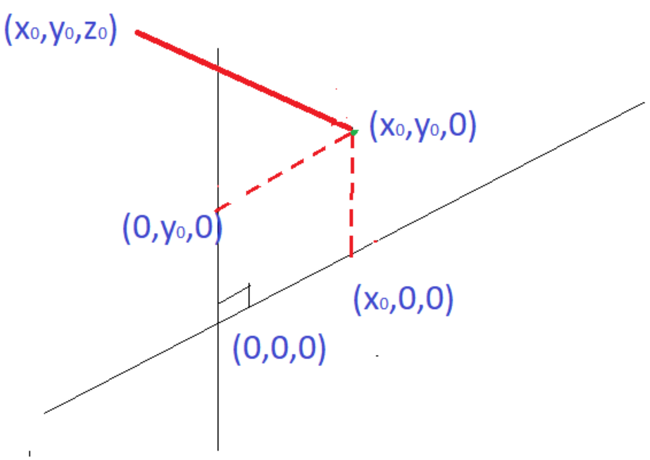
Μερική Παράγωγος

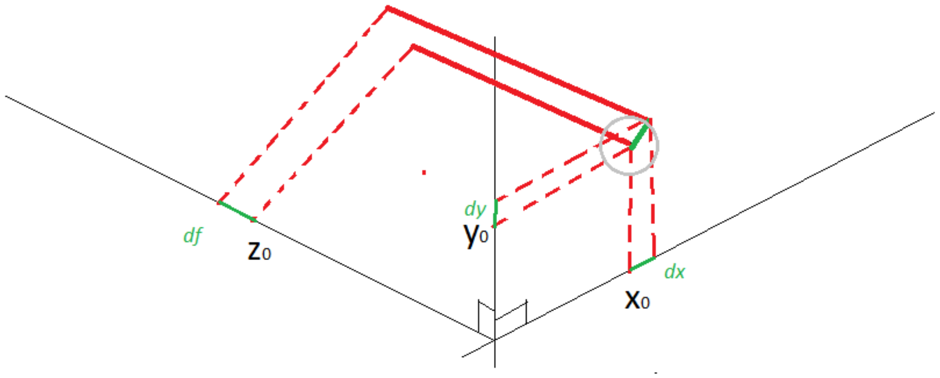
Μελέτη Συνατήσεων Πολλών Μεταβλητών

$$f = f(x_1, x_2, ..., x_n),$$

Συνάρτηση 2 Μεταβλητών $f(x, y)$

Πεδίο Ορισμού:
Περιοχή D - 2 διαστάσεων





Μερική Παράγωγος- Ορισμός

$$\frac{\partial f(x,y)}{\partial x} = \lim_{h\to 0}\frac{f(x+h,y)-f(x,y)}{h}$$

Θεωρούμε το y σταθερό

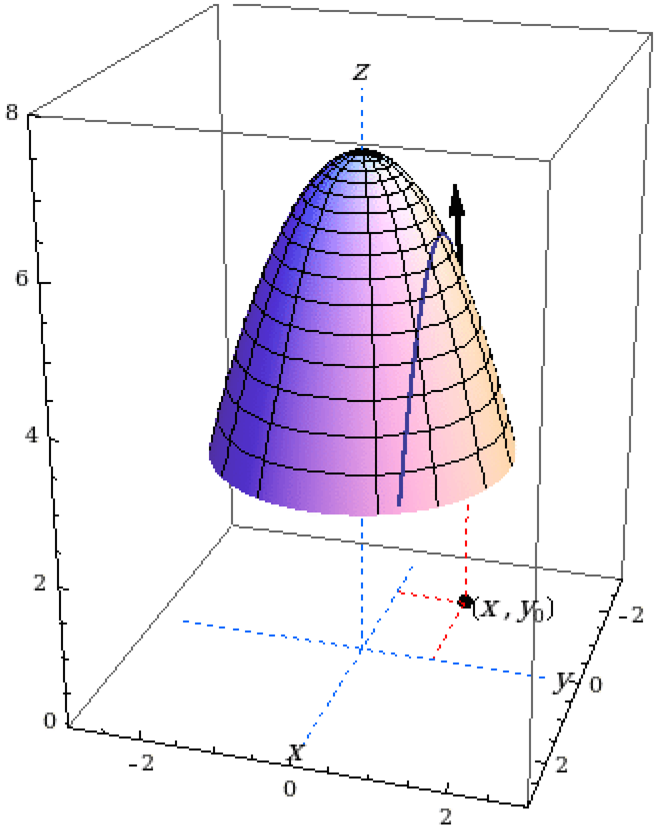
$$\frac{\partial f(x,y)}{\partial y} = \lim_{h\to 0}\frac{f(x,y+h)-f(x,y)}{h}$$

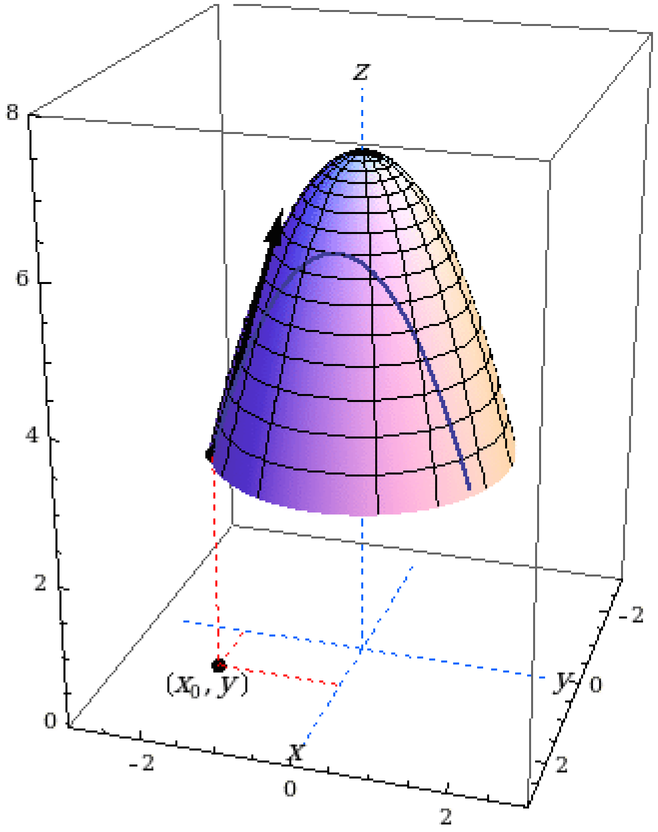
Θεωρούμε το x σταθερό

Π.χ.

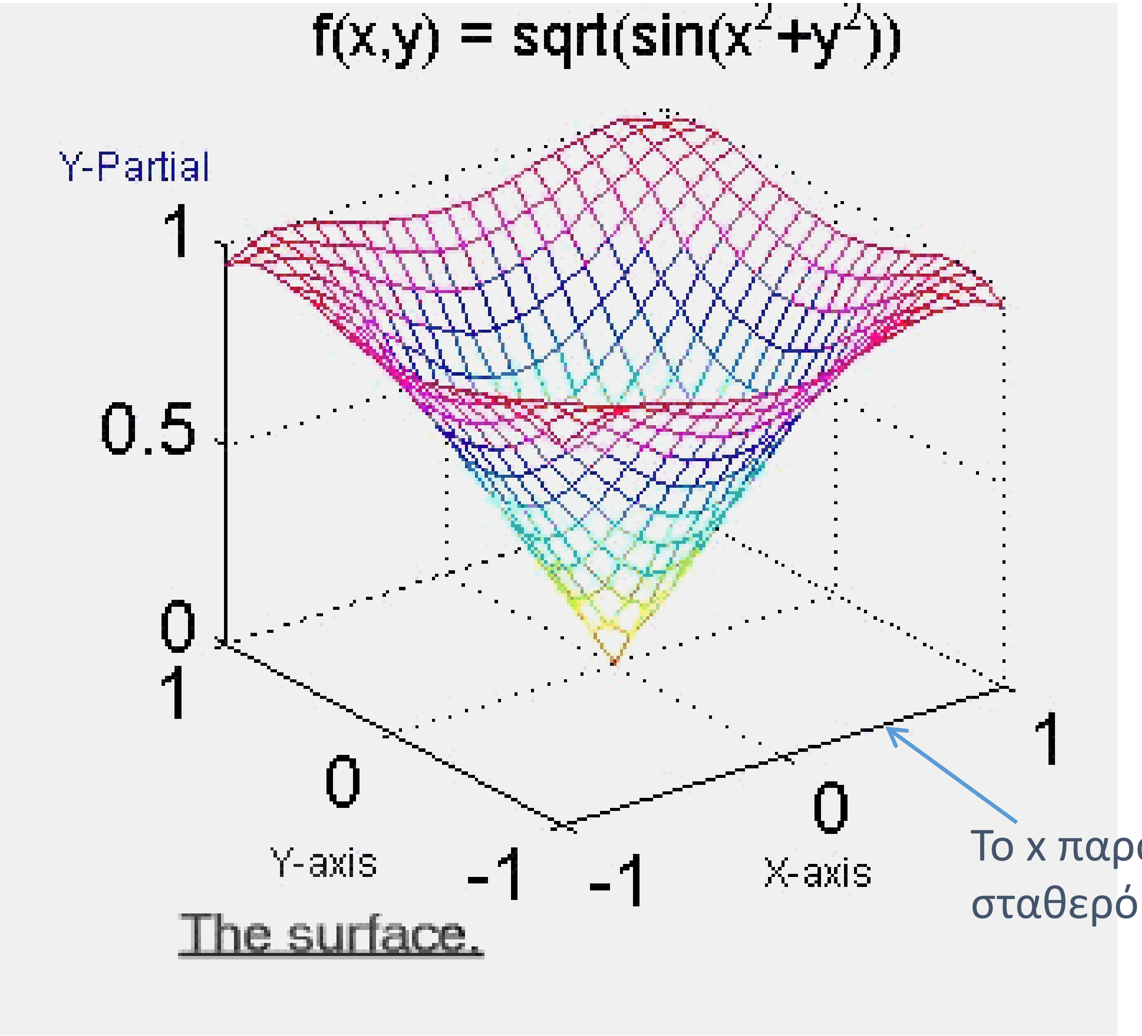
$$f(x,y) = x^2 e^{-y} \quad \Rightarrow \quad \left.\begin{aligned} \frac{\partial f(x,y)}{\partial x} &= e^{-y}\frac{\partial x^2}{\partial x} = 2xe^{-y} \\ \frac{\partial f(x,y)}{\partial y} &= x^2\frac{\partial e^{-y}}{\partial y} = -x^2 e^{-y} \end{aligned}\right\}$$

Μερική Παράγωγος (2)





Μερική Παράγωγος (3)



Το x παραμένει σταθερό

Κανόνας της Αλυσίδας

Αν οι μεταβλητές της συνάρτησης $f(x,y)$

είναι συναρτήσεις μιας τρίτης μεταβλητής $x = g(t)\ ,\ \ y = h(t)$

Τότε

$$f(x,y) = f\big(g(t), h(t)\big) = z(t)$$

και

$$\boxed{\frac{df}{dt} = \frac{\partial f}{\partial x}\frac{dx}{dt} + \frac{\partial f}{\partial y}\frac{dy}{dt}}$$

Ολικό Διαφορικό της συνάρτησης

$$\boxed{df = \frac{\partial f}{\partial x}dx + \frac{\partial f}{\partial y}dy}$$