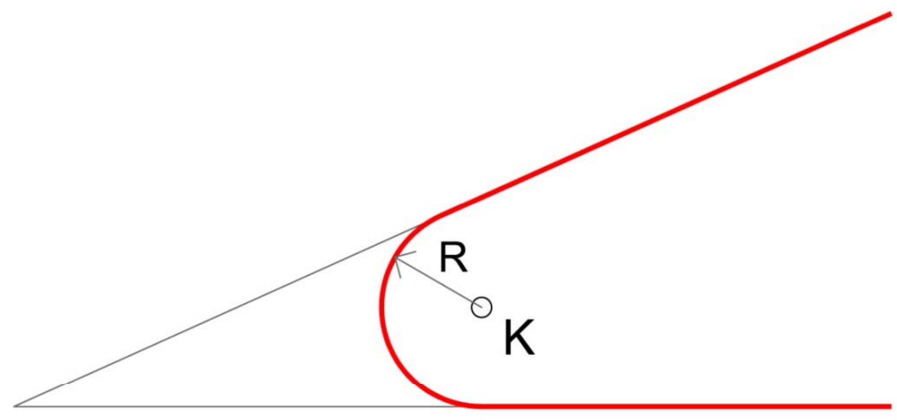
- Το σημείο Κ, ως κοινό σημείο των δυο παραλλήλων ισαπέχει από τις x και y απόσταση R.
- Άρα το Κ είναι το κέντρο του ζητούμενου τόξου, του εφαπτόμενου στις ευθείες x και y.



ΤΟΞΟ ΚΥΚΛΟΥ ΓΝΩΣΤΗΣ ΑΚΤΙΝΑΣ ΕΦΑΠΤΟΜΕΝΟ ΣΕ ΔΥΟ ΕΥΘΕΙΕΣ

Λύση:

- Με κέντρο Κ και ακτίνα R φέρουμε το ζητούμενο τόξο.

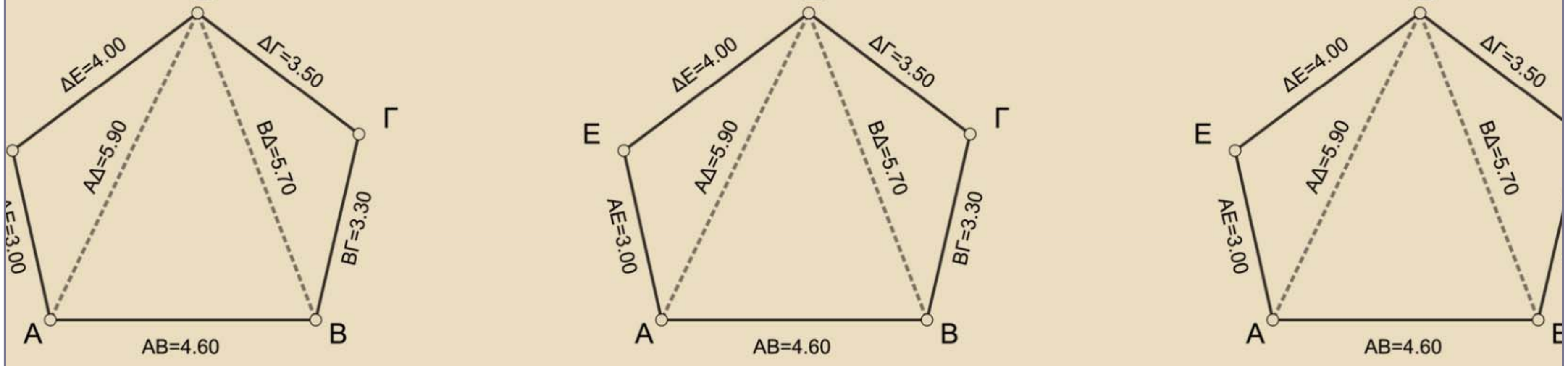


ΤΟΞΟ ΚΥΚΛΟΥ ΓΝΩΣΤΗΣ ΑΚΤΙΝΑΣ ΕΦΑΠΤΟΜΕΝΟ ΣΕ ΔΥΟ ΕΥΘΕΙΕΣ

ΜΕΡΟΣ Β΄

Η ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ ΩΣ ΕΡΓΑΛΕΙΟ:

ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΙ ΕΜΒΑΔΩΝ



Στοιχεία υπολογισμού εμβαδών

φθίνουσα ακρίβεια

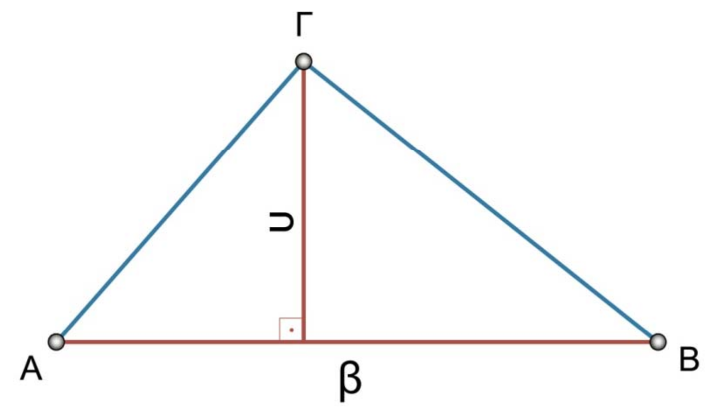
- Αναλυτική μέθοδος:
  - Τα στοιχεία έχουν μετρηθεί άμεσα στο έδαφος.
- Ημιγραφική μέθοδος
  - Τα στοιχεία έχουν μετρηθεί ενμέρει άμεσα στο έδαφος και ενμέρει γραφικά στο σχέδιο.
- Γραφική μέθοδος:
  - Τα στοιχεία έχουν μετρηθεί γραφικά στο σχέδιο.
- Μηχανική μέθοδος
  - Το εμβαδό προσδιορίζεται με τη βοήθεια ειδικού οργάνου βάσει του σχεδίου.

Εμβαδόν τριγώνου με γνωστή βάση και ύψος

Εμβαδόν τριγώνου:

- **Ε= ½ β υ**

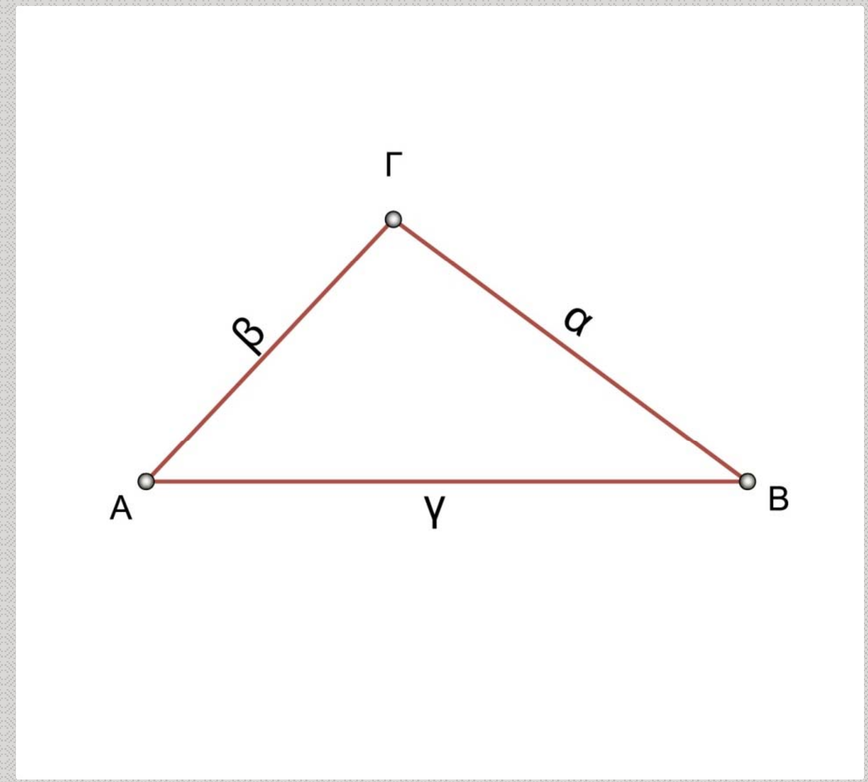
- Όπου β η βάση του τριγώνου και
  υ το ύψος το αντίστοιχο
  προς τη βάση β.



Εμβαδόν τριγώνου με γνωστές πλευρές

Τύπος του Ήρωνα:

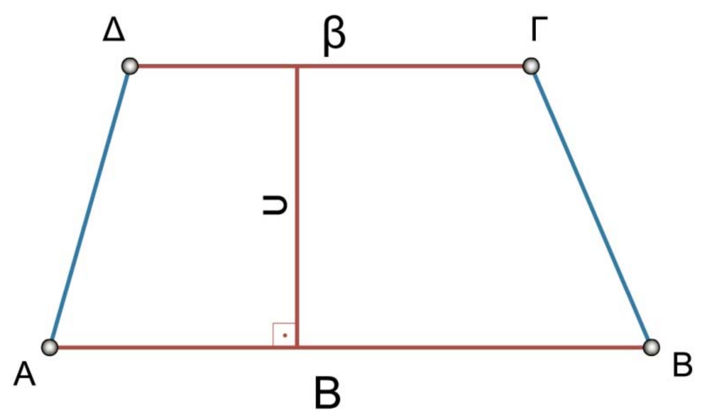
- $E=\sqrt{\tau(\tau-\alpha)(\tau-\beta)(\tau-\gamma)}$
- Όπου ‘τ’ η ημιπερίμετρος του τριγώνου:
- $\tau=1/2\ (\alpha+\beta+\gamma)$
- α, β, γ οι πλευρές του τριγώνου



Εμβαδόν τραπεζίου με γνωστές βάσεις και ύψος

Εμβαδόν τραπεζίου

- **Ε=1/2 (Β+β) υ**
- Όπου **Β** η μεγάλη βάση του τραπεζίου,
- **β** η μικρή βάση του τραπεζίου,
- **υ** το ύψος του τραπεζίου

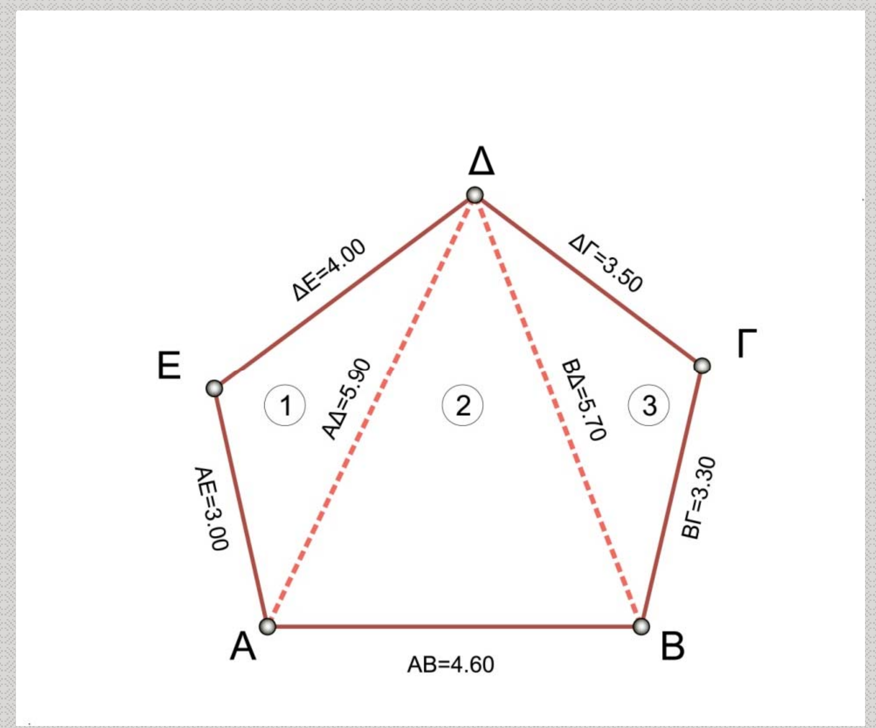


Εμβαδόν πολυγώνου με γνωστές πλευρές και διαγωνίους

Εμβαδόν πολυγώνου

- Χωρίζουμε το πολύγωνο σε τρίγωνα, με βάση τις γνωστές διαγωνίους

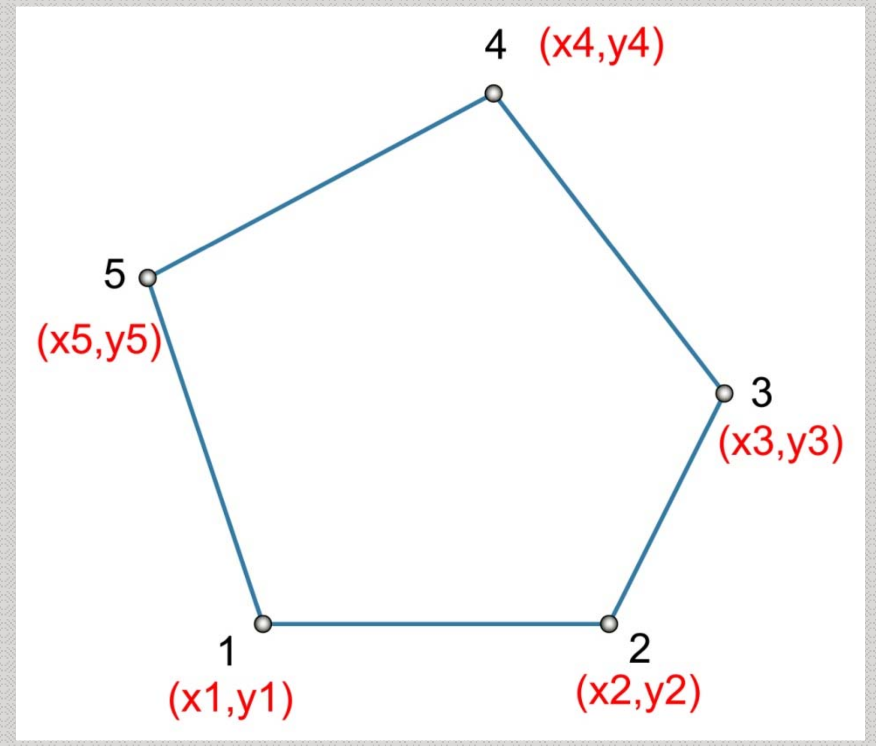
- Για κάθε τρίγωνο χωριστά εφαρμόζουμε τον **τύπο του Ήρωνα.**



Εμβαδόν πολυγώνου με γνωστές ορθογώνιες συντεταγμένες κορυφών

Εμβαδόν πολυγώνου με ν κορυφές

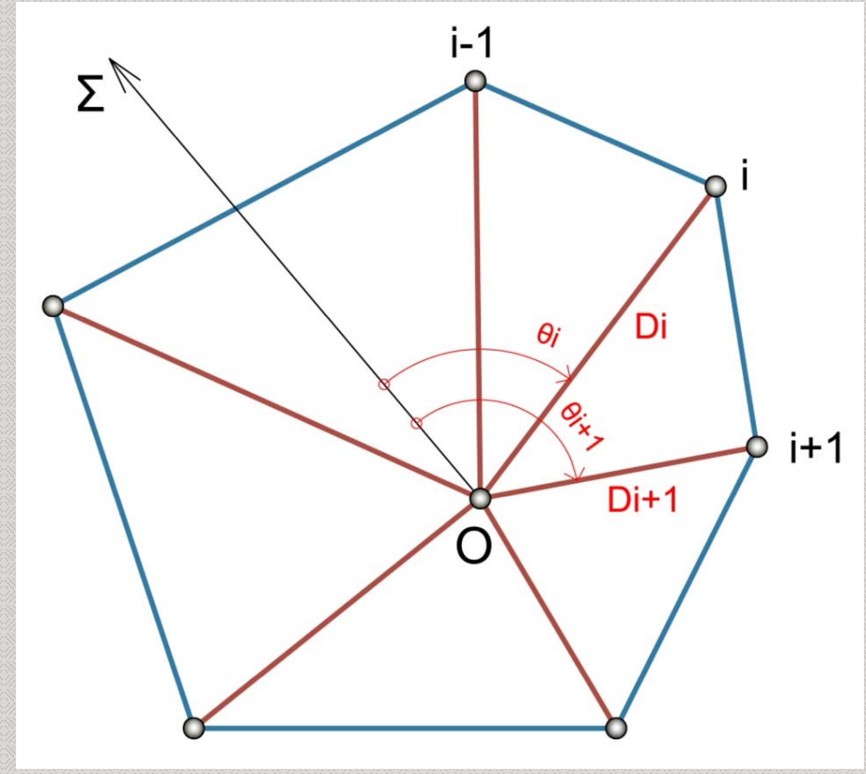
- $2E = \sum_{i=1}^{v} x_i (y_{i-1} - y_{i+1})$
- $2E = \sum_{i=1}^{v} y_i (x_{i-1} - x_{i+1})$
- $2E = \sum_{i=1}^{v} (x_{i+1} - x_i)(y_{i+1} + y_i)$



Εμβαδόν πολυγώνου με γνωστές πολικές συντεταγμένες κορυφών

Εμβαδόν πολυγώνου με ν κορυφές

- $$2E = \sum_{i=1}^{v} D_i D_{i+1} \sin(\theta_{i+1} - \theta_i)$$



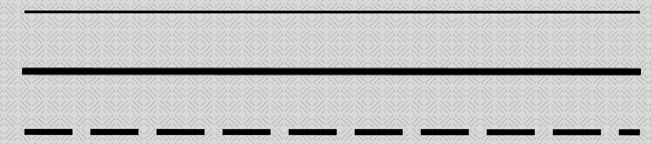
ΜΕΡΟΣ Γ΄

ΖΗΤΗΜΑΤΑ ΤΕΧΝΙΚΗΣ

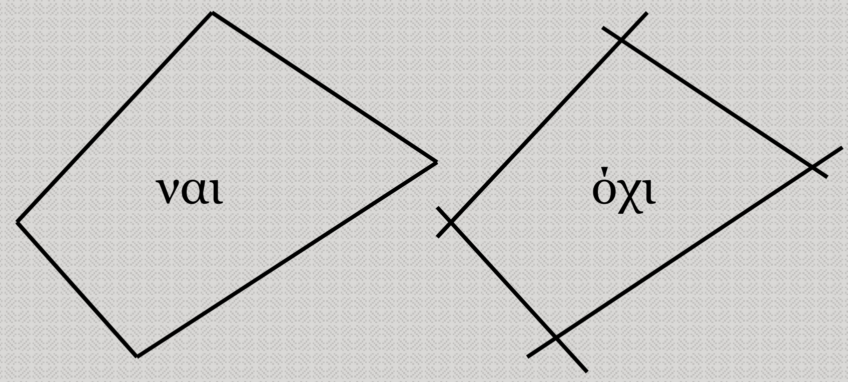
ΚΑΝΟΝΕΣ ΓΡΑΜΜΟΓΡΑΦΙΑΣ

ΚΑΝΟΝΕΣ ΣΧΕΔΙΑΣΗΣ ΓΡΑΜΜΩΝ

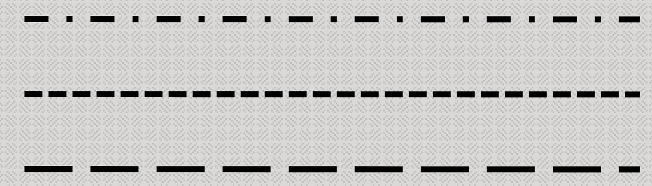
Η κάθε γραμμή είναι **ισοπαχής** σε όλο το μήκος της.
(Για να το πετύχουμε κρατάμε σταθερή πίεση στο μολύβι και το περιστρέφουμε καθώς σχεδιάζουμε)



Στις τεθλασμένες γραμμές το τέλος κάθε τμήματος είναι τέλος ή αρχή του επόμενου (στις τομές των γραμμών **δεν προεξέχουν** τμήματά τους).



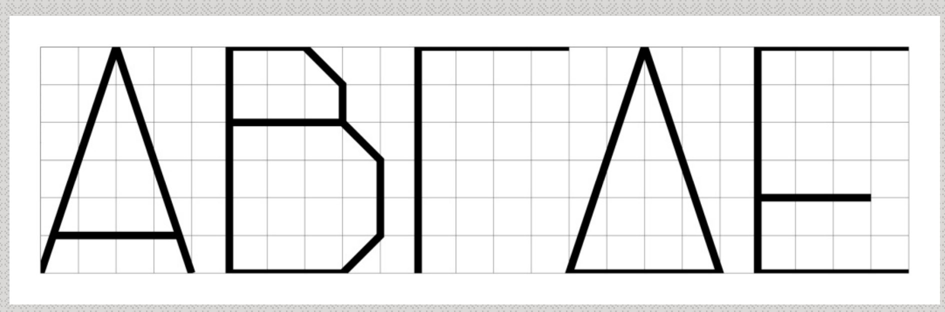
Στις διακεκομμένες γραμμές (και στις αξονικές) οι παύλες και τα κενά πρέπει να έχουν **σταθερό μέγεθος** σε όλο το μήκος της γραμμής.



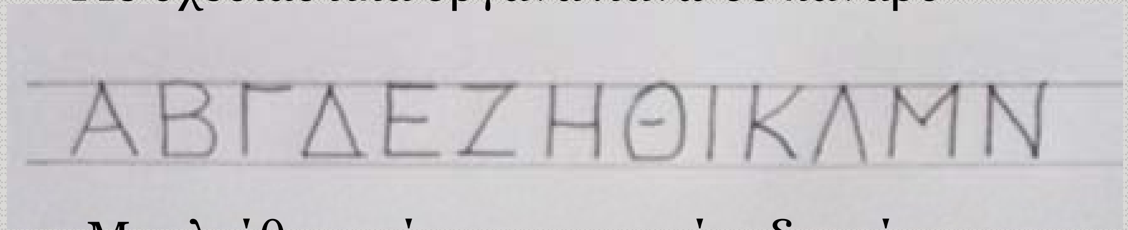
Γραφή κειμένων και αριθμών

Τρόποι γραφής:

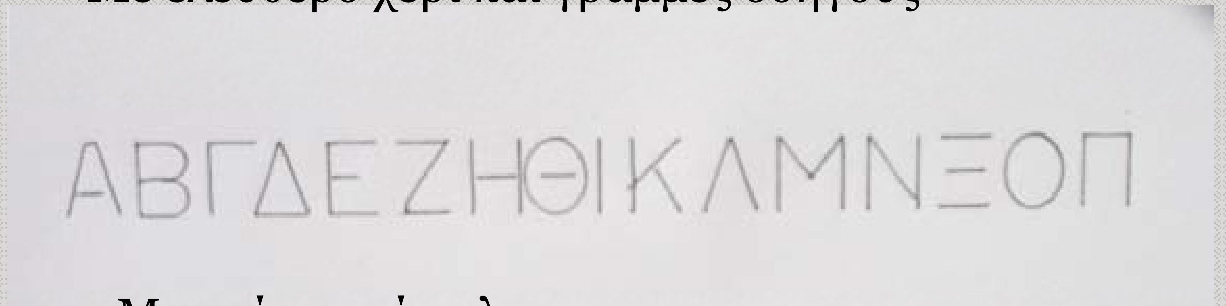
- Με κάναβο και σχεδιαστικά όργανα
- Με ελεύθερο χέρι και γραμμές οδηγούς
- Με στένσιλ
- Με αυτοκόλλητα γράμματα τύπου "Letracet"



Με σχεδιαστικά όργανα πάνω σε κάναβο

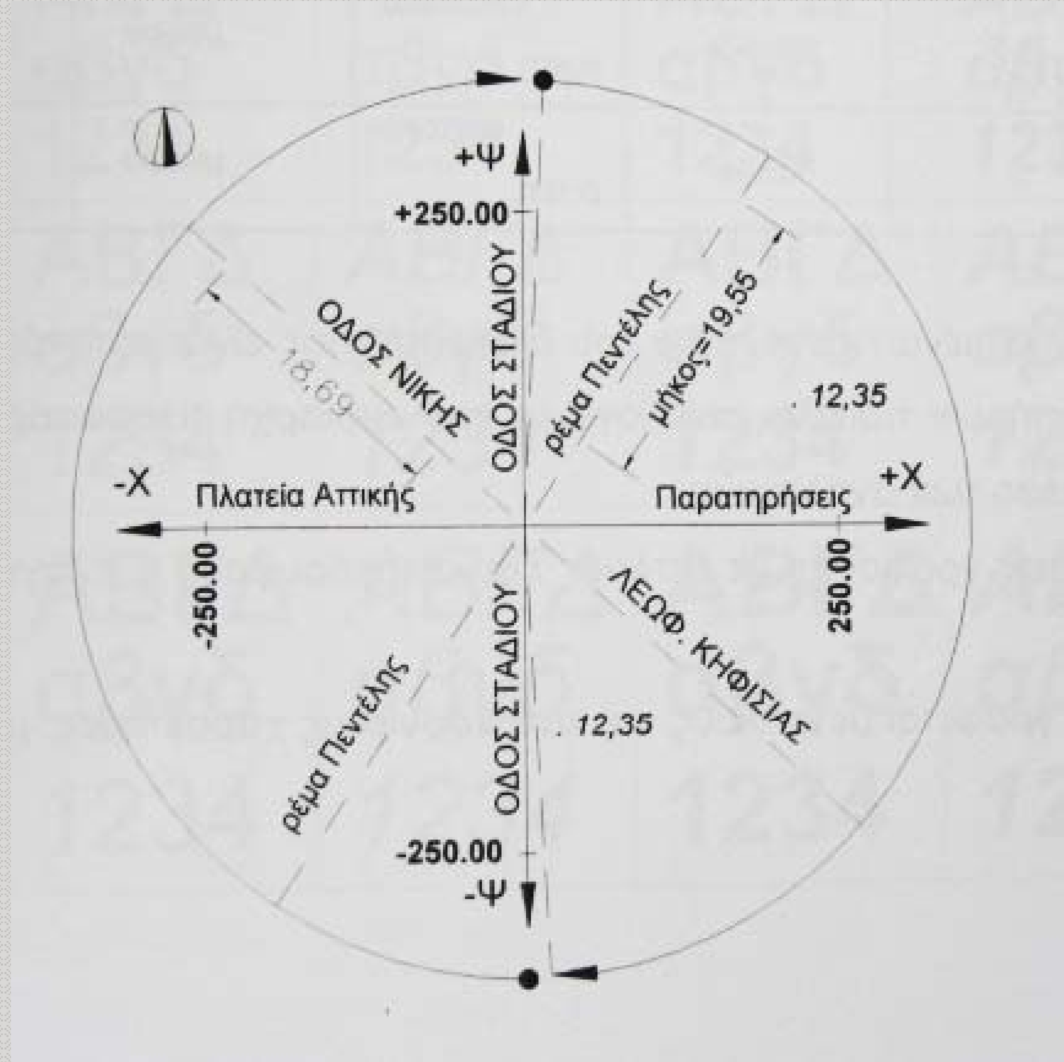


Με ελεύθερο χέρι και γραμμές οδηγούς



Με χρήση στένσιλ

Προσανατολισμός κειμένων στο σχέδιο



Γραφή κειμένων και αριθμών