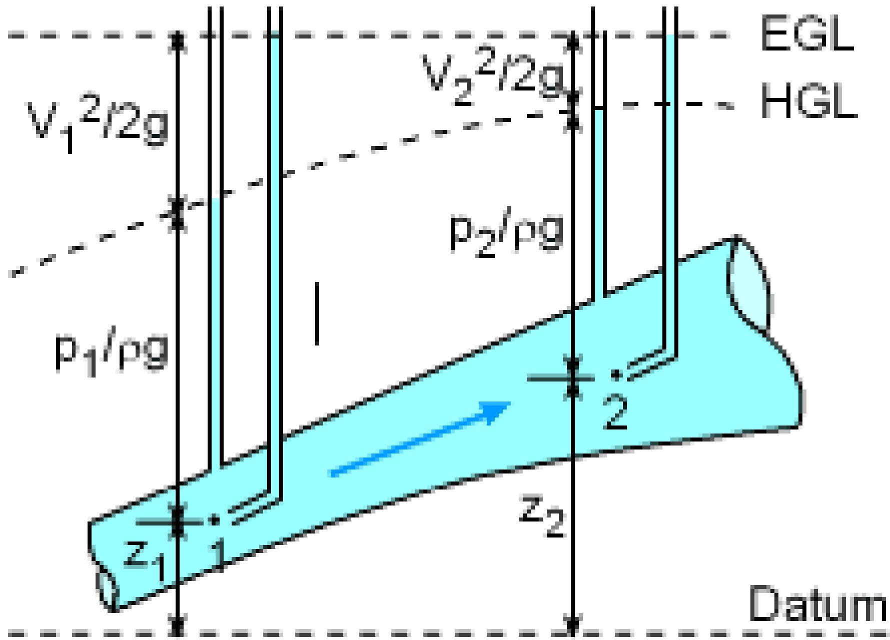
ΡΕΥΣΤΑ III

Απώλειες φορτίου
Συντελεστής τριβής
Ο αριθμός Reynolds
Το διάγραμμα Moody
Εφαρμογές

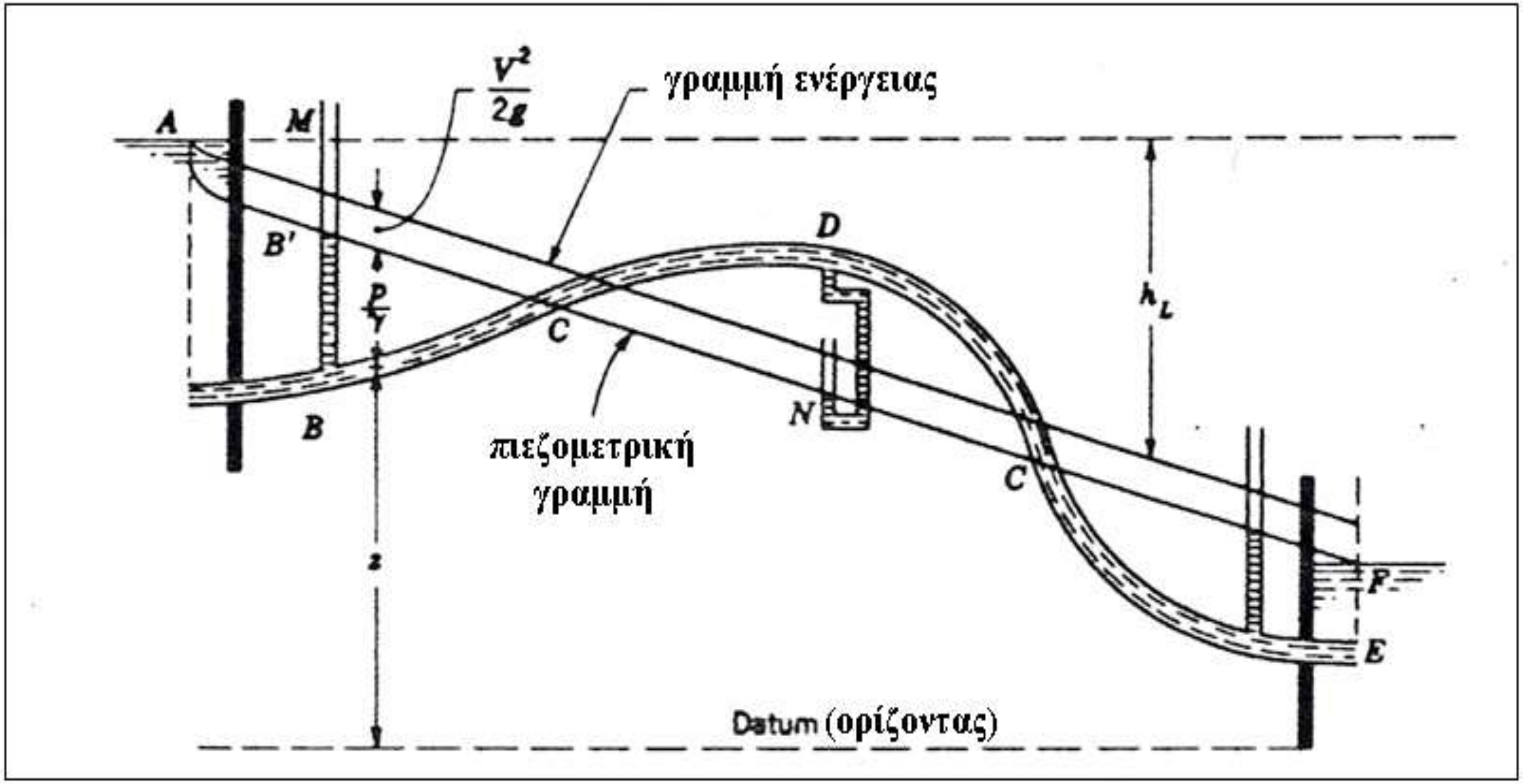
ΓΡΑΜΜΗ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ ΚΑΙ ΠΙΕΖΟΜΕΤΡΙΚΗ ΓΡΑΜΜΗ



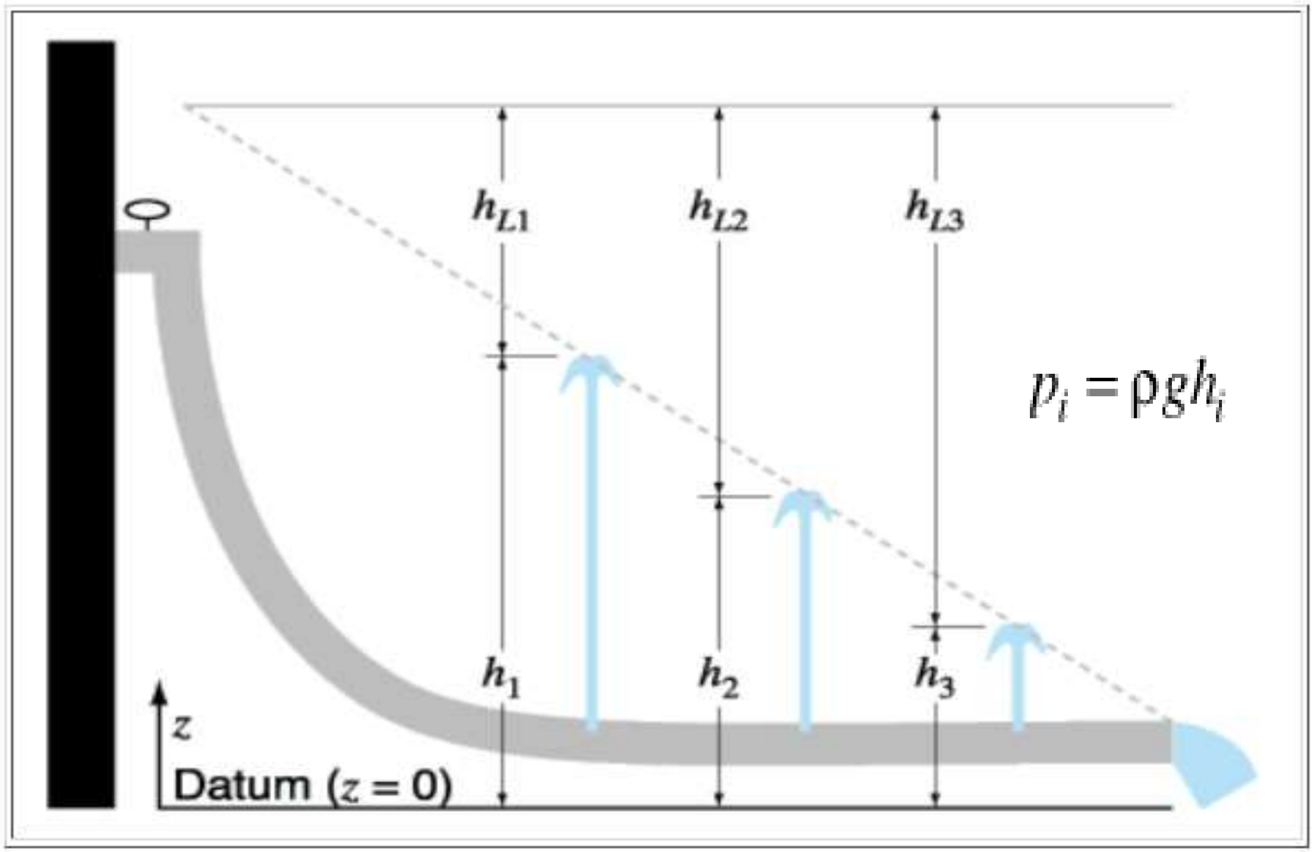
Στο σχήμα έχουμε ροή σε ένα **ιδεατό** ρευστό. Οι σωλήνες πάνω στον αγωγό (μανομετρικοί σωλήνες) μετρούν μόνο το ύψος πίεσης και οι κορυφές τους “γράφουν” την πιεζομετρική γραμμή (**Hydraulic Grade Line – HGL**), ενώ οι σωλήνες στο κέντρο του αγωγού (σωλήνες Πιτό) περιλαμβάνουν και τον όρο της κινητικής ενέργειας και οι κορυφές τους “γράφουν” την γραμμή ενέργειας (**Energy Grade Line – EGL**). Παρατηρούμε ότι η γραμμή ενέργειας μένει οριζόντια γιατί θεωρούμε ότι δεν έχουμε απώλειες, ενώ στην φαρδύτερη διατομή του σωλήνα όπου η ταχύτητα μειώνεται (και άρα και το ύψος της κινητικής ενέργειας) για να μείνει σταθερή η συνολική ενέργεια αυξάνεται το ύψος πίεσης.

ΓΡΑΜΜΗ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ ΚΑΙ ΠΙΕΖΟΜΕΤΡΙΚΗ ΓΡΑΜΜΗ

Ο σωλήνας του σχήματος στο διάστημα CDC τέμνει την πιεζομετρική γραμμή. Στο σημείο C η (απόλυτη) πίεση είναι ίση με την ατμοσφαιρική ενώ στο σημείο D η απόλυτη πίεση είναι αρνητική. Αυτό στην πράξη σημαίνει ότι εάν είχαμε εισροή αέρα στο σωλήνα, αυτός θα συγκεντρωνόταν στο σημείο D και η ροή θα σταματούσε (σκεφτείτε την περίπτωση ενός λόφου).



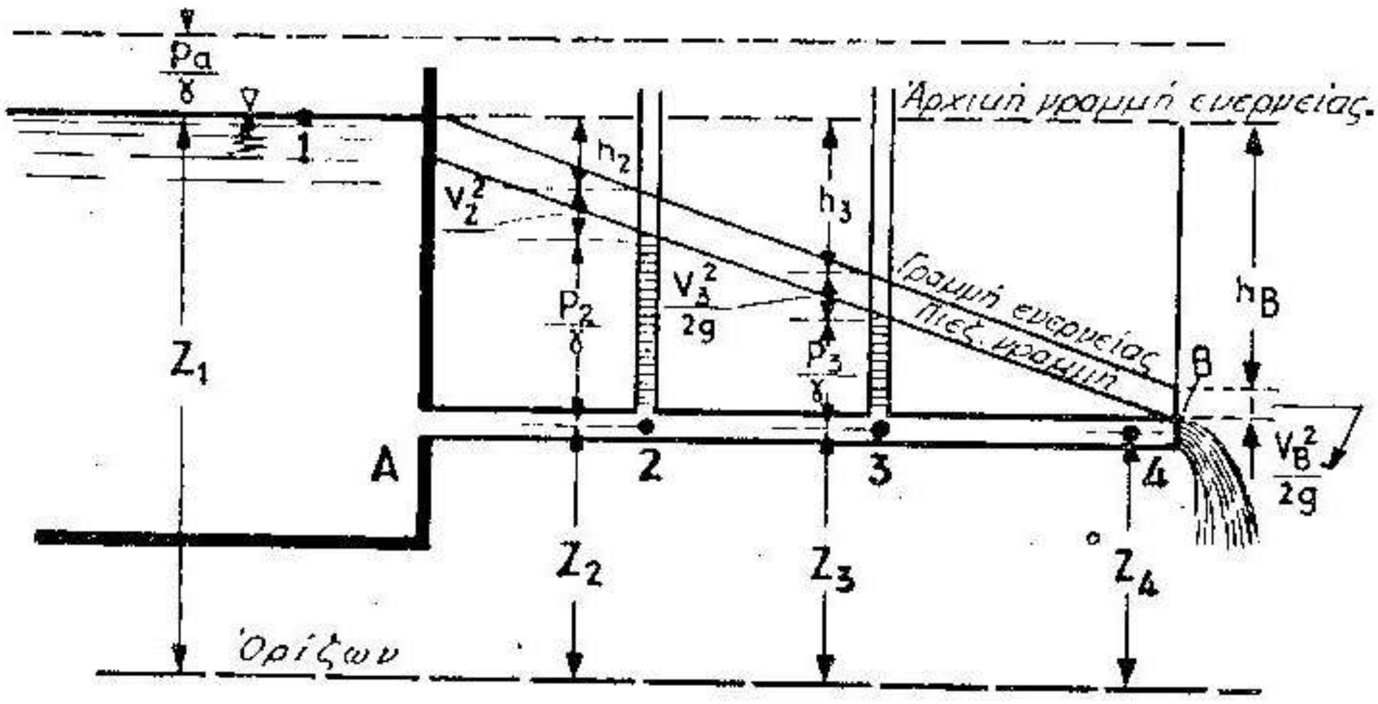
ΑΠΩΛΕΙΕΣ ΦΟΡΤΙΟΥ



Εάν ανοίγαμε μικρές τρυπούλες στον σωλήνα ανά μέτρο μήκους, και ενώ το νερό έτρεχε, θα παρατηρούσαμε να υψώνονται μικροί πίδακες. Το ύψος κάθε πίδακα είναι ένα μέτρο της εσωτερικής πίεσης στο σημείο εκείνο του σωλήνα. Εφόσον η ταχύτητα παραμένει σταθερή (ίδια παροχή και διάμετρος σωλήνα), το ίδιο και το υψόμετρο, πάει να πει ότι το φορτίο πίεσης ελαττώνεται κατά μήκος του σωλήνα.

Επομένως το ολικό φορτίο μειώνεται και η γραμμή ενέργειας θα έχει κλίση.

ΑΠΩΛΕΙΕΣ ΦΟΡΤΙΟΥ



Σχ. 24

Γραμμη ενέργειας και πιεζομετρική γραμμή

ΑΠΩΛΕΙΕΣ ΦΟΡΤΙΟΥ

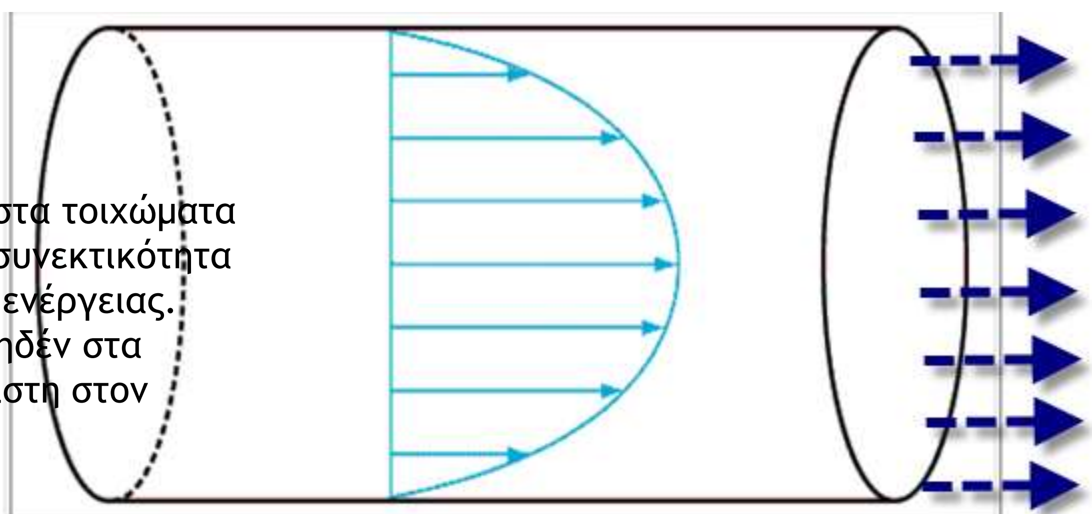
Η εξίσωση Μπερνούλι προυποθέτει, εκτός των άλλων, ιδεατό ρευστό, δηλαδή ρευστό χωρίς τριβές. Σε ένα τέτοιο ρευστό, όπως είδαμε, η ποσότητα ενέργειας (φορτίου) της μονάδας μάζας μένει σταθερή.

Δυστυχώς, τέτοια ρευστά δεν υπάρχουν, καθώς η τριβή είναι πανταχού παρούσα, και εφόσον υπάρχει κίνηση συνεχώς μετασχηματίζει ένα τμήμα του φορτίου σε θερμότητα.

Επομένως, η υπόθεση του ιδεατού ρευστού είναι μια βολική προσέγγιση που μας επιτρέπει να συναγάγουμε χρήσιμες σχέσεις, αλλά θα πρέπει να την διορθώσουμε, προκειμένου να αντιμετωπίσουμε τα προβλήματα της πραγματικής ροής.

Πραγματική ροή

Το νερό "κολλάει" στα τοιχώματα του σωλήνα και η συνεκτικότητα προκαλεί απώλεια ενέργειας.
Η ταχύτητα είναι μηδέν στα τοιχώματα και μέγιστη στον άξονα



Ιδεατή ροή

Η ταχύτητα παντού
Ίδια και στο τοίχωμα

ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗΣ ΤΡΙΒΗΣ

Μπορούμε να γράψουμε την εξίσωση Bernoulli έτσι ώστε να συμπεριλάβουμε την απώλεια φορτίου, ως εξής:

$$\frac{p_1}{\rho g} + z_1 + \frac{U_1^2}{2g} = \frac{p_2}{\rho g} + z_2 + \frac{U_2^2}{2g} + h_L$$

,h_L ->απώλειες τριβής

ΑΠΟ ΤΙ ΕΞΑΡΤΑΤΑΙ Η ΑΠΩΛΕΙΑ ΦΟΡΤΙΟΥ?

Η απώλεια φορτίου εξαρτάται από την συνεκτικότητα του υγρού, την ταχύτητα της ροής, την διάμετρο και το μήκος του λάστιχου. Επειδή η απώλεια φορτίου είναι επίσης συνάρτηση της τραχύτητας των τοιχωμάτων πρέπει ακόμα να προβλέψουμε ένα συντελεστή τριβής στον ορισμό της:

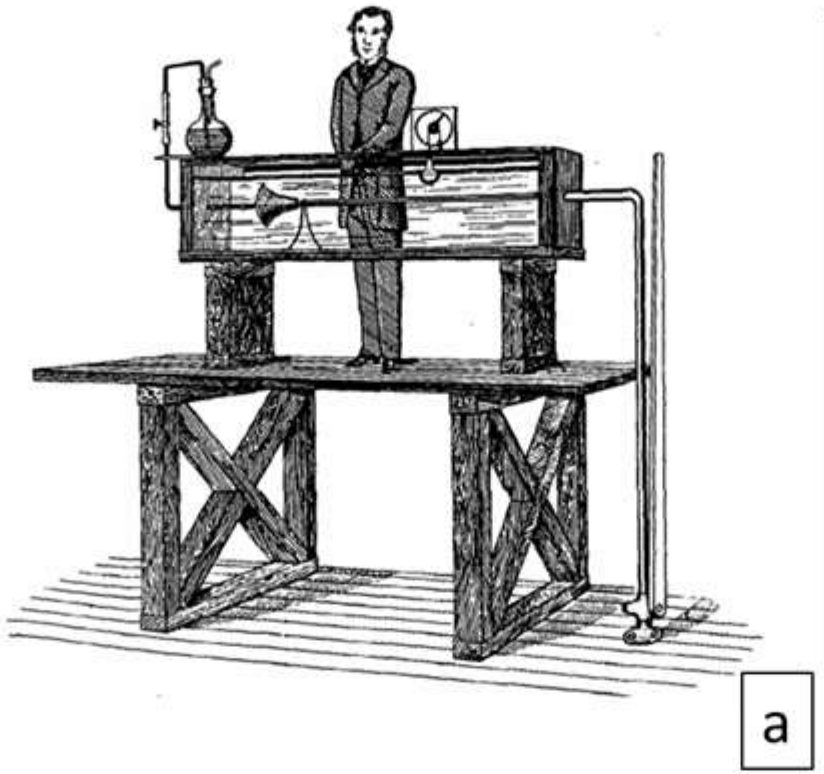
$$h_L \equiv f \frac{L}{D} \frac{U^2}{2g}$$

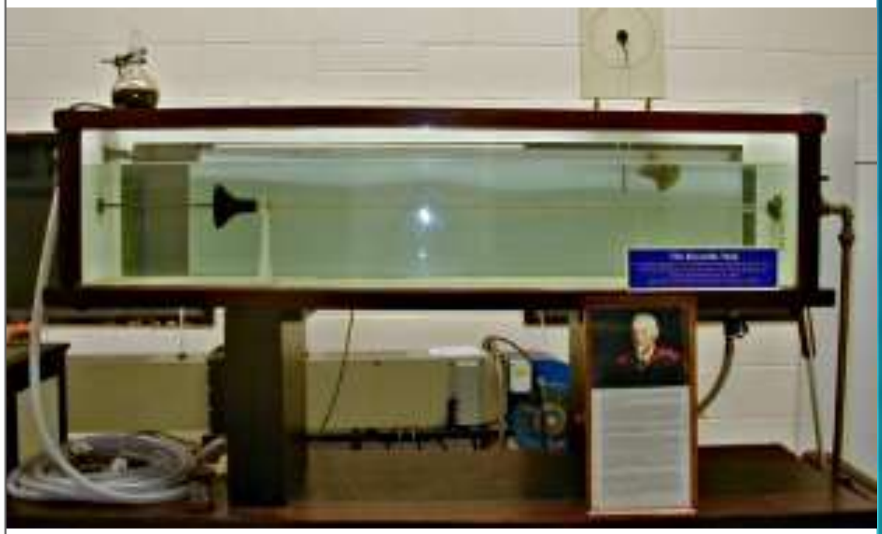
Η σχέση αυτή λέγεται σχέση Darcy - Weisbach

όπου *f* = συντελεστής τριβής [αδιάστατος], *L* = μήκος [L], and *D* = διάμετρος [L].

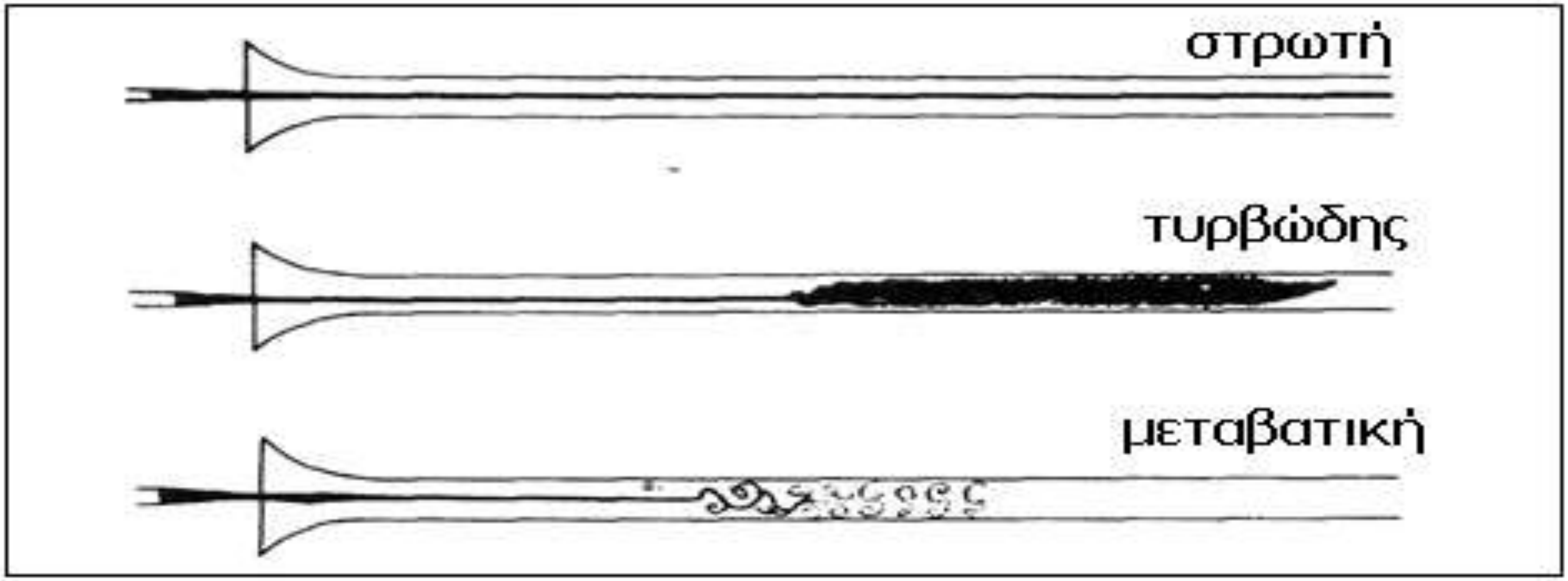
ΕΠΟΜΕΝΩΣ για δεδομένο σωλήνα ΟΙ ΑΠΩΛΕΙΕΣ ΕΞΑΡΤΩΝΤΑΙ ΑΠΟ ΤΟ ΥΨΟΣ ΤΑΧΥΤΗΤΑΣ και τον ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗ ΤΡΙΒΗΣ

ΑΡΙΘΜΟΣ REYNOLDS





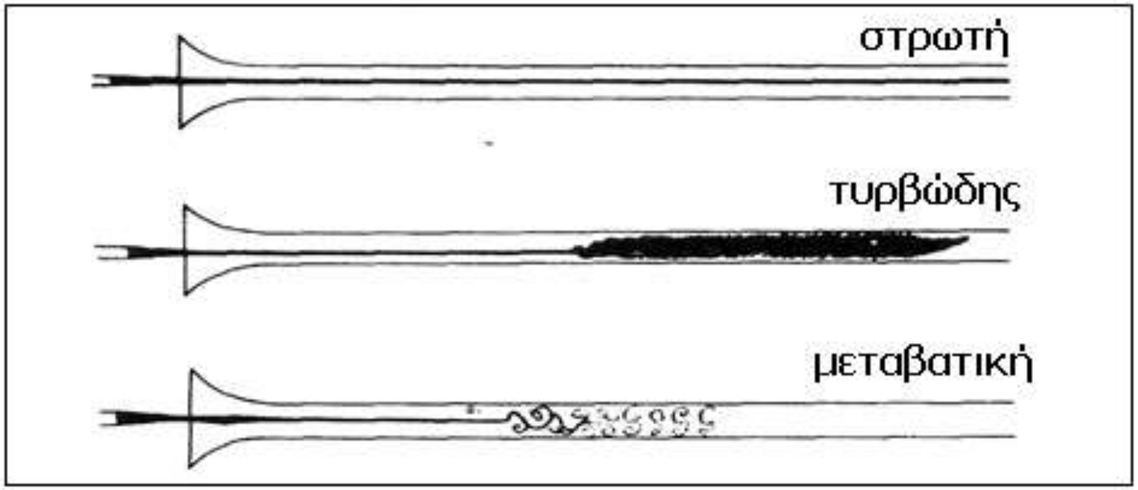
Ό Reynolds ήταν ένας Εγγλέζος πολιτικός μηχανικός φημισμένος για τις εφαρμοσμένες όσο και τις θεωρητικές σπουδές του πάνω στην μηχανική των ρευστών. Ο Reynolds χρησιμοποιούσε ένα απλό εξοπλισμό για να παρακολουθήσει το πεδίο ροής. Με αυτόν τον μηχανισμό, διοχέτευε σταθερά χρωστική ουσία στον άξονα ενός διαφανούς σωλήνα διαμέσου του οποίου έρεε υγρό.



Με χαμηλές ταχύτητες το βάμμα διατηρείται συγκεντρωμένο λίγο-πολύ στον άξονα του σωλήνα καθώς ταξιδεύει προς τα κατάντη μαζί με το νερό και με την ταχύτητα του. O Reynolds χαρακτήρισε αυτή την κατάσταση ροής σαν το νερό να κινείται πάνω σε ξεχωριστά 'στρώματα' που το ένα κυλάει πάνω στο άλλο. Λόγω αυτού του χαρακτηριστικού την ονόμασε laminar (***<u>στρωτή ροή</u>***) από το *laminae* (λατινικό για τα στρώματα).

Τώρα, προσπαθείστε να φανταστείτε τι θα συμβεί εάν η ταχύτητα της ροής αρχίσει να αυξάνεται μέσα στον σωλήνα. Σε κάποια τιμή της ταχύτητας παρατηρούμε ότι το χρώμα κινείται σε μικρά κύματα ενώ σε ακόμα μεγαλύτερες ταχύτητες, η βαφή αναμιγνύεται πλήρως με το περιβάλλον υγρό σε μια μικρή μόνο απόσταση από το σημείο έγχυσής της. O Reynolds χαρακτήρισε αυτή την ροή σαν ημιτονοειδή η διαταραγμένη ροή. Σήμερα αναφερόμαστε σε αυτές τις ροές που παρουσιάζουν τόσο βίαια ανάμιξη σαν **<u>τυρβώδεις ροές</u>**

ΑΡΙΘΜΟΣ REYNOLDS



Αντικαθιστώντας προσεκτικά τα υγρά στον μηχανισμό του και μεταβάλλοντας την διάμετρο και την ταχύτητας της ροής, ο Reynolds όρισε εμπειρικά έναν αδιάστατο αριθμό **R** που περιγράφει τις ιδιότητες της ροής:

$$\mathbf{R} \equiv \frac{UL\rho}{\mu} \qquad \mathbf{R} \equiv \frac{UL}{\mathbf{v}}$$

όπου ***U*** = μια χαρακτηριστική ταχύτητα [L T^{-1}]; ***L*** = ένα χαρακτηριστικό μήκος [L]; ***ρ*** = πυκνότητα του υγρού [M L^{-3}]; ***μ*** = συνεκτικότητα [M L^{-1} T^{-1}]. Ο **R** ονομάζεται **<u>αριθμός Reynolds.</u>**

Η εκλογή της ταχύτητας και του μήκους είναι θέμα σύμβασης. Για κυκλικούς αγωγούς όπως ο σωλήνας του λάστιχου, σαν χαρακτηριστική ταχύτητα λαμβάνεται η μέση ταχύτητα (η παροχή διαιρούμενη με την κυκλική επιφάνεια) και σαν χαρακτηριστικό μήκος λαμβάνεται η διάμετρος του σωλήνα.

ΑΡΙΘΜΟΣ REYNOLDS

$$R \equiv \frac{UL\rho}{\mu}$$

ρ = πυκνότητα του υγρού [M L^{-3}]; ***μ*** = συνεκτικότητα [M L^{-1} T^{-1}].
ν = κινηματική συνεκτικότητα = μ/ρ

$$R \equiv \frac{UL}{\nu}$$

U -> Η μέση ταχύτητα (=Q/A)
L -> η διάμετρος του αγωγού

επομένως, για ροή σε σωλήνες

$$R = DU\rho/\mu$$

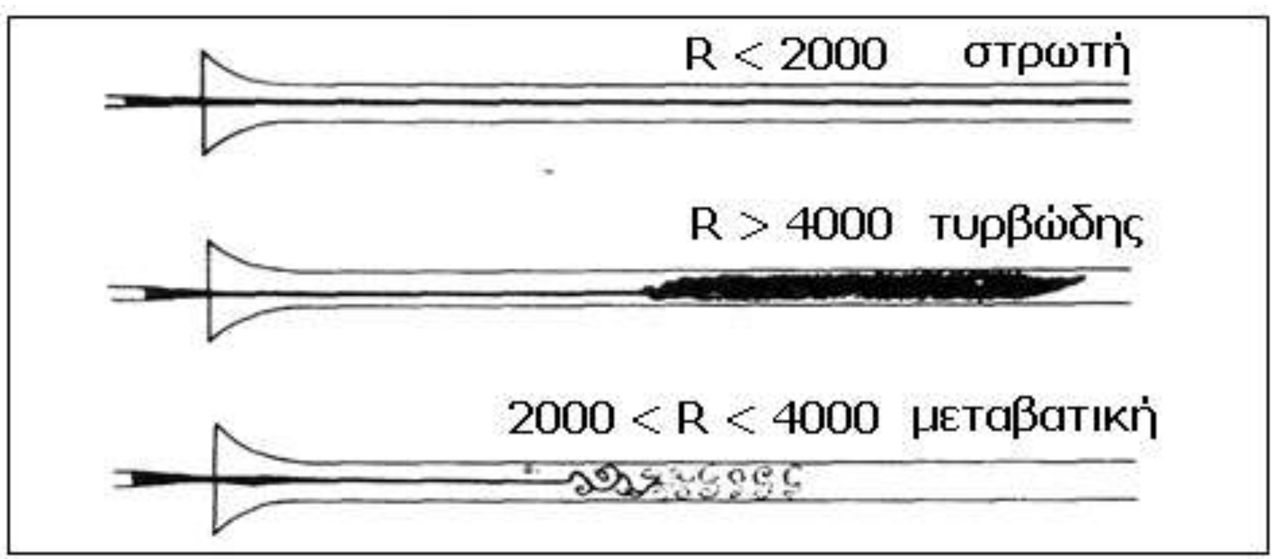
D η διάμετρος, U η ταχύτητα

Δείτε το πείραμα στις παρακάτω διευθύνσεις
https://www.youtube.com/watch?v=BBiR6FWmyv4
https://www.youtube.com/watch?v=ontHCuI6eB4

ΑΡΙΘΜΟΣ REYNOLDS

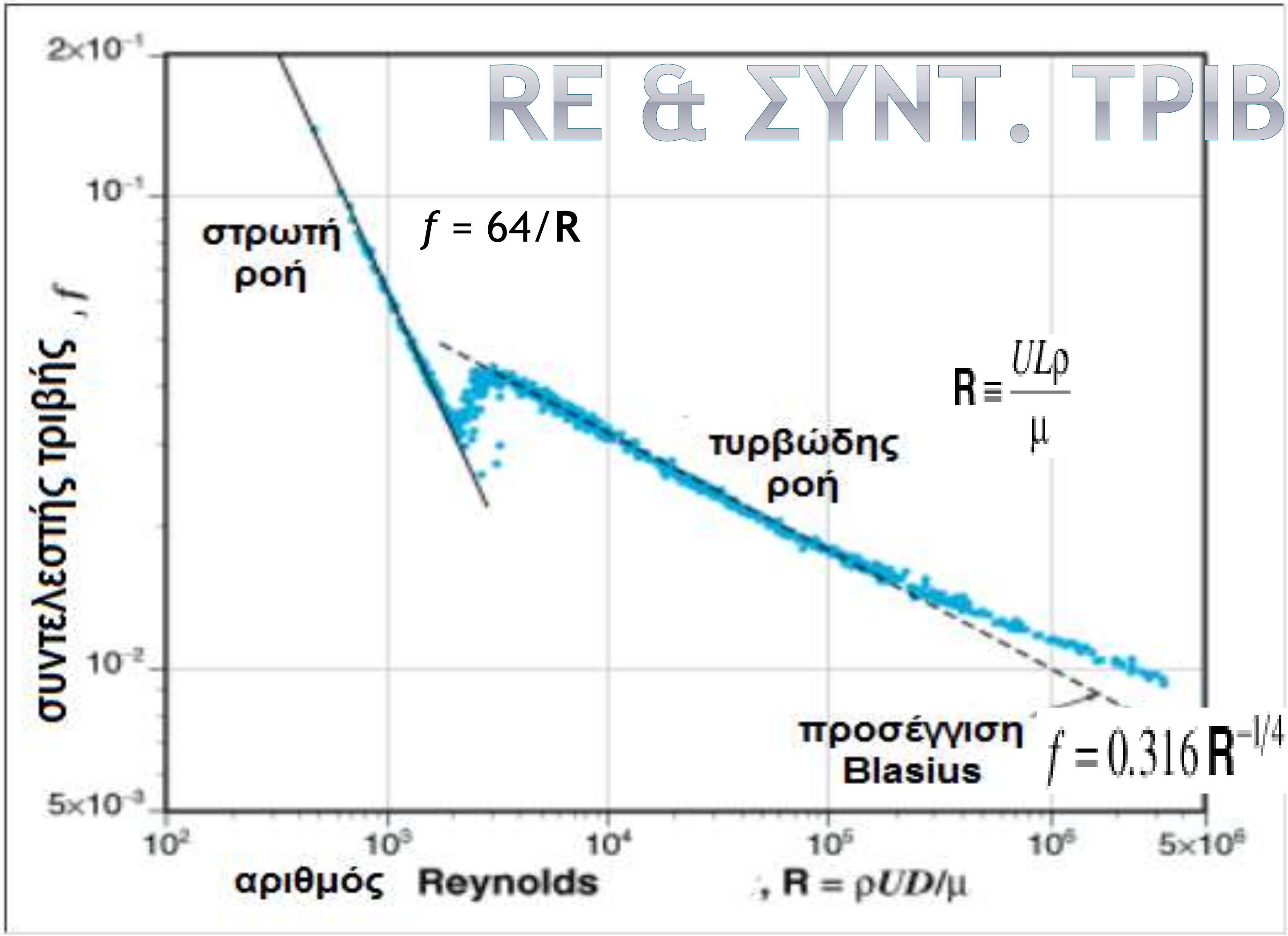
εάν ο **R** είναι μικρός (με την *U* να είναι η μέση ταχύτητα και *L* η διάμετρος του σωλήνα), ας πούμε μικρότερος από 2000, τότε η ροή θα είναι στρωτή.
Εάν ο **R** είναι μεγάλος, μεγαλύτερος από 4000, τότε η ροή θα είναι τυρβώδης. Η ροή με τιμές ανάμεσα σε αυτές, που καλούνται μεταβατικές, δεν χαρακτηρίζεται εύκολα σαν η μία ή η άλλη μορφή.

$$R = DU\rho/\mu$$



ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ: Εάν νερό σε θερμοκρασία 15°C τρέχει με 2 m s^{-1}, διαμέσου ενός αγωγού διαμέτρου 30-mm, ο αριθμός **R** θα υπολογιστεί ως εξής: $\mathbf{R} = \dfrac{(2)(0.03)(10^3)}{(1.139 \times 10^{-3})} \approx 53{,}000$

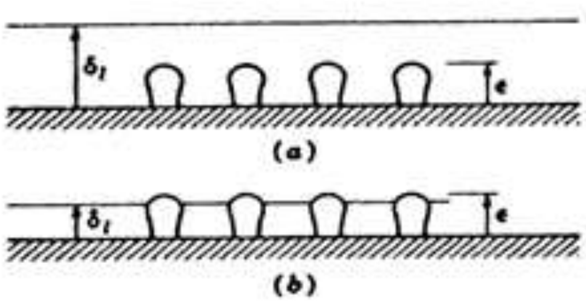
RE & ΣΥΝΤ. ΤΡΙΒΗΣ



Διάγραμμα συντελεστή τριβής για λείους σωλήνες. Η σχέση ανάμεσα στον συντελεστή f και στον αριθμό Reynolds, R, μετριέται σε εργαστηριακά πειράματα σε μεγάλο εύρος του αριθμού Reynolds. Το σπάσιμο στις μετρήσεις σε τιμές του R μεταξύ 2000 και 4000 ορίζει την μετάβαση από στρωτή σε τυρβώδη ροή. Η προσέγγιση Blasius είναι μια γραμμική προσέγγιση στις μετρήσεις της τυρβώδους ροής με ισχύ στην περιοχή 4000 < R < 100,000. Για στρωτή ροή ισχύει f = 64/R

REYNOLDS & ΣΥΝΤ. ΤΡΙΒΗΣ

Ακόμα μια σημαντική παράμετρος στην ροή σε σωλήνες είναι η ***τραχύτητα*** του αγωγού **ε** (δηλαδή το ύψος των προεξοχών του υλικού).

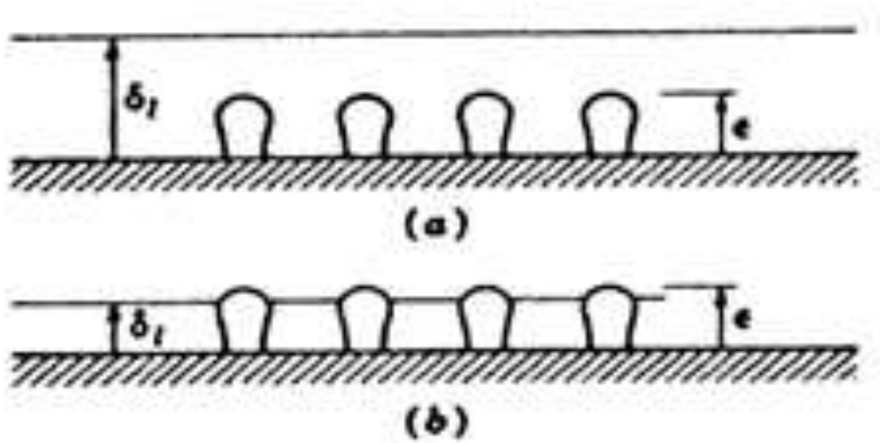


Στην τυρβώδη ροή παραμένει στο τοίχωμα του σωλήνα ένα στρώμα όπου η ροή είναι στρωτή (**ιξώδες ή συνεκτικό υπόστρωμα**). Αυτό το συνεκτικό υπόστρωμα είναι εξαιρετικά λεπτό, συνήθως λίγα εκατοστά του χιλιοστού, αλλά η επίδραση του είναι μεγάλη. Το πάχος αυτού του στρώματος συμβολίζεται με $\boldsymbol{\delta}_l$.

Όσο μεγαλύτερη είναι η ταχύτητα ή όσο μικρότερη η συνεκτικότητα τόσο το πάχους αυτού του στρώματος μειώνεται. Αν οι ανωμαλίες είναι τέτοιες ώστε να μην εξέχουν του συνεκτικού υποστρώματος τότε από την άποψη της ρευστομηχανικής ο σωλήνας είναι **υδραυλικά λείος**. Αν όμως η επίδραση των προεξοχών επεκτείνεται και πέραν του συνεκτικού υποστρώματος τότε ο σωλήνας είναι **υδραυλικά τραχύς**.
(Εδώ χαρακτηρίζεται η ροή και όχι το υλικό του σωλήνα).

Υπάρχει και μιά ενδιάμεση περιοχή όπου ο σωλήνας δεν είναι ούτε λείος ούτε τραχύς

ΤΡΑΧΥΤΗΤΑ ΑΓΩΓΟΥ



Οι ανωμαλίες εισχωρούν στην περιοχή εκτός του στρωτού οριακού στρώματος

Η ποσότητα ε/D (D η διάμετρος) ονομάζεται σχετική τραχύτητα του σωλήνα.

Υπολογισμός του συντελεστή f

Ι) Για στρωτή ροή (λείοι και τραχείς σωλήνες):

$\mathrm{Re} < 2000$ $\qquad f = \dfrac{64}{\mathrm{Re}}$

ΙΙ) Για τυρβώδη ροή:

α) Λείοι σωλήνες

$f = \mathrm{fn}\,(\mathrm{Re})$

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 2\log\frac{\mathrm{Re}\sqrt{f}}{2{,}51} \qquad \text{(Prandtl)}$$

$$f = \frac{0{,}3164}{\mathrm{Re}^{1/4}} \qquad \text{για } 10^4 < \mathrm{Re} < 10^5 \qquad \text{(Blasius)}$$

β) Τραχείς σωλήνες:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2\log\left(\frac{k}{3{,}7D} + \frac{2{,}51}{\mathrm{Re}\sqrt{f}}\right) \qquad \text{(Colebrook – White)}$$

Για υδραυλικώς πλήρως τραχείς σωλήνες:

$f = \mathrm{fn}\,(k/D)$

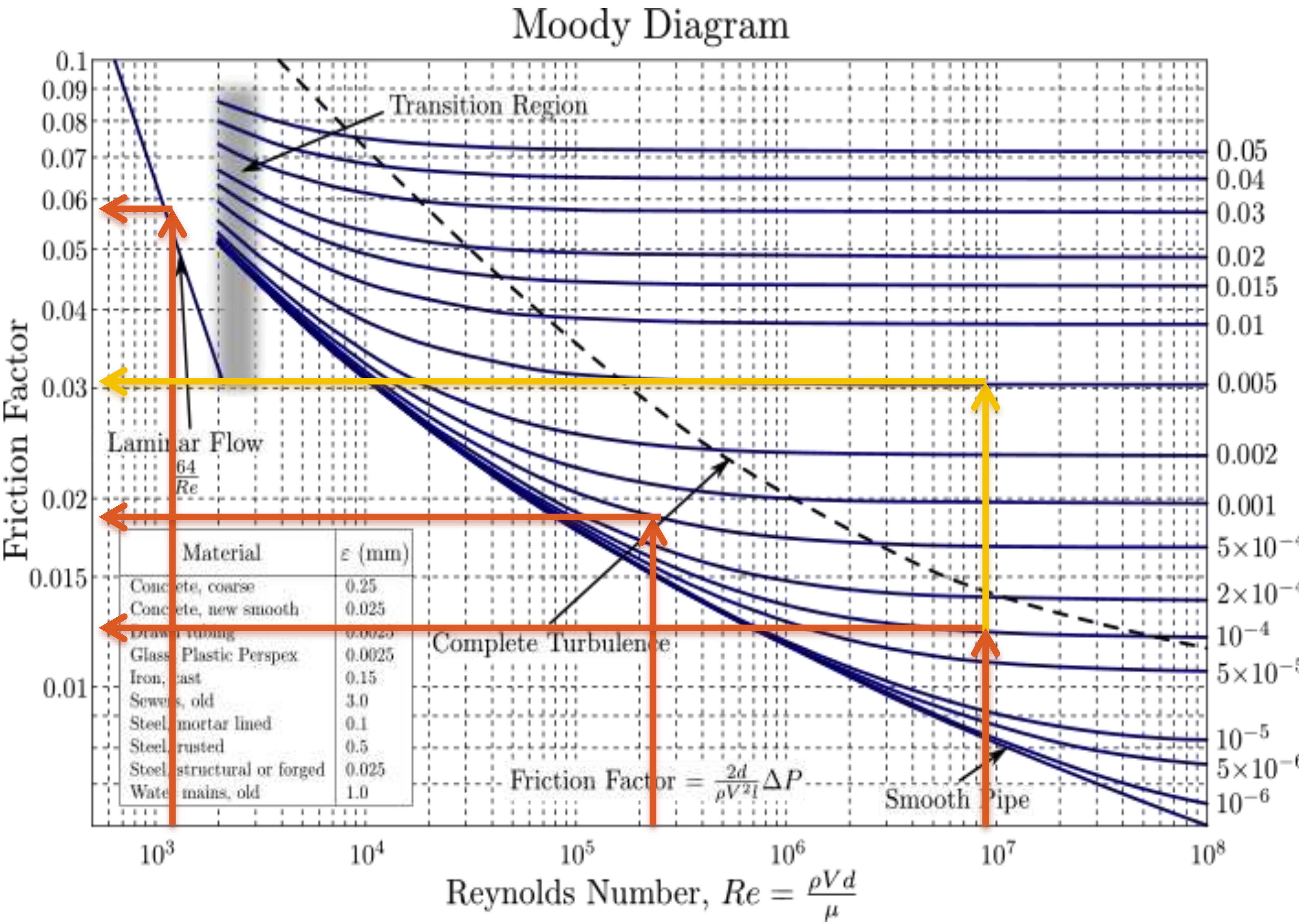
$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 2\log\left(\frac{3{,}7D}{k}\right)$$

Αυτοί οι τύποι λύνονται με δοκιμές

Όπου k = **ε** (δηλαδή το ύψος των προεξοχών του υλικού).

F

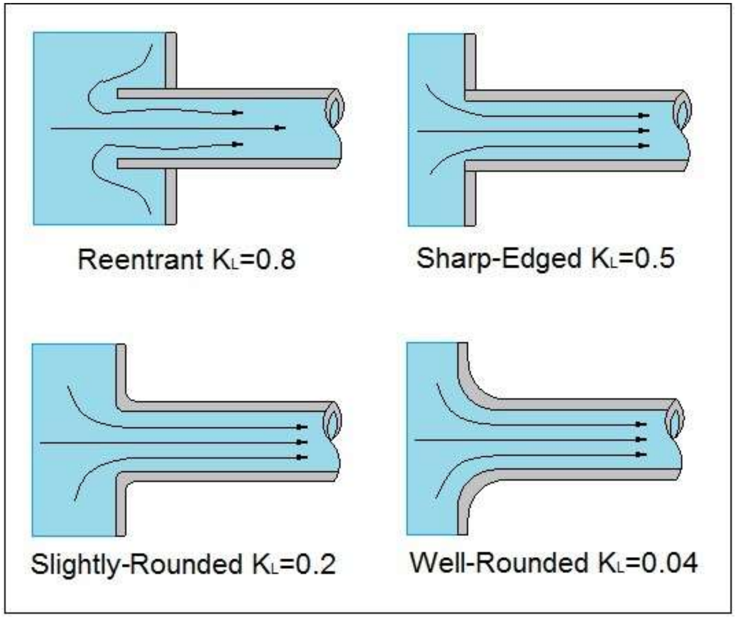
ΣΧ. ΤΡΑΧΥΤΗΤΑ ΑΓΩΓΟΥ



για χαμηλούς αριθμους Reynolds, ο *f* εξαρτάται από τον αριθμό Reynolds και την σχετική τραχύτητα, ενώ για πλήρη τύρβη ο *f* εξαρτάται πλέον μόνο από την σχετική τραχύτητα. Τις τιμές του f τις παίρνουμε από τύπους ή από διαγράμματα (διάγραμμα Moody).

ΤΟΠΙΚΕΣ ΚΑΙ ΓΡΑΜΜΙΚΕΣ ΑΠΩΛΕΙΕΣ

Εκτός από τις **γραμμικές απώλειες** (που ονομάζονται έτσι γιατί λαμβάνουν χώρα κατά μήκος του αγωγού) έχουμε επίσης **τοπικές απώλειες** που συμβαίνουν σε στροφές του αγωγού ή σε αλλαγές διαμέτρων (συνδέσεις ταυ κλπ).



Το μέγεθος των τοπικών απωλειών εξαρτάται από το ύψος της κινητικής ενέργειας ($U^2/2g$) και υπολογίζονται σαν $K^* U^2/2g$ όπου το K δίνεται από πίνακες.

Συνήθως οι τοπικές απώλειες είναι μικρές σε σχέση με τις γραμμικές και δεν τις λαμβάνουμε υπόψη στους υπολογισμούς (άν $L/D > 1000$ περίπου)

$$h_L \equiv f \frac{L}{D} \frac{U^2}{2g}$$

ΣΥΝΟΨΗ: ΓΙΑ ΝΑ ΒΡΩ ΤΟΝ ΣΥΝΤ. ΤΡΙΒΗΣ f

Υπολογίζω τον Re

$$\mathbf{R} \equiv \frac{UL\rho}{\mu}$$

Re < 2000 ροή στρωτή

f = 64/Re

Re > 4000 ροή τυρβώδης

Re > 100,000

ΟΧΙ

$$f = \frac{0,3164}{\mathrm{Re}^{1/4}}$$

Σχέση Blasius

ΝΑΙ

Χρειάζεται και η σχετική τραχύτητα του αγωγού κ (ή ε)

Με δοκιμές από τον τύπο Colebrook - White

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2\log\left(\frac{k}{3{,}7D} + \frac{2{,}51}{\mathrm{Re}\sqrt{f}}\right)$$

Βιβλιογραφία

- Στοιχεία φυσικής υδρολογίας, Κεφάλαιο 3 (**Αρχές της μηχανικής των ρευστών**)

  G. Hornberger et al. Μτφ: Σωτήρη Καραλή
- **Υδραυλική**, 1ος τόμος, Daugherty – Franzini