

Ejemplo:

$$\begin{aligned}
 dW &= \vec{F} \cdot d\vec{r} \\
 &= F \cdot dr \cdot \cos \theta \\
 &= F_{\parallel} \cdot dr
 \end{aligned}$$

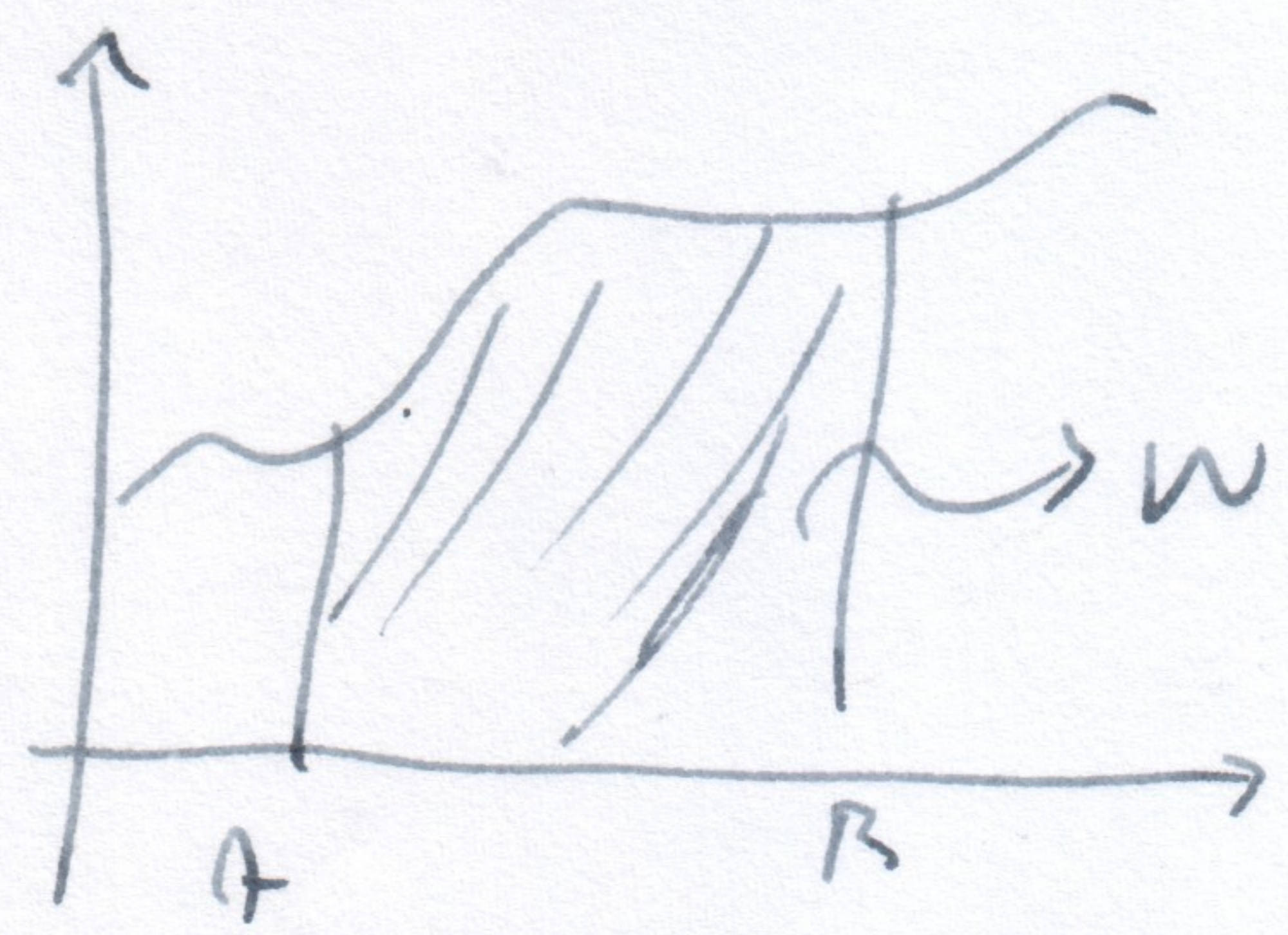


$$W = \vec{F}_1 \cdot d\vec{r} + \vec{F}_2 \cdot d\vec{r} + \dots + \vec{F}_n \cdot d\vec{r}$$

$$\Rightarrow W = \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{r}$$

$$\begin{aligned}
 d\vec{r} &= dx \hat{i} + dy \hat{j} + dz \hat{k} \\
 \vec{F} &= F_x \hat{i} + F_y \hat{j} + F_z \hat{k}
 \end{aligned}
 \left\{ \begin{aligned}
 \vec{F} \cdot d\vec{r} &= F_x dx + F_y dy + F_z dz
 \end{aligned} \right.$$

$$W = \int_A^B F_x dx + \int_A^B F_y dy + \int_A^B F_z dz$$



İçeris

2

$$\boxed{P = \frac{dW}{dt}} \quad \left\{ \begin{array}{l} P = \frac{d}{dt} (\vec{F} \cdot d\vec{r}) \\ dW = \vec{F} \cdot d\vec{r} \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow P = \vec{F} \cdot \frac{d\vec{r}}{dt} + \vec{r} \cdot \frac{d\vec{F}}{dt}$$

$$\Rightarrow \boxed{P = \vec{F} \cdot \vec{v} + \vec{r} \cdot \frac{d\vec{F}}{dt}}$$

Av $F = \text{const}(t) \Rightarrow P = \vec{F} \cdot \vec{v}$.

Watt , kWatt

Erişim

$$\boxed{K = \frac{1}{2} m v^2}$$

Özellik

$$W = \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{r} = \int m \frac{dv}{dt} dr = m \int dv \frac{dr}{dt} = m \int v dv$$

$$\Rightarrow \boxed{W = \frac{1}{2} m v_B^2 - \frac{1}{2} m v_A^2}$$

Έργο Συμμετρίας

F=const :

$$W = \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{r} \Rightarrow W = \vec{F} \int_A^B d\vec{r}$$
$$\Rightarrow \boxed{W = \vec{F} (\vec{r}_B - \vec{r}_A)}$$

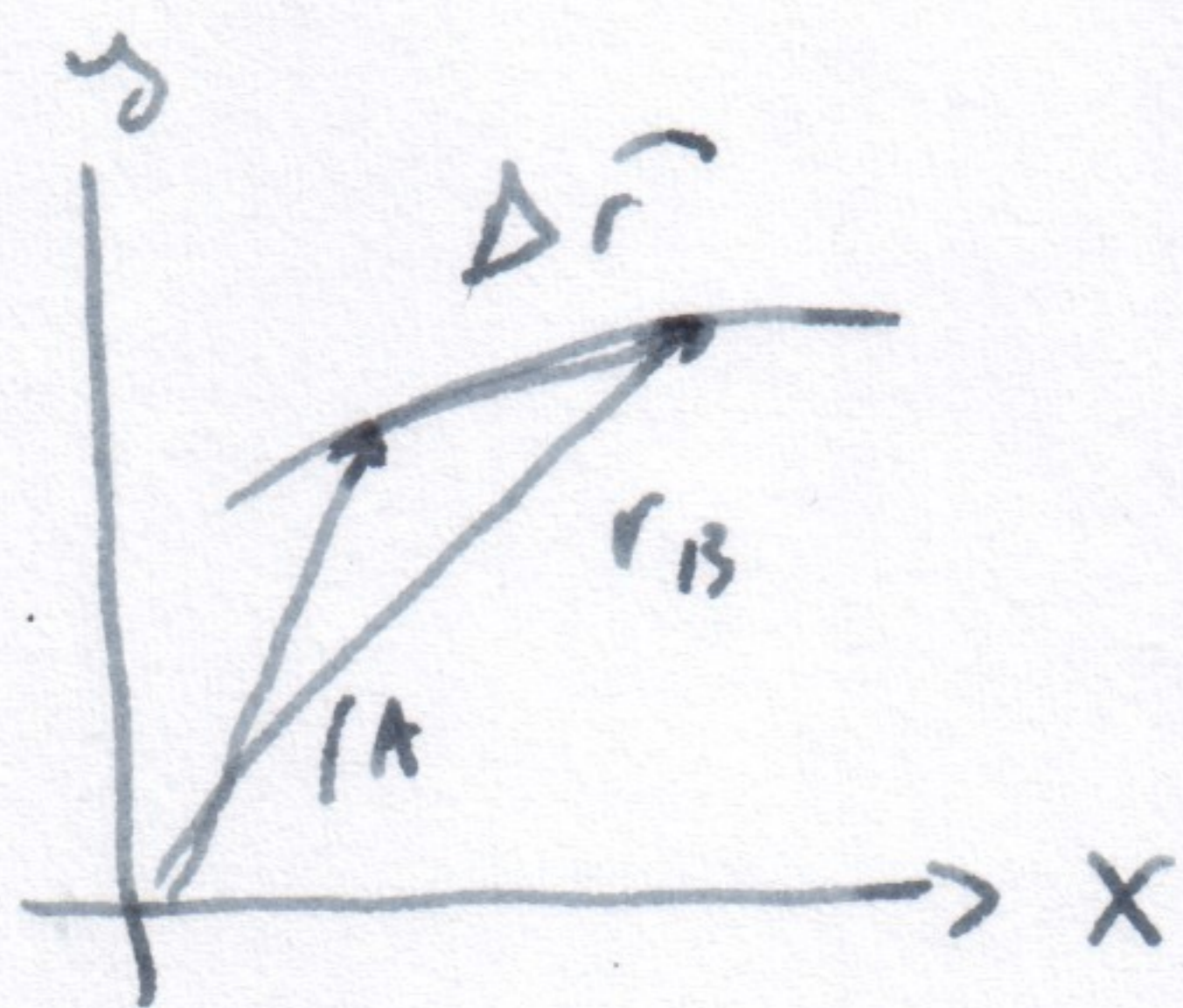
F=-kx

$$W = \int_A^B -kx \cdot dx = -k \int_A^B x \cdot dx$$

$$\Rightarrow \boxed{W = -\frac{1}{2} k x_B^2 - \frac{1}{2} k x_A^2}$$

Έργο Βάρους

$$W = mgh$$

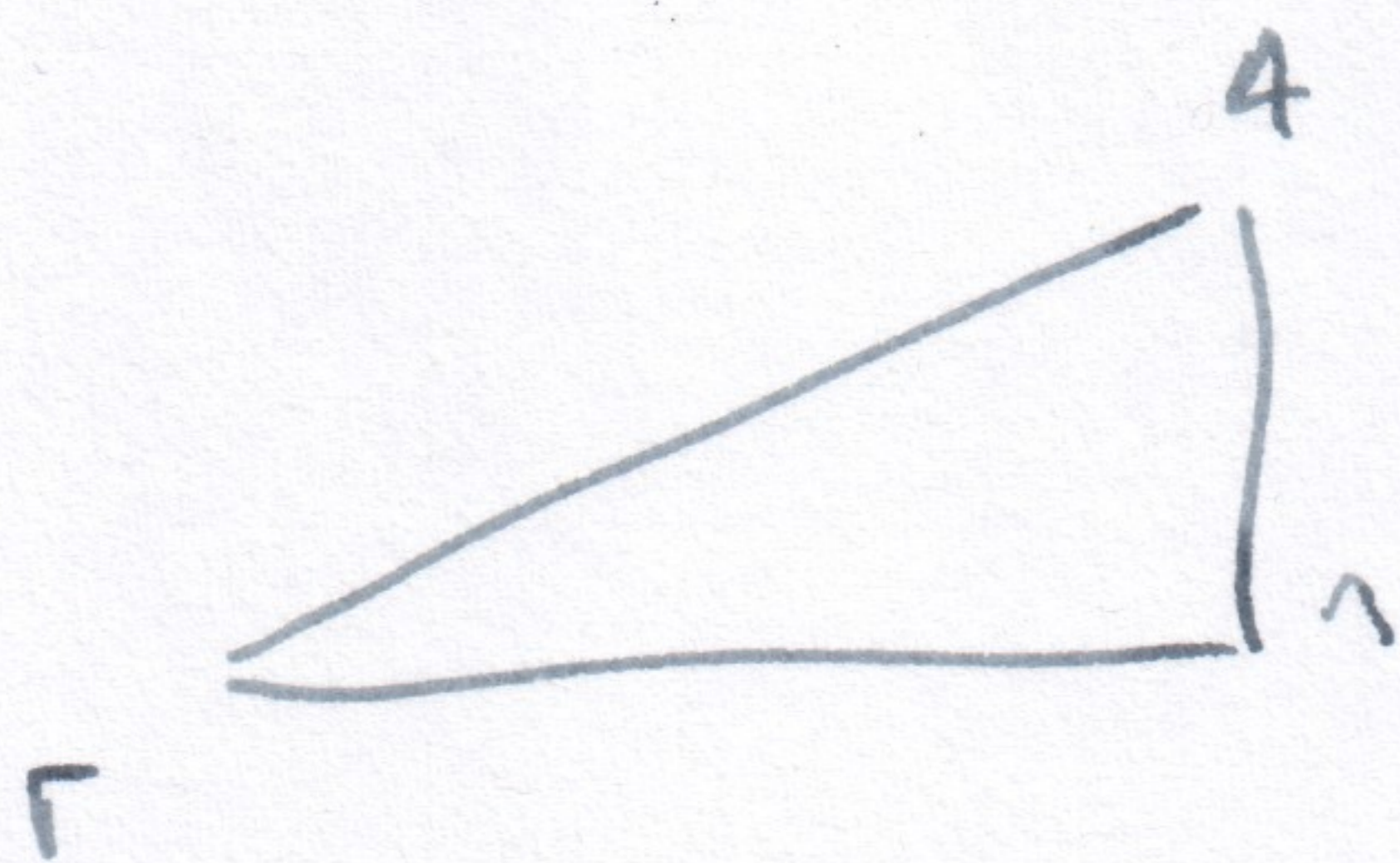


$$\vec{r}_A - \vec{r}_B = (x_B - x_A) \hat{i} + (y_B - y_A) \hat{j}$$

$$W = \vec{B} \cdot \Delta \vec{r} = B \cdot \Delta y$$

$$\Rightarrow W = B (y_B - y_A)$$

$$\Rightarrow \boxed{W = B \cdot h}$$



W Βάρους ανεξάρτητου Σταθμού \rightarrow

W Βάρους \rightarrow Δ \vec{r} \rightarrow Σταθμός = 0

ΔΙΑ ΔΥΝΑΜΙΚΗΣ ΔΥΝΑΜΙΚΗΣ

Δυναμική Ενέργεια

$$W = \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{r} = E_{PA} - E_{PB}$$

$$W = -\Delta U_{AB}$$

$$W = \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{r} = - \int_A^B dE_p$$

Η δυναμική ενέργεια ορίζεται μόνο για δυνάμεις συντηρητικές.

Σχέση έργου - Σύνδεσης - κλίσης

$$\begin{cases} \vec{F} \cdot d\vec{r} = F \cdot ds \cdot \cos\theta \\ \vec{F} \cdot d\vec{r} = -dE_p \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} F ds \cos\theta = -dE_p \\ \boxed{F \cos\theta = -\frac{dE_p}{ds}} \end{cases}$$

Το γινόμενο $F \cos\theta$ είναι η συνιστώσα της δύναμης που κινώμεθα ds . Αν γνωρίζω το $E_p(x)$ τότε είναι εύκολο να συνιστώσα F ως προς οποιαδήποτε κατεύθυνση

$$\vec{F} = -\text{grad } E_p \Rightarrow \vec{F} = -\vec{\nabla} E_p$$

$$F_x = \frac{\partial E_p}{\partial x} \quad F_y = \frac{\partial E_p}{\partial y} \quad F_z = \frac{\partial E_p}{\partial z}$$

$$\vec{\nabla} = \frac{\partial}{\partial x} \hat{i} + \frac{\partial}{\partial y} \hat{j} + \frac{\partial}{\partial z} \hat{k}$$

Ορισμός Κινητικής Ενέργειας

(5)

$$K = \frac{1}{2} m v^2$$

Ορισμός Δυναμικού Ενέργειας

$$W_{AB} = -\Delta U_{AB} = -(U_B - U_A) = U_A - U_B$$

$$W_{AB} = -\Delta U_{AB} \Rightarrow \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{r} = - \int_A^B dU_{AB}$$

$$\Leftrightarrow \vec{F} \cdot d\vec{r} = -dU_{AB}$$

$$\Rightarrow \boxed{\vec{F} = - \frac{dU}{d\vec{r}}}$$

$$\Gamma \text{ (ή } \nabla) \quad \boxed{F(\vec{r}) = -\vec{\nabla} U}$$

$$\vec{\nabla} = -\frac{\partial}{\partial x} \hat{i} + \frac{\partial}{\partial y} \hat{j} + \frac{\partial}{\partial z} \hat{k}$$

Επίσης

$$F_x = -\frac{\partial U}{\partial x}$$

$$F_y = -\frac{\partial U}{\partial y}$$

$$F_z = -\frac{\partial U}{\partial z}$$

Σύμβαση ορισμού για Δυναμικό Ενέργειας

$$F = -\vec{\nabla} U$$

Δυναμική Ελαστικού Ελαστικού

$F = -kx$

$W = \int \vec{F} \cdot d\vec{r} = - \int_{x_1}^{x_2} kx dx = -k \int_{x_1}^{x_2} x dx = -k \frac{x^2}{2} \Big|_{x_1}^{x_2} \Rightarrow$

$W = \frac{1}{2} kx_2^2 - \frac{1}{2} kx_1^2$

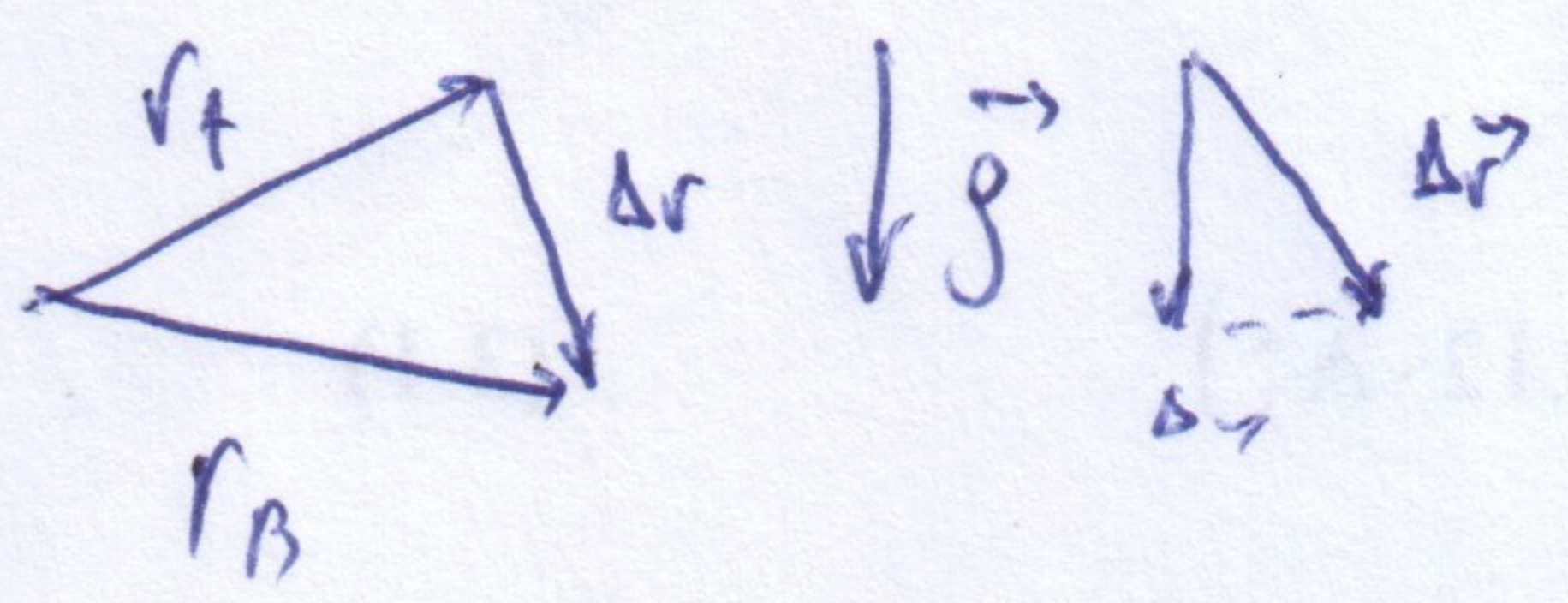
$U(x) = \frac{1}{2} kx^2$

Δυναμική κλίσης Βαρύτητας

$F = mg$

$W = \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{r} = mg \int_A^B dr = m\vec{g} \cdot (\vec{r}_B - \vec{r}_A) = m\vec{g} \cdot \Delta\vec{r}$

$\Rightarrow W = mg \Delta y$



$\rightarrow W = mg (y_B - y_A)$

$U(y) = mgy$

$$\Delta K = W_{sp}$$

$$\Delta K_{AB} = S W_{AB}$$

Διατήρηση Ενέργειας

$$\Delta K_{AB} = W_{AB}$$

$$-\Delta U_{AB} = W_{AB}$$

(Σταθμιστική, Συναρμ.)

$$\Delta Y_{AB} = -\Delta U_{AB}$$

$$\Rightarrow \Delta K_{AB} + \Delta U_{AB} = 0$$

$$\Rightarrow \boxed{K_{AB} + U_{AB} = \text{const}}$$