ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ
Τεχνολογικό Εκπαιδευτικό Ίδρυμα Πειραιά

Συστήματα Αυτομάτου Ελέγχου 1

Ενότητα # 7: Άλγεβρα βαθμίδων (μπλόκ) – Ολική συνάρτηση μεταφοράς

Δ. Δημογιαννόπουλος, dimogian@teipir.gr
Επ. Καθηγητής Τμήματος Μηχανικών Αυτοματισμού Τ.Ε

Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο
ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ
ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑ ΒΙΟΥ ΜΑΘΗΣΗ
επένδυση στην κοινωνία της γνώσης
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ
ΕΣΠΑ 2007-2013
πρόγραμμα για την ανάπτυξη
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ
Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης

Άδειες Χρήσης

Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στα πλαίσια του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «**Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Πανεπιστήμιο Αθηνών**» έχει χρηματοδοτήσει μόνο τη αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.

Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο
ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ
ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑ ΒΙΟΥ ΜΑΘΗΣΗ
επένδυση στην κοινωνία της γνώσης
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ
ΕΣΠΑ 2007-2013
πρόγραμμα για την ανάπτυξη
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ
Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης

Σκοποί ενότητας

- Κανόνες συνδυασμών διαγραμμάτων βαθμίδων
- Συνάρτηση μεταφοράς σύνθετων συστημάτων συνδυάζοντας συναρτήσεις υποσυστημάτων
- Παραδείγματα σύνθετων συστημάτων
- Η έννοια της συνδεσμολογίας ελέγχου…

Περιεχόμενα ενότητας

- Ολική συνάρτηση Μεταφοράς
- Παράδειγμα σύνθετου ηλεκτρομηχανικού συστήματος: Κινητήρας συνεχούς ρεύματος
- Blocks (βαθμίδες) σε σειρά
- Blocks (βαθμίδες) παράλληλα

Περιεχόμενα ενότητας

- Σύστημα κλειστού βρόχου
- Μετακινήσεις Κόμβων/ Αθροιστών
- Παραδείγματα
- Εφαρμογές σε σύνθετα συστήματα

Ολική συνάρτηση Μεταφοράς

Ολική συνάρτηση Μεταφοράς

- Συνάρτηση Μεταφοράς = σχέση εξόδου – εισόδου συστήματος G με αλγεβρική εξίσωση στο πεδίο Laplace (αντί διαφορικής εξίσωσης στο πεδίο του χρόνου!)

Ολική συνάρτηση Μεταφοράς

- Συνάρτηση Μεταφοράς **=** σχέση εξόδου – εισόδου συστήματος G με αλγεβρική εξίσωση στο πεδίο Laplace (αντί διαφορικής εξίσωσης στο πεδίο του χρόνου!)

- Συνδυάζοντας συναρτήσεις μεταφοράς διαφόρων συστημάτων που σχηματίζουν ένα γενικευμένο σύστημα, μπορούμε να βρούμε τη συνάρτηση μεταφοράς του γενικευμένου/σύνθετου συστήματος.

Ολική συνάρτηση Μεταφοράς

- Συνάρτηση Μεταφοράς = σχέση εξόδου – εισόδου συστήματος G με αλγεβρική εξίσωση στο πεδίο Laplace (αντί διαφορικής εξίσωσης στο πεδίο του χρόνου!)

- Συνδυάζοντας συναρτήσεις μεταφοράς διαφόρων συστημάτων που σχηματίζουν ένα γενικευμένο σύστημα, μπορούμε να βρούμε τη συνάρτηση μεταφοράς του γενικευμένου/σύνθετου συστήματος.

- Για τούτο υπάρχουν εύκολοι κανόνες που θα δούμε παρακάτω

Παράδειγμα σύνθετου ηλεκτρομηχανικού συστήματος

Κινητήρας συνεχούς ρεύματος

Παράδειγμα σύνθετου ηλεκτρομηχανικού συστήματος: Κινητήρας συνεχούς ρεύματος

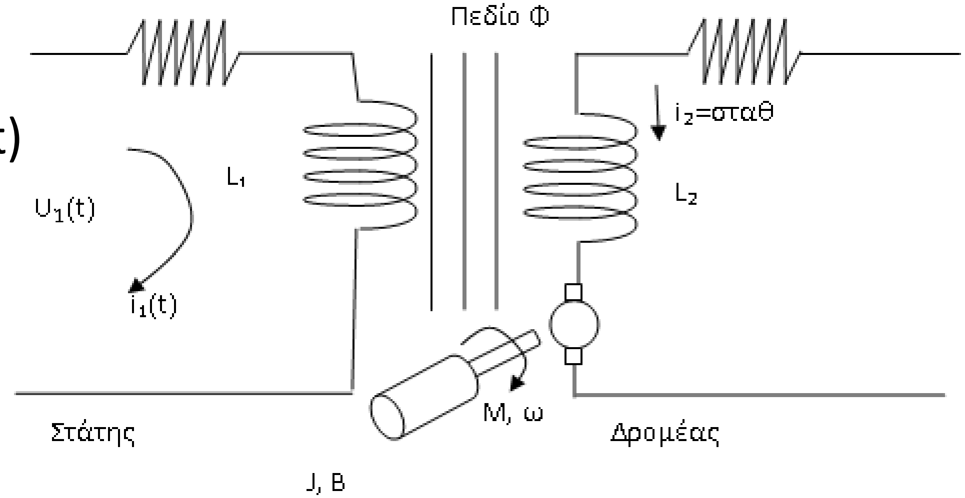
J: Αδράνεια άξονα

B: Τριβή περιστροφής (έδρανα κλπ)

M: Παραγόμενη ροπή

$u_1(t)$: Τάση εισόδου

ω: Ταχύτητα εξόδου άξονα



Παράδειγμα σύνθετου ηλεκτρομηχανικού συστήματος: Κινητήρας συνεχούς ρεύματος

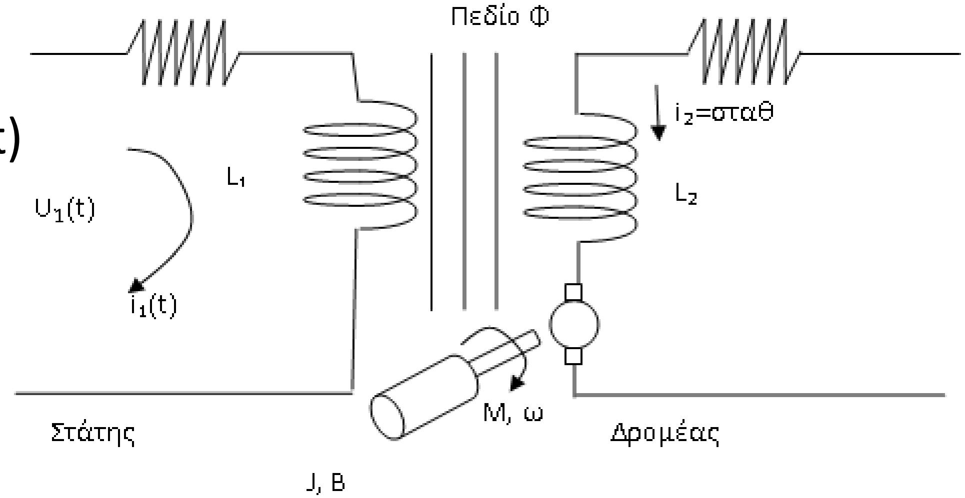
J: Αδράνεια άξονα

B: Τριβή περιστροφής (έδρανα κλπ)

M: Παραγόμενη ροπή

$u_1(t)$: Τάση εισόδου

ω: Ταχύτητα εξόδου άξονα



<u>Στάτης:</u> $\mathrm{u}_1(t) = i_1(t) \cdot R_1 + L_1 \cdot \frac{d}{dt} i_1(t) \overset{L}{\Rightarrow} U_1(s) = I_1(s) \cdot R_1 + L_1 \cdot s \cdot I_1(s)$ (1)

Παράδειγμα σύνθετου ηλεκτρομηχανικού συστήματος: Κινητήρας συνεχούς ρεύματος

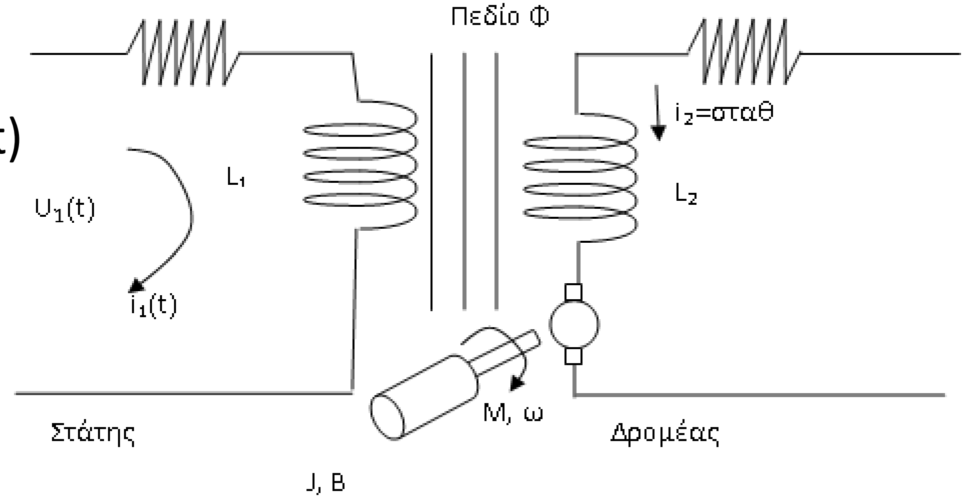
J: Αδράνεια άξονα

B: Τριβή περιστροφής (έδρανα κλπ)

M: Παραγόμενη ροπή

$u_1(t)$: Τάση εισόδου

ω: Ταχύτητα εξόδου άξονα



<u>Στάτης:</u> $\mathrm{u}_1(t) = i_1(t) \cdot R_1 + L_1 \cdot \frac{d}{dt} i_1(t) \overset{L}{\Rightarrow} U_1(s) = I_1(s) \cdot R_1 + L_1 \cdot s \cdot I_1(s)$ (1)

<u>Πεδίο:</u> $M(t) = k \cdot i_1(t) =>\qquad M(s) = k \cdot I_1(s)$ (2)

Παράδειγμα σύνθετου ηλεκτρομηχανικού συστήματος: Κινητήρας συνεχούς ρεύματος

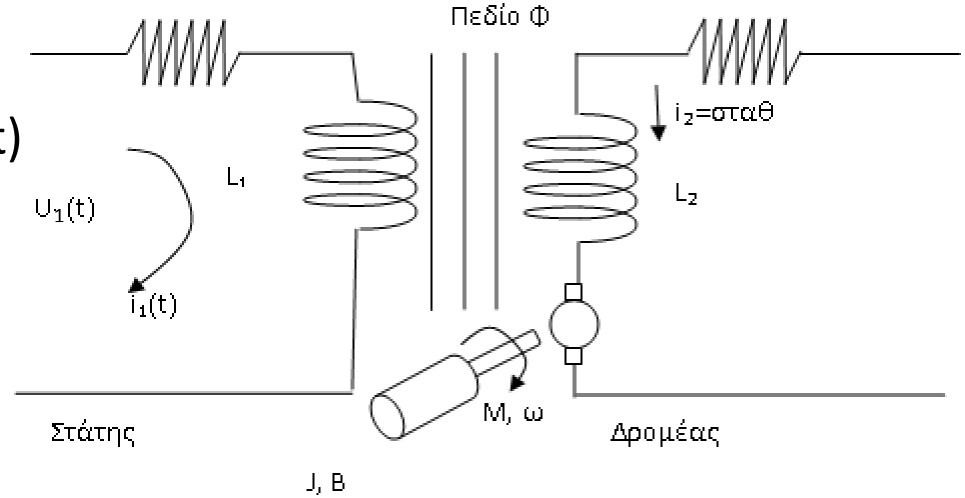
J: Αδράνεια άξονα

B: Τριβή περιστροφής (έδρανα κλπ)

M: Παραγόμενη ροπή

$u_1(t)$: Τάση εισόδου

ω: Ταχύτητα εξόδου άξονα



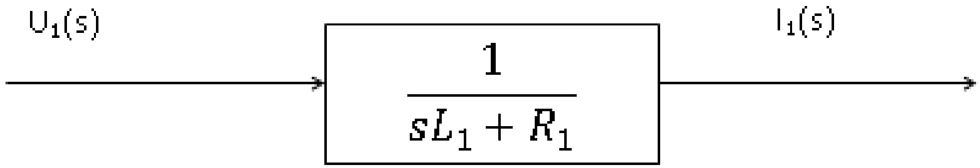
Στάτης: $u_1(t) = i_1(t)\cdot R_1 + L_1\cdot\frac{d}{dt}i_1(t) \overset{L}{\Rightarrow} U_1(s) = I_1(s)\cdot R_1 + L_1\cdot s\cdot I_1(s)$ (1)

Πεδίο: $M(t) = k\cdot i_1(t) \Rightarrow M(s) = k\cdot I_1(s)$ (2)

Άξονας: $J\cdot\frac{d}{dt}\omega(t) + B\cdot\omega(t) = M(t) \Rightarrow J\cdot s\cdot\Omega(s) + B\cdot\Omega(s) = M(s)$ (3)

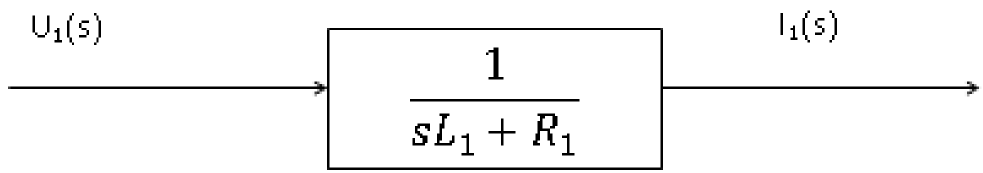
- Από $U_1(s) \rightarrow I_1(s)$: $(1) \Rightarrow I_1(s) = \frac{1}{s \cdot L_1 + R_1} \cdot U_1\,(s)$ (4)

ή



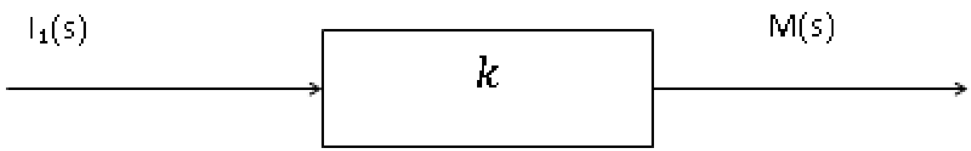
- Από $U_1(s) \rightarrow I_1(s)$: $(1) => I_1(s) = \frac{1}{s \cdot L_1 + R_1} \cdot U_1\,(s)$ (4)

ή



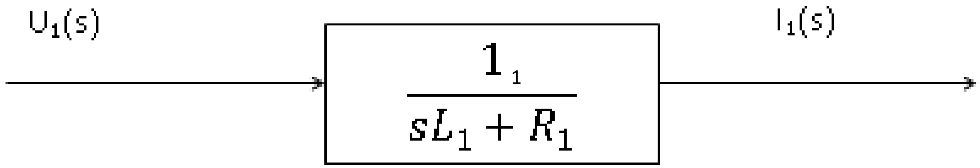
- Από $I_1(s) \rightarrow M(s)$: $(2) => M(s) = k \cdot I_1(s)$ (5)

ή



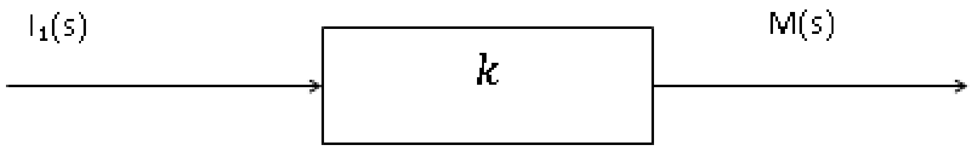
- Από $U_1(s) \rightarrow I_1(s)$: $(1) \Rightarrow I_1(s) = \frac{1}{s \cdot L_1 + R_1} \cdot U_1\,(s)$ (4)

ή



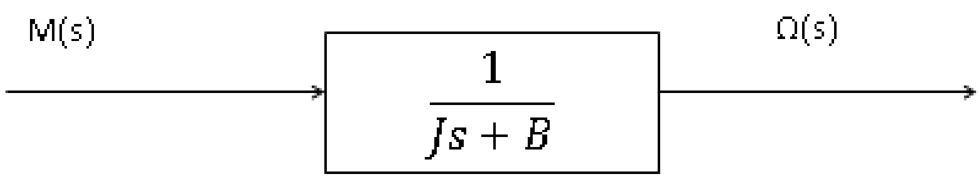
- Από $I_1(s) \rightarrow M(s)$: $(2) \Rightarrow M(s) = k \cdot I_1(s)$ (5)

ή

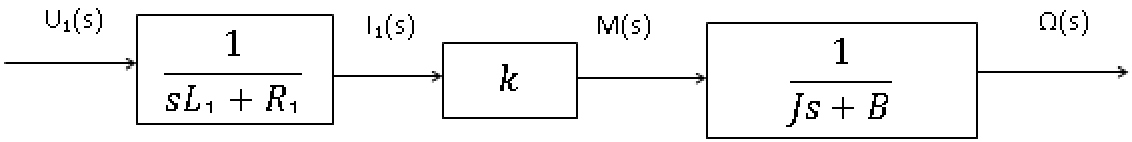


- Από $M(s) \rightarrow \Omega(s)$: $(3) \Rightarrow \Omega(s) = \frac{1}{J \cdot s + B} \cdot M(s)$ (6)

ή

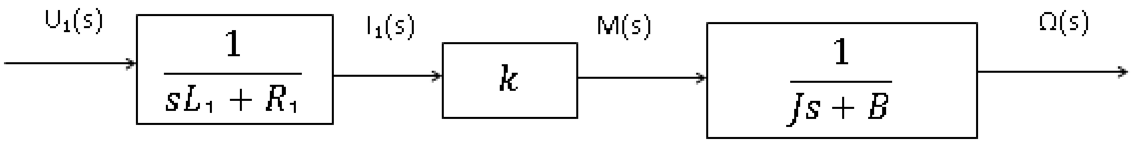


- Άρα συνολικά:



Με απλά λόγια το <u>σύνθετο</u> σύστημα σχηματίζεται με <u>συνδυασμό</u> blocks από τα <u>στοιχειώδη</u> συστήματα!

- Άρα συνολικά:



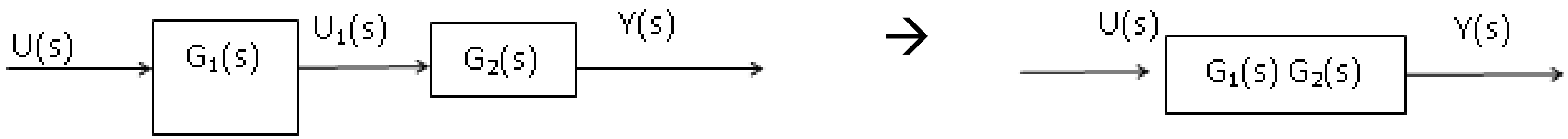
Με απλά λόγια το <u>σύνθετο</u> σύστημα σχηματίζεται με <u>συνδυασμό</u> blocks από τα <u>στοιχειώδη</u> συστήματα!

- Θέλουμε <u>ενσωμάτωση των πολλών</u> blocks ενός σύνθετου συστήματος, <u>σε ένα</u> block, αυτό της <u>ολικής συνάρτησης μεταφοράς</u> του συστήματος. ΠΩΣ;

Blocks (βαθμίδες)

σε σειρά

Blocks (βαθμίδες) σε σειρά



$$\left.\begin{aligned} U_1(s) &= G_1(s)\cdot U(s) \\ Y(s) &= G_2(s)\cdot U_1\ (s) \end{aligned}\right\} \Longrightarrow Y(s) = G_1(s)\cdot G_2\ (s)\cdot U(s) \Longrightarrow$$

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = G_1(s)\cdot G_2\ (s)$$

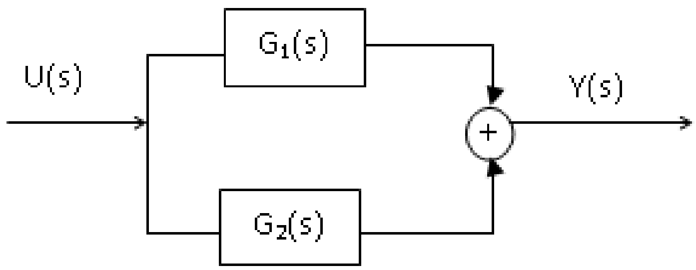
Άρα, για τον κινητήρα συνεχούς ρεύματος που είδαμε

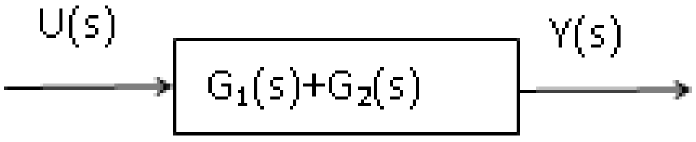
$$\frac{\Omega(s)}{U_1(s)} = \frac{k}{(Js+B)(sL_1+R_1)}$$

Blocks (βαθμίδες)

παράλληλα

Blocks (βαθμίδες) παράλληλα



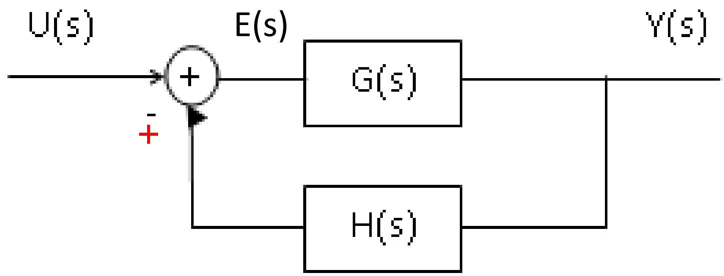


$$Y(s) = G_1(s) \cdot U(s) + G_2(s) \cdot U(s) \Longrightarrow$$

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = G_1(s) + G_2(s)$$

Σύστημα κλειστού βρόχου

Σύστημα κλειστού βρόχου



$$E(s) = U(s) \mp H(s) \cdot Y(s) \implies \quad E(s) \pm H(s) \cdot Y(s) = U(s)$$

$$Y(s) = G(s) \cdot E(s)$$

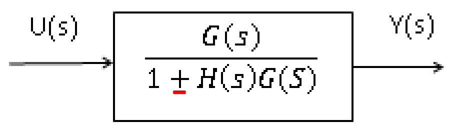
$$\downarrow$$

$$G(s) \cdot E(s) \pm G(s) \cdot H(s) \cdot Y(s) = G(s) \cdot U(s)$$

$$Y(s) \pm G(s) \cdot H(s) \cdot Y(s) = G(s) \cdot U(s)$$

$$\downarrow$$

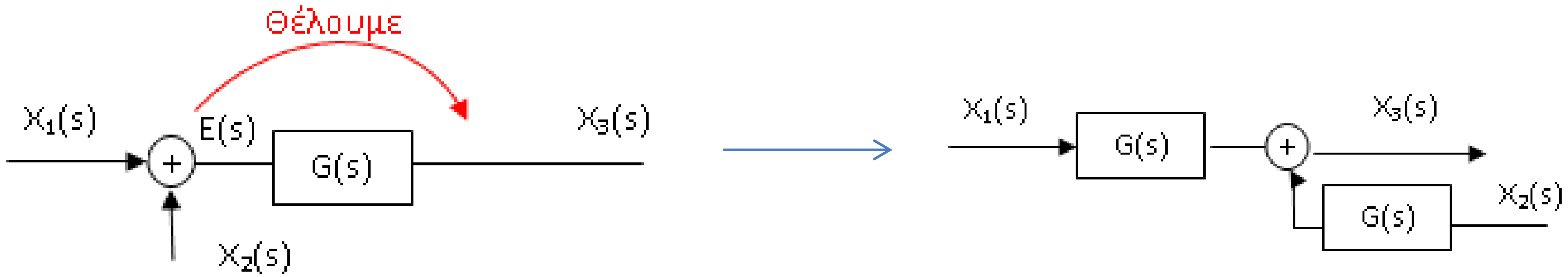
$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{G(s)}{1 \pm H(s) \cdot G(s)}$$

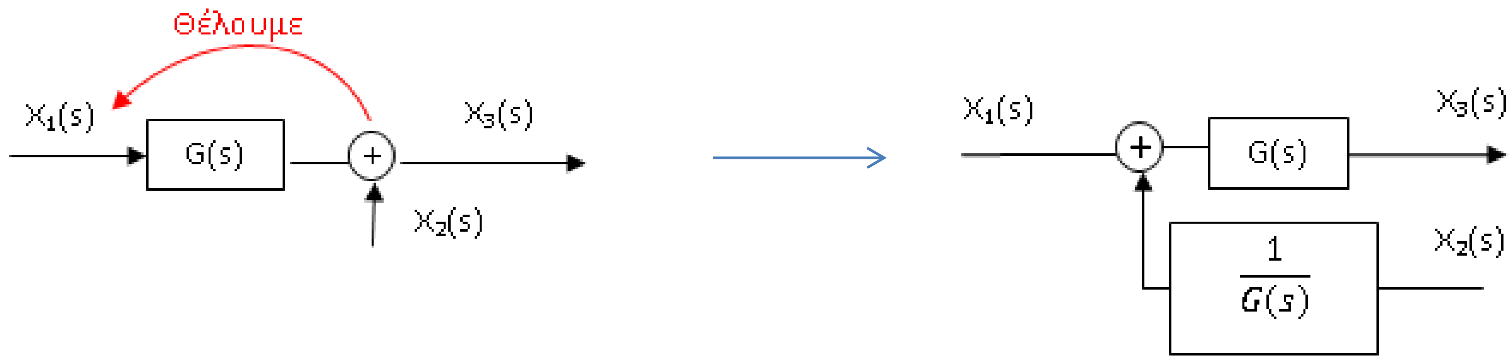


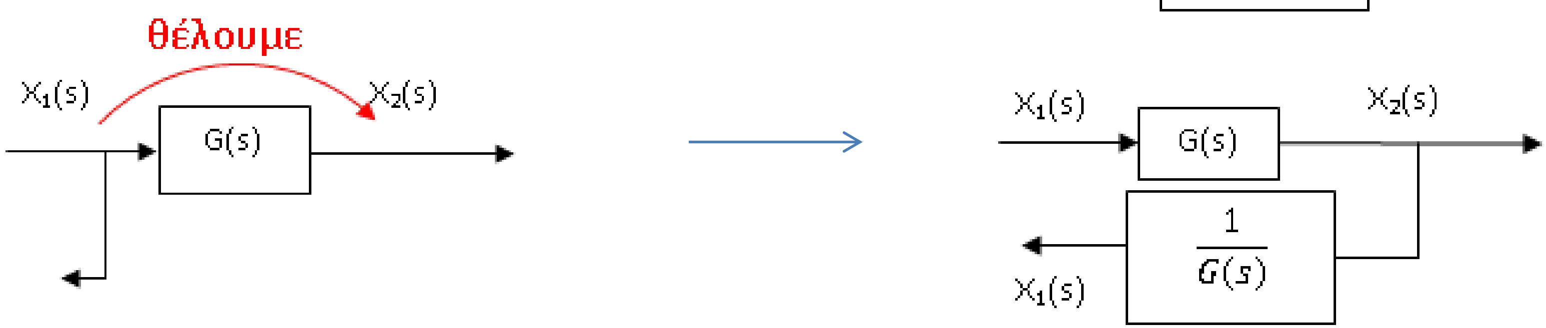
Με κόκκινο η «ειδική» (και σπάνια) περίπτωση θετικής ανατροφοδότησης

Μετακινήσεις Κόμβων/ Αθροιστών

Μετακινήσεις Κόμβων/ Αθροιστών

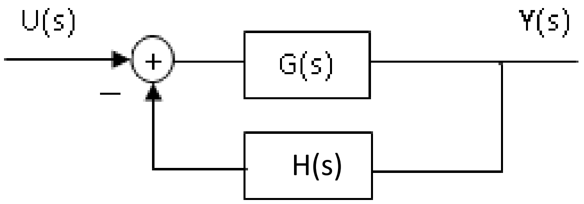


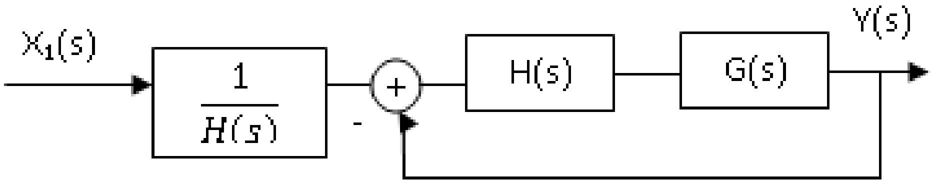




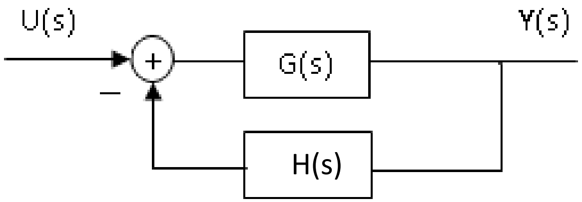
Παραδείγματα

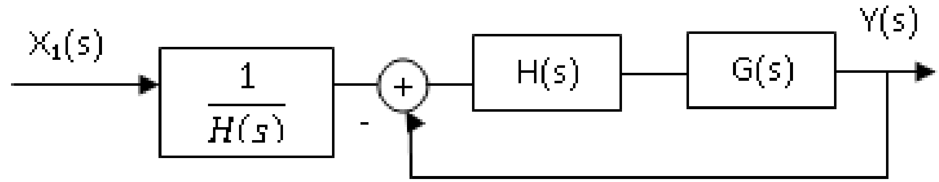
Παραδείγματα

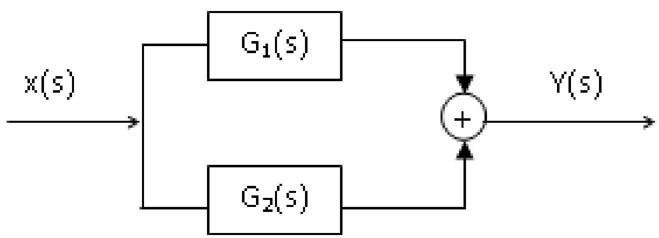


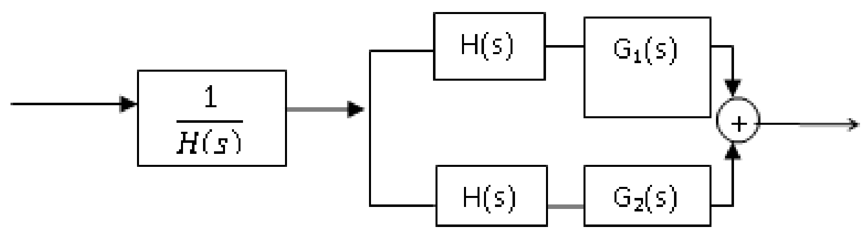


Παραδείγματα

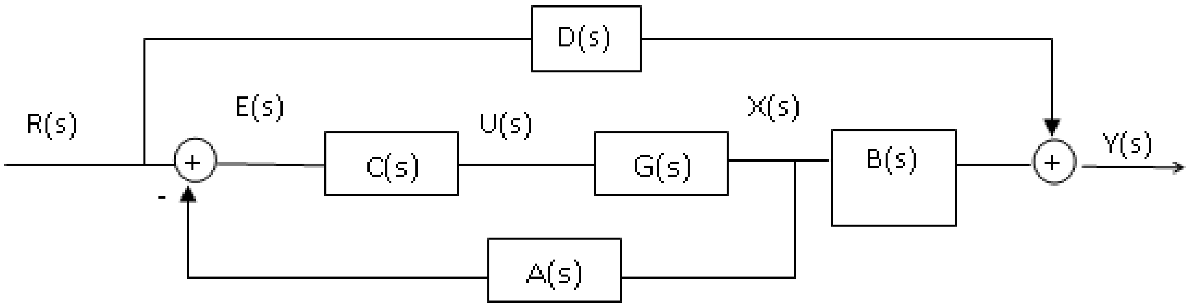




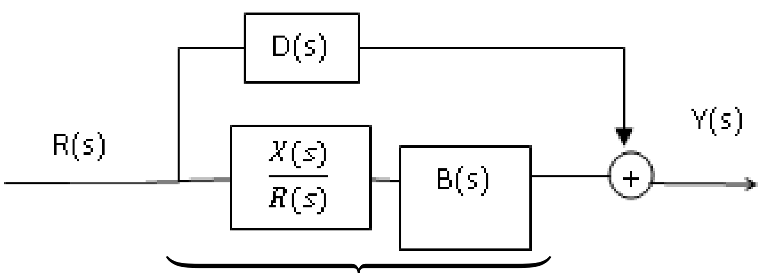




Παραδείγματα (2)



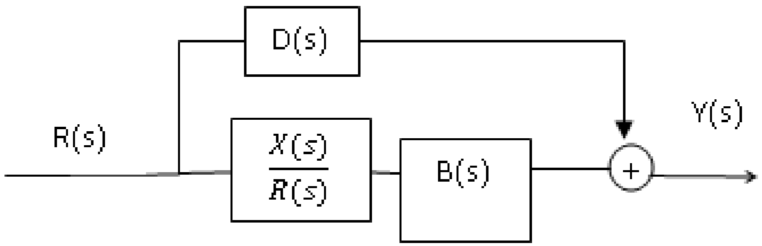
Πρώτα το $\frac{X(s)}{R(s)} := \frac{C(s)\cdot G(s)}{1+A(s)\cdot C(s)\cdot G(s)}$ οπότε και τώρα:



$$B(s)\cdot\frac{X(s)}{R(s)}=\frac{B(s)\cdot C(s)\cdot G(s)}{1+A(s)\cdot C(s)\cdot G(s)}$$

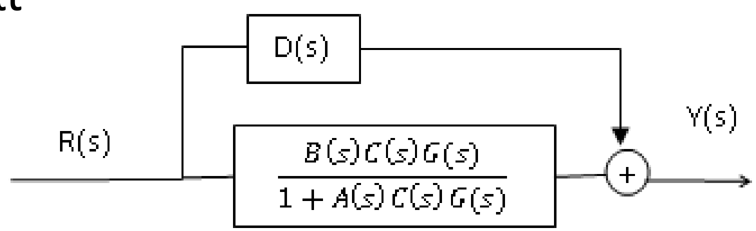
Παραδείγματα (2)

Πρώτα το $\frac{X(s)}{R(s)} := \frac{C(s)\cdot G(s)}{1+A(s)\cdot C(s)\cdot G(s)}$ οπότε και τώρα:



$$B(s)\cdot\frac{X(s)}{R(s)} = \frac{B(s)\cdot C(s)\cdot G(s)}{1+A(s)\cdot C(s)\cdot G(s)}$$

Άρα και



$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{B(s)\cdot C(s)\cdot G(s)}{1+A(s)\cdot C(s)\cdot G(s)} + D(s)$$

Εφαρμογές σε σύνθετα συστήματα

Κινητήρας Συνεχούς Ρεύματος με
διέγερση δρομέα

Εφαρμογές σε σύνθετα συστήματα:

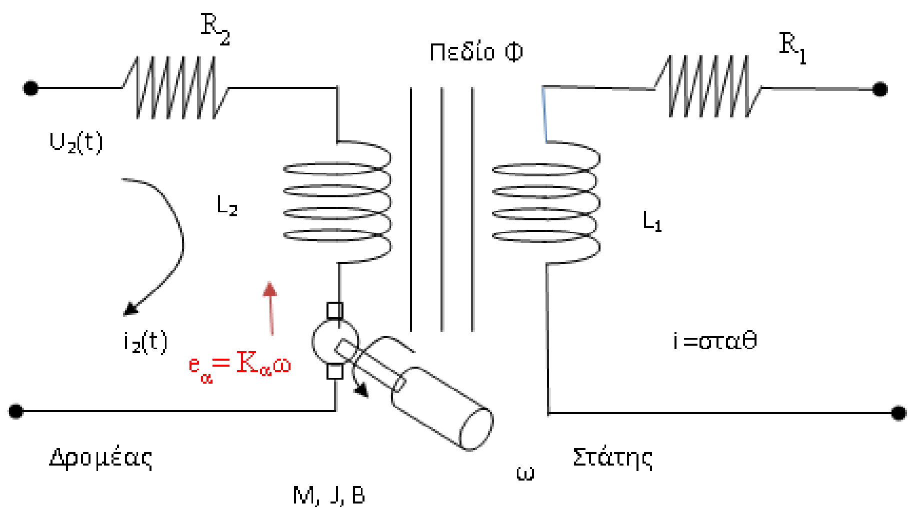
B: Τριβή (έδρανα, ρουλεμάν)

J: Αδράνεια άξονα

M: Παραγόμενη ροπή

ω: Ταχύτητα περιστροφής άξονα

$$\frac{\Omega(s)}{U_2(s)} = ??$$



<u>Δρομέας:</u> $\mathrm{u}_2(t) - e_\alpha(t) = i_2(t) \cdot R_2 + L_2 \cdot \frac{d}{dt} i_2(t) \overset{\mathcal{L}}{\Rightarrow}$

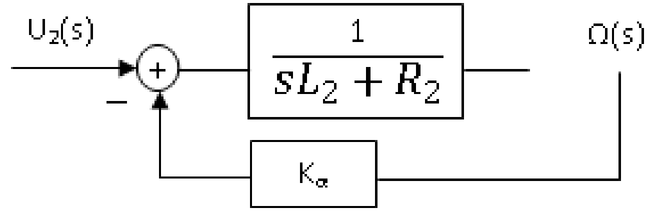
$$\mathrm{U}_2(s) - K_a \cdot \Omega(s) = I_2(s) \cdot R_2 + L_2 \cdot s \cdot I_2\,(s) \qquad (1)$$

<u>Πεδίο:</u> $M(t) = K \cdot i_2\,(t) \overset{\mathcal{L}}{\Rightarrow} M(s) = K \cdot I_2\,(s)$ (2)

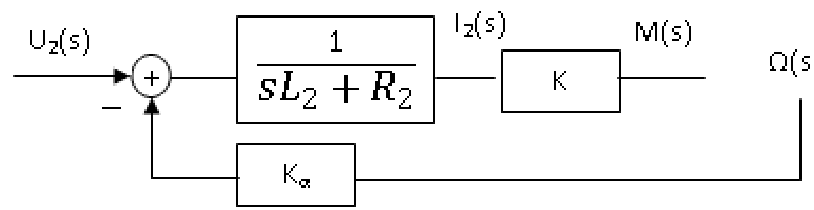
<u>Φορτίο:</u> $J \cdot \frac{d}{dt} \omega(t) + B \cdot \omega(t) = M(t) \overset{\mathcal{L}}{\Rightarrow} J \cdot s \cdot \Omega(s) + B \cdot \Omega(s) = M(s)$ (3)

- Άρα

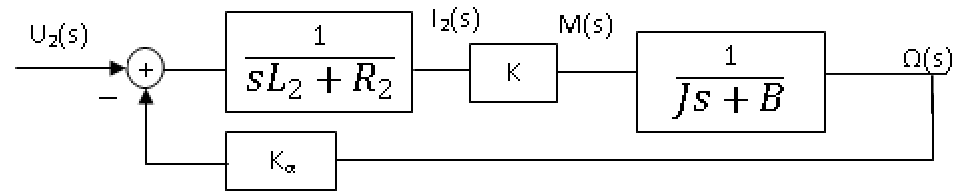
$$(1): I_2(s) = \frac{U_2(s) - K_\alpha \cdot \Omega(s)}{s \cdot L_2 + R_2}$$ ή



$$(2): \mathrm{M(s)} = K \cdot I_2(\mathrm{s})$$ ή

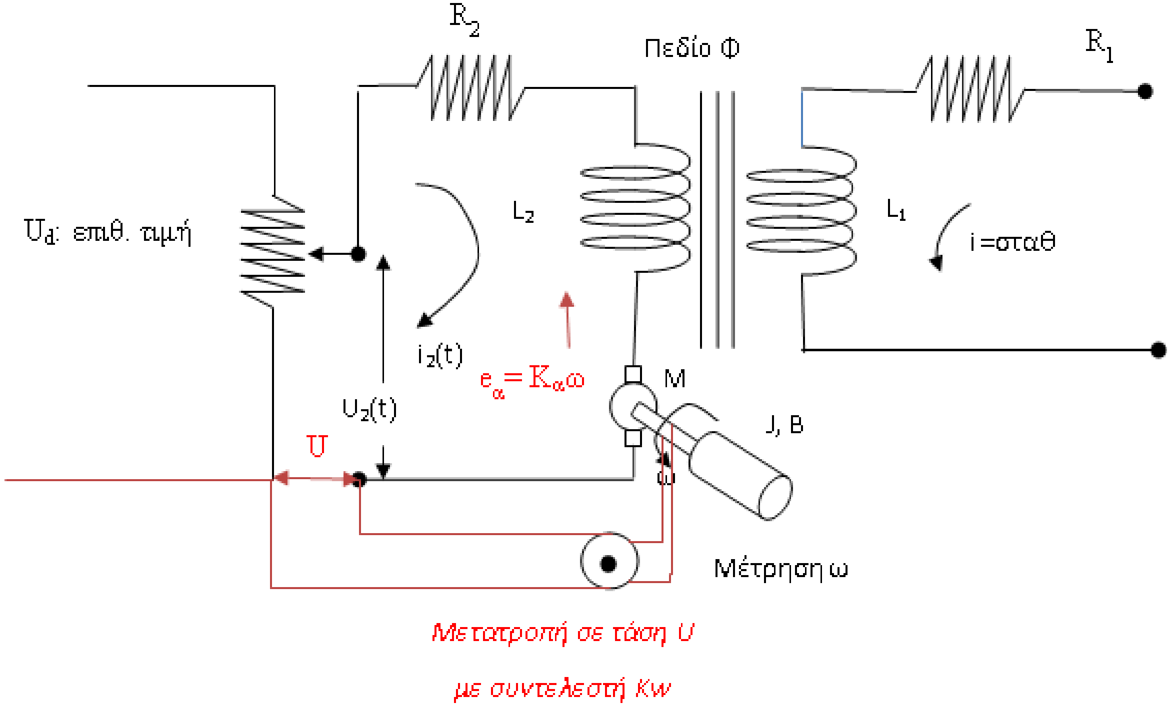


$$(3): \Omega(s) = \frac{M(s)}{J \cdot s + B}$$ ή



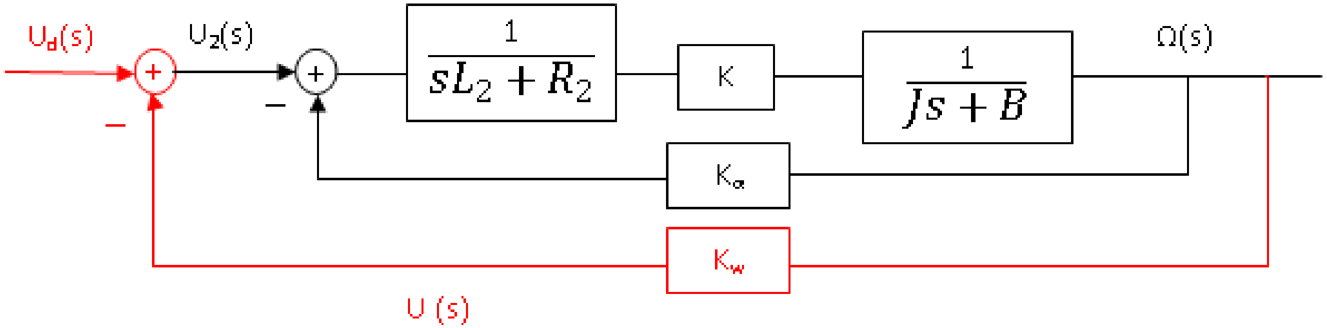
και τελικά $$\frac{\Omega(s)}{u_2(s)} = \frac{\frac{1}{s \cdot L_2 + R_2} \cdot K \cdot \frac{1}{J \cdot s + B}}{1 + K_\alpha \cdot \frac{1}{s \cdot L_2 + R_2} \cdot K \cdot \frac{1}{J \cdot s + B}} = \frac{K}{J \cdot L \cdot s^2 + (R_2 \cdot J + B \cdot L_2) \cdot s + K \cdot K_\alpha + R_2 \cdot B}$$

- Και αν θέλουμε να ελέγξουμε την ταχύτητα ω(t) του κινητήρα ανατροφοδοτώντας αυτήν και συγκρίνοντας την με μια επιθυμητή τιμή;



Άρα επιπλέον μια εξίσωση: $u_2(t) = U_d - U = U_d - K_w \cdot \omega(t)$

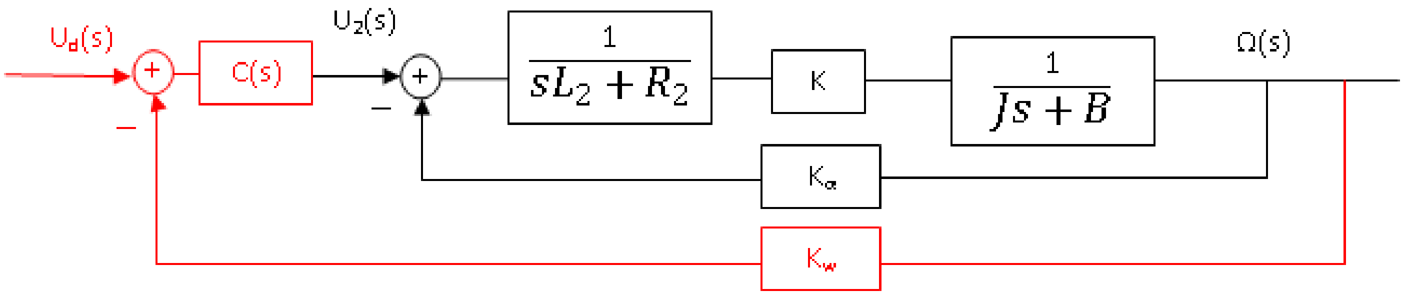
ή



και

$$\frac{\Omega(s)}{U_d(s)} = \frac{\frac{\Omega(s)}{U_2(s)}}{1+K_w\cdot\frac{\Omega(s)}{U_2(s)}} = \frac{K}{J\cdot Ls^2+[R_2\cdot J+B\cdot L_2]s+K\cdot K_\alpha+R_2\cdot B+K\cdot K_w}$$

Φυσικά μπορεί να θέλουμε να ενισχύσουμε τη διαφορά $U_d - U$ <u>με ένα block C(s)</u>:



Τότε (δείξτε το!)

$$\frac{\Omega(s)}{U_d(s)} = \frac{C(s) \cdot \dfrac{K}{J \cdot L \cdot s^2 + [R_2 \cdot J + B \cdot L_2] \cdot s + K \cdot K_\alpha + R_2 \cdot B + K \cdot K_w}}{1 + K_w \cdot C(s) \cdot \dfrac{K}{J \cdot L \cdot s^2 + [R_2 \cdot B + B \cdot L_2] \cdot s + K \cdot K_\alpha + R_2 \cdot B + K \cdot K_w}}$$

Τέλος Ενότητας

Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο
ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ
ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑ ΒΙΟΥ ΜΑΘΗΣΗ
επένδυση στην κοινωνία της γνώσης
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ
ΕΣΠΑ 2007-2013
πρόγραμμα για την ανάπτυξη
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ
Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης