



Δ. Καλλιγερόπουλος

Σ. Βασιλειάδου

Αναλογική Εξομοίωση Συστημάτων

Αναλογική Εξομοίωση Συστημάτων

Δ. Καλλιγερόπουλος

Σ. Βασιλειάδου

Αναλογική Εξομοίωση Συστημάτων

Σύγχρονη Εκδοτική

Πίνακας Περιεχομένων	5
Πρόλογος	9
Μέρος Πρώτο - Η Θεωρία της Αναλογικής Εξομοίωσης	11
Εισαγωγή στη Θεωρία	13
Κεφάλαιο 1. Κατασκευή Θεμελιακών Αναλογικών Βαθμίδων	17
1.1 Η αδυναμία των ηλεκτρικών ανάλογων.....	18
1.2 Ο τελεστικός ενισχυτής	21
1.3 Ο πραγματικός τελεστικός ενισχυτής.....	23
1.4 Ο αναστροφέας.....	29
1.4.1 Ο ιδανικός αναστροφέας.....	29
1.4.2 Πραγματικός αναστροφέας	31
1.4.3 Πραγματικός αναστροφέας με αντίσταση εξόδου.....	33
1.5 Κυκλώματα διαφορικού ενισχυτή.....	35
1.5.1 Κύκλωμα μη αναστροφής	36
1.5.2 Ακολουθητής τάσης.....	36
1.5.3 Κύκλωμα διαφοράς.....	37
1.6 Ο αθροιστής.....	38
1.6.1 Αθροιστής με πεπερασμένη ενίσχυση.....	39
1.7 Ο ολοκληρωτής	40
1.7.1 Ολοκληρωτής με πεπερασμένη ενίσχυση	42
1.7.2 Οι καταστάσεις λειτουργίας ενός ολοκληρωτή	43
1.8 Ο ολοκληρωτής - αθροιστής	47
1.9 Ο διαφοριστής	48
1.10 Πραγματικά κυκλώματα ολοκλήρωσης-διαφόρισης ...	50
1.11 Γενικό κύκλωμα τελεστικού ενισχυτή.....	51
Κεφάλαιο 2. Η Αναλογική Εξομοίωση Συστημάτων	55
2.1 Τα μη δυναμικά γραμμικά αναλογικά στοιχεία.....	56
2.1.1 Το ποτενσιόμετρο.....	56
2.1.2 Ο αναστροφέας.....	58

2.1.3	Ο αθροιστής.....	59	
2.1.4	Εξομοίωση αλγεβρικών σχέσεων	60	
2.2	Τα δυναμικά αναλογικά στοιχεία.....	63	
2.2.1	Ο ολοκληρωτής	63	
2.2.2	Ο ολοκληρωτής - αθροιστής	65	
2.2.3	Ο διαφοριστής	66	
2.2.4	Δυναμικά αναλογικά διαγράμματα	67	
2.3	Εξομοίωση γραμμικών συστημάτων	68	
2.3.1	Εξομοίωση συστήματος πρώτης τάξης	69	
2.3.2	Εξομοίωση συστήματος δεύτερης τάξης.....	76	
2.3.3	Εξομοίωση γραμμικών συστημάτων n-οστής τάξης ...	84	
2.3.4	Εξομοίωση της εσωτερικής κατάστασης γραμμικών συστημάτων	87	
Κεφάλαιο 3. Αναλογικοί Ελεγκτές και			
Αναλογική Εξομοίωση Συστημάτων Ελέγχου.....			93
3.1	Αναλογικοί ελεγκτές.....	94	
3.1.1	Διαιρέτης τάσης - Στοιχείο αναλογίας	95	
3.1.2	Στοιχείο προπορείας φάσης - Στοιχείο αναλογίας-διαφόρισης.....	96	
3.1.3	Στοιχείο καθυστέρησης φάσης - Στοιχείο αναλογίας-ολοκλήρωσης.....	97	
3.1.4	Στοιχείο προπορείας-καθυστέρησης φάσης - Στοιχείο αναλογίας-ολοκλήρωσης-διαφόρισης	98	
3.2	Αναλογική εξομοίωση συστημάτων ελέγχου.....	99	
3.2.1	Έλεγχος αναλογίας συστήματος πρώτης τάξης	99	
3.2.2	Έλεγχος αναλογίας συστήματος δεύτερης τάξης.....	101	
3.2.3	Έλεγχος προπορείας-καθυστέρησης φάσης και έλεγχος αναλογίας-ολοκλήρωσης-διαφόρισης συστήματος πρώτης τάξης.....	102	
3.2.4	Έλεγχος συστήματος δεύτερης τάξης.....	105	
Μέρος Δεύτερο - Η Αναλογική Εξομοίωση στο Εργαστήριο			109

Εισαγωγή στο Εργαστήριο	111
Πρώτη Ενότητα - Αναλογικά Στοιχεία	115
Εργαστηριακή άσκηση 1.	
Ποτενσιόμετρο - Τελεστικός Ενισχυτής	117
1.1 Κύκλωμα διαιρέτη τάσης	118
1.2 Κύκλωμα ποτενσιόμετρου	120
1.3 Ο τελεστικός ενισχυτής	122
1.4 Ο πραγματικός τελεστικός ενισχυτής.....	124
1.5 Ανοιχτά κυκλώματα τελεστικού ενισχυτή.....	126
1.6 Αναλογικό στοιχείο - Ποτενσιόμετρο	128
Εργαστηριακή άσκηση 2.	
Αναστροφέας - Αθροιστής.....	131
2.1 Κύκλωμα αναστροφής.....	132
2.2 Κύκλωμα μη αναστροφής	134
2.3 Κύκλωμα διαφοράς.....	136
2.4 Κύκλωμα άθροισης	138
2.5 Αναλογικά στοιχεία: Αναστροφέας-Αθροιστής.....	140
2.6 Απλά αναλογικά διαγράμματα	142
Εργαστηριακή άσκηση 3.	
Ολοκληρωτής	145
3.1 Κύκλωμα ολοκλήρωσης.....	146
3.2 Κύκλωμα διαφόρισης.....	148
3.3 Αναλογικό στοιχείο Ολοκληρωτής	150
3.4 Διπλή ολοκλήρωση.....	152
3.5 Τοποθέτηση αρχικών συνθηκών	154
Δεύτερη Ενότητα - Αναλογική Εξομοίωση Συστημάτων.....	157
Εργαστηριακή άσκηση 4.	
Σύστημα Πρώτης Τάξης.....	159
4.1 Αναλογικό διάγραμμα πρώτης τάξης.....	160
4.2 Ασταθές αναλογικό διάγραμμα πρώτης τάξης	162
4.3 Φυσικό αναλογικό διάγραμμα πρώτης τάξης.....	164

4.4	Κύκλωμα RC	166	
Εργαστηριακή άσκηση 5.			
Σύστημα Δεύτερης Τάξης			169
5.1	Αναλογικό διάγραμμα δεύτερης τάξης	170	
5.2	Φυσικό αναλογικό διάγραμμα δεύτερης τάξης	172	
5.3	Χρονική απόκριση δεύτερης τάξης	174	
5.4	Χαρακτηριστικά χρονικής απόκρισης δεύτερης τάξης	176	
Τρίτη Ενότητα - Αναλογική Εξομοίωση Συστημάτων Ελέγχου.....			179
Εργαστηριακή άσκηση 6.			
Αναλογικοί Ελεγκτές.....			181
6.1	Διαιρέτης τάσης - Στοιχείο αναλογίας P	182	
6.2	Στοιχείο Lead - Στοιχείο PD	184	
6.3	Στοιχείο Lag - Στοιχείο PI.....	186	
6.4	Στοιχείο Lead Lag - Στοιχείο PID	188	
6.5	Αναλογικό διάγραμμα PID.....	190	
Εργαστηριακή άσκηση 7.			
Έλεγχος Αναλογίας P			193
7.1	Έλεγχος αναλογίας συστήματος πρώτης τάξης	194	
7.2	Έλεγχος αναλογίας συστήματος δεύτερης τάξης.....	196	
Εργαστηριακή άσκηση 8.			
Έλεγχος Lead-Lag, PID			199
8.1	Έλεγχος PID συστήματος πρώτης τάξης.....	200	
8.2	Έλεγχος PID συστήματος δεύτερης τάξης.....	202	
Μέρος Τρίτο - Παράρτημα			
Αναλογική Εξομοίωση με χρήση Ψηφιακού Υπολογιστή.....			205
Αναλογική εξομοίωση στον ψηφιακό υπολογιστή.....			207
Λεξικό Όρων			211
Βιβλιογραφία.....			215

Πρόλογος

Ζούμε αναμφισβήτητα την εποχή της ψηφιακής τεχνολογίας. Όμως, παρόλα αυτά, ο κόσμος παραμένει αναλογικός. Τα φυσικά συστήματα, τα οποία καλούμαστε να ελέγξουμε, παραμένουν αναλογικά. Και η εξοικείωση μαζί τους παραμένει μια επιτακτική αναγκαιότητα.

Εξοικείωση με τα φυσικά συστήματα σημαίνει, πρώτον, κατανόηση των φυσικών νόμων που τα διέπουν, και διαμόρφωση της μαθηματικής τους παράστασης με συνεχείς διαφορικές εξισώσεις στο επίπεδο του χρόνου. Σημαίνει, δεύτερον, εξομοίωσή τους με αναλογικά ή ψηφιακά στοιχεία, στο επίπεδο του συνεχούς ή του διακριτού χρόνου.

Η αναλογική εξομοίωση φυσικών συστημάτων και απλών συστημάτων ελέγχου, η αξιοποίηση δηλαδή αναλογικών βαθμίδων για τη δημιουργία μοντέλων ανάλογων των φυσικών συστημάτων, είναι το αντικείμενο αυτού του βιβλίου.

Το βιβλίο χωρίζεται σε δύο μέρη.

Στο πρώτο μέρος αναλύεται «Η Θεωρία της Αναλογικής Εξομοίωσης» στα εξής κεφάλαια:

- Κατασκευή Θεμελιακών Αναλογικών Βαθμίδων.
- Η Αναλογική Εξομοίωση Συστημάτων.
- Αναλογικοί Ελεγκτές και Αναλογική Εξομοίωση Συστημάτων Ελέγχου.

Το δεύτερο μέρος επιγράφεται «Η Αναλογική Εξομοίωση στο Εργαστήριο» και περιέχει εργαστηριακές ασκήσεις που στοχεύουν στην πρακτική εφαρμογή όσων αναφέρθηκαν στη θεωρία. Με βασικά Αναλογικά Στοιχεία εξομοιώνονται δηλαδή Συστήματα Πρώτης και Δεύτερης Τάξης, Αναλογικά Στοιχεία Ελέγχου και Κλειστά Συστήματα Ελέγχου με τη χρήση Αναλογικών Ελεγκτών.

Στο παράρτημα του βιβλίου, τέλος, αναλύεται «Η Αναλογική Εξομοίωση Συστημάτων με χρήση Ψηφιακού Ηλεκτρονικού Υπολογιστή», όπου επιχειρείται η σύζευξη της αναλογικής με την ψηφιακή τεχνολογία και η αξιοποίηση ψηφιακών αλγορίθμων για την εξομοίωση των αναλογικών στοιχείων στον ψηφιακό υπολογιστή.

Στο τέλος του βιβλίου παρατίθεται αναλυτικό λεξιλόγιο όρων.

Από καρδιάς θέλουμε να ευχαριστήσουμε όλους όσους συνέβαλλαν στην υλοποίηση αυτού του εγχειρήματος. Ιδιαίτερα όμως το συνάδελφο Τάσο Οικονομίδη, που πρόσφερε τη μακρόχρονη εκπαιδευτική και πρακτική του εμπειρία για τη διαμόρφωση, την επιμέλεια και την τεχνική ολοκλήρωση του βιβλίου.

Καλλιγερόπουλος Δημήτρης
Μηχανολόγος Ηλεκτρολόγος ΕΜΠ
Δρ. Τεχνικών Επιστημών
Καθηγητής τμ. Αυτοματισμού ΤΕΙ ΠΕΙΡΑΙΑ

Βασιλειάδου Σουλτάνα
Τεχνολόγος Μηχανικός Αυτοματισμού
M.Sc. in Information Engineering
Ph.D. in Systems and Mathematical Modelling
CITY UNIVERSITY, London

Μέρος Πρώτο

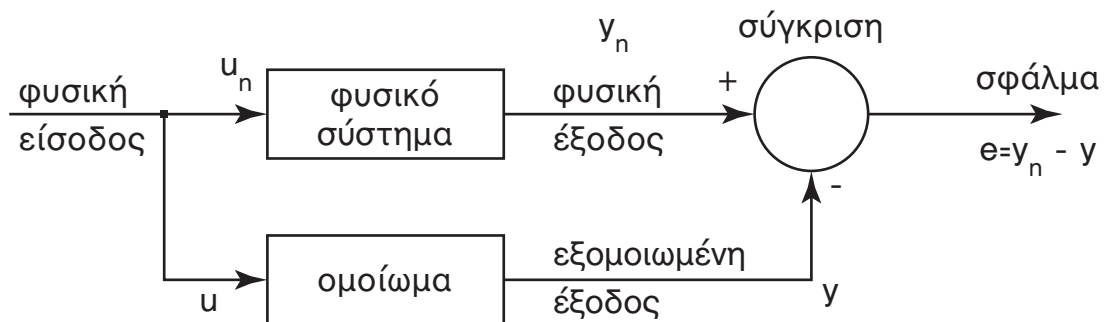
**Η Θεωρία
της Αναλογικής Εξομοίωσης**

Εισαγωγή στη Θεωρία

Από την αρχαιότητα υπήρχε το τεχνολογικό όραμα να κατασκευάσει ο άνθρωπος μηχανισμούς όμοιους με τα πραγματικά, φυσικά συστήματα, «καθ' ἄπερ τῆς ἀληθείας» κατά τον Ἡρώνα τον Αλεξανδρινό.

Τέτοιοι μηχανισμοί, που λειτουργούσαν με μηχανικό τρόπο και οι κινήσεις τους αναπαριστούσαν τη λειτουργία φυσικών συστημάτων, είχαν κατασκευαστεί από πολύ παλιά, όπως σαν παράδειγμα ο *Μηχανισμός των Αντικυθήρων*. Αυτούς τους μηχανισμούς θα τους ονομάζαμε σήμερα *μηχανικούς αναλογικούς υπολογιστές*.

Το βασικό πρόβλημα που έχει να λύσει ένας αναλογικός υπολογιστής, είναι η κατασκευή ενός προτύπου, ενός ομοιώματος, ενός ανάλογου συστήματος, από το οποίο απαιτούμε να έχει την ίδια συμπεριφορά με το πραγματικό φυσικό σύστημα που εξετάζουμε. Το πρόβλημα αυτό το ονομάζουμε *εξομοίωση (simulation)*.



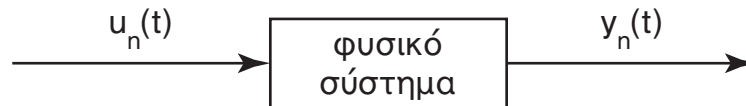
Σχήμα 1. Το πρόβλημα της εξομοίωσης

Η εξομοίωση ενός συστήματος δεν είναι μονοσήμαντη. Υπάρχουν πολλά ομοιώματα που με τον ένα ή τον άλλο τρόπο αναπαριστούν τη λειτουργία του φυσικού συστήματος. Μία πρώτη παραστατική περιγραφή ενός φυσικού συστήματος είναι ένα *γραφικό ομοίωμα*, π.χ. ένα διάγραμμα βαθμίδων ή ένα διάγραμμα ροής.

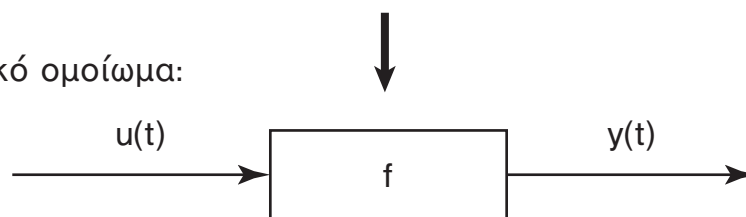
Μελετώντας τους νόμους του φαινομένου που εξετάζουμε, είναι

δυνατόν να διατυπώσουμε τις σχέσεις που το χαρακτηρίζουν, να βρούμε δηλαδή ένα *μαθηματικό ομοίωμα* του φυσικού συστήματος, π.χ. μία διαφορική εξίσωση ή μία συνάρτηση μεταφοράς στο επίπεδο της μιγαδικής μεταβλητής s .

Φυσικό σύστημα:



Μαθηματικό ομοίωμα:



$$\text{όπου } f: \frac{d^n y}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} y}{dt^{n-1}} + \dots + a_1 \frac{dy}{dt} + a_0 y(t) = b_0 u(t) + \dots + b_m \frac{d^m u}{dt^m}$$

$$\text{ή } G(s) = \frac{b_m s^m + \dots + b_0}{s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_1 s + a_0} = \frac{Y(s)}{U(s)}$$

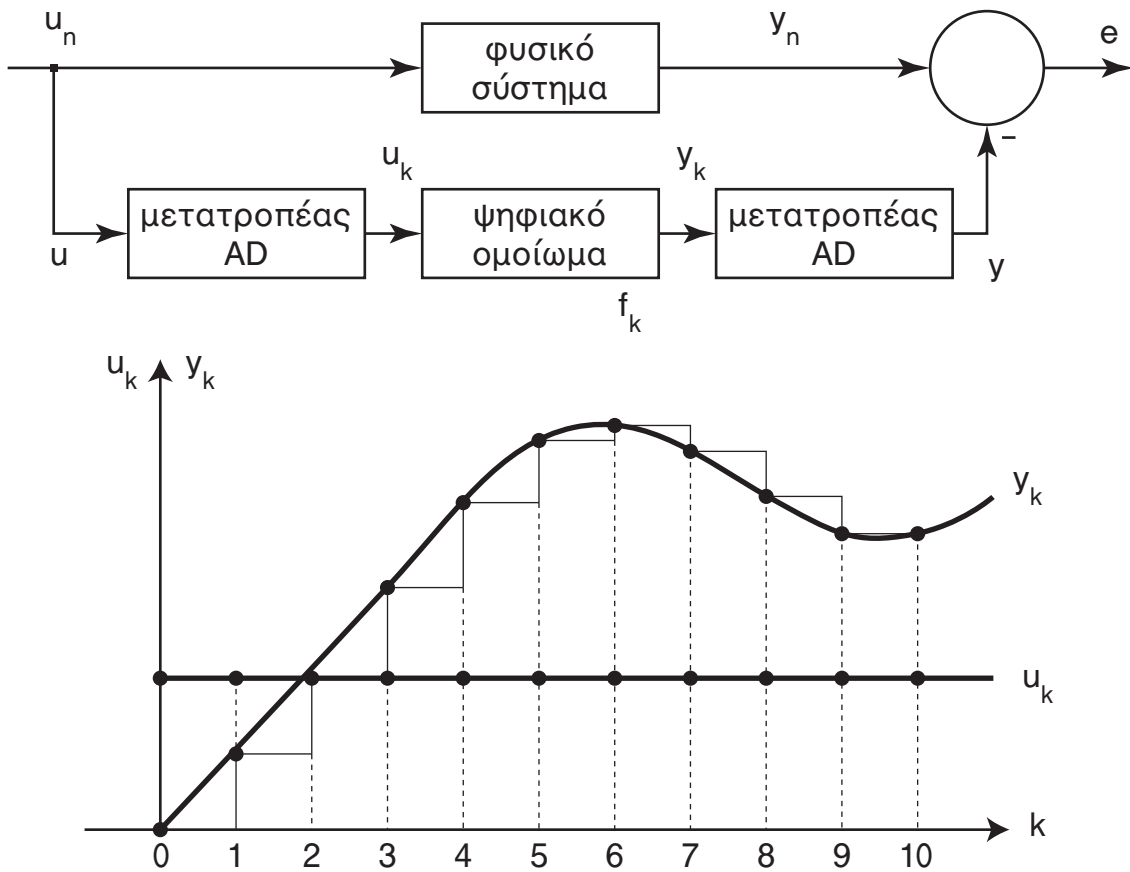
Σχήμα 2. Μαθηματική εξομοίωση

Τα φυσικά συστήματα είναι συνήθως αναλογικά συστήματα. Τα μεγέθη τους δηλαδή είναι συνεχή φυσικά μεγέθη, που περιγράφονται με συνεχείς συναρτήσεις του χρόνου t , και οι σχέσεις που τα συνδέουν περιγράφονται με διαφορικές εξισώσεις στο επίπεδο του συνεχούς χρόνου. Ένα τέτοιο μαθηματικό πρότυπο ονομάζεται *αναλογικό μαθηματικό ομοίωμα*.

Εάν όμως θεωρήσουμε ότι ο χρόνος t μπορεί να πάρει μόνο *διακεκριμένες* τιμές: $t_k \in (t_0, t_1, t_2, \dots, t_k, \dots)$ και μετατρέψουμε όλα τα συνεχή φυσικά μεγέθη $u(t)$, $y(t)$ σε διακεκριμένες συναρτήσεις u_k , y_k , τότε το μαθηματικό πρότυπο του συστήματος στο επίπεδο του διακεκριμένου χρόνου θα είναι μία εξίσωση διαφορών:

$$f_k: y_{k+n} + a_{n-1}y_{k+n-1} + \dots + a_1y_1 + a_0y_0 = b_0u_0 + \dots + b_mu_{k+m}$$

Ένα τέτοιο μαθηματικό πρότυπο ονομάζεται διακεκριμένο ή ψηφιακό μαθηματικό ομοίωμα.



Σχήμα 3. Ψηφιακή εξομοίωση

Τα μαθηματικά πρότυπα, αναλογικά είτε ψηφιακά, είναι ιδεατά ομοιώματα του φυσικού συστήματος που περιγράφουν. Ο στόχος είναι να κατασκευαστούν πραγματικά ομοιώματα των φυσικών συστημάτων και ειδικότερα ηλεκτρονικά ανάλογα των φυσικών συστημάτων.

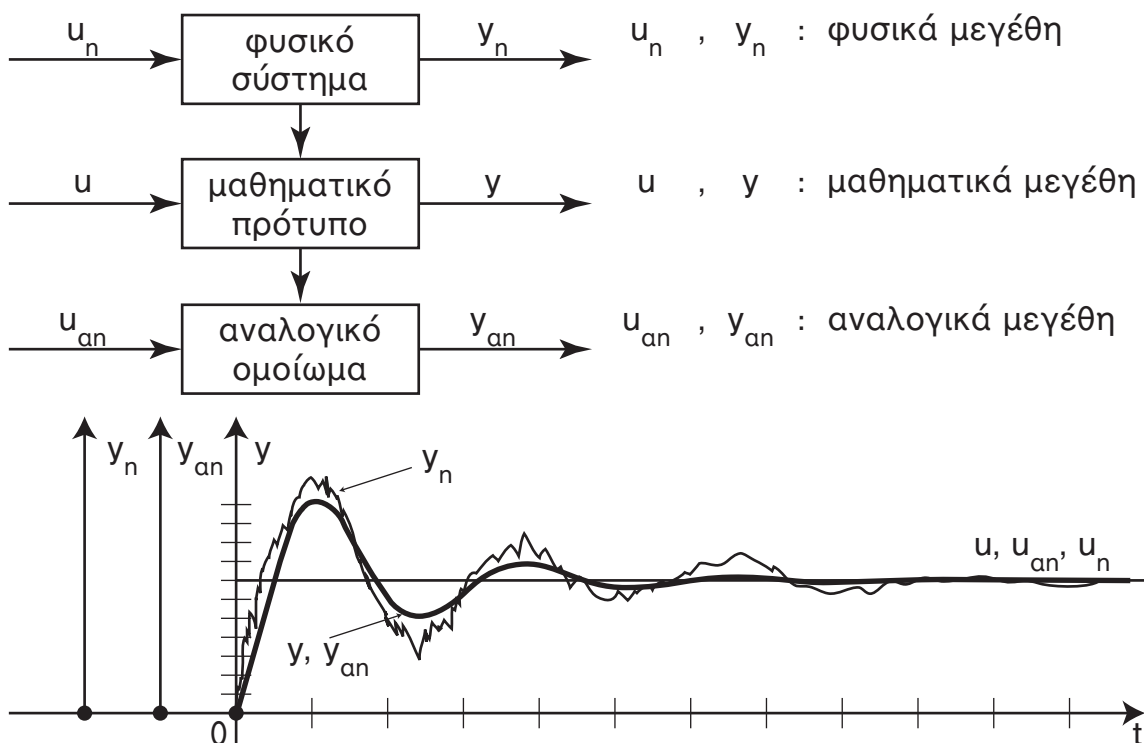
Ένα τέτοιο ηλεκτρονικό ομοίωμα λέμε ότι είναι ανάλογο του φυσικού συστήματος, όταν αυτό περιγράφεται από την ίδια μαθηματική παράσταση, από την ίδια διαφορική εξίσωση με εκείνη του φυσικού συστήματος. Η μαθηματική περιγραφή λοιπόν γίνεται το μέσο για τη σύγκριση των συστημάτων ανάμεσά τους. Το μαθηματικό πρότυπο

γίνεται το μέτρο της συμπεριφοράς ενός φυσικού συστήματος και του αναλόγου του.

Ο αναλογικός υπολογιστής επιτρέπει λοιπόν τη σύνθεση ενός τέτοιου αναλογικού ηλεκτρονικού ομοιώματος, ανάλογου ενός φυσικού συστήματος, με δεδομένο μαθηματικό πρότυπο. Ενώ αντίστοιχα ο ψηφιακός υπολογιστής επιτρέπει τη σύνθεση ψηφιακών ηλεκτρονικών ομοιωμάτων, που προσεγγίζουν τα αντίστοιχα συνεχή μαθηματικά πρότυπα.

Καθώς όμως το μαθηματικό πρότυπο αναλύεται σε ορισμένες βασικές, θεμελιακές πράξεις, όπως ο πολλαπλασιασμός επί έναν συντελεστή, η πρόσθεση, η αλλαγή προσήμου, η διαφόριση ή η ολοκλήρωση, έτσι και το αναλογικό ηλεκτρονικό ομοίωμα μπορεί να αναλυθεί σε ορισμένες θεμελιακές βαθμίδες, που αποτελούν ομοιώματα των θεμελιακών πράξεων που προαναφέραμε.

Η αντιστοιχία ανάμεσα στο φυσικό σύστημα, το μαθηματικό πρότυπο και το ηλεκτρονικό αναλογικό ομοίωμα, προϋποθέτει την αντιστοιχία ανάμεσα στα φυσικά, τα μαθηματικά και τα αναλογικά μεγέθη.



Σχήμα 4: Αναλογική εξομοίωση

Κεφάλαιο 1

Κατασκευή Θεμελιακών Αναλογικών Βαθμίδων

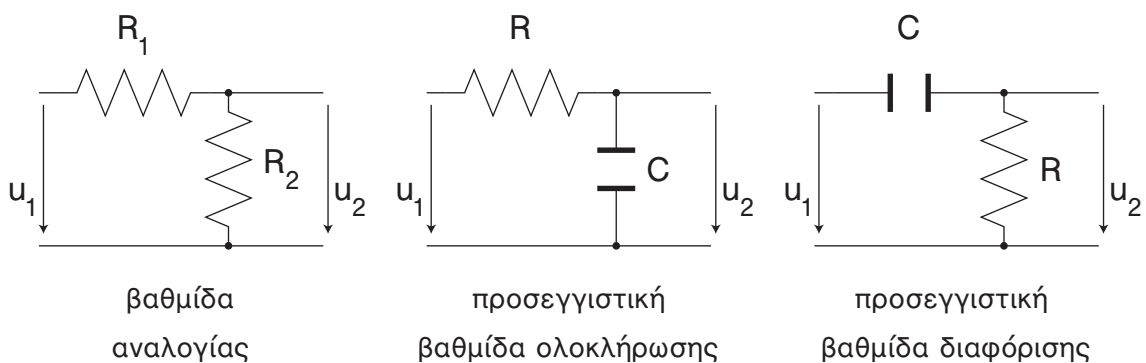
Στο Κεφάλαιο αυτό θα ασχοληθούμε με το κατασκευαστικό μέρος αναλογικών ηλεκτρονικών βαθμίδων. Θα μελετήσουμε δηλαδή την κατασκευή αναλογικών ηλεκτρονικών κυκλωμάτων, με συμπεριφορά ανάλογη των θεμελιακών μαθηματικών πράξεων που συνθέτουν μια διαφορική εξίσωση. Θα επιδιώξουμε την κατασκευή αναλογικών ηλεκτρονικών βαθμίδων, που κάνουν:

- πολλαπλασιασμό επί έναν συντελεστή,
- αλλαγή προσήμου,
- πρόσθεση,
- ολοκλήρωση ή διαφορίση,

έτσι ώστε να είμαστε σε θέση να συνθέσουμε το *αναλογικό ομοίωμα* ενός συστήματος, συνδέοντας τέτοιες επί μέρους αναλογικές βαθμίδες μεταξύ τους.

1.1 Η αδυναμία των ηλεκτρικών ανάλογων

Μελετώντας τα ηλεκτρικά ανάλογα φυσικών συστημάτων, μπορούμε εύκολα να βρούμε για κάθε σύστημα ένα ηλεκτρικό κύκλωμα, αποτελούμενο από παθητικά στοιχεία R , L , C , που να έχει σαν μαθηματικό ομοίωμα μια γραμμική διαφορική εξίσωση, ανάλογη εκείνης του φυσικού συστήματος. Τέτοια ηλεκτρικά κυκλώματα είναι οι βαθμίδες αναλογίας και οι προσεγγιστικές βαθμίδες ολοκλήρωσης ή διαφορίσης, βαθμίδες RC και CR αντίστοιχα.



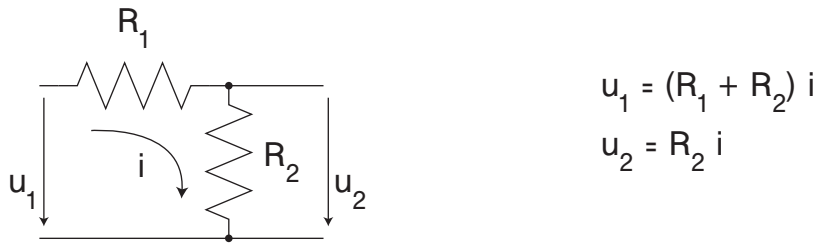
Σχήμα 5. Ηλεκτρικές βαθμίδες

Αναρωτιώμαστε: Ένας συνδυασμός τέτοιων ηλεκτρικών βαθμίδων δεν θα αρκούσε για τη σύνθεση του ηλεκτρικού ανάλογου ενός οποιουδήποτε γραμμικού συστήματος;

Και όμως όχι. Γιατί το πρόβλημα δεν είναι μόνον η κατασκευή ηλεκτρικών βαθμίδων με μια δεδομένη σχέση, όταν αυτές λειτουργούν χωρίς φορτίο στην έξοδο, αλλά και η διασφάλιση ότι οι βαθμίδες αυτές θα διατηρήσουν την αρχική τους σχέση και όταν ακόμα συνδεθούν με άλλες βαθμίδες, σε ένα ευρύτερο ηλεκτρικό κύκλωμα.

Ας πάρουμε σαν παράδειγμα μια βαθμίδα αναλογίας.

Οι σχέσεις που τη χαρακτηρίζουν, όταν η βαθμίδα αυτή λειτουργεί χωρίς φορτίο είναι:

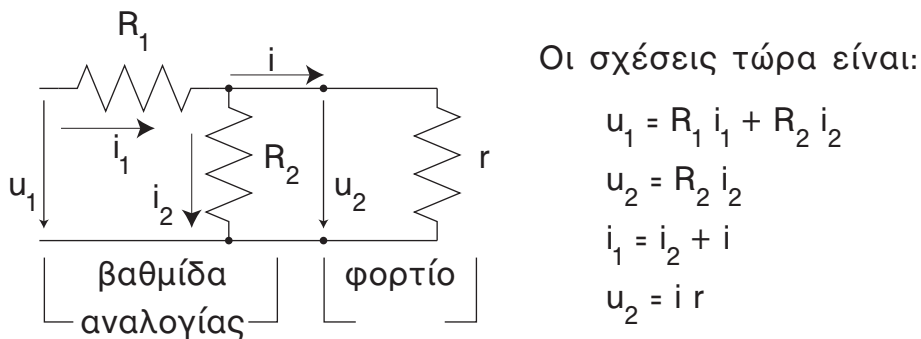


Οπότε η *σχέση εισόδου - εξόδου*, που την ονομάζουμε και *σχέση μεταφοράς*, είναι:

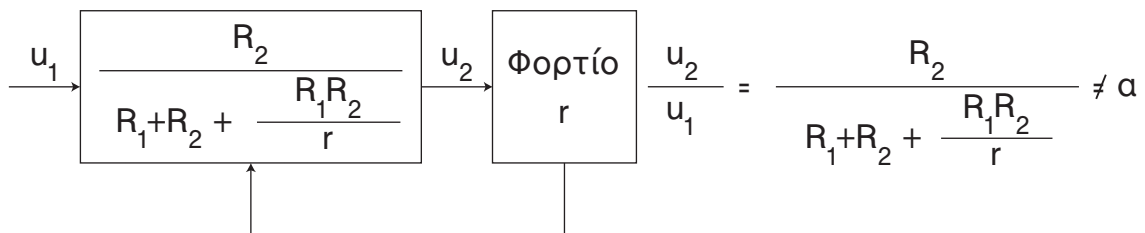


Σχήμα 6. Βαθμίδα αναλογίας χωρίς φορτίο

Αν όμως συνδέσουμε την αναλογική βαθμίδα με μια άλλη βαθμίδα, π.χ. με ένα φορτίο, με μια αντίσταση r , τότε η σχέση μεταφοράς της θα αλλάξει.

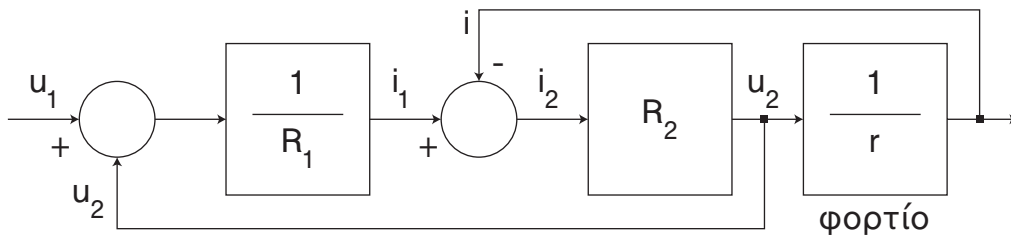


Και η σχέση μεταφοράς γίνεται:



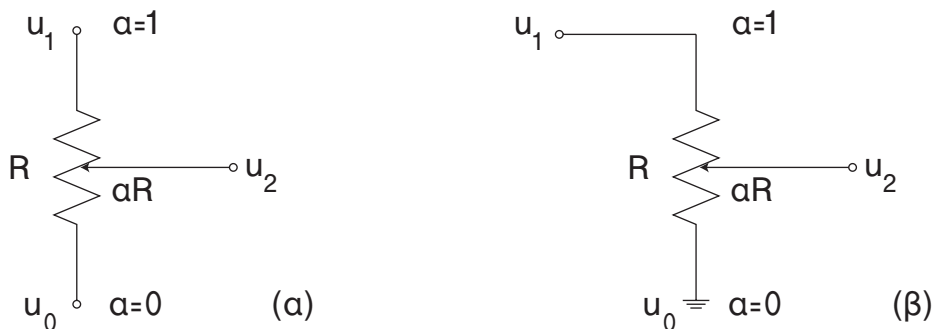
Σχήμα 7. Βαθμίδα αναλογίας με φορτίο

Με τη σύνδεση λοιπόν ενός φορτίου μετά από μια βαθμίδα αναλογίας, η σχέση μεταφοράς της βαθμίδας αυτής αλλάζει. Αλλάζει το ίδιο το μαθηματικό πρότυπο που τη χαρακτηρίζει. Και αυτό συμβαίνει, γιατί η βαθμίδα επηρεάζεται από το φορτίο, με το οποίο είναι συνδεδεμένη, γιατί το φορτίο, με τη σειρά του, επιδρά πάνω στη βαθμίδα αναλογίας, μέσω της έντασης i , γιατί οι δύο βαθμίδες συνδέονται ανάμεσά τους και με ανάδραση. Αυτό φαίνεται καθαρά στο παρακάτω διάγραμμα βαθμίδων:



Σχήμα 8. Διάγραμμα βαθμίδων μιας βαθμίδας αναλογίας με φορτίο

Ας έχουμε λοιπόν υπόψη μας αυτή τη στοιχειώδη βαθμίδα αναλογίας, που επιτρέπει τον πολλαπλασιασμό ενός μεγέθους επί έναν σταθερό συντελεστή, και που μπορεί να κατασκευαστεί με έναν απλό *διαιρέτη τάσης (voltage divider)* ή ένα *ποτενσιόμετρο (potentiometer)*.



Σχήμα 9. (α) Διαιρέτης τάσης

(β) Ποτενσιόμετρο

Η σχέση του ποτενσιομέτρου είναι:

$$u_2 = \alpha u_1, \quad 0 \leq \alpha \leq 1$$

Η σχέση αυτή του ποτενσιομέτρου παραμένει αναλλοίωτη, μόνον όταν το ποτενσιόμετρο συνδεθεί με βαθμίδα που εμποδίζει τη διέλευση ρεύματος.

1.2 Ο Τελεστικός Ενισχυτής

Για να φτιάξουμε μια ηλεκτρική βαθμίδα, που η σχέση μεταφοράς της να μην επηρεάζεται από το φορτίο είτε από άλλες βαθμίδες με τις οποίες συνδέεται, για να εμποδίσουμε δηλαδή την ανάδραση του φορτίου, χρειαζόμαστε ένα νέο στοιχείο. Ένα στοιχείο, που να κάνει την ανάδραση i σχεδόν μηδενική και να αποσυνδέει την μια βαθμίδα από την επανεπίδραση της άλλης.

Τέτοιο στοιχείο είναι ο *τελεστικός ενισχυτής (operational amplifier)*, που η εφεύρεσή του άνοιξε το δρόμο για την κατασκευή των *ηλεκτρονικών αναλογικών υπολογιστών*.

Ο τελεστικός ενισχυτής, σαν αυτόνομη ηλεκτρονική βαθμίδα, πρέπει να εμποδίζει την διέλευση ρεύματος, περιορίζοντας έτσι στο ελάχιστο την αλληλεπίδραση των βαθμίδων ανάμεσά τους, και πρέπει ταυτόχρονα να ενισχύει σημαντικά την τάση εισόδου.

Ειδικότερα οι απαιτήσεις που θέτουμε για έναν *ιδανικό τελεστικό ενισχυτή (ideal voltage amplifier)* είναι οι εξής:

- Πρώτον, πρέπει να έχει σχεδόν άπειρη *αντίσταση εισόδου (input resistance)* R_0 , έτσι ώστε η ένταση εισόδου του να είναι πρακτικά μηδέν:

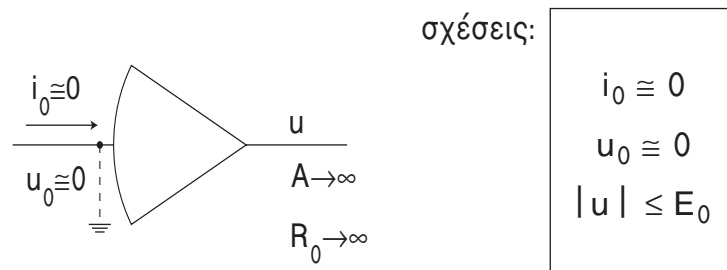
$$R_0 \rightarrow \infty \text{ άρα } i_0 \cong 0.$$

- Δεύτερον, πρέπει να έχει πολύ μεγάλη *ενίσχυση (open-loop amplification)* A , έτσι ώστε η τάση εισόδου u_0 να είναι πρακτικά αμελητέα σε σχέση με την τάση εξόδου u :

$$A \rightarrow \infty \text{ άρα } u_0 \cong 0.$$

- Τρίτον, σαν συνέπεια της δεύτερης ιδιότητας, απαιτείται η τάση εξόδου u να υπόκειται σε έναν περιορισμό, η απόλυτη τιμή της δηλαδή να μην ξεπερνά ένα ανώτατο όριο E_0 , που ονομάζουμε *τάση κόρου* και προσεγγίζει την *τάση τροφοδοσίας* (*power-supply voltage*):

$$|u| \leq E_0.$$



Σχήμα 10. Ιδανικός τελεστικός ενισχυτής

Ένας τέτοιος ιδανικός τελεστικός ενισχυτής συμβολίζεται με ένα δίπολο, όπως στο σχήμα. Οι τάσεις εισόδου - εξόδου θεωρούνται ως προς την γη. Η είσοδος του ενισχυτή, με δυναμικό περίπου ίσο με το μηδέν, θεωρείται κατά προσέγγιση σαν *εικονική γείωση* (*virtual earth*).

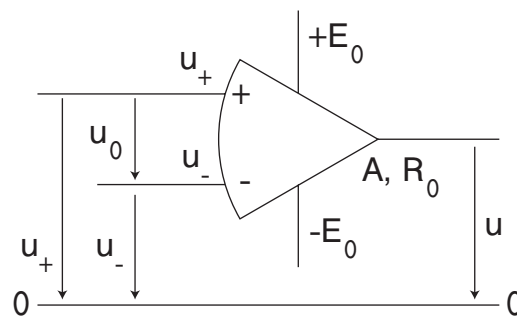
Ο τελεστικός αυτός ενισχυτής, σε διάκριση με τα κλειστά κυκλώματα τελεστικών ενισχυτών, που θα εξετάσουμε στη συνέχεια, ονομάζεται *ανοιχτός τελεστικός ενισχυτής* (*open loop operational amplifier*).

Ο ανοιχτός τελεστικός ενισχυτής από μόνος του δεν αποτελεί μian *αυτόνομη* αναλογική βαθμίδα του αναλογικού υπολογιστή. Αποτελεί όμως τη βάση για την κατασκευή των βασικών αναλογικών βαθμίδων, που συγκροτούνται αποκλειστικά από τελεστικούς ενισχυτές και παθητικά στοιχεία.

1.3 Ο πραγματικός Τελεστικός Ενισχυτής

Πριν προχωρήσουμε στη σύνθεση των αναλογικών βαθμίδων, θα εξετάσουμε εδώ τα χαρακτηριστικά ενός πραγματικού τελεστικού ενισχυτή.

Ένας πραγματικός τελεστικός ενισχυτής έχει πεπερασμένη και όχι άπειρη τόσο την αντίσταση εισόδου R_0 όσο και την ενίσχυση A . Δεν είναι όμως μόνο αυτό. Το πραγματικό κύκλωμα ενός τελεστικού ενισχυτή είναι ένα τετράπολο (ή ορθότερα ένα πεντάπολο με τρεις πόλους εισόδου και δύο πόλους εξόδου).



Σχήμα 11. Πραγματικός τελεστικός ενισχυτής

Οι συμβολισμοί είναι οι εξής:

u_+ : θετική ή μη αναστρέφουσα τάση εισόδου
(*non inverting input voltage*),

u_- : αρνητική ή αναστρέφουσα τάση εισόδου
(*inverting input voltage*),

$u_0 = u_+ - u_-$: διαφορική τάση εισόδου (*differential input voltage*),

u : τάση εξόδου (*output voltage*).

Με 0 συμβολίζουμε την ουδέτερη τάση ή τη γείωση (*neutral, earth*).
Με E_0 συμβολίζουμε την τάση τροφοδοσίας (*power-supply voltage*), με την οποία τροφοδοτούμε συμμετρικά τον τελεστικό ενισχυτή. Η τάση τροφοδοσίας E_0 καθορίζει κατά προσέγγιση και την τάση κόρου του ενισχυτή.

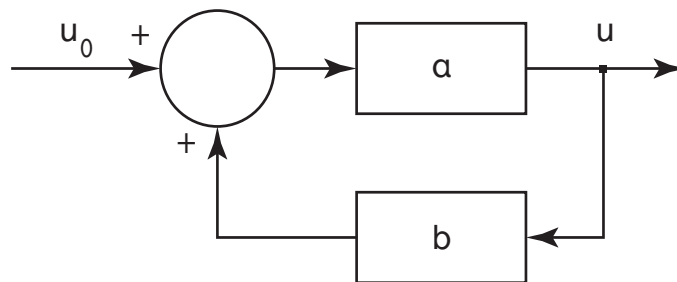
Ας εξετάσουμε τώρα τις σχέσεις, που χαρακτηρίζουν έναν πραγματικό τελεστικό ενισχυτή. Και πρώτα απ' όλα τη σχέση ενίσχυσης:

$$u = Au_0 = A(u_+ - u_-)$$

Ο πραγματικός τελεστικός ενισχυτής ενισχύει με μια πεπερασμένη και όχι άπειρη ενίσχυση A τη διαφορική τάση εισόδου u_0 , δηλαδή τη διαφορά μεταξύ της μη αναστρέφουσας και της αναστρέφουσας τάσης εισόδου, u_+ και u_- .

Η ενίσχυση αυτή είναι συνήθως της τάξης $A = 10^6$.

Μια τέτοια μεγάλη ενίσχυση μπορεί να θεωρηθεί ότι παράγεται από ένα κλειστό σύστημα ελέγχου με θετική ανάδραση.



Σχήμα 12. Θετική ανάδραση

Τότε θα ισχύει:

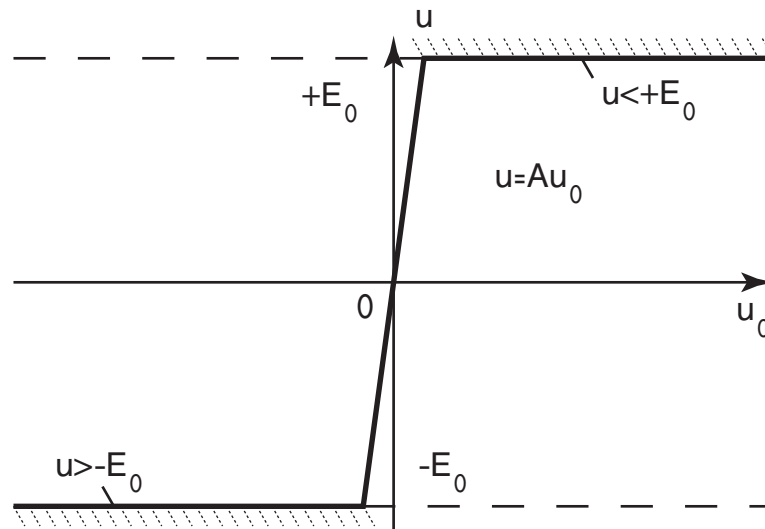
$$\frac{u}{u_0} = A = \frac{a}{1-ab}$$

Το A θα παίρνει τόσο πιο μεγάλες τιμές, όσο το γινόμενο ab πλησιάζει περισσότερο τη μονάδα: $ab \cong 1$.

Ο πραγματικός τελεστικός ενισχυτής διαθέτει λοιπόν, μέσα στα όρια του κόρου, μια γραμμική σχέση: $u = Au_0$, ενώ έξω από τα όρια του κόρου υπόκειται στον περιορισμό:

$$|u| \leq E_0.$$

Η γραφική παράσταση της σχέσης ενίσχυσης ενός πραγματικού τελεστικού ενισχυτή ονομάζεται *χαρακτηριστική καμπύλη (transfer curve)* και έχει τη μορφή:

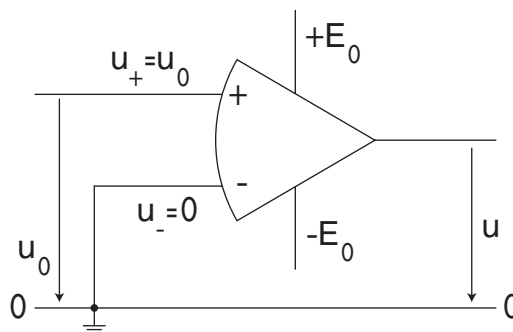


Σχήμα 13. Χαρακτηριστική καμπύλη τελεστικού ενισχυτή

Ο πραγματικός τελεστικός ενισχυτής μπορεί να θεωρηθεί ως τετράπολο στις εξής τρεις περιπτώσεις:

α) Εάν γειωθεί η αρνητική είσοδος, τότε ο ενισχυτής λέγεται *μη αναστρέφων (non inverting op-amp)* και έχει σχέση:

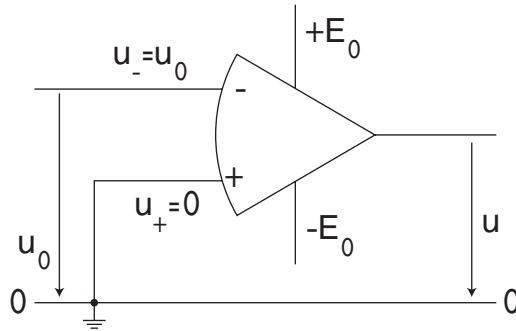
$$u = Au_0.$$



Σχήμα 14. Μη αναστρέφων τελεστικός ενισχυτής

β) Εάν γειωθεί η θετική είσοδος, τότε ο ενισχυτής λέγεται *αναστρέφων* (*inverting op-amp*) και έχει σχέση:

$$u = -Au_0.$$

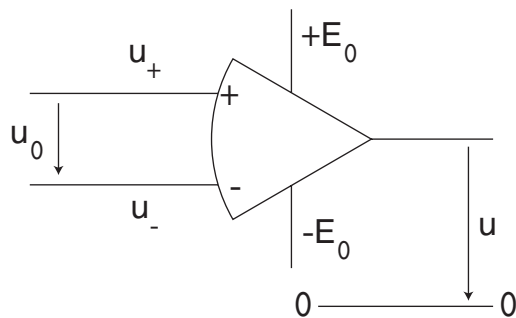


Σχήμα 15. Αναστρέφων τελεστικός ενισχυτής

γ) Εάν χρησιμοποιηθούν ανεξάρτητα οι δύο είσοδοι u_+ και u_- τότε ο ενισχυτής ονομάζεται *διαφορικός* (*differential op-amp*) και έχει σχέση:

$$u = A(u_+ - u_-).$$

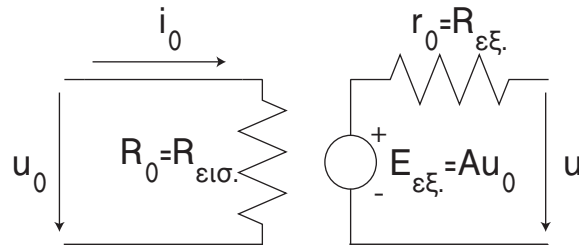
Για $A \rightarrow \infty$ θα έχουμε $u_+ \cong u_-$, θα υπάρχει δηλαδή *υποθετική σύνδεση* (*virtual connection*) μεταξύ των δύο εισόδων u_+ και u_- .



Σχήμα 16. Διαφορικός τελεστικός ενισχυτής

Ας μελετήσουμε τώρα τις εσωτερικές σχέσεις ενός πραγματικού τελεστικού ενισχυτή. Θεωρώντας τον τελεστικό ενισχυτή, σε μια από τις τρεις παραπάνω λειτουργίες του, ως τετράπολο, μπορούμε να μετρήσουμε ή να υπολογίσουμε κατά Thevenin τις ισοδύναμες αντιστάσεις εισόδου και εξόδου του κυκλώματός του.

Το ισοδύναμο κύκλωμα ενός πραγματικού τελεστικού ενισχυτή είναι γενικά της μορφής:



Σχήμα 17. Ισοδύναμο κύκλωμα ενός πραγματικού τελεστικού ενισχυτή

Το ισοδύναμο αυτό κύκλωμα αποτελείται από ένα βρόχο εισόδου που περιλαμβάνει μια *αντίσταση εισόδου (input resistance)* της τάξης:

$$R_0 = R_{\epsilon\iota\sigma.} = 10^8 \ \Omega$$

και από ένα βρόχο εξόδου, που περιλαμβάνει μια ισοδύναμη *αντίσταση εξόδου (output resistance)* της τάξης:

$$r_0 = R_{\epsilon\xi.} = 100 \ \Omega$$

και μια ισοδύναμη πηγή τάσης $E_0 = Au_0$, η οποία ονομάζεται *εξαρτημένη πηγή τάσης*, γιατί η τιμή της εξαρτάται από την τάση εισόδου u_0 .

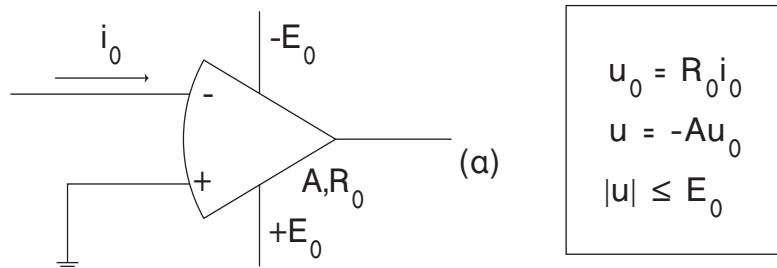
Συνήθως η αντίσταση εξόδου παραλείπεται: $r_0 = R_{\epsilon\xi.} \cong 0$, η δε αντίσταση εισόδου ονομάζεται και *εσωτερική αντίσταση (internal resistance)* του τελεστικού ενισχυτή: $R_{\epsilon\iota\sigma.} = R_0$.

Έτσι η σχέση εισόδου του τελεστικού ενισχυτή είναι:

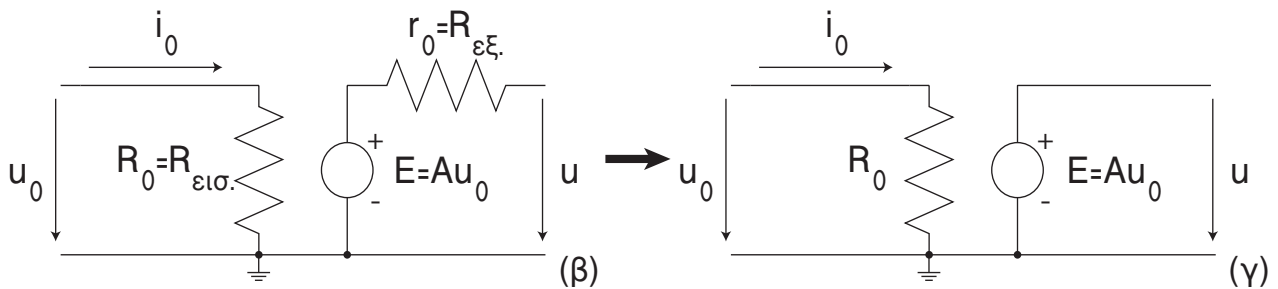
$$u_0 = R_0 i_0$$

Ο πραγματικός τελεστικός ενισχυτής αποτελεί λοιπόν σημαντική προσέγγιση του ιδανικού τελεστικού ενισχυτή, που εξετάσαμε στο προηγούμενο εδάφιο. Με δεδομένα τα χαρακτηριστικά του μεγέθη, την συνδεσμολογία του και τις σχέσεις που χαρακτηρίζουν έναν τελεστικό ενισχυτή, είναι τώρα δυνατή η επίλυση ηλεκτρονικών κυκλωμάτων, που τον περιλαμβάνουν.

Ένας αναστρέφων τελεστικός ενισχυτής, με γειωμένη π.χ. τη θετική είσοδο, έχει δεδομένο ισοδύναμο κύκλωμα (*equivalent circuit diagram*) και χαρακτηρίζεται από τις σχέσεις:



Αναστρέφων τελεστικός ενισχυτής.



Σχήμα 18. Ισοδύναμο κύκλωμα αναστρέφοντος τελεστικού ενισχυτή.

Παράδειγμα

Με δεδομένα τα χαρακτηριστικά μεγέθη:

$$A = 10^6, R_0 = 10^8 \Omega, E = 10 \text{ V}$$

θα έχουμε τάση εισόδου της τάξης:

$$u_0 = 10 \cdot 10^{-6} \text{ V} = 10 \mu\text{V}$$

και ένταση εισόδου της τάξης:

$$i_0 = 10 \cdot 10^{-6} \cdot 10^{-8} \text{ A} = 0.1 \text{ pA.}$$

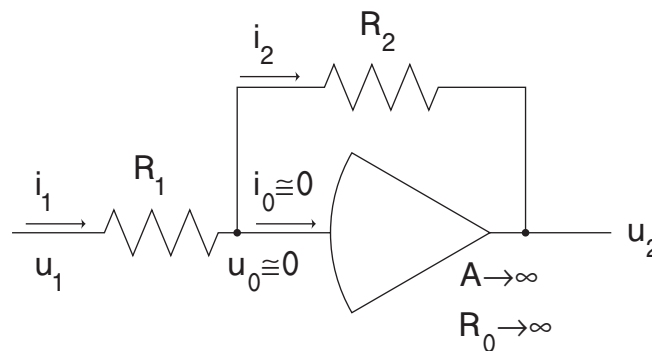
Με βάση τον τελεστικό ενισχυτή μπορούμε τώρα να προχωρήσουμε στην κατασκευή των βασικών αναλογικών βαθμίδων.

1.4 Ο αναστροφέας

Πρώτη από τις βασικές αναλογικές βαθμίδες είναι το κύκλωμα ε-νόσ τελεστικού ενισχυτή αναστροφής (*inverting amplifier circuit*) ή ο αναστροφέας (*inverter*).

Θα εξετάσουμε συγκριτικά τρεις διαφορετικές περιπτώσεις του κυκλώματος αναστροφής: πρώτον, με έναν ιδανικό τελεστικό ενισχυτή, δεύτερον, με έναν πραγματικό τελεστικό ενισχυτή πεπερασμένης εσωτερικής αντίστασης και ενίσχυσης και τρίτον, με έναν πραγματικό τελεστικό ενισχυτή με δεδομένη, επιπρόσθετα, την αντίσταση εξόδου του.

1.4.1 Ιδανικός αναστροφέας



Σχήμα 19. Ιδανικός αναστροφέας

Το κύκλωμα του πραγματικού αναστροφέα περιέχει έναν τελεστικό ενισχυτή συνδεδεμένο με μια αντίσταση R_1 στην είσοδο και μια αντίσταση R_2 στην ανάδραση. Ο ιδανικός αναστροφέας περιέχει έναν ιδανικό τελεστικό ενισχυτή με:

$$A \rightarrow \infty, R_0 \rightarrow \infty \text{ οπότε } u_0 \cong 0, i_0 \cong 0.$$

Έτσι οι σχέσεις του κυκλώματος θα είναι:

$$\begin{aligned} u_1 - u_0 &= R_1 i_1 & \text{ή } u_1 &\cong R_1 i_1, \\ u_0 - u_2 &= R_2 i_2 & \text{ή } u_2 &\cong -R_2 i_2, \\ i_1 &= i_0 + i_2 & \text{ή } i_1 &\cong i_2. \end{aligned}$$

Η σχέση μεταφοράς του ιδανικού αναστροφέα:

$$\frac{u_2}{u_1} = -\frac{R_2}{R_1}$$

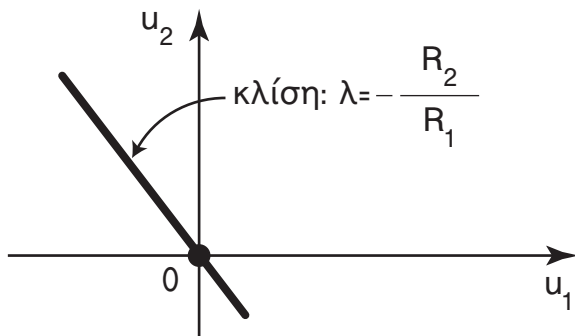
είναι ανεξάρτητη από το φορτίο ή τη βαθμίδα που τον ακολουθεί.

Όταν $R_1 = R_2$, τότε η βαθμίδα αυτή απλώς αλλάζει το πρόσημο της εισόδου, κάνει δηλαδή αναστροφή (*inversion*):

$$u_2 = -u_1$$

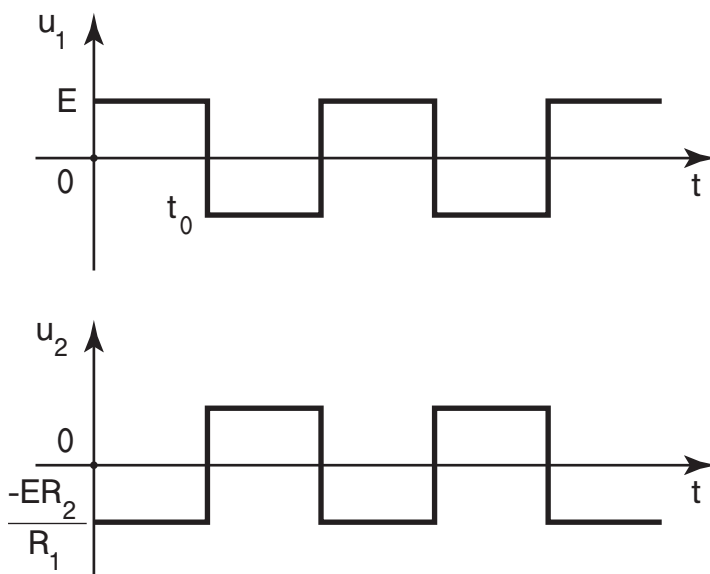
Η χαρακτηριστική καμπύλη ενός αναστροφέα είναι μια ευθεία κλίσης:

$$\lambda = \frac{du_2}{du_1} = -\frac{R_2}{R_1}.$$



Ο αναστροφέας, φυσικά, διατηρεί τη γραμμικότητά του μέσα στα όρια του κόρου.

Σχήμα 20. Χαρακτηριστική καμπύλη ενός αναστροφέα

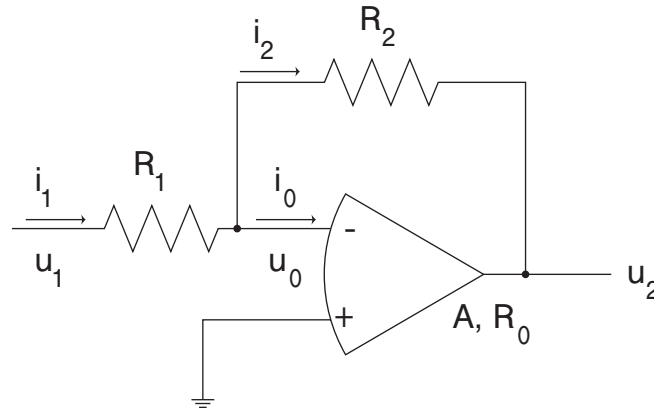


Ένας τετραγωνικός παλμός στην είσοδο ενός αναστροφέα, θα εμφανίζεται στην έξοδο αντεστραμμένος και ενισχυμένος κατά $\frac{R_2}{R_1}$.

Σχήμα 21. Χρονική απόκριση ενός αναστροφέα

1.4.2 Πραγματικός αναστροφέας

Ας εξετάσουμε το κύκλωμα αναστροφής, με έναν αναστρέφοντα πραγματικό τελεστικό ενισχυτή πεπερασμένης ενίσχυσης A και ορισμένης αντίστασης εισόδου R_0 .



Σχήμα 22. Κύκλωμα πραγματικού αναστροφέα

Οι σχέσεις του κυκλώματος είναι:

$$u_2 = -Au_0, \quad |u| \leq E_0$$

$$u_0 = R_0 i_0 \quad \text{ή} \quad i_0 = \frac{u_0}{R_0}$$

$$u_1 - u_0 = i_1 R_1 \quad i_1 = \frac{u_1 - u_0}{R_1}$$

$$u_0 - u_2 = i_2 R_2 \quad i_2 = \frac{u_0 - u_2}{R_2}$$

$$i_1 = i_0 + i_2 \quad i_1 - i_2 - i_0 = 0,$$

οπότε: $\frac{u_1 - u_0}{R_1} + \frac{u_2 - u_0}{R_2} - \frac{u_0}{R_0} = 0$ και επειδή $u_0 = -\frac{u_2}{A}$

$$\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_0} \right) \frac{u_2}{A} + \frac{1}{R_2} u_2 = -\frac{u_1}{R_1}.$$

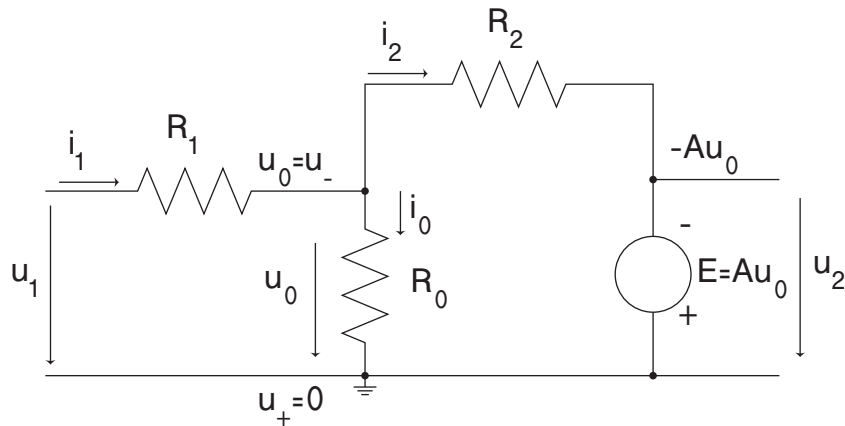
Έτσι η σχέση μεταφοράς του πραγματικού αναστροφέα είναι:

$$\boxed{\frac{u_2}{u_1} = \frac{-\frac{R_2}{R_1}}{1 + \frac{1}{A} \left(1 + \frac{R_2}{R_1} + \frac{R_2}{R_0} \right)}}$$

Φυσικά, ο πραγματικός αναστροφέας προσεγγίζει τον ιδανικό όταν: $A \rightarrow \infty, R_0 \rightarrow \infty$, οπότε έχουμε:

$$\frac{u_2}{u_1} = -\frac{R_2}{R_1}.$$

Το ισοδύναμο κύκλωμα του πραγματικού αναστροφέα είναι:



Σχήμα 23. Ισοδύναμο κύκλωμα πραγματικού αναστροφέα

Και αυτό το πραγματικό κύκλωμα αναστροφής έχει μια σχέση εισόδου - εξόδου ανεξάρτητη από το πιθανό φορτίο r ή την οποιαδήποτε βαθμίδα ακολουθεί τον τελεστικό ενισχυτή.

Παράδειγμα

Για δεδομένες τιμές: $A = 10^6, R_0 = 10^8\Omega, R_1 = R_2 = 10^6\Omega$

η σχέση του ιδανικού αναστροφέα είναι:

$$\frac{u_2}{u_1} = -\frac{R_2}{R_1} = -\frac{10^6}{10^6} = -1,$$

ενώ του πραγματικού:

$$\frac{u_2}{u_1} = -\frac{\frac{10^6}{10^6}}{1 + 10^{-6} \left(1 + \frac{10^6}{10^6} + \frac{10^6}{10^8} \right)} = \frac{-1}{1 + 2.01 \cdot 10^{-6}} = -0.9999979,$$

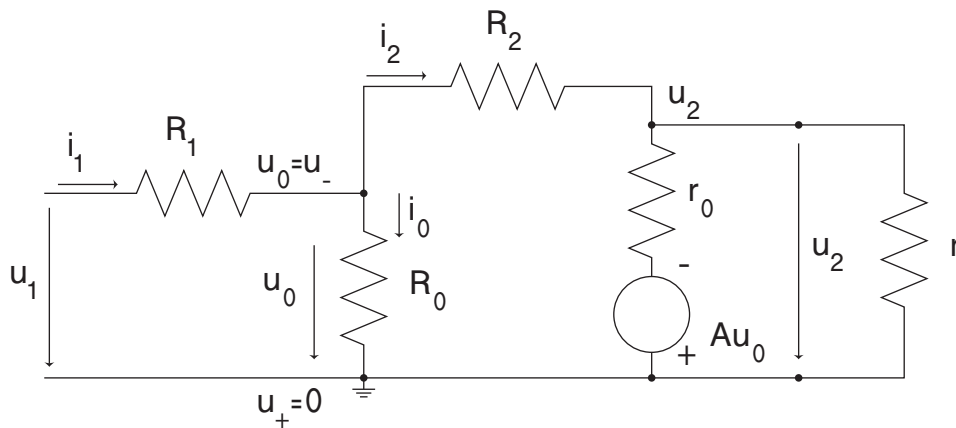
μια διαφορά δηλαδή της τάξης του $2.01 \cdot 10^{-6}$.

1.4.3 Πραγματικός αναστροφέας με αντίσταση εξόδου

Εάν θέλουμε να μελετήσουμε τη μικρή έστω επίδραση ενός εξωτερικού φορτίου r πάνω σε ένα πραγματικό κύκλωμα τελεστικού ενισχυτή και ειδικότερα σε ένα πραγματικό κύκλωμα αναστροφής, τότε θα πρέπει να συνυπολογίσουμε όχι μόνο την αντίσταση εισόδου αλλά και την αντίσταση εξόδου του τελεστικού ενισχυτή.

Έστω λοιπόν, ένας τελεστικός ενισχυτής, με αντίσταση εξόδου $R_{εξ.} = r_0$, αντίσταση εισόδου $R_{εισ.} = R_0$ και ενίσχυση A , συνδεδεμένος στο κύκλωμα ενός πραγματικού αναστροφέα.

Το ισοδύναμο κύκλωμα στην περίπτωση αυτή θα είναι:



Σχήμα 24. Ισοδύναμο κύκλωμα πραγματικού αναστροφέα με αντίσταση εξόδου r_0

Επιλύοντας το κύκλωμα αυτό με την μέθοδο τάσεων κόμβων, θα έχουμε τις σχέσεις:

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_0} & -\frac{1}{R_2} \\ -\frac{1}{R_2} & \frac{1}{R_2} + \frac{1}{r} + \frac{1}{r_0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_0 \\ u_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{u_1}{R_1} \\ -\frac{Au_0}{r_0} \end{bmatrix}$$

$$\text{ή } \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_0}\right)u_0 - \frac{u_2}{R_2} = \frac{u_1}{R_1}$$

$$-\frac{u_0}{R_2} + \left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{r} + \frac{1}{r_0}\right)u_2 = \frac{-Au_0}{r_0},$$

$$\text{οπότε: } -\left(\frac{A}{r_0} - \frac{1}{R_2}\right)u_0 = \left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{r} + \frac{1}{r_0}\right)u_2$$

$$\text{ή } u_0 = -\frac{1}{A - \frac{r_0}{R_2}} \left(1 + \frac{r_0}{r} + \frac{r_0}{R_2}\right)$$

$$\text{και: } \frac{1}{A - \frac{r_0}{R_2}} \left(1 + \frac{r_0}{r} + \frac{r_0}{R_2}\right) \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_0}\right)u_2 + \frac{u_2}{R_2} = -\frac{u_1}{R_1}$$

Έτσι η σχέση μεταφοράς ενός πραγματικού αναστροφέα με αντίσταση εξόδου r_0 είναι:

$$\frac{u_2}{u_1} = \frac{-\frac{R_2}{R_1}}{1 + \frac{1}{A - \frac{r_0}{R_2}} \left(1 + \frac{r_0}{r} + \frac{r_0}{R_2}\right) \left(1 + \frac{R_2}{R_1} + \frac{R_2}{R_0}\right)}$$

Όπως βλέπουμε, η σχέση αυτή περιέχει την επίδραση του φορτίου r . Η επίδραση αυτή μηδενίζεται όταν είναι αμελητέα η αντίσταση εξόδου, όταν δηλαδή $r_0 \rightarrow 0$.

Παράδειγμα

Για δεδομένες τιμές: $A = 10^6$, $R_0 = 10^8\Omega$, $R_1 = R_2 = 10^6\Omega$, $r_0 = 100\Omega$ και $r = 1k\Omega$ η σχέση γίνεται:

$$\frac{u_2}{u_1} = \frac{-\frac{10^6}{10^6}}{1 + \frac{1}{10^6 - \frac{10^2}{10^6}} \left(1 + \frac{10^2}{10^3} + \frac{10^2}{10^6}\right) \left(1 + \frac{10^6}{10^6} + \frac{10^6}{10^8}\right)} = \frac{-1}{1 + 10^{-6} \cdot 2.211201} = -0.9999978,$$

για διαφορά δηλαδή της τάξης του $2.2 \cdot 10^{-6}$.

Συγκριτικά μπορούμε να διαπιστώσουμε ότι ένα φορτίο $r = 1\Omega$ θα έδινε τη σχέση:

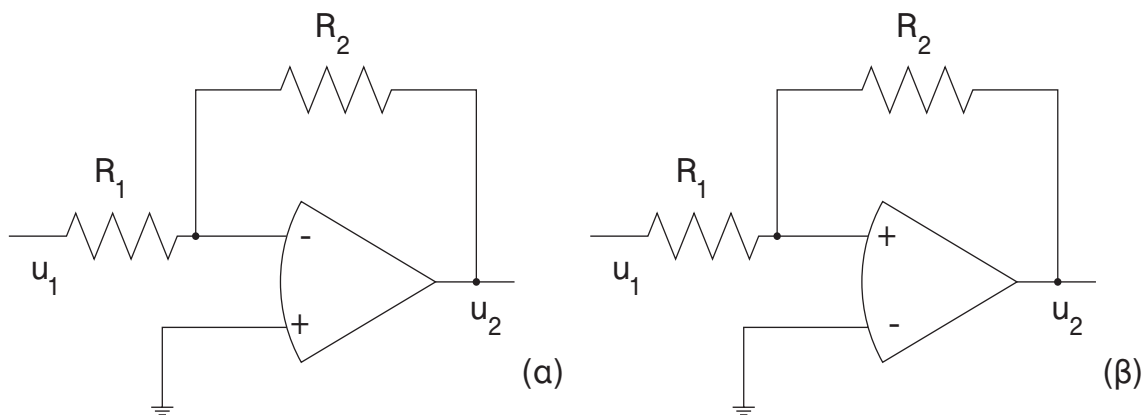
$$\frac{u_2}{u_1} = \frac{-1}{1 + 10^{-6} \cdot 203.0102} = -0.999797,$$

για διαφορά δηλαδή της τάξης του $2.03 \cdot 10^{-4}$.

1.5 Κυκλώματα διαφορικού ενισχυτή

Θα εξετάσουμε τώρα ορισμένα κυκλώματα του πραγματικού τελεστικού ενισχυτή με αντιστάσεις, χρησιμοποιώντας και τις δύο εισόδους του τελεστικού ενισχυτή, *κυκλώματα* δηλαδή *διαφορικού ενισχυτή* (*differential amplifier-circuit*). Θεωρούμε γενικά άπειρη αντίσταση εισόδου και άπειρη ενίσχυση.

Ας σημειώσουμε ότι το κύκλωμα του αναστροφέα μπορεί να γίνει είτε με αναστρέφοντα είτε με μη αναστρέφοντα τελεστικό ενισχυτή.



Σχήμα 25: α) Αναστροφέας με αναστρέφοντα, β) με μη αναστρέφοντα τελεστικό ενισχυτή

Και στις δύο περιπτώσεις η σχέση μεταφοράς είναι:

$$\frac{u_2}{u_1} = -\frac{R_2}{R_1}$$

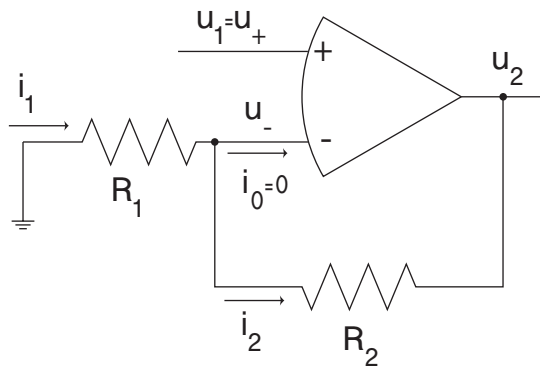
Αυτό που αλλάζει είναι το πρόσημο της ενίσχυσης του ανοιχτού τελεστικού ενισχυτή, όχι όμως το πρόσημο της σχέσης εισόδου - εξόδου του αναστροφέα.

Στην πράξη χρησιμοποιούμε συνήθως κύκλωμα αναστροφής με αναστρέφοντα τελεστικό ενισχυτή (γειώνουμε δηλαδή τη θετική είσοδο \$u_+\$).

Εάν θέλουμε να μην έχουμε αναστροφή του προσήμου, τότε πρέπει να χρησιμοποιήσουμε άλλο κύκλωμα, το κύκλωμα μη αναστροφής.

1.5.1 Κύκλωμα μη αναστροφής

Ένα κύκλωμα μη αναστροφής (*non inverting amplifier circuit*) χαρακτηρίζεται από τις παρακάτω σχέσεις:



$$u_- - u_+ = i_0 R_0$$

Εφόσον $R_0 \rightarrow \infty$ θα είναι $i_0 \cong 0$

$$\text{ή: } i_1 \cong i_2 .$$

Ισχύει ακόμα: $u_2 = A(u_+ - u_-)$.

Εφόσον $A \rightarrow \infty$ θα είναι:

$$u_+ - u_- \cong 0$$

$$\text{άρα } u_1 = u_+ \cong u_-$$

Σχήμα 26. Κύκλωμα μη αναστροφής

Έτσι οι σχέσεις θα είναι: $0 - u_1 = i_1 R_1$, $u_1 - u_2 = i_2 R_2$,

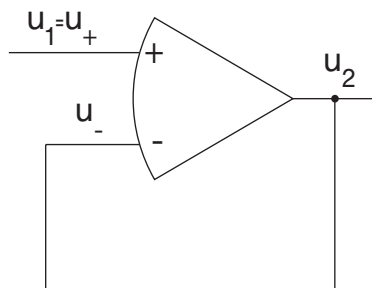
οπότε: $\frac{u_1 - u_2}{-u_1} = \frac{R_2}{R_1}$ και η σχέση μεταφοράς είναι:

$$\frac{u_2}{u_1} = 1 + \frac{R_2}{R_1}$$

Το κύκλωμα δηλαδή δεν αλλάζει το πρόσημο της εισόδου.

1.5.2 Ακολουθητής τάσης

Ένα κύκλωμα ακολουθητή τάσης (*voltage follower*) χαρακτηρίζεται



από τις σχέσεις:

$$u_2 = A(u_+ - u_-),$$

για $A \rightarrow \infty$ είναι: $u_+ \cong u_-$.

Αλλά: $u_1 = u_+$, $u_2 = u_-$,

άρα η σχέση μεταφοράς είναι:

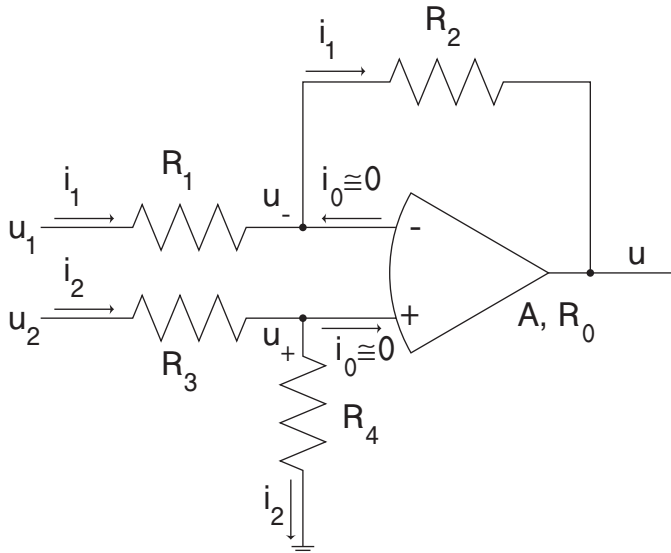
$$u_2 = u_1$$

Σχήμα 27. Ακολουθητής τάσης

Το κύκλωμα δηλαδή διατηρεί την τάση εισόδου.

1.5.3 Κύκλωμα διαφοράς

Ένα κύκλωμα διαφοράς (*difference circuit*) χαρακτηρίζεται από τις



Σχήμα 28. Κύκλωμα διαφοράς

σχέσεις:

$u_+ - u_- = i_0 R_0$, οπότε
για $R_0 \rightarrow \infty$ προκύπτει:

$i_0 \cong 0$, και:

$u = A(u_+ - u_-)$, οπότε
για $A \rightarrow \infty$ προκύπτει

$u_+ \cong u_-$.

Οι σχέσεις γίνονται:

$u_1 - u_- = R_1 i_1$, $u_- - u = R_2 i_1$,

$u_2 - u_+ = R_3 i_2$, $u_+ - 0 = R_4 i_2$,

οπότε: $\frac{u_2 - u_+}{u_+} = \frac{R_3}{R_4}$ ή $\frac{u_2}{u_+} = 1 + \frac{R_3}{R_4}$ και $u_+ = \frac{1}{1 + \frac{R_3}{R_4}} u_2$,

$$\frac{u_1 - u_-}{u_- - u} = \frac{R_1}{R_2} \quad \text{ή} \quad u_1 - u_- = (u_- - u) \frac{R_1}{R_2} \quad \text{και} \quad u_-(1 + \frac{R_1}{R_2}) = u_1 + \frac{R_1}{R_2} u,$$

άρα: $\frac{1 + \frac{R_1}{R_2}}{1 + \frac{R_3}{R_4}} u_2 = u_1 + \frac{R_1}{R_2} u$.

Η σχέση μεταφοράς γίνεται:

$$u = \frac{R_2}{R_1} \left(\frac{1 + \frac{R_1}{R_2}}{1 + \frac{R_3}{R_4}} u_2 - u_1 \right)$$

Για $\frac{R_1}{R_2} = \frac{R_3}{R_4}$ η σχέση γίνεται:

$$u = \frac{R_2}{R_1} (u_2 - u_1)$$

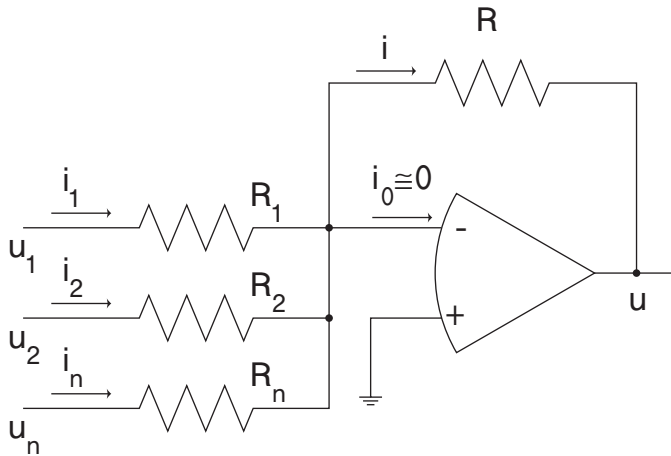
και ακόμα για $R_1 = R_2$ έχουμε:

$$u = u_2 - u_1$$

Το κύκλωμα πραγματοποιεί τη μαθηματική πράξη της διαφοράς.

1.6 Ο Αθροιστής

Ένα κύκλωμα αναστροφέα με περισσότερες από μία εισόδους γίνεται κύκλωμα τελεστικού ενισχυτή άθροισης (*summing amplifier circuit*) ή αθροιστής (*summer*).



Σχήμα 29. Κύκλωμα άθροισης

Εφόσον $R_0 \rightarrow \infty$, $i_0 \cong 0$
και εφόσον $A \rightarrow \infty$, $u_0 \cong 0$

Οι σχέσεις του κυκλώματος άθροισης είναι:

$$u_1 - 0 = i_1 R_1 \quad \text{ή} \quad i_1 = \frac{u_1}{R_1}$$

$$u_2 - 0 = i_2 R_2 \quad \text{ή} \quad i_2 = \frac{u_2}{R_2}$$

$$u_n - 0 = i_n R_n \quad \text{ή} \quad i_n = \frac{u_n}{R_n}$$

$$0 - u = iR \quad \text{ή} \quad i = -\frac{u}{R}$$

$$\text{και } i_1 + i_2 + \dots + i_n = i$$

άρα:

$$u = -\left(\frac{R}{R_1}u_1 + \frac{R}{R_2}u_2 + \dots + \frac{R}{R_n}u_n\right)$$

Εάν $R = R_1 = R_2 = \dots = R_n$ τότε:

$$u = -(u_1 + u_2 + \dots + u_n)$$

Το κύκλωμα αυτό πραγματοποιεί, δηλαδή, τη μαθηματική πράξη της άθροισης των συναρτήσεων της εισόδου.

1.6.1 Αθροιστής με πεπερασμένη ενίσχυση

Εάν θεωρήσουμε πεπερασμένη την ενίσχυση A τότε οι σχέσεις του αθροιστή γίνονται:

$$\begin{aligned}
 u &= -Au_0 & \text{ή} & & u_0 &= -\frac{u}{A}, \\
 u_1 - u_0 &= i_1 R_1 & \text{ή} & & i_1 &= \frac{u_1 - u_0}{R_1}, \\
 u_2 - u_0 &= i_2 R_2 & \text{ή} & & i_2 &= \frac{u_2 - u_0}{R_2}, \\
 u_n - u_0 &= i_n R_n & \text{ή} & & i_n &= \frac{u_n - u_0}{R_n}, \\
 u_0 - u &= iR & \text{ή} & & i &= \frac{u_0 - u}{R},
 \end{aligned}$$

και: $i_1 + i_2 + \dots + i_n = i$,

οπότε: $\frac{u_1}{R_1} + \frac{u_2}{R_2} + \dots + \frac{u_n}{R_n} - \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n}\right)u_0 = \frac{u_0}{R} - \frac{u}{R}$

ή $\left(\frac{R}{R_1}u_1 + \frac{R}{R_2}u_2 + \dots + \frac{R}{R_n}u_n\right) = \left(1 + \frac{R}{R_1} + \frac{R}{R_2} + \dots + \frac{R}{R_n}\right)u_0 - u$,

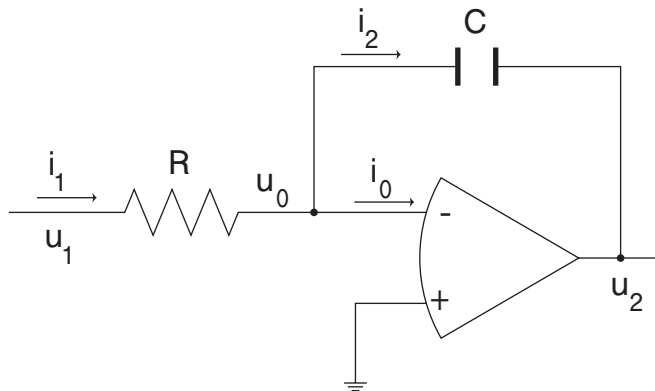
άρα η σχέση μεταφοράς γίνεται:

$$u = \frac{-1}{1 + \frac{1}{A} \left(1 + \frac{R}{R_1} + \frac{R}{R_2} + \dots + \frac{R}{R_n}\right)} \left(\frac{R}{R_1}u_1 + \frac{R}{R_2}u_2 + \dots + \frac{R}{R_n}u_n\right)$$

Για $A \rightarrow \infty$ οδηγούμαστε στην προηγούμενη σχέση του ιδανικού αθροιστή.

1.7 Ο Ολοκληρωτής

Ένας τελεστικός ενισχυτής, συνδεδεμένος στην είσοδο με μια αντίσταση και στην ανάδραση με έναν πυκνωτή, είναι ένα κύκλωμα ολοκλήρωσης (*integrating amplifier circuit*) ή ένας ολοκληρωτής (*integrator*).



Σχήμα 30. Κύκλωμα ολοκλήρωσης

Στην περίπτωση του ιδανικού τελεστικού ενισχυτή, θα έχουμε:

$R_0 \rightarrow \infty$ οπότε

$i_0 \cong 0$, $i_1 \cong i_2$ και $A \rightarrow \infty$

οπότε $u_0 \cong 0$.

Άρα οι σχέσεις θα είναι:

$$u_1 - 0 = i_1 R ,$$

$$0 - u_2 = \frac{1}{C} \int_0^t i_2 dt .$$

Και η σχέση μεταφοράς του ολοκληρωτή γίνεται:

$$u(t) = -\frac{1}{RC} \int_0^t u_1(t) dt$$

Ή αλλιώς, με τη μορφή διαφορικής εξίσωσης:

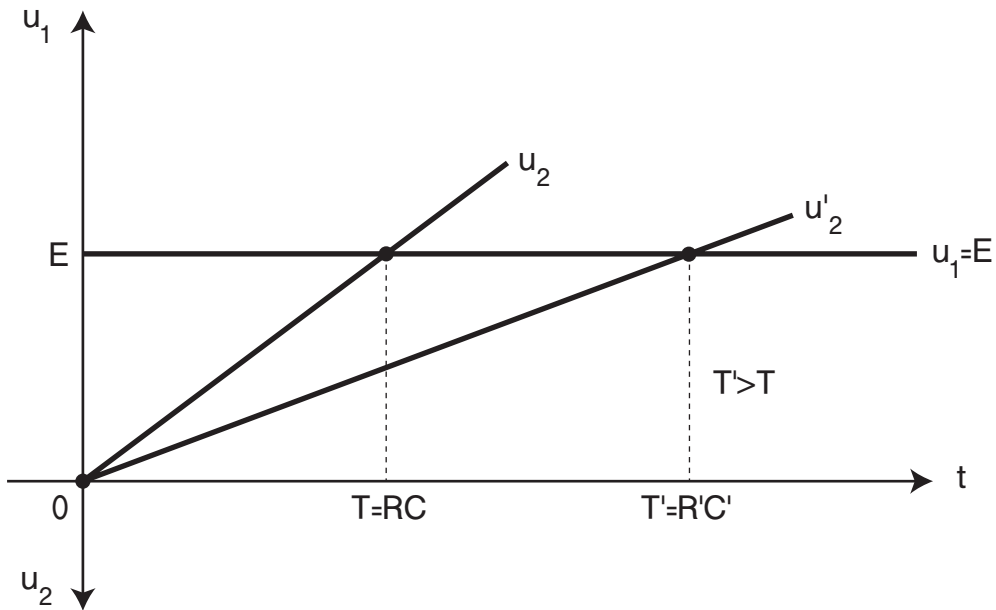
$$RC \frac{du_2}{dt} = -u_1(t).$$

Και σαν συνάρτηση μεταφοράς στο επίπεδο s:

$$G(s) = \frac{U_2(s)}{U_1(s)} = \frac{-1}{RCs}.$$

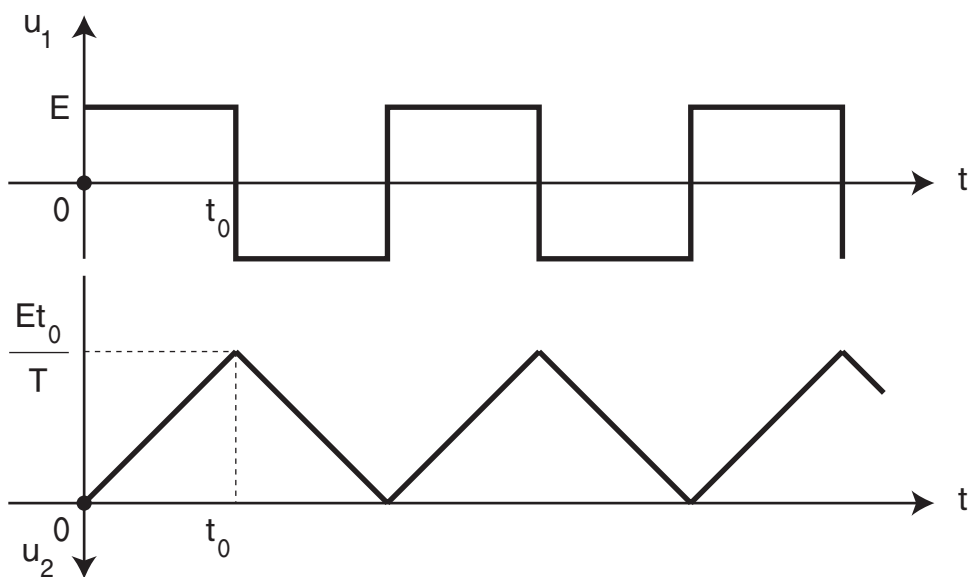
Η σταθερά $T=RC$ ονομάζεται *σταθερά χρόνου (time constant)* και χαρακτηρίζει την ταχύτητα ολοκλήρωσης.

Για σταθερή είσοδο $u_1=E$, η σταθερά χρόνου T εκφράζει το χρόνο που χρειάζεται η έξοδος του ολοκληρωτή για να φτάσει, κατ' απόλυτη τιμή, την τιμή της εισόδου E .



Σχήμα 31. Σταθερά χρόνου ολοκλήρωσης

Τετραγωνικός παλμός στην είσοδο του ολοκληρωτή παράγει τριγωνικό παλμό στην έξοδο.



Σχήμα 32. Χρονική απόκριση ολοκληρωτή

1.7.1 Ολοκληρωτής με πεπερασμένη ενίσχυση

Στην περίπτωση πεπερασμένης ενίσχυσης A, οι σχέσεις του ολοκληρωτή θα γίνουν:

$$\begin{aligned} u_2 &= -Au_0 & \text{ή} & & u_0 &= -\frac{u_2}{A}, \\ u_1 - u_0 &= i_1 R & & & i_1 &= \frac{u_1 - u_0}{R}, \\ u_0 - u_2 &= \frac{1}{C} \int i_2 dt & & & C \frac{du_0}{dt} - C \frac{du_2}{dt} &= i_2, \end{aligned}$$

$$\text{οπότε: } C \frac{du_0}{dt} - C \frac{du_2}{dt} = \frac{u_1}{R} - \frac{u_0}{R}$$

$$-RC \frac{du_0}{dt} - u_0 + RC \frac{du_2}{dt} = -u_1$$

$$\text{ή} \quad \left(1 + \frac{1}{A}\right) RC \frac{du_2}{dt} + \frac{1}{A} u_2 = -u_1$$

και

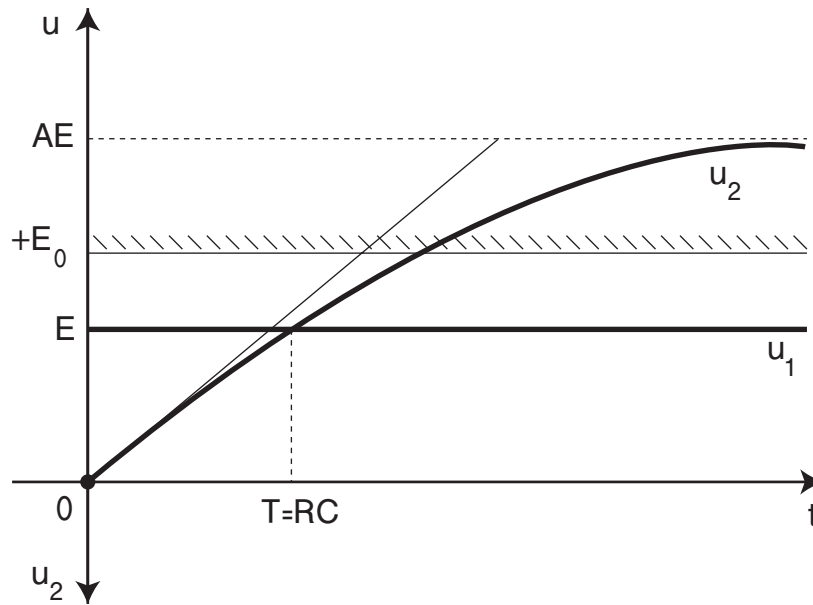
$$G(s) = \frac{U_2(s)}{U_1(s)} = \frac{-1}{RCs + \frac{1}{A}(1 + RCs)}$$

Θεωρώντας με μεγάλη προσέγγιση: $1 + \frac{1}{A} \cong 1$

η διαφορική εξίσωση γίνεται: $\frac{du_2}{dt} + \frac{1}{ARC} u_2 \cong -\frac{1}{RC} u_1$

$$\text{ή} \quad G(s) = \frac{-1}{\frac{1}{A} + RCs}$$

και για $u_1 = E$ η λύση είναι: $u_2(t) = -AE(1 - e^{-t/ARC})$



Σχήμα 33. Καμπύλη πραγματικής ολοκλήρωσης

Η κλίση στο σημείο $t=0$ είναι: $\left. \frac{du_2}{dt} \right|_{t=0} = \frac{E}{RC}$.

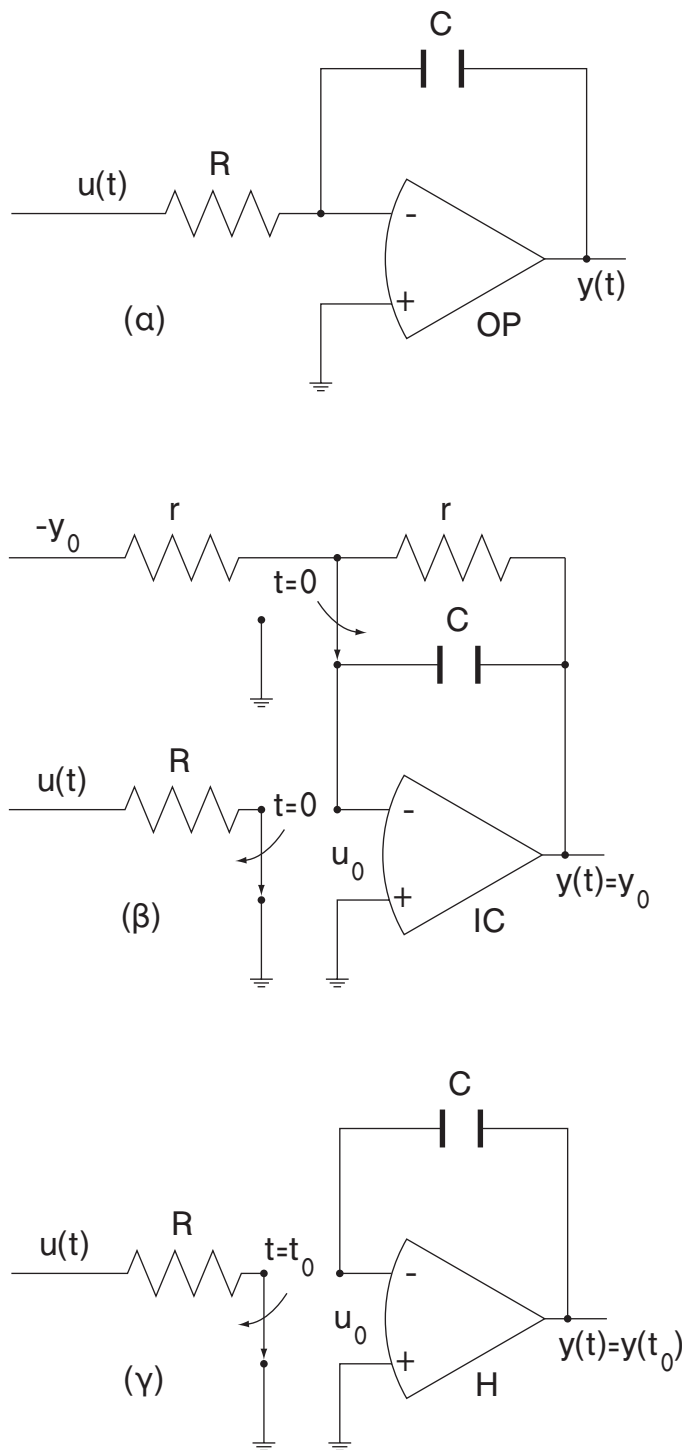
Έτσι μέσα στα όρια του κόρου $\pm E_0$, η χρονική απόκριση προσεγγίζει σημαντικά την ευθεία ενός ολοκληρωτή με σταθερά χρόνου $T=RC$.

1.7.2 Οι καταστάσεις λειτουργίας ενός ολοκληρωτή

Ο ολοκληρωτής είναι το πρώτο αναλογικό στοιχείο, από αυτά που εξετάσαμε, που εξομοιώνει όχι ανεξάρτητες από το χρόνο αλγεβρικές σχέσεις, αλλά τη σχέση της ολοκλήρωσης ως προς το χρόνο t , μια σχέση δηλαδή που εξαρτάται τόσο από τη χρονική στιγμή 0 που αρχίζει η ολοκλήρωση, όσο και από τη διάρκεια της ολοκλήρωσης. Η εξομοίωση λοιπόν της σχέσης της ολοκλήρωσης απαιτεί τη μελέτη των διαφορετικών καταστάσεων λειτουργίας ενός ολοκληρωτή. Αυτές οι καταστάσεις λειτουργίας (*modes*) είναι οι εξής:

- Λειτουργία (Operate-OP)
- Τοποθέτηση αρχικών συνθηκών (Initial Conditions-IC)
- Πάγωμα της εξόδου (Hold-H).

Κάθε μια από αυτές τις καταστάσεις λειτουργίας υλοποιείται με ένα διαφορετικό κύκλωμα του ολοκληρωτή.



Σχήμα 34. Καταστάσεις λειτουργίας ενός ολοκληρωτή

Κύκλωμα Λειτουργίας (OP-circuit)

Ο ολοκληρωτής ολοκληρώνει. Η έξοδος $y(t)$ μεταβάλλεται χρονικά και σύμφωνα με τη σχέση:

$$y(t) = - \frac{1}{RC} \int_0^t u(t) dt .$$

Κύκλωμα τοποθέτησης αρχικών συνθηκών (IC-circuit)

Με το κύκλωμα του σχήματος ο πυκνωτής φορτίζεται με τάση y_0 , τιμή την οποία διατηρεί και η έξοδος του ενισχυτή:

$$y(t) = y_0 .$$

Κύκλωμα παγώματος της εξόδου (H-circuit)

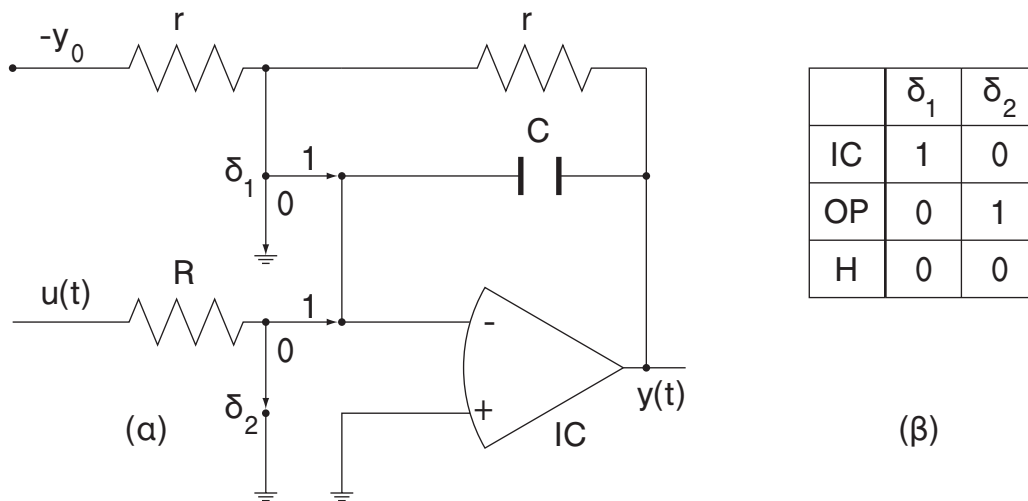
Με το κύκλωμα του σχήματος ο πυκνωτής παραμένει φορτισμένος στην τάση $y(t_0)$, που είχε τη χρονική στιγμή $t = t_0$, όπου άνοιξε ο διακόπτης. Άρα και η έξοδος διατηρεί την τιμή αυτή:

$$y(t) = y(t_0) .$$

Οι τρεις αυτές καταστάσεις λειτουργίας ενός ολοκληρωτή είναι δυνατόν να υλοποιηθούν με ένα κύκλωμα που διαθέτει δύο εναλλακτικούς ηλεκτρονικούς διακόπτες, δ_1 και δ_2 .

Οι διακόπτες αυτοί μπορεί να είναι λογικοί διακόπτες, και να ρυθμίζονται από ένα προηγούμενο λογικό κύκλωμα.

Οι θέσεις των διακοπών καθορίζουν και τις καταστάσεις λειτουργίας του ολοκληρωτή, όπως φαίνεται στον σχετικό πίνακα.

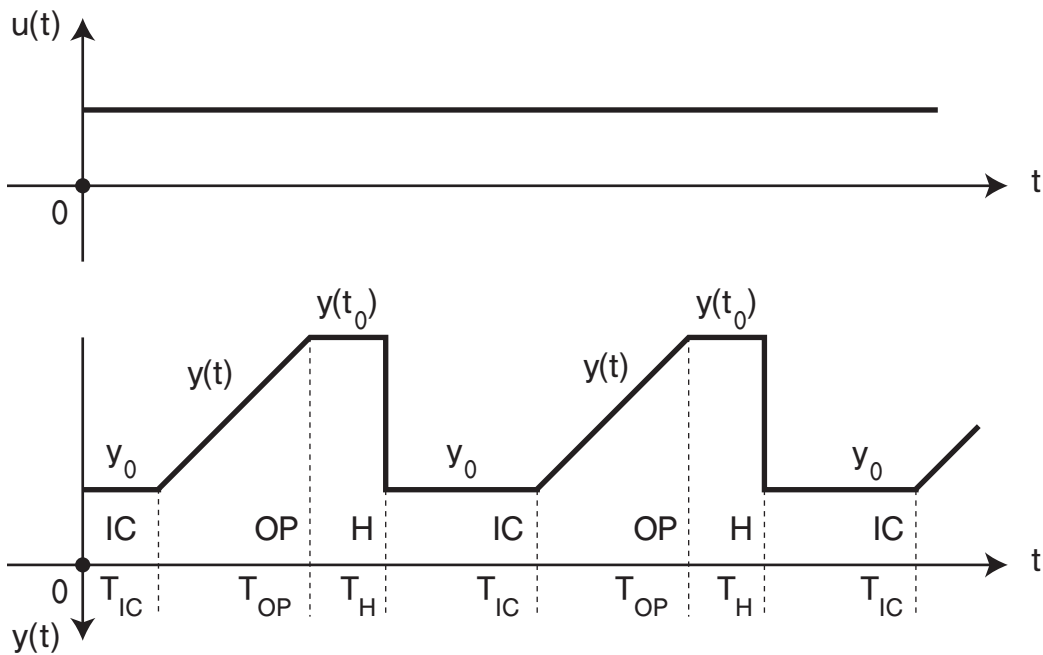


Σχήμα 35. Κύκλωμα ολοκλήρωσης με τις καταστάσεις λειτουργίας του

Η γενική σχέση μεταφοράς ενός ολοκληρωτή με αρχική συνθήκη είναι:

$$y(t) = y_0 - \frac{1}{RC} \int_0^t u(t) dt$$

Η επαναληπτική λειτουργία (*repetitive mode*) του ολοκληρωτή, η ρύθμιση δηλαδή της εναλλαγής των καταστάσεων λειτουργίας IC, OP και H σε ορισμένα χρονικά διαστήματα T_{IC} , T_{OP} και T_H , μέσα από ένα προηγούμενο λογικό κύκλωμα, θα προκαλέσει μια επαναλαμβανόμενη αλληλουχία των καταστάσεων λειτουργίας στην έξοδο του ολοκληρωτή.

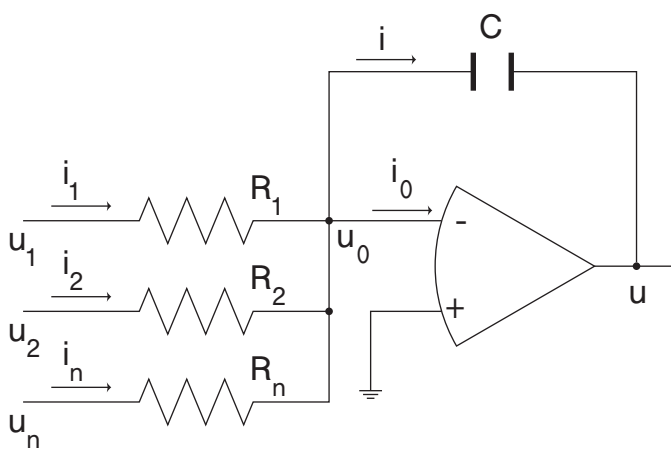


Σχήμα 36. Επαναληπτική λειτουργία ενός ολοκληρωτή

1.8 Ο ολοκληρωτής - αθροιστής

Ένα κύκλωμα ολοκληρωτή, με περισσότερες από δύο παράλληλες αντιστάσεις εισόδου, ολοκληρώνει το άθροισμα των εισόδων του και ονομάζεται *κύκλωμα ολοκλήρωσης-άθροισης (integrating-summing amplifier circuit)* ή *ολοκληρωτής-αθροιστής (integrator-summer)*.

Πράγματι το παρακάτω κύκλωμα ενός ολοκληρωτή-αθροιστή αναλύεται ως εξής:



Θεωρώντας $R_0 \rightarrow \infty$ και $A \rightarrow \infty$ οι σχέσεις θα είναι:

$$u_1 - 0 = R_1 i_1,$$

$$u_2 - 0 = R_2 i_2,$$

$$u_n - 0 = R_n i_n,$$

$$0 - u = \frac{1}{C} \int i dt,$$

$$\text{και } i_1 + i_2 + \dots + i_n = i.$$

Σχήμα 37. Ολοκληρωτής - αθροιστής

Οπότε προκύπτει η σχέση μεταφοράς:

$$u(t) = - \int \left(\frac{1}{R_1 C} u_1(t) + \dots + \frac{1}{R_n C} u_n(t) \right) dt$$

Εάν: $R_1 C = \dots = R_n C = T$ τότε:

$$u(t) = - \frac{1}{T} \int (u_1(t) + \dots + u_n(t)) dt$$

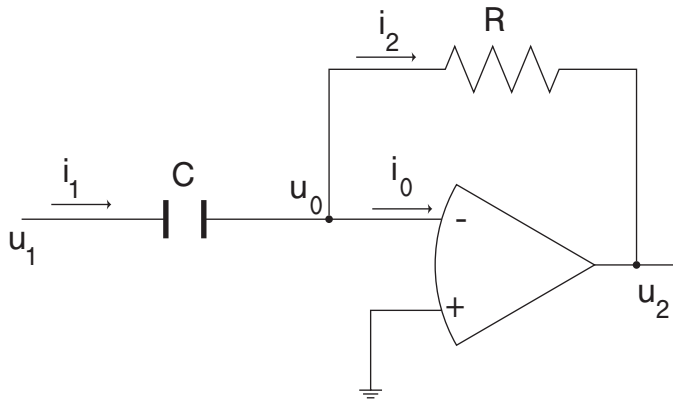
Εάν: $R_1 C = \dots = T = 1$ και $R_n C = 0.1 T = 0.1$ τότε:

$$u(t) = - \int (u_1(t) + \dots + 10 u_n(t)) dt$$

Με το κύκλωμα αυτό πραγματοποιούνται οι μαθηματικές πράξεις της ταυτόχρονης ολοκλήρωσης και άθροισης των συναρτήσεων εισόδου.

1.9 Ο διαφοριστής

Ένα κύκλωμα τελεστικού ενισχυτή με πυκνωτή στην είσοδο και αντίσταση στην ανάδραση, είναι ένα κύκλωμα διαφορίσης (*differentiating circuit*) ή ένας διαφοριστής (*differentiator*).



Για $R_0 \rightarrow \infty$ και $A \rightarrow \infty$

οι σχέσεις γίνονται:

$$u_1 - 0 = \frac{1}{C} \int i_1 dt$$

$$\text{ή } C \frac{du_1}{dt} = i_1$$

$$\text{και } 0 - u_2 = Ri_2$$

Σχήμα 38. Κύκλωμα διαφορίσης

Οπότε η σχέση μεταφοράς του διαφοριστή είναι:

$$u_2 = -RC \frac{du_1}{dt}$$

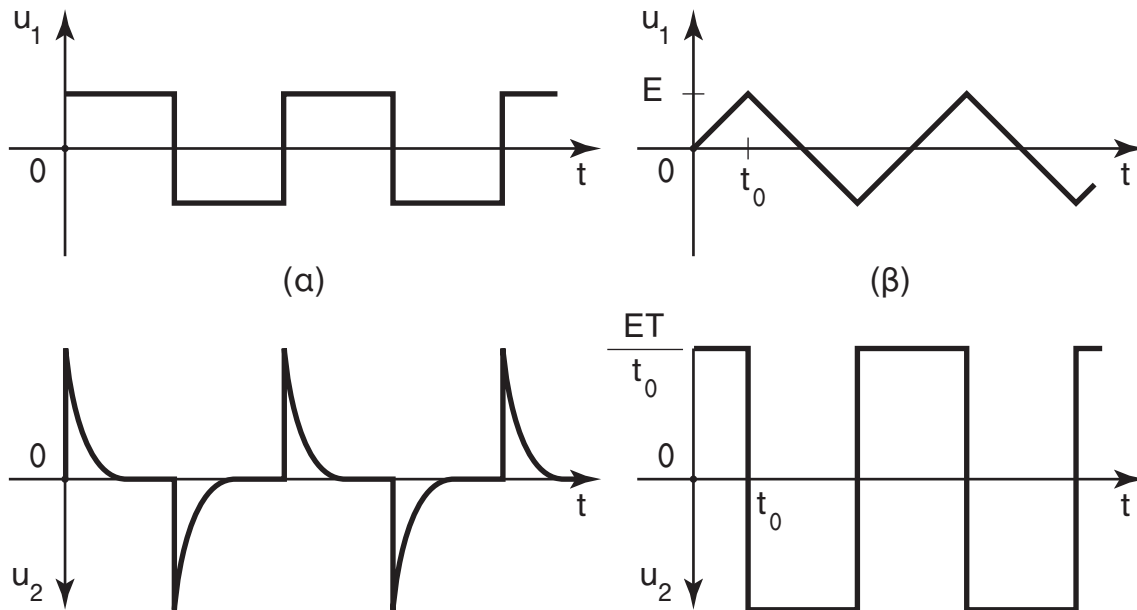
και η συνάρτηση μεταφοράς:

$$G(s) = \frac{U_2(s)}{U_1(s)} = -RCs.$$

Και εδώ η σταθερά $T=RC$ ονομάζεται *σταθερά χρόνου διαφορίσης* (*differentiating time constant*).

Το κύκλωμα διαφορίσης πραγματοποιεί λοιπόν τη μαθηματική πράξη της παραγώγισης.

Οι χρονικές αποκρίσεις ενός διαφοριστή, για τετραγωνικό ή τριγωνικό παλμό στην είσοδο, παρουσιάζονται στο σχήμα:



Σχήμα 39. Χρονικές αποκρίσεις ενός διαφοριστή
(α) με τετραγωνική είσοδο, (β) με τριγωνική είσοδο

Για πεπερασμένο A οι σχέσεις γίνονται:

$$u_2 = -Au_0 \quad \text{ή} \quad u_0 = -\frac{u_2}{A},$$

$$u_1 - u_0 = \frac{1}{C} \int i_1 dt \quad \text{ή} \quad C \frac{du_1}{dt} - C \frac{du_0}{dt} = i_1,$$

$$u_0 - u_2 = Ri_2, \quad \text{οπότε:} \quad u_0 - u_2 = RC \frac{du_1}{dt} - RC \frac{du_0}{dt}$$

$$\text{ή} \quad \left(1 + \frac{1}{A}\right) u_2 + \frac{RC}{A} \frac{du_2}{dt} = -RC \frac{du_1}{dt},$$

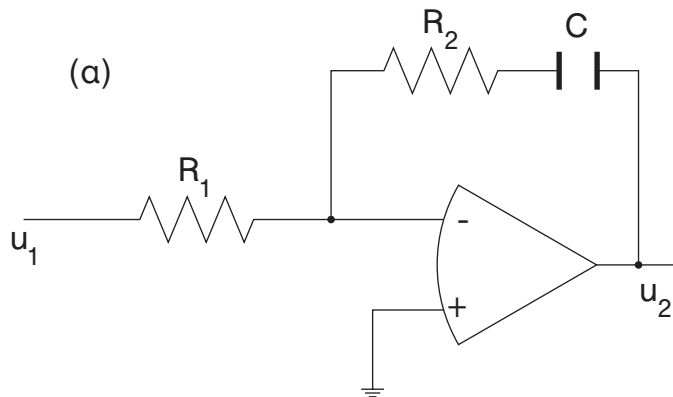
και η συνάρτηση μεταφοράς:

$$G(s) = \frac{U_2(s)}{U_1(s)} = \frac{-RCs}{1 + \frac{1}{A}(1 + RCs)}$$

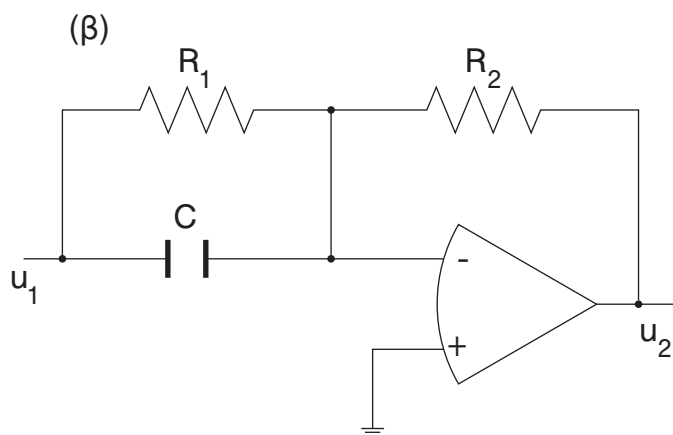
Πρέπει να σημειώσουμε εδώ ότι η πράξη της παραγωγίσης δεν υλοποιείται εύκολα. Ο διαφοριστής, δηλαδή, είναι ένα ένα *ιδιόμορφο σύστημα (singular system)*.

1.10 Πραγματικά κυκλώματα ολοκλήρωσης - διαφόρισης

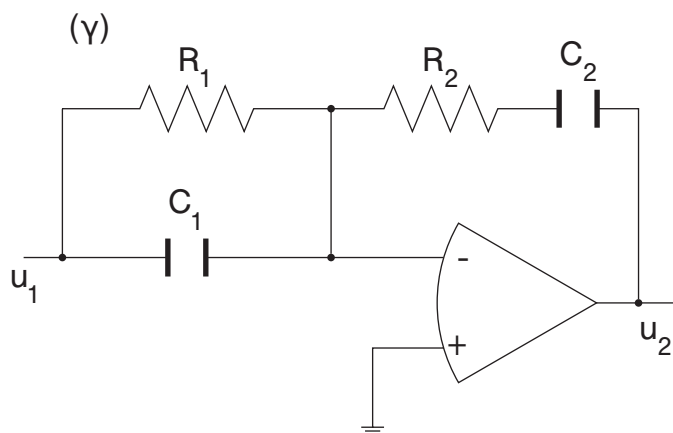
Τα πραγματικά κυκλώματα δεν περιέχουν καθαρούς πυκνωτές, αλλά συνδεδεμένους με αντιστάσεις σε σειρά ή παράλληλα. Ιδού ορισμένα χαρακτηριστικά πραγματικά κυκλώματα, που προσεγγίζουν τις σχέσεις ολοκλήρωσης, διαφόρισης ή διαφόρισης-ολοκλήρωσης.



Κύκλωμα πραγματικής ολοκλήρωσης ή κύκλωμα καθυστέρησης φάσης (*Lag circuit*).



Κύκλωμα πραγματικής διαφόρισης ή κύκλωμα προπορείας φάσης (*Lead circuit*).

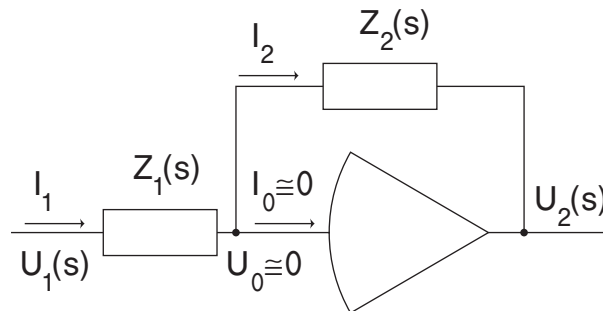


Κύκλωμα πραγματικής διαφόρισης-ολοκλήρωσης ή κύκλωμα προπορείας-καθυστέρησης φάσης (*Lead-Lag circuit*).

Σχήμα 40. Πραγματικά κυκλώματα ολοκλήρωσης, διαφόρισης

1.11 Γενικό κύκλωμα τελεστικού ενισχυτή

Μετασχηματίζοντας κατά Laplace τις σχέσεις που χαρακτηρίζουν το κύκλωμα ενός τελεστικού ενισχυτή (ενός ιδανικού τελεστικού ενισχυτή με άπειρη αντίσταση εισόδου και άπειρη ενίσχυση), καταλήγουμε σε ένα ισοδύναμο κύκλωμα που περιλαμβάνει ισοδύναμες μιγαδικές αντιστάσεις.



Σχήμα 41. Γενικό κύκλωμα τελεστικού ενισχυτή

Οι σχέσεις στο επίπεδο της μιγαδικής μεταβλητής s θα είναι:

$$U_1 - 0 = Z_1 I_1$$

$$0 - U_2 = Z_2 I_2$$

Άρα η συνάρτηση μεταφοράς του γενικού αυτού κυκλώματος τελεστικού ενισχυτή είναι:

$$G(s) = \frac{U_2(s)}{U_1(s)} = - \frac{Z_2(s)}{Z_1(s)}$$

Έτσι, επιλέγοντας τις σύνθετες αντιστάσεις $Z_1(s)$, $Z_2(s)$, μπορούμε, με το γενικό αυτό κύκλωμα, να εξομοιώσουμε ένα σύστημα δεδομένης συνάρτησης μεταφοράς $G(s)$.

Σαν παράδειγμα μπορούμε να υπολογίσουμε τις συναρτήσεις μεταφοράς των προηγούμενων πραγματικών κυκλωμάτων ολοκλήρωσης- διαφόρισης.

α) Κύκλωμα πραγματικής ολοκλήρωσης (Lag):

$$- \text{ΑΕΟΖ}_1 = R_1, Z_2 = R_2 + \frac{1}{Cs} = \frac{R_2Cs + 1}{Cs}$$

$$\text{αΕ: } G(s) = - \frac{R_2Cs + 1}{R_1Cs} = - \left(\frac{1}{R_1Cs} + \frac{R_2}{R_1} \right), \text{ } \text{αΕ} R_2 \ll R_1$$

ενώ του απλού κυκλώματος ολοκλήρωσης είναι: $G(s) = - \frac{1}{R_1Cs}$

β) Κύκλωμα πραγματικής διαφόρισης (Lead):

$$- \text{ΑΕΟΖ}_1 = \frac{R_1 \frac{1}{Cs}}{R_1 + \frac{1}{Cs}} = \frac{R_1}{R_1Cs + 1}, Z_2 = R_2$$

$$\text{αΕ: } G(s) = - \frac{R_2(R_1Cs + 1)}{R_1} = - \left(R_2Cs + \frac{R_2}{R_1} \right), \text{ } \text{αΕ} R_2 \ll R_1$$

ενώ του απλού κυκλώματος διαφόρισης είναι: $G(s) = - R_2Cs$

γ) Κύκλωμα πραγματικής διαφόρισης- ολοκλήρωσης (Lead- Lag):

$$- \text{ΑΕΟΖ}_1 = \frac{R_1}{R_1C_1s + 1}, Z_2 = \frac{R_2C_2s + 1}{C_2s}$$

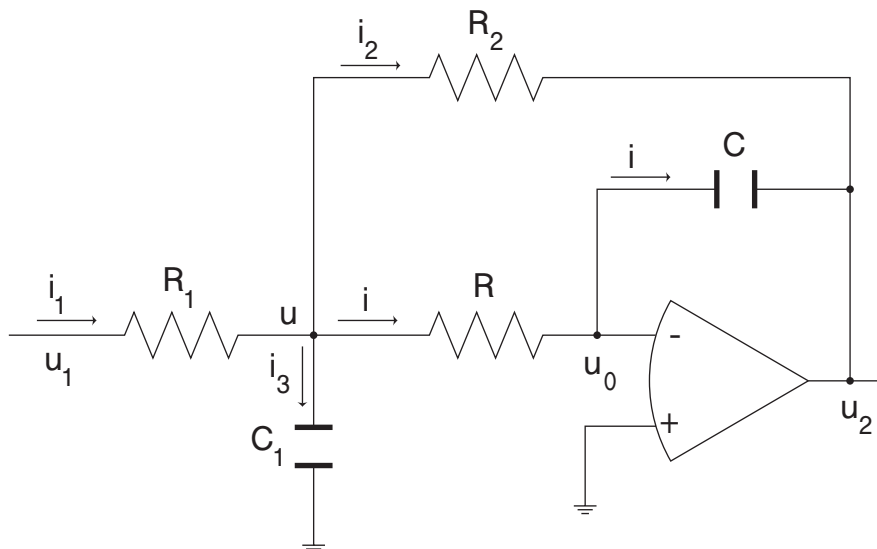
$$\text{αΕ: } G(s) = - \frac{(R_2C_2s + 1)(R_1C_1s + 1)}{R_1C_2s} = - (R_2C_2s + 1) \left(\frac{1}{R_1C_2s} + \frac{C_1}{C_2} \right)$$

$$\text{και εάν } R_1 = R_2, C_1 = C_2 \text{ τότε: } G(s) = - (RCs + 1) \left(\frac{1}{RCs} + 1 \right)$$

Παράδειγμα

Με αντίστοιχο τρόπο μπορούμε να βρούμε ένα κύκλωμα τελεστικού ενισχυτή ανάλογο ενός δεδομένου συστήματος δεύτερης τάξης, με γνωστή συνάρτηση μεταφοράς της μορφής:

$$G(s) = \frac{b}{s^2 + a_1s + a_0} \quad \text{ή} \quad G(s) = \frac{A}{\frac{1}{\omega_n^2}s^2 + \frac{2\zeta}{\omega_n}s + 1}$$



Σχήμα 42. Εξομοίωση συστήματος δεύτερης τάξης.

Οι σχέσεις στο επίπεδο s είναι:

$$U_1 - U = R_1 I_1$$

$$U - 0 = \frac{1}{C_1 s} I_3$$

$$U - U_2 = R_2 I_2$$

$$U - 0 = R I$$

$$0 - U_2 = \frac{1}{C s} I$$

$$I_1 = I_2 + I_3 + I$$

Απαλείφοντας τα εσωτερικά μεγέθη προκύπτει:

$$G(s) = \frac{U_2(s)}{U_1(s)} = \frac{1}{R_1 C_1 R C s^2 + \left(\frac{R_1}{R_2} + \frac{R_1}{R} + 1 \right) R C s + \frac{R_1}{R_2}} .$$

$$\text{Οπότε: } b = \frac{1}{R_1 C_1 R C}$$

$$a_1 = \left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R} + \frac{1}{R_1} \right)$$

$$a_0 = \frac{1}{R_2 C_1 R C}$$

$$\text{ή } A = \frac{R_2}{R_1}$$

$$\frac{1}{\omega_n^2} = R_2 C_1 R C$$

$$\frac{2\zeta}{\omega_n} = \left(\frac{R_2}{R_1} + \frac{R_2}{R} + 1 \right) R C.$$

Από τις σχέσεις αυτές μπορούμε να υπολογίσουμε τις τιμές των στοιχείων: R , R_1 , R_2 , C , C_1 , που εξομοιώνουν το σύστημα δεύτερης τάξης.

Κεφάλαιο 2

Η Αναλογική Εξομοίωση Συστημάτων

Στο προηγούμενο Κεφάλαιο εξετάσαμε το πρόβλημα της εξομοίωσης από την κατασκευαστική του σκοπιά. Μελετήσαμε, δηλαδή, την κατασκευή αναλογικών βαθμίδων με συμπεριφορά ανάλογη των θεμελιακών μαθηματικών σχέσεων, που περιέχονται σε μια διαφορική εξίσωση.

Στο Κεφάλαιο αυτό θα θεωρήσουμε δεδομένες τις βασικές αυτές αναλογικές μονάδες και θα εξετάσουμε το πρόβλημα της εξομοίωσης ενός φυσικού συστήματος, δηλαδή το πρόβλημα της σύνθεσης του αναλογικού του ομοιώματος.

Θα εξετάσουμε δηλαδή την εφαρμογή, τη χρήση και τη λειτουργία τέτοιων αναλογικών μονάδων, που συνθέτουν έναν αναλογικό υπολογιστή, για να λύσουμε προβλήματα εξομοίωσης. Θα μελετήσουμε το αναλογικό ομοίωμα, το αναλογικό πρόγραμμα, το αναλογικό διάγραμμα (*analog diagram*) που αντιστοιχεί σε ένα δεδομένο φυσικό σύστημα ή σε μια δεδομένη μαθηματική σχέση και θα σχηματίσουμε τέτοια αναλογικά διαγράμματα συνδέοντας τα επιμέρους αναλογικά στοιχεία μεταξύ τους.

2.1 Τα μη δυναμικά γραμμικά αναλογικά στοιχεία

Οι γραμμικές μαθηματικές σχέσεις, όπως ο πολλαπλασιασμός ενός μεγέθους επί έναν σταθερό αριθμό, η αλλαγή προσήμου μεγεθών και η άθροιση μεγεθών, μπορούν να εξομοιωθούν αντίστοιχα από τα βασικά μη δυναμικά γραμμικά αναλογικά στοιχεία, που είναι:

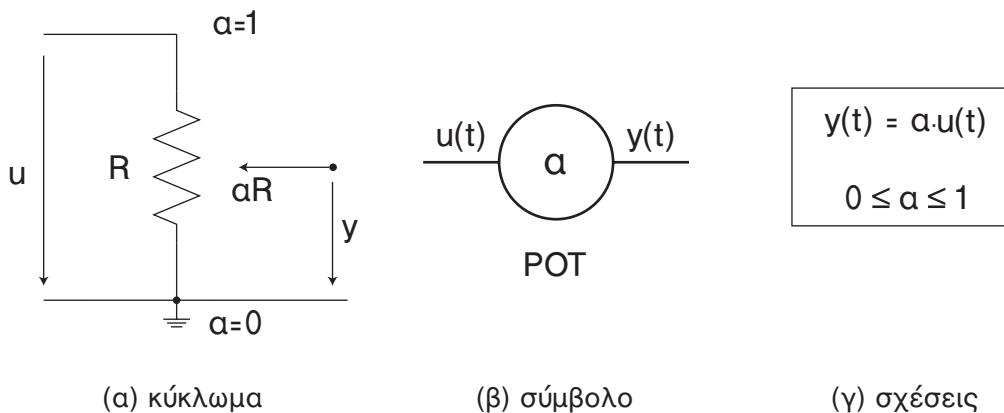
- το ποτενσιόμετρο,
- ο αναστροφέας,
- ο αθροιστής.

Στα αναλογικά στοιχεία, αντίστροφα, αντιστοιχούν μαθηματικές σχέσεις, μαθηματικά σύμβολα ή διαγράμματα.

2.1.1 Το ποτενσιόμετρο

Το ποτενσιόμετρο (*potentiometer, POT*), σαν σύμβολο, εξομοιώνει τη μαθηματική σχέση του πολλαπλασιασμού ενός μεγέθους $u(t)$ με έναν σταθερό συντελεστή α .

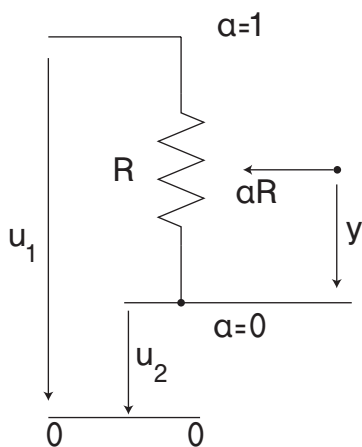
Ο συντελεστής αυτός σε ένα κύκλωμα ποτενσιομέτρου είναι υποχρεωτικά θετικός και μικρότερος της μονάδας.



Σχήμα 43. Το αναλογικό στοιχείο: Ποτενσιόμετρο

Πρέπει να τονίσουμε, ότι το ποτενσιόμετρο, σαν κύκλωμα διατηρεί σταθερό τον συντελεστή α μόνο όταν δεν συνδέεται εν σειρά με άλλο φορτίο, όταν δηλαδή λειτουργεί εν κενώ ή όταν συνδέεται με κύκλωμα τελεστικού ενισχυτή, που έχει θεωρητικά άπειρη αντίσταση εισόδου.

Εάν δεν γειώσουμε το τρίτο άκρο του ποτενσιομέτρου, τότε θα έχουμε τη λειτουργία ενός διαιρέτη τάσης (*voltage divider*).



Οι σχέσεις είναι:

$$u_1 - u_2 = iR$$

$$y = iaR$$

$$\text{άρα } y = \alpha (u_1 - u_2) .$$

Σχήμα 44. Κύκλωμα διαιρέτη τάσης

Ο διαιρέτης τάσης σχηματίζει δηλαδή τη διαφορά των δύο εισόδων και είναι δυνατόν να λειτουργήσει ως συγκριτής (*comparator*).

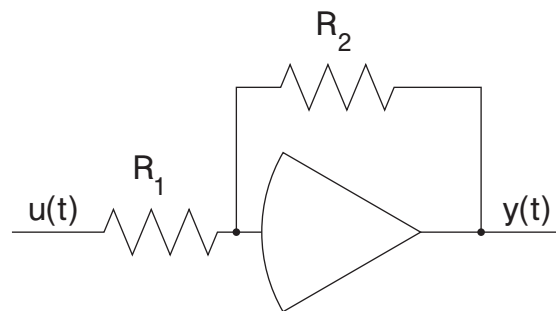
Ας σημειώσουμε εδώ, ότι την εξομοίωση ενός σταθερού αριθμού και ειδικότερα του σταθερού αριθμού 1, την πραγματοποιούμε με τη σταθερή τάση αναφοράς (*reference voltage*) E ,

συνήθως $E = 10.00 \text{ V}$,

την οποία ονομάζουμε και *αναλογική μονάδα (analog unit)*.

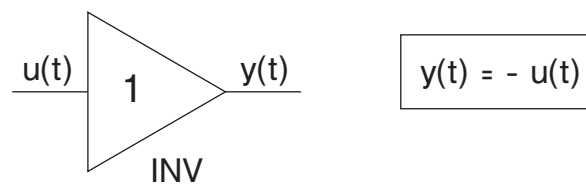
2.1.2 Ο αναστροφέας

Ο αναστροφέας (*inverter, INV*), σαν σύμβολο, εξομοιώνει τη μαθηματική σχέση της αλλαγής προσήμου ενός μεγέθους ή και του πολλαπλασιασμού του επί έναν σταθερό συντελεστή 10.

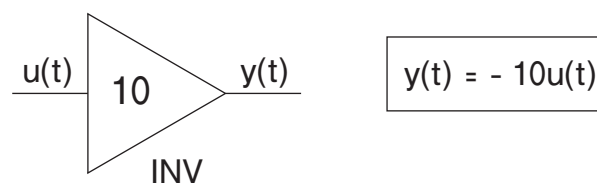


(α) κύκλωμα

για $R_2 = R_1$:



για $R_2 = 10R_1$:



(β) σύμβολα

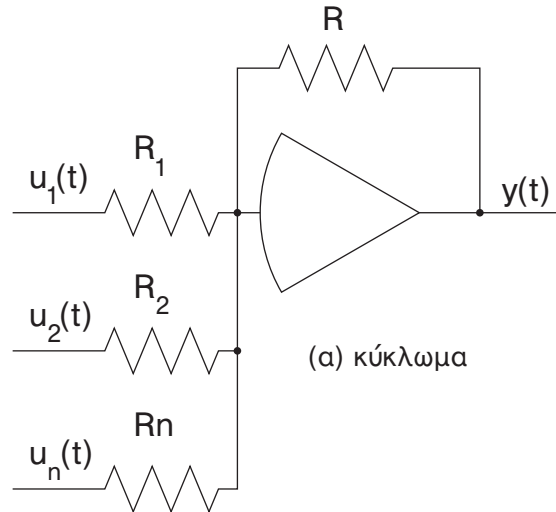
(γ) σχέσεις

Σχήμα 45. Το αναλογικό στοιχείο: Αναστροφέας

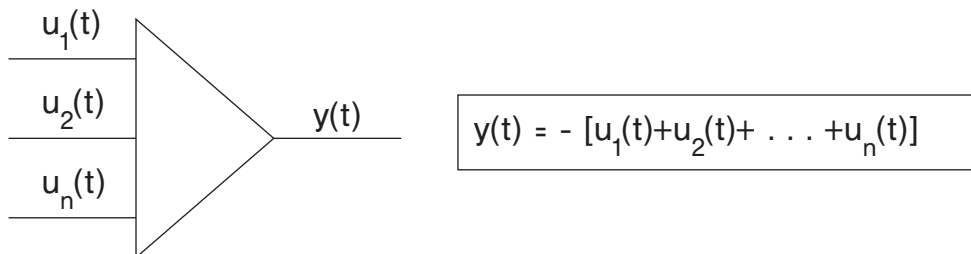
2.1.3 Ο αθροιστής

Ο αθροιστής (*summer, SUM*), σαν σύμβολο, εξομοιώνει τη μαθηματική σχέση της άθροισης μεγεθών.

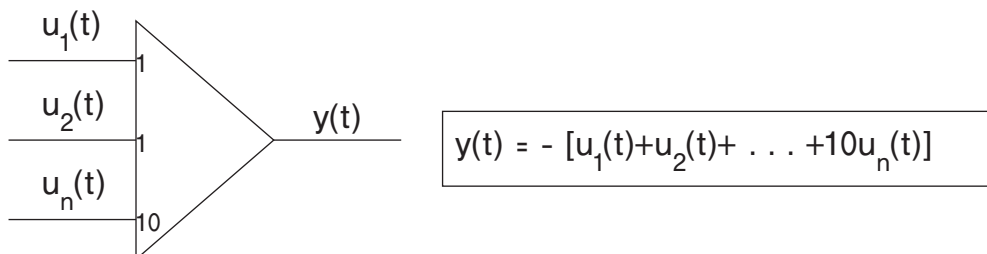
Σαν κύκλωμα τελεστικού ενισχυτή, όμως, υποχρεωτικά αλλάζει και το πρόσημο.



για $R_1 = R_2 \dots R_n = R$:



για $R_1 = R_2 \dots 10R_n = R$:



(β) σύμβολα

(γ) σχέσεις

Σχήμα 46. Το αναλογικό στοιχείο: Αθροιστής

2.1.4 Εξομοίωση αλγεβρικών σχέσεων

Συνδέοντας τα μη δυναμικά αναλογικά στοιχεία ανάμεσά τους, είναι δυνατό να εξομοιώσουμε τώρα στον αναλογικό υπολογιστή απλές αλγεβρικές μαθηματικές σχέσεις.

- **Εξομοίωση σταθεράς**

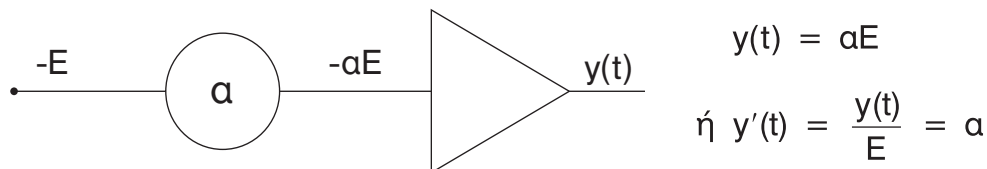
Η σταθερά $y(t)=a$ εξομοιώνεται στον αναλογικό υπολογιστή με τη σχέση: $y(t) = aE$,

όπου E η τάση αναφοράς, που θεωρείται ως αναλογική μονάδα.

Έτσι, όλα τα μεγέθη του αναλογικού διαγράμματος μπορούν να θεωρηθούν σαν αδιάστατα μεγέθη, με σχετική τιμή:

$$x'(t) = \frac{x(t)}{E} .$$

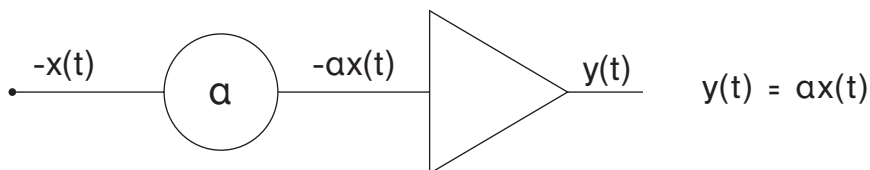
Μπορούμε να θεωρήσουμε δηλαδή, ότι στα αναλογικά διαγράμματα έχουμε κλιμάκωση εύρους (*magnitude scaling*) των μεγεθών, ως προς την τάση αναφοράς E .



Σχήμα 47. Διάγραμμα εξομοίωσης σταθεράς

- **Εξομοίωση σταθερού συντελεστή**

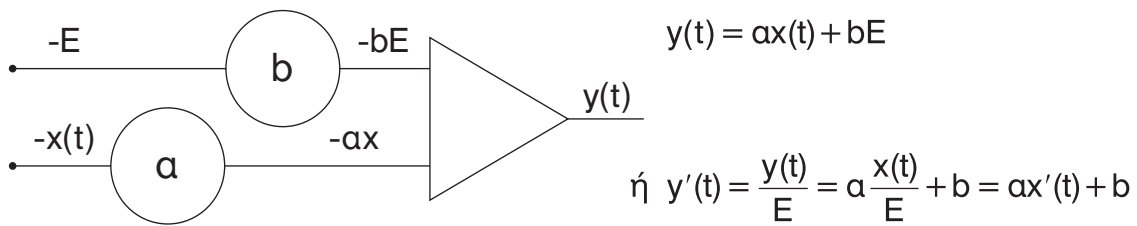
Σταθερός συντελεστής a : $y = ax$, εξομοιώνεται με το διάγραμμα:



Σχήμα 48. Διάγραμμα εξομοίωσης σταθερού συντελεστή

• **Εξομοίωση γραμμικής σχέσης**

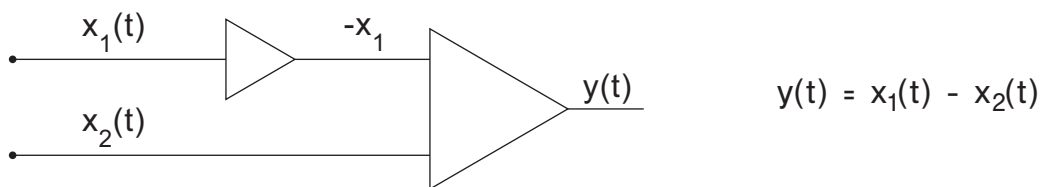
Γραμμική σχέση: $y = ax + b$, εξομοιώνεται με το διάγραμμα:



Σχήμα 49. Διάγραμμα εξομοίωσης γραμμικής σχέσης

• **Εξομοίωση διαφοράς**

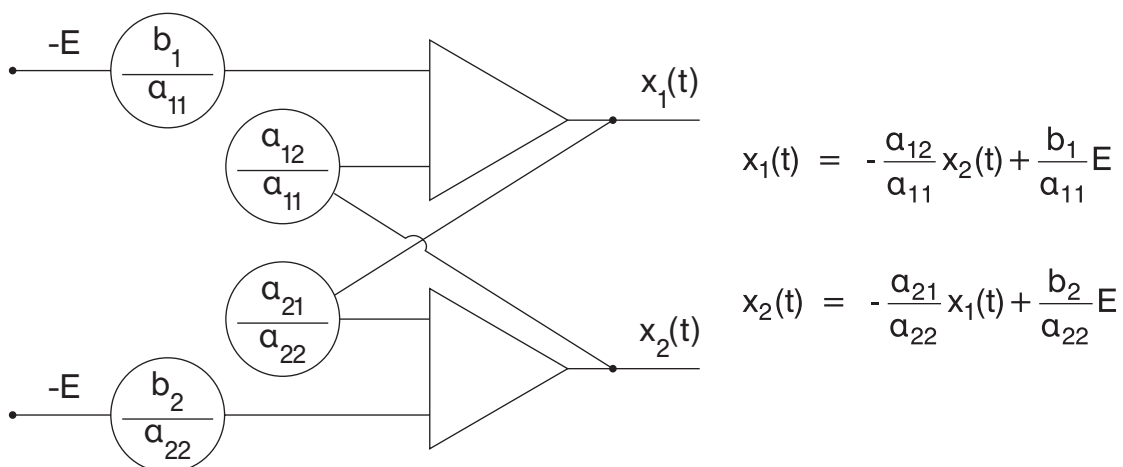
Διαφορά: $y = x_1 - x_2$, εξομοιώνεται με το διάγραμμα:



Σχήμα 50. Διάγραμμα εξομοίωσης διαφοράς

• **Εξομοίωση γραμμικού συστήματος**

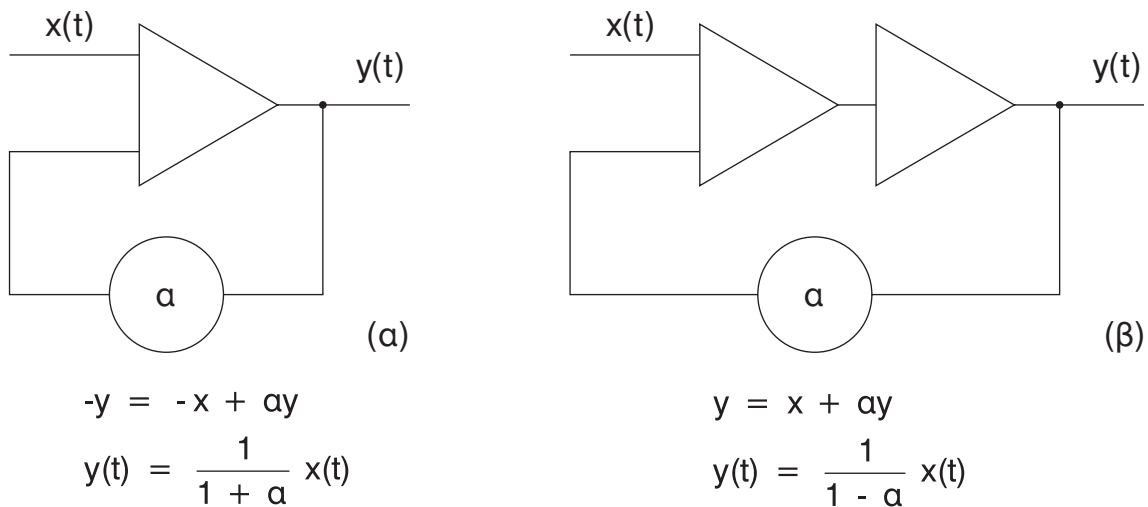
Γραμμικό σύστημα a : $\begin{matrix} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 = b_2 \end{matrix}$ εξομοιώνεται με το διάγραμμα:



Σχήμα 51. Εξομοίωση γραμμικού συστήματος

• **Εξομοίωση συστήματος με ανάδραση**

Σύστημα με ανάδραση εξομοιώνεται με διαγράμματα όπως:



Σχήμα 52. Αναλογικά διαγράμματα συστημάτων με ανάδραση

(α) με έναν, (β) με δύο αθροιστές

Ας σημειώσουμε εδώ τις εξής παρατηρήσεις:

- Όλα τα στοιχεία, που περιέχουν ενισχυτές και συμβολίζονται με τρίγωνο, κάνουν αναστροφή προσήμου και υπόκεινται στην ανισότητα κόρου: $|y(t)| \leq E_0$.
- Τα ποτενσιόμετρα πρέπει υποχρεωτικά να ακολουθούνται από αναλογικό στοιχείο με ενισχυτή. Η σύνδεση δύο ποτενσιομέτρων εν σειρά δεν επιτρέπεται.
- Τα ποτενσιόμετρα έχουν συντελεστή πάντα μικρότερο της μονάδας. Έτσι πολλαπλασιασμός επί έναν συντελεστή μεγαλύτερο της μονάδας προϋποθέτει υποχρεωτικά χρήση στοιχείου με ενισχυτή και είσοδο με ενίσχυση 10.
- Αναλογικά διαγράμματα για την εξομοίωση γραμμικών συστημάτων ή γενικότερα συστημάτων με θετική ανάδραση παρουσιάζουν προβλήματα ευστάθειας.

2.2 Τα δυναμικά αναλογικά στοιχεία

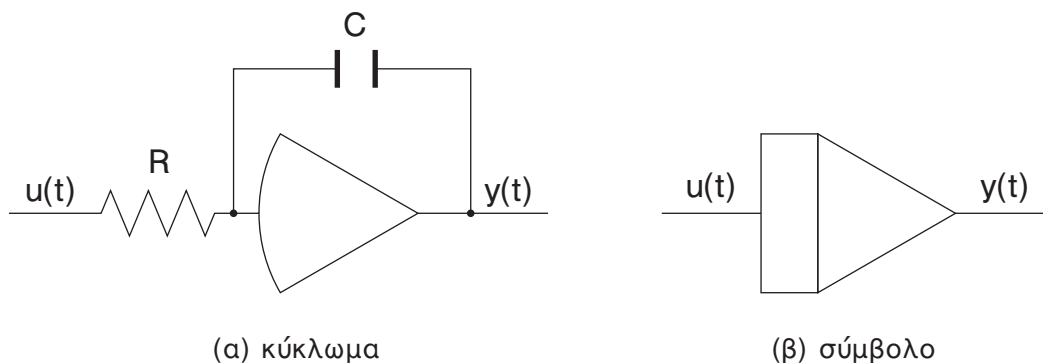
Για την εξομοίωση της δυναμικής συμπεριφοράς φυσικών συστημάτων, της συμπεριφοράς δηλαδή εκείνης που εξαρτάται από τον χρόνο και που εκφράζεται μαθηματικά με μια διαφορική εξίσωση, χρησιμοποιούμε τα δυναμικά αναλογικά στοιχεία που είναι:

- ο ολοκληρωτής και
- ο ολοκληρωτής - αθροιστής.

Στην ενότητα αυτή μπορούμε να εντάξουμε και τον διαφοριστή.

2.2.1 Ο ολοκληρωτής

Ο ολοκληρωτής (*integrator, INT*), σαν σύμβολο, εξομοιώνει τη μαθηματική σχέση της ολοκλήρωσης ενός μεγέθους ως προς το χρόνο t .



(γ) σχέσεις $y(t) = -\frac{1}{T} \int_0^t u(t) dt$, $-T \frac{dy}{dt} = u(t)$, σταθερά χρόνου $T=RC$

Σχήμα 53. Ο Ολοκληρωτής

Ο ολοκληρωτής, σαν κύκλωμα τελεστικού ενισχυτή, αλλάζει υποχρεωτικά το πρόσημο της εισόδου.

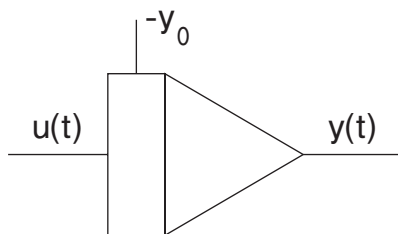
Η σταθερά χρόνου (*time constant*) $T=RC$ σε ένα κύκλωμα ολοκλήρωσης επιλέγεται με διακόπτη ή ρυθμίζεται από τον κεντρικό έλεγχο και χαρακτηρίζει, όπως είδαμε, την ταχύτητα της ολοκλήρωσης. Έτσι το μέγεθος του χρόνου t που εμφανίζεται στην σχέση της ολοκλή-

ρωσης μπορεί να θεωρηθεί με τη σχετική του τιμή: t/T ως προς την σταθερά χρόνου ολοκλήρωσης T :

$$y(t) = - \int_0^t u(t) \frac{dt}{T}$$

Στον ολοκληρωτή έχουμε δηλαδή κλιμάκωση χρόνου (*time scaling*) ως προς τη σταθερά χρόνου T .

Η αρχική συνθήκη τοποθετείται σε ένα κύκλωμα ολοκλήρωσης στη σχετική είσοδο του ολοκληρωτή και μεταβάλλει τη σχέση ολοκλήρωσης.



(α) κύκλωμα

$$y(0) = y_0$$

$$y(t) = y_0 - \frac{1}{T} \int_0^t u(t) dt$$

(β) σχέσεις

Σχήμα 54. Ολοκληρωτής με αρχική συνθήκη

Ο ολοκληρωτής, σαν δυναμικό στοιχείο ενός αναλογικού υπολογιστή, έχει, όπως επίσης αναφέραμε, τρεις καταστάσεις λειτουργίας:

- την τοποθέτηση αρχικών συνθηκών (IC)
- τη λειτουργία (OP)
- και το πάγωμα της εξόδου (H).

Οι καταστάσεις αυτές είναι δυνατόν να εναλλάσσονται επαναληπτικά (*repetitive*), ρυθμιζόμενες από τον κεντρικό έλεγχο καταστάσεων (*master mode control*) του αναλογικού υπολογιστή.

Οι καταστάσεις αυτές χαρακτηρίζονται από τις παρακάτω σχέσεις και τις εξομοιώνουν:

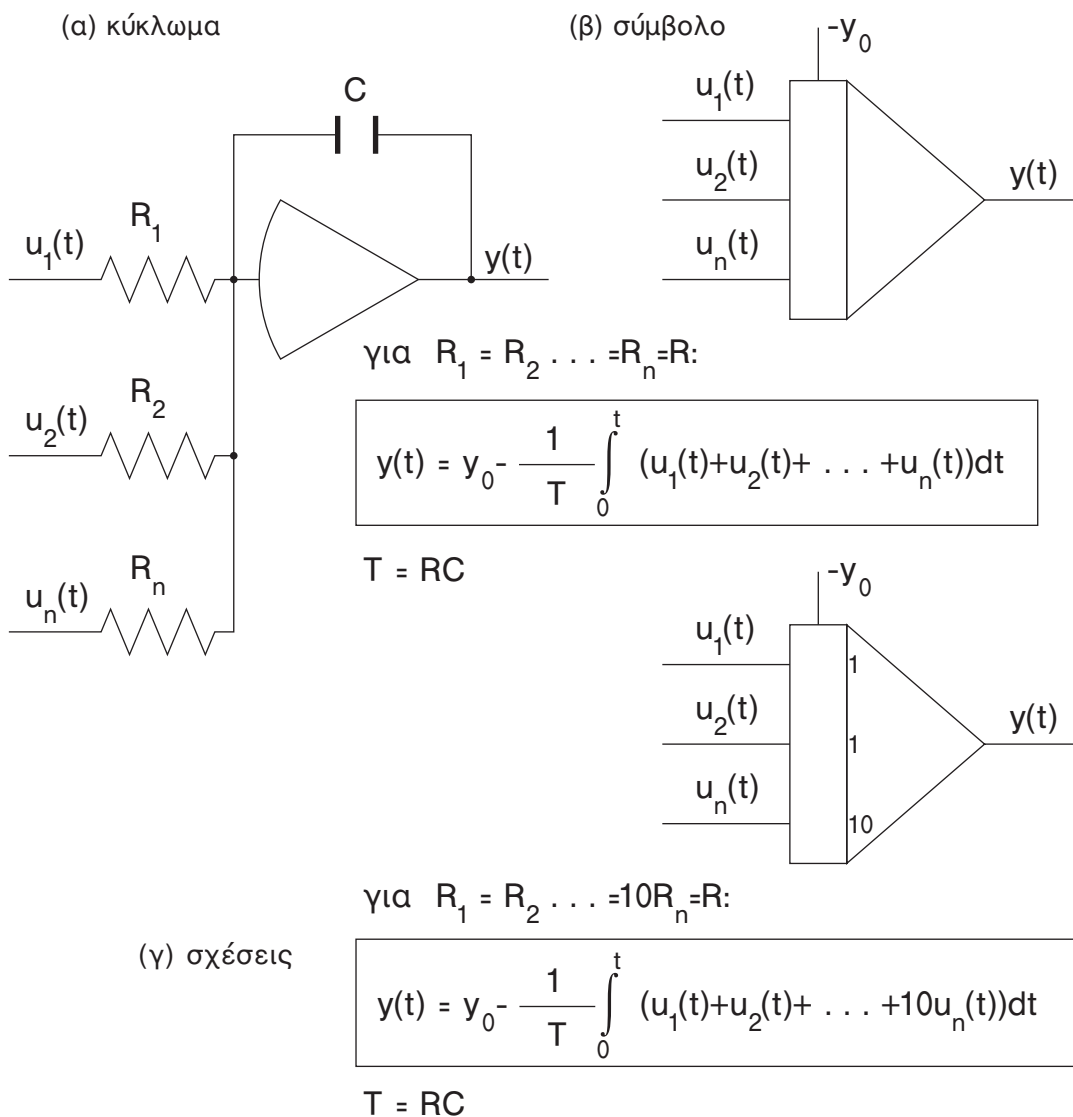
IC: $y(t) = y_0$

OP: $y(t) = y_0 - \frac{1}{T} \int_0^t u(t) dt$

H: $y(t) = y_0 - \frac{1}{T} \int_0^{t_0} u(t) dt = y(t_0)$ για $t > t_0$

2.2.2. Ο ολοκληρωτής - αθροιστής

Ο ολοκληρωτής - αθροιστής (*integrator - summer*), σαν σύμβολο, αθροίζει και ολοκληρώνει τις εισόδους του.

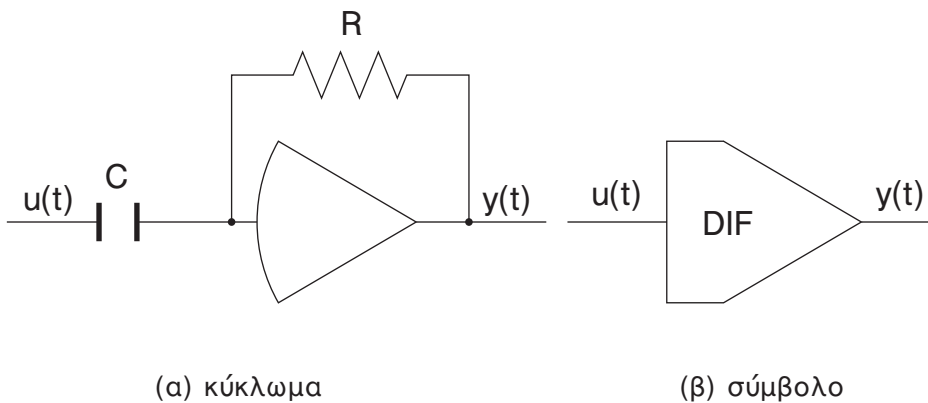


Σχήμα 55. Ο Ολοκληρωτής - αθροιστής

Ο ολοκληρωτής - αθροιστής, όπως και ο ολοκληρωτής, αλλάζει το πρόσημο της εισόδου, πραγματοποιεί κλιμάκωση χρόνου ως προς τη βασική σταθερά χρόνου του και διαθέτει τις τρεις καταστάσεις λειτουργίας του.

2.2.3 Ο διαφοριστής

Ο διαφοριστής (*differentiator, DIF*), σαν σύμβολο, εξομοιώνει τη μαθηματική σχέση της παραγωγίσης ενός μεγέθους ως προς το χρόνο t .



(γ) σχέση $y(t) = -T \frac{du}{dt}$, σταθερά χρόνου διαφόρισης: $T=RC$

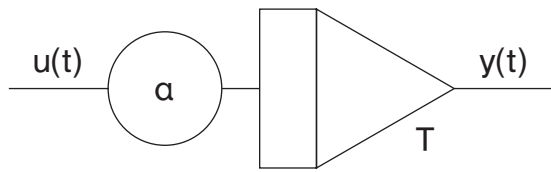
Σχήμα 56. Ο διαφοριστής

Ο διαφοριστής αλλάζει το πρόσημο της εισόδου, χαρακτηρίζεται από την σταθερά χρόνου διαφόρισης T , αλλά δεν έχει διαφορετικές καταστάσεις λειτουργίας. Είναι φυσικό, ότι ο διαφοριστής είναι εξαιρετικά ευαίσθητος σε εισόδους υψηλών συχνοτήτων, εφόσον η παράγωγος καμπύλης με μεγάλη κλίση είναι άπειρη.

2.2.4 Δυναμικά αναλογικά διαγράμματα

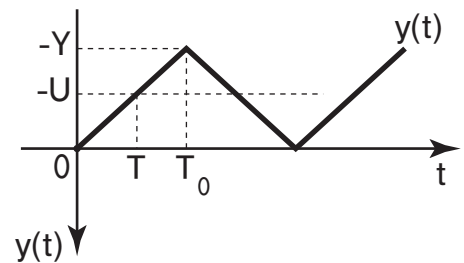
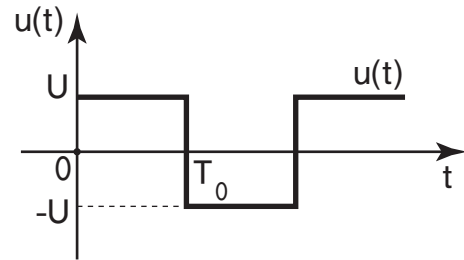
Με τα δυναμικά αναλογικά στοιχεία, είναι δυνατό να σχηματίσουμε τώρα στοιχειώδη δυναμικά αναλογικά διαγράμματα και να εξομοιώσουμε τη δυναμική συμπεριφορά απλών συστημάτων.

- Απλή ολοκλήρωση:

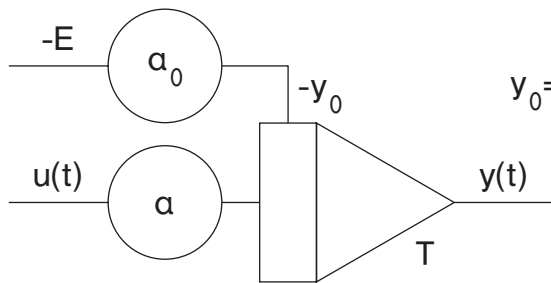


$$y(t) = \frac{a}{T} \int_0^t u(t) dt$$

$$Y = \frac{aUT_0}{T}$$

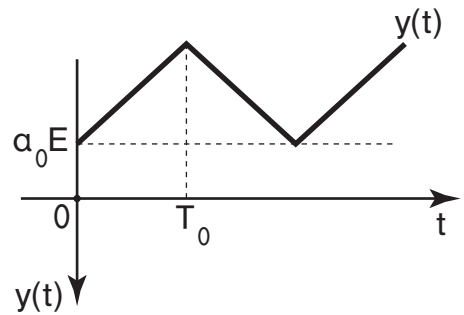


- Ολοκλήρωση με αρχική συνθήκη:

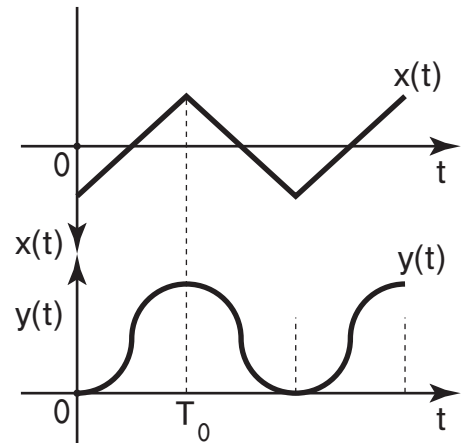
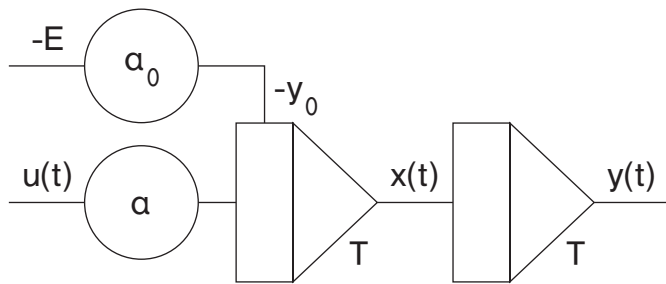


$$y_0 = a_0 E$$

$$y(t) = a_0 E - \frac{a}{T} \int_0^t u(t) dt$$



- Διπλή ολοκλήρωση:



Σχήμα 57. Δυναμικά αναλογικά διαγράμματα

2.3 Εξομοίωση γραμμικών συστημάτων

Ο στόχος της εξομοίωσης είναι, όπως είπαμε, η εξομοίωση δυναμικών φυσικών συστημάτων, που περιγράφονται μαθηματικά με μια διαφορική εξίσωση.

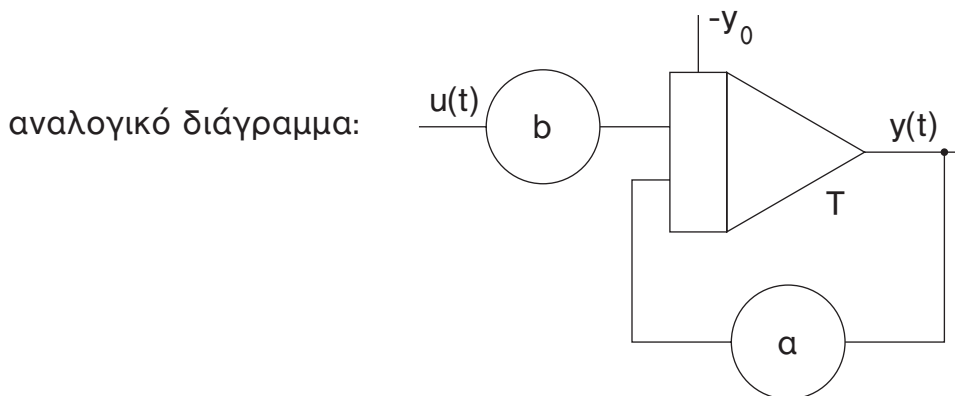
Στην ενότητα αυτή θα αναζητήσουμε την αναλογική εξομοίωση, το αναλογικό πρόγραμμα, το αναλογικό διάγραμμα (*analog diagram*) όπως λέγεται, ενός γραμμικού φυσικού συστήματος, που περιγράφεται με μια γραμμική διαφορική εξίσωση ή με μια γραμμική συνάρτηση μεταφοράς $G(s)$ στο επίπεδο της μιγαδικής μεταβλητής s .

Παράδειγμα



μαθηματική σχέση:

$$\frac{dy}{dt} + ay(t) = bu(t) \quad \left| \quad y(0) = y_0 \right.$$



Σχήμα 58. Εξομοίωση διαφορικής εξίσωσης

Τάξη (order) ενός γραμμικού συστήματος ονομάζεται ο μεγαλύτερος βαθμός της παραγώγου της εξόδου που εμφανίζεται στο μαθηματικό ομοίωμα του συστήματος.

2.3.1 Εξομοίωση συστήματος πρώτης τάξης

Έστω ένα φυσικό σύστημα με μαθηματική παράσταση μια συνάρτηση μεταφοράς:

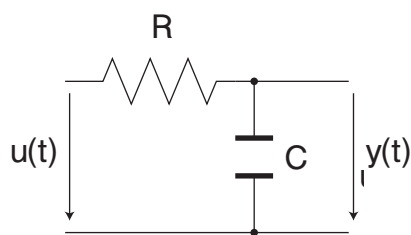
$$G(s) = \frac{b}{s + a}$$

ή μια διαφορική εξίσωση πρώτης τάξης της μορφής:

$$\frac{dy}{dt} + ay(t) = bu(t) \quad \text{με αρχική συνθήκη } y(0) = 0 .$$

Παραδείγματα φυσικών συστημάτων πρώτης τάξης

- **Κύκλωμα RC**

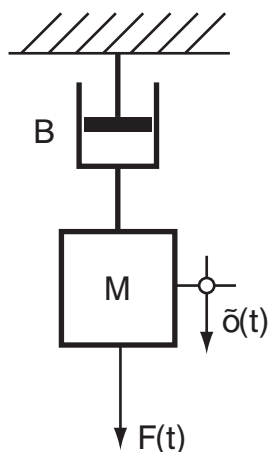


(α) κύκλωμα

$$RC \frac{dy}{dt} + y(t) = u(t)$$

(β) μαθηματικό ομοίωμα

- **Μηχανικό σύστημα μάζας - τριβής**



(α) σύστημα

$$M \frac{du}{dt} + u(t) = F(t)$$

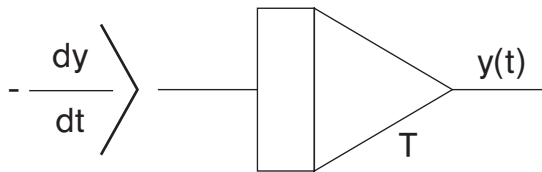
(β) μαθηματικό ομοίωμα

Σχήμα 59. Φυσικά συστήματα πρώτης τάξης

Γενικά σε ένα σύστημα πρώτης τάξης έχουμε μεταφορά ενέργειας από την είσοδο στην έξοδο, όπως π.χ. κατά τη φόρτιση ενός πυκνωτή ή κατά τη μετακίνηση ενός σώματος σε μία κατεύθυνση.

Τα βήματα που ακολουθούμε για το σχεδιασμό του αναλογικού διαγράμματος ενός συστήματος πρώτης τάξης είναι τα ακόλουθα:

Βήμα 1. Εφόσον το σύστημα πρώτης τάξης εξομοιώνει μια διαφορική εξίσωση με παράγωγο πρώτου βαθμού, το αναλογικό διάγραμμα θα διαθέτει έναν ολοκληρωτή.



Σχήμα 60. Ένας ολοκληρωτής

Θεωρώντας, ότι η έξοδος του φυσικού συστήματος $y(t)$ είναι και η έξοδος του ολοκληρωτή, θα πρέπει στην είσοδο του ολοκληρωτή να σχηματίζεται το μέγεθος:

$$-\frac{dy}{dt} \quad \text{ή ορθότερα} \quad -T \frac{dy}{dt}$$

όπου T η σταθερά χρόνου του ολοκληρωτή.

Εάν π.χ. $T=1$ ms τότε η εξομοίωση θα γίνει με κλίμακα χρόνου 1ms.

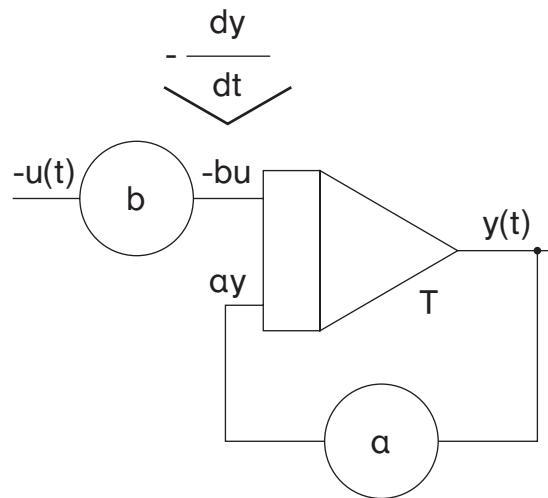
Βήμα 2. Εφόσον η μαθηματική παράσταση του συστήματος είναι η διαφορική εξίσωση, θα πρέπει,

επιλύοντας την ως προς την παράγωγο: $-\frac{dy}{dt}$,

να ισχύει: $-\frac{dy}{dt} = ay(t) - bu(t)$.

Βήμα 3. Η σχέση αυτή μας επιτρέπει να σχηματίσουμε με ποτενσιόμετρα τους όρους: $+ay(t)$ και $-bu(t)$ και έτσι να συνθέσουμε την

είσοδο του ολοκληρωτή: $-\frac{dy}{dt}$,
 διαμορφώνοντας το πλήρες αναλογικό διάγραμμα:



Σχήμα 61: Αναλογικό διάγραμμα συστήματος πρώτης τάξης

Πρέπει να σημειώσουμε εδώ, ότι παίρνοντας υπόψη μας και τη σταθερά χρόνου ολοκλήρωσης T , το αναλογικό διάγραμμα αποτελεί στην πραγματικότητα εξομοίωση της διαφορικής εξίσωσης:

$$T \frac{dy}{dt} + ay(t) = bu(t) .$$

Η χρονική απόκριση του συστήματος αυτού, για $T=1$ και $u(t)=U$, θα είναι:

$$y(t) = \frac{bU}{a} (1 - e^{-at}) .$$

Μία άλλη, περισσότερο φυσική περιγραφή ενός συστήματος πρώτης τάξης είναι της μορφής:

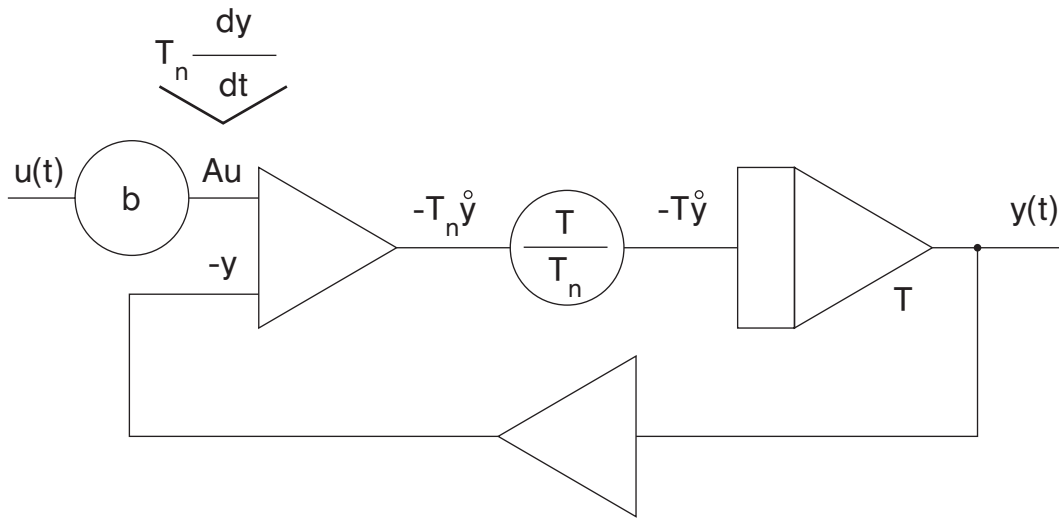
$$T_n \frac{dy}{dt} + y(t) = Au(t)$$

όπου: $T_n = \frac{1}{a}$ η φυσική σταθερά χρόνου (*natural time constant*),

$\omega_n = \frac{1}{T_n}$ η φυσική συχνότητα (*natural frequency*)

και $A = \frac{b}{a}$ η ενίσχυση (*amplification*) του συστήματος.

Το αναλογικό διάγραμμα στην περίπτωση αυτή θα είναι:

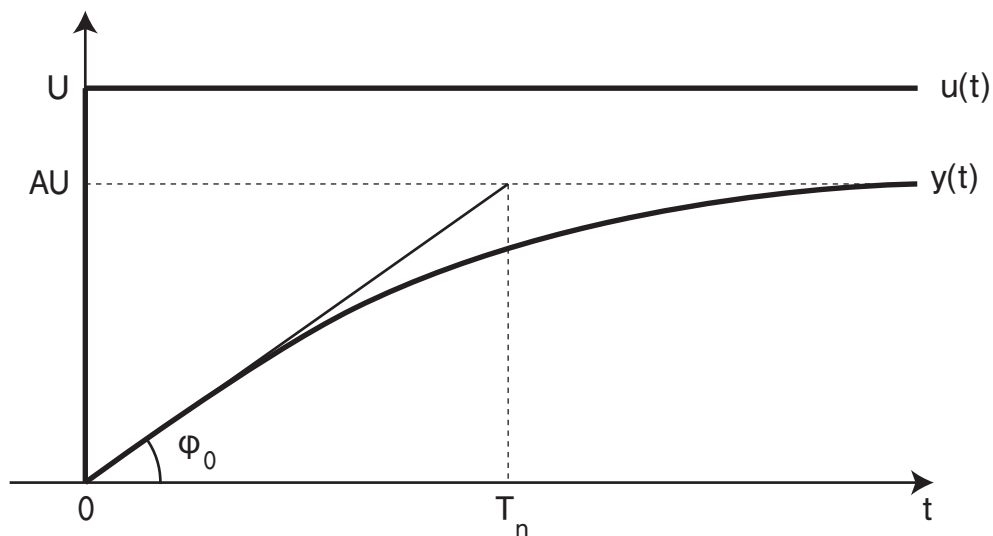


Σχήμα 62. Φυσικό διάγραμμα συστήματος πρώτης τάξης

Η χρονική απόκριση του συστήματος αυτού, για $T=1$ και σταθερή είσοδο $u(t)=U$, θα είναι:

$$y(t) = AU \left(1 - e^{-\frac{t}{T_n}} \right).$$

Τα συστήματα πρώτης τάξης έχουν γενικά *εκθετική χρονική απόκριση (exponential time response)*.



Σχήμα 63. Χρονική απόκριση συστήματος πρώτης τάξης

Η φυσική σταθερά χρόνου T_n ενός συστήματος πρώτης τάξης βρίσκεται γραφικά, όταν είναι δεδομένη η καμπύλη της χρονικής απόκρισης, υπολογίζοντας την κλίση της εφαπτόμενης στην αρχή αυτής της καμπύλης:

$$\epsilon\phi\phi_0 = \frac{AU}{T_n}$$

και ορίζοντας τη σταθερά χρόνου, ως το χρόνο που απαιτείται για να φθάσει η εφαπτομένη αυτή την τελική τιμή της εξόδου.

Η σταθερά χρόνου T_n χαρακτηρίζει λοιπόν, την ταχύτητα της μεταβατικής απόκρισης, αποτελεί δηλαδή χαρακτηριστικό της *μεταβατικής φάσης (transient response)*, ενώ η ενίσχυση A καθορίζει τη μόνιμη τιμή της εξόδου και το μόνιμο σφάλμα του συστήματος, αποτελεί δηλαδή συντελεστή της *μόνιμης κατάστασης (steady state)* του συστήματος.

Μια αρχική συνθήκη y_0 τέλος, χαρακτηρίζει το σημείο εκκίνησης της χρονικής απόκρισης.

Ένα *ελεύθερο φυσικό σύστημα (free natural system)*, που λειτουργεί μόνο κάτω από την επίδραση της αρχικής του συνθήκης:

$$y(0) = y_0 \text{ και με μηδενική είσοδο: } u(t) = 0,$$

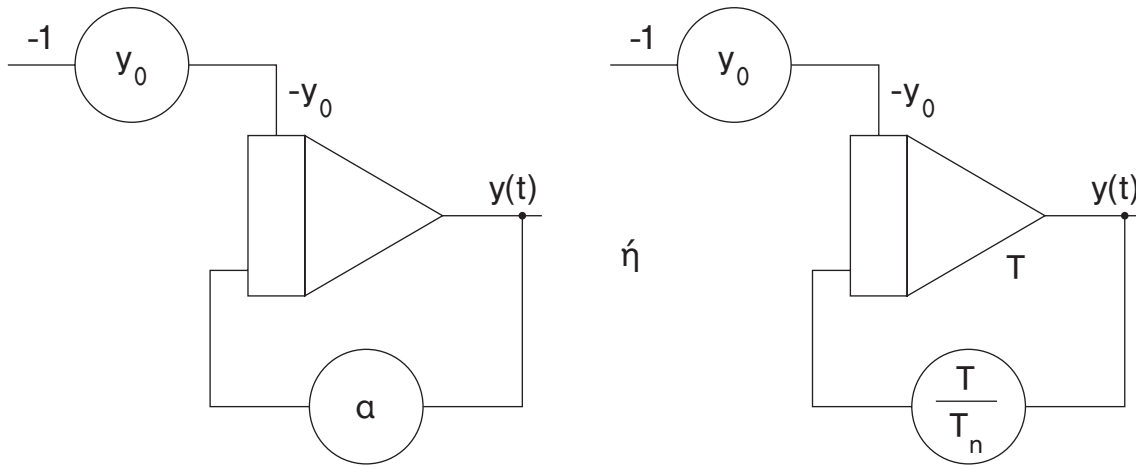
χαρακτηρίζεται από την ομογενή διαφορική εξίσωση:

$$\frac{dy}{dt} + ay(t) = 0 \mid y(0) = y_0$$

ή με τη φυσική της μορφή:

$$T_n \frac{dy}{dt} + y(t) = 0 \mid y(0) = y_0 .$$

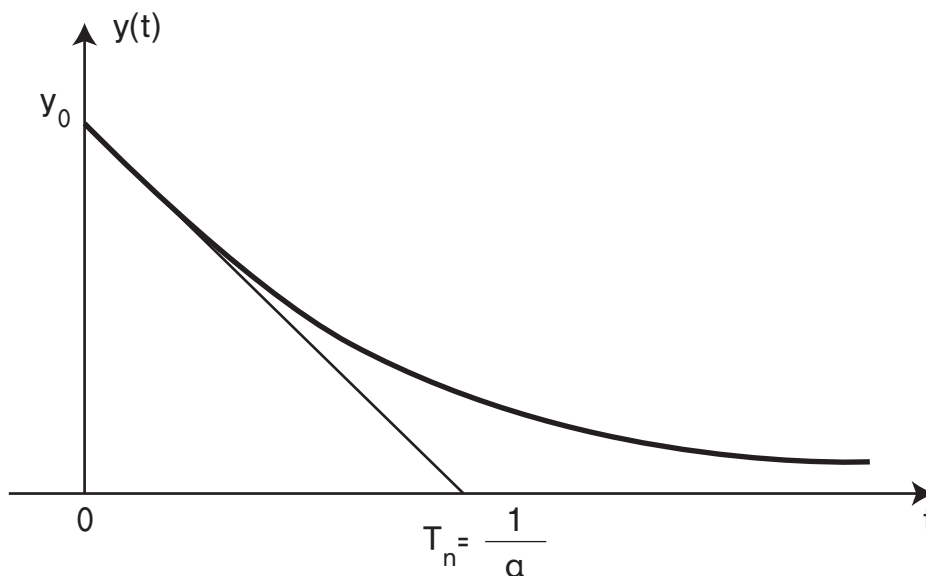
Το αναλογικό διάγραμμα του ελεύθερου φυσικού συστήματος με μηδενική είσοδο, είναι:



Σχήμα 64. Αναλογικό διάγραμμα ελεύθερου συστήματος

Η ελεύθερη χρονική απόκριση (*free time response*) έχει εκθετική μορφή, σημείο εκκίνησης την αρχική συνθήκη y_0 και σταθερά χρόνου T_n που καθορίζει την ταχύτητα του συστήματος. Για σταθερά χρόνου ολοκλήρωσης του ολοκληρωτή $T=1$, είναι:

$$y(t) = y_0 e^{-at} \quad \text{ή} \quad y(t) = y_0 e^{-\frac{t}{T_n}}.$$

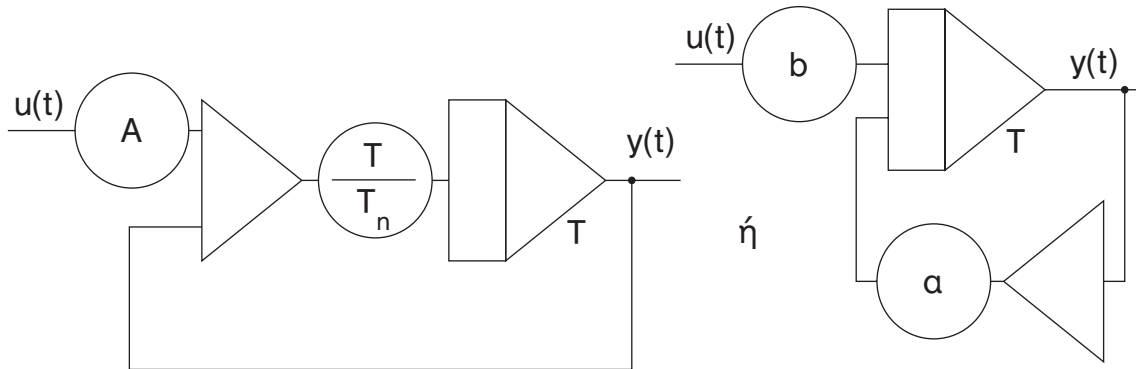


Σχήμα 65. Ελεύθερη χρονική απόκριση

Ένα ασταθές φυσικό σύστημα (*unstable natural system*) μπορεί να θεωρηθεί ότι έχει αρνητική φυσική σταθερά χρόνου και χαρακτηρίζεται από μια μαθηματική παράσταση της μορφής:

$$-T_n \frac{dy}{dt} + y(t) = Au(t) \quad \text{ή} \quad -\frac{dy}{dt} + ay(t) = bu(t) .$$

Τα αντίστοιχα αναλογικά διαγράμματα, γενικά, είναι:

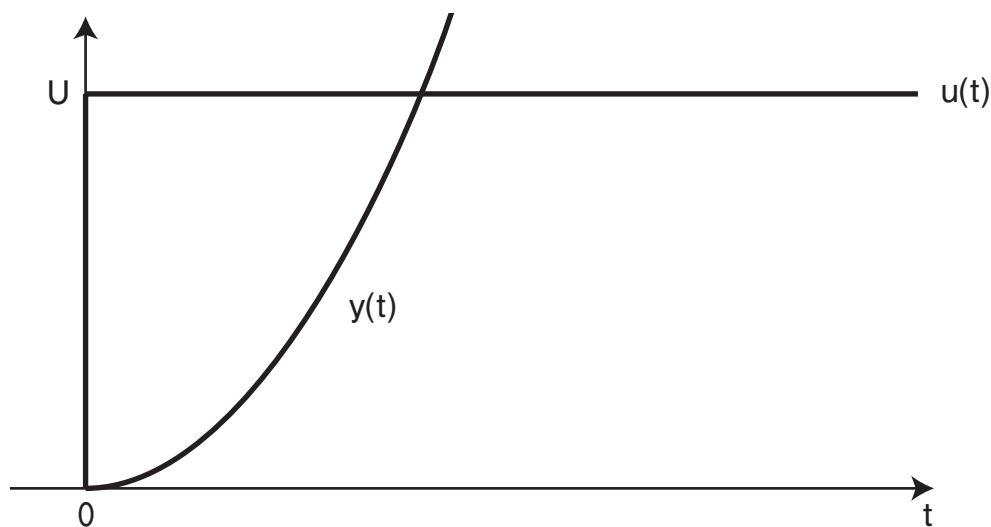


Σχήμα 66. Ασταθή συστήματα πρώτης τάξης

Η χρονική απόκριση ενός ασταθούς συστήματος πρώτης τάξης για σταθερή είσοδο: $u(t) = U$

είναι:

$$y(t) = AU \left(1 - e^{\frac{t}{T_n}} \right) .$$



Σχήμα 67. Χρονική απόκριση ασταθούς συστήματος

2.3.2 Εξομοίωση συστήματος δεύτερης τάξης

Έστω, ένα φυσικό σύστημα με μαθηματική παράσταση μια συνάρτηση μεταφοράς:

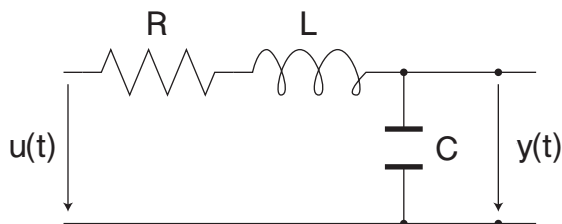
$$G(s) = \frac{b}{s^2 + a_1s + a_0}$$

ή μια διαφορική εξίσωση δεύτερης τάξης:

$$\frac{d^2y}{dt^2} + a_1 \frac{dy}{dt} + a_0y(t) = bu(t)$$

Παραδείγματα φυσικών συστημάτων δεύτερης τάξης

- **Κύκλωμα RLC**

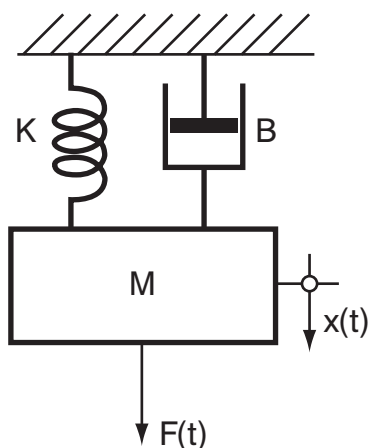


(α) κύκλωμα

$$LC \frac{d^2y}{dt^2} + RC \frac{dy}{dt} + y(t) = u(t)$$

(β) μαθηματικό ομοίωμα

- **Μηχανικό σύστημα μάζας - τριβής**



(α) σύστημα

$$M \frac{d^2x}{dt^2} + B \frac{dx}{dt} + Kx(t) = F(t)$$

(β) μαθηματικό ομοίωμα

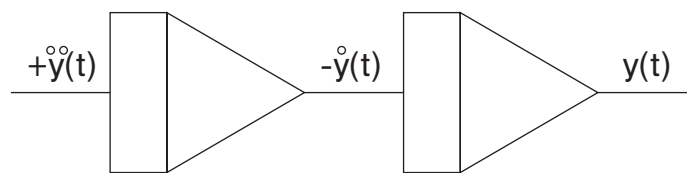
Σχήμα 68. Φυσικά συστήματα δεύτερης τάξης

Γενικά σε ένα σύστημα δεύτερης τάξης εμφανίζονται στοιχεία απόδοσης και αποθήκευσης ενέργειας που μπορεί να προκαλέσουν ταλάντωση.

Τα βήματα για το σχεδιασμό του αναλογικού διαγράμματος ενός συστήματος δεύτερης τάξης είναι:

Βήμα 1. Εφόσον το σύστημα είναι δεύτερης τάξης, το αναλογικό διάγραμμα θα διαθέτει δύο ολοκληρωτές. Τους τοποθετούμε εν σειρά και θεωρούμε την έξοδο του τελευταίου ως έξοδο του φυσικού συστήματος $y(t)$.

Η είσοδος του δεύτερου αυτού ολοκληρωτή θα είναι τότε: $-\dot{y}(t)$ ενώ η είσοδος του πρώτου ολοκληρωτή θα είναι: $+\ddot{y}(t)$.



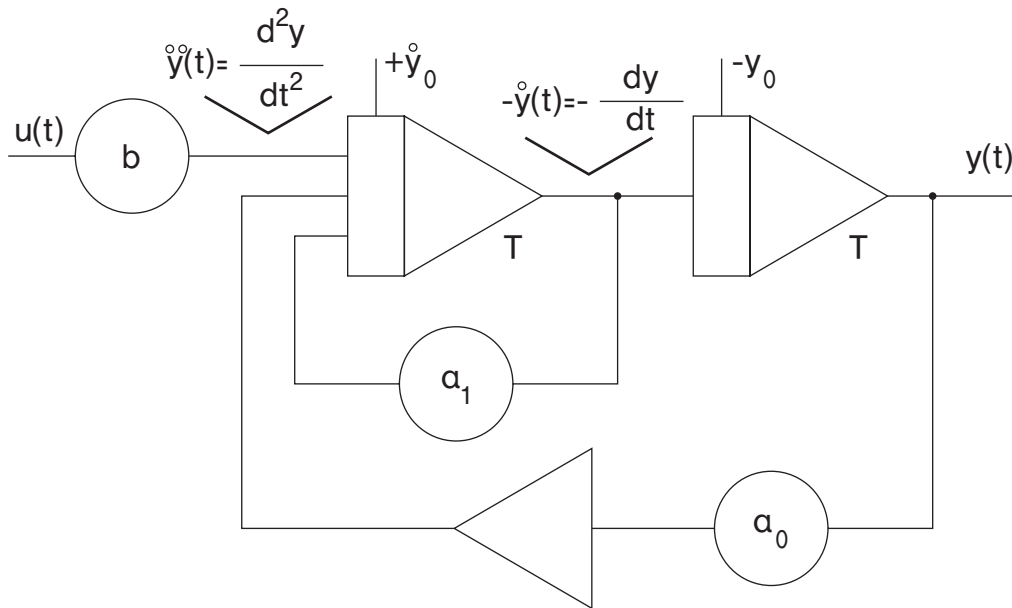
Σχήμα 69. Δύο εν σειρά ολοκληρωτές

Βήμα 2. Επιλύοντας τη διαφορική εξίσωση ως προς τη μεγαλύτερη της παράγωγο, θα έχουμε τη σχέση:

$$\frac{d^2y}{dt^2} = -\alpha_1 \frac{dy}{dt} - \alpha_0 y(t) + bu(t).$$

Η σχέση αυτή είναι ισοδύναμη της διαφορικής εξίσωσης και παρέχει τη δεύτερη παράγωγο της εξόδου $y(t)$ ως γραμμική συνάρτηση της εισόδου $u(t)$, της εξόδου $y(t)$ και της πρώτης της παραγώγου.

Βήμα 3. Με τη βοήθεια ποτενσιομέτρων με συντελεστές b , α_0 , α_1 και αναστροφών για την αλλαγή των προσήμων, όπου αυτό απαιτείται, συνθέτουμε τέλος το πλήρες αναλογικό διάγραμμα, έτσι ώστε να πληρούται η παραπάνω σχέση.



Σχήμα 70. Αναλογικό διάγραμμα συστήματος δεύτερης τάξης

Ας σημειώσουμε εδώ τις εξής παρατηρήσεις:

- Συνυπολογίζοντας τη σταθερά χρόνου T των ολοκληρωτών, το παραπάνω αναλογικό διάγραμμα αποτελεί εξομοίωση της διαφορικής εξίσωσης:

$$T^2 \frac{d^2y}{dt^2} + a_1 T \frac{dy}{dt} + a_0 y(t) = bu(t).$$

- Οι αρχικές συνθήκες:

$$y(0) = y_0 \quad \text{και} \quad \left. \frac{dy}{dt} \right|_{t=0} = \dot{y}_0 = u_0$$

τοποθετούνται στις αντίστοιχες εισόδους αρχικών συνθηκών των ολοκληρωτών.

- Για σταθερή είσοδο: $u(t)=U$, το σύστημα θα έχει τρεις διαφορετικές χρονικές αποκρίσεις, ανάλογα με την τιμή της διακρίνουσας:

$$\Delta = a_1^2 - 4a_0, \text{ του χαρακτηριστικού πολυωνύμου } s^2 + a_1s + a_0 = 0:$$

α) εκθετική συμπεριφορά για $\Delta > 0$,

β) οριακή απόκριση για $\Delta = 0$,

γ) φθίνουσα ταλάντωση για $\Delta < 0$.

Η φυσική ερμηνεία της συμπεριφοράς ενός συστήματος δεύτερης τάξης, οδηγεί σε μία νέα διατύπωση της διαφορικής εξίσωσης, στη φυσική της μορφή:

$$\frac{1}{\omega_n^2} \frac{d^2y}{dt^2} + \frac{2\zeta}{\omega_n} \frac{dy}{dt} + y(t) = Au(t)$$

όπου: ω_n : η ιδιοσυχνότητα ή φυσική συχνότητα (*natural frequency*)

ζ : ο συντελεστής απόσβεσης (*damping ratio*)

A : η ενίσχυση (*amplification*) του συστήματος.

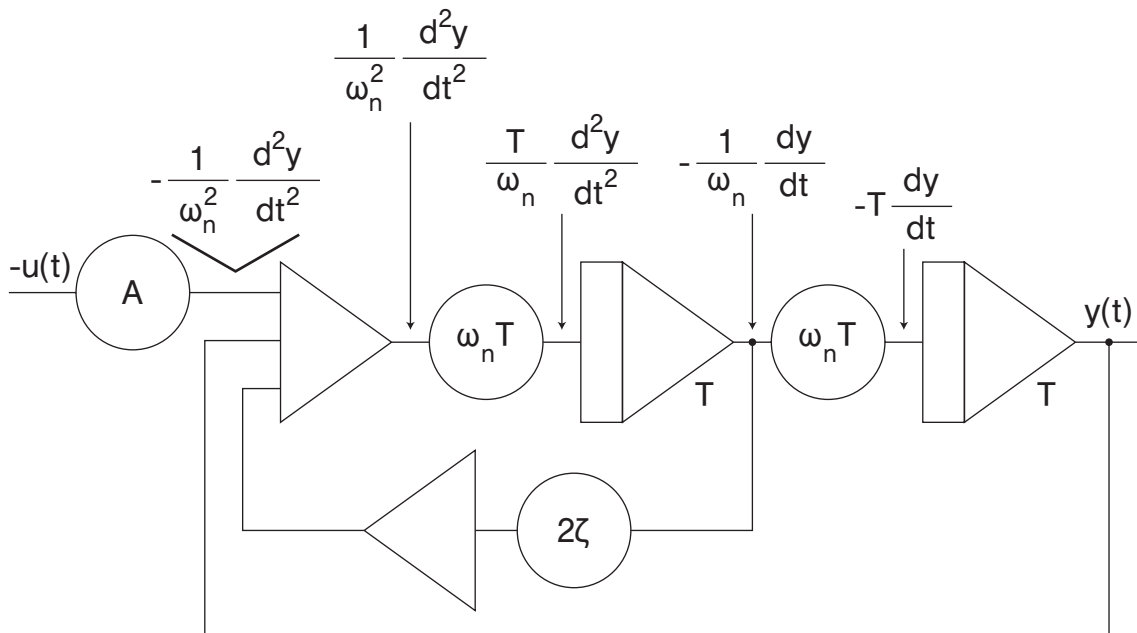
Η αντιστοιχία των συντελεστών των δύο μαθηματικών παραστάσεων είναι:

$$a_1 = 2\zeta\omega_n \quad \text{ή} \quad \zeta = \frac{a_1}{2\sqrt{a_0}}$$

$$a_0 = \omega_n^2 \quad \omega_n = \sqrt{a_0}$$

$$b = A\omega_n^2 \quad A = \frac{b}{a_0}$$

Το σχετικό αναλογικό διάγραμμα είναι:



Σχήμα 71. Φυσικό αναλογικό διάγραμμα συστήματος δεύτερης τάξης

Η χρονική απόκριση ενός φυσικού συστήματος δεύτερης τάξης, δηλαδή η λύση της διαφορικής εξίσωσης για σταθερή είσοδο:

$u(t) = U$, εξαρτάται από τους φυσικούς συντελεστές του συστήματος:

- α) Ο συντελεστής απόσβεσης ζ χαρακτηρίζει τη συμπεριφορά του συστήματος: εκθετική, οριακή ή ταλαντούμενη.
- β) Η φυσική συχνότητα ω_n χαρακτηρίζει την ταχύτητα του συστήματος.
- γ) Η ενίσχυση A καθορίζει την τελική τιμή της εξόδου του.

Ειδικότερα οι συντελεστές απόσβεσης ζ και φυσικής συχνότητας ω_n χαρακτηρίζουν τη μεταβατική φάση, δηλαδή τη δυναμική συμπεριφορά του συστήματος, ενώ ο συντελεστής της ενίσχυσης A χαρακτηρίζει τη μόνιμη απόκριση, δηλαδή τη στατική συμπεριφορά του.

Συγκεκριμένα η χρονική απόκριση εξαρτάται από τις ρίζες του χαρακτηριστικού πολυωνύμου:

$$\frac{1}{\omega_n^2} s^2 + \frac{2\zeta}{\omega_n} s + 1 = 0$$

και είναι :

- α) για $\zeta > 1$, ρίζες πραγματικές, εκθετική συμπεριφορά:

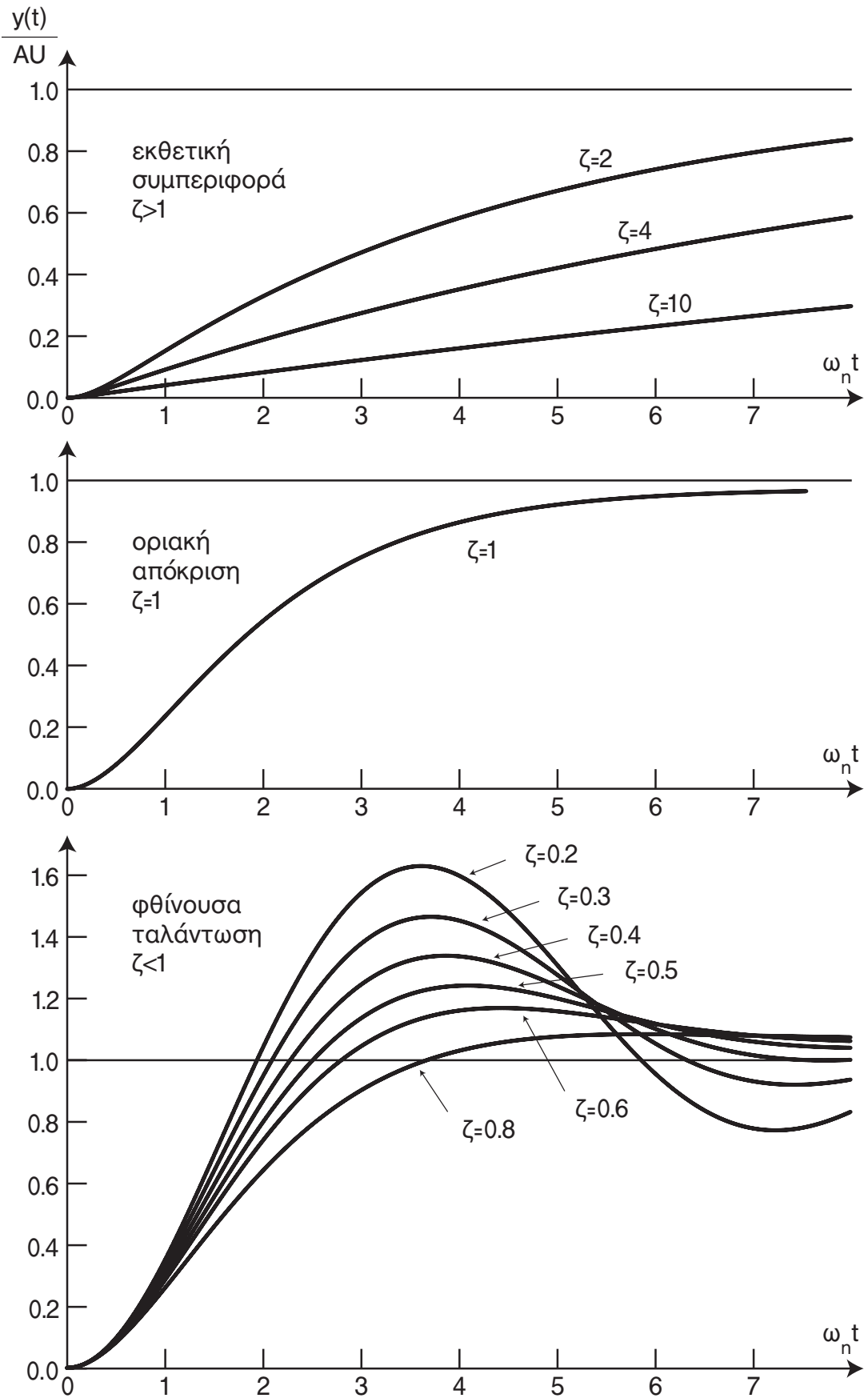
$$y(t) = AU \left[1 - \frac{\zeta + \sqrt{\zeta^2 - 1}}{2\sqrt{\zeta^2 - 1}} e^{-(\zeta - \sqrt{\zeta^2 - 1})\omega_n t} + \frac{\zeta - \sqrt{\zeta^2 - 1}}{2\sqrt{\zeta^2 - 1}} e^{-(\zeta + \sqrt{\zeta^2 - 1})\omega_n t} \right]$$

- β) για $\zeta = 1$, ρίζα διπλή, οριακή απόκριση:

$$y(t) = AU \left[1 - (1 + \omega_n t) e^{-\omega_n t} \right]$$

- γ) για $\zeta < 1$, ρίζες μιγαδικές, συμπεριφορά φθίνουσας ταλάντωσης:

$$y(t) = AU \left[1 - e^{-\zeta\omega_n t} \frac{\eta\mu(\sqrt{1-\zeta^2}\omega_n t + \varphi)}{\eta\mu\varphi} \right], \text{ όπου } \varphi = \text{τοξ συν } \zeta.$$



Σχήμα 72. Χρονική απόκριση συστήματος δεύτερης τάξης

Ένα ελεύθερο σύστημα δεύτερης τάξης με αρχική συνθήκη θέσης:

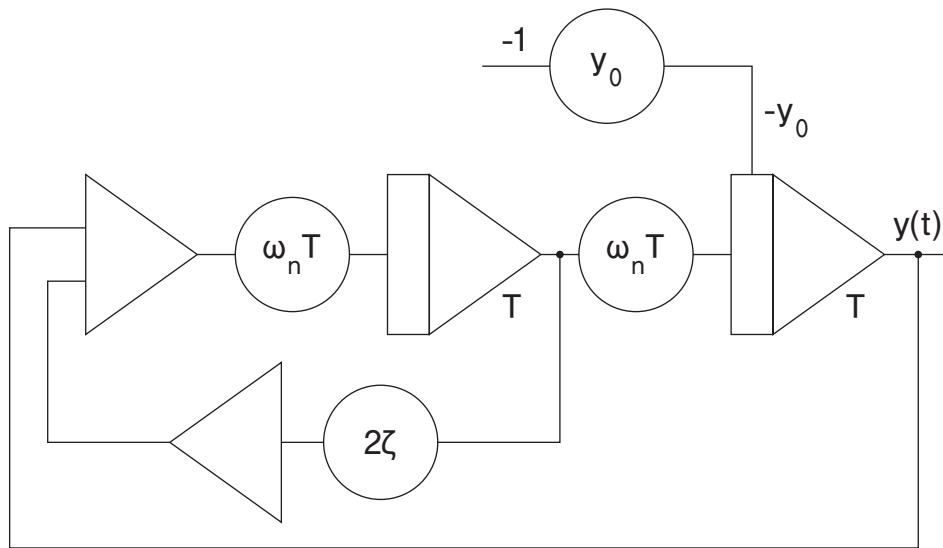
$$y(0) = y_0 \quad \text{και} \quad \left. \frac{dy}{dt} \right|_{t=0} = \dot{y}_0 = 0$$

και μηδενική είσοδο: $u(t) = 0$

θα έχει σαν μαθηματική σχέση την ομογενή διαφορική εξίσωση:

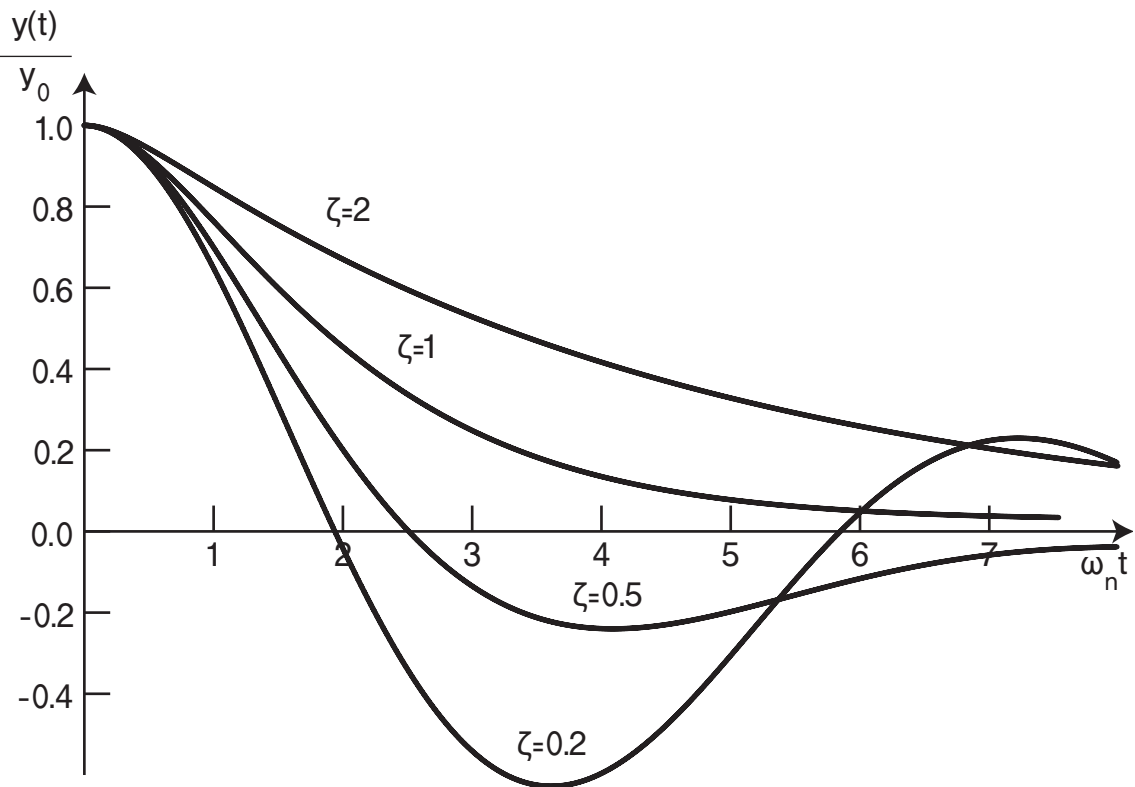
$$\frac{1}{\omega_n^2} \frac{d^2y}{dt^2} + \frac{2\zeta}{\omega_n} \frac{dy}{dt} + y(t) = 0 \quad | \quad y(0) = y_0 .$$

Το αναλογικό διάγραμμα του ελεύθερου συστήματος δεύτερης τάξης στη φυσική του μορφή είναι:



Σχήμα 73. Αναλογικό διάγραμμα ελεύθερου συστήματος δεύτερης τάξης

Η ελεύθερη χρονική απόκριση του συστήματος δεύτερης τάξης έχει σημείο αφετηρίας την αρχική συνθήκη y_0 , και αντίστοιχα συμπεριφορά εκθετική, οριακή, ή ταλαντούμενη, ανάλογα με την τιμή του συντελεστή απόσβεσης ζ .

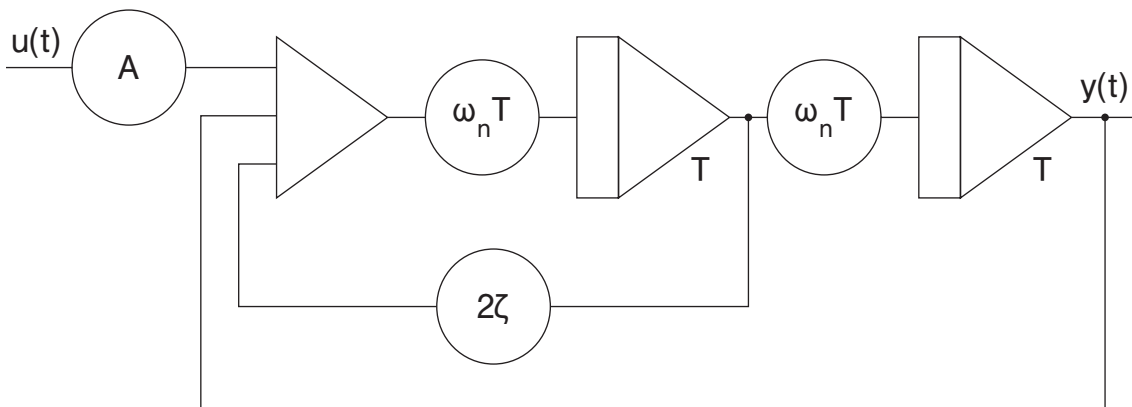


Σχήμα 74. Ελεύθερη χρονική απόκριση συστήματος δεύτερης τάξης

Ένα ασταθές σύστημα δεύτερης τάξης έχει:
 αρνητικό συντελεστή απόσβεσης ζ ,
 μαθηματική σχέση:

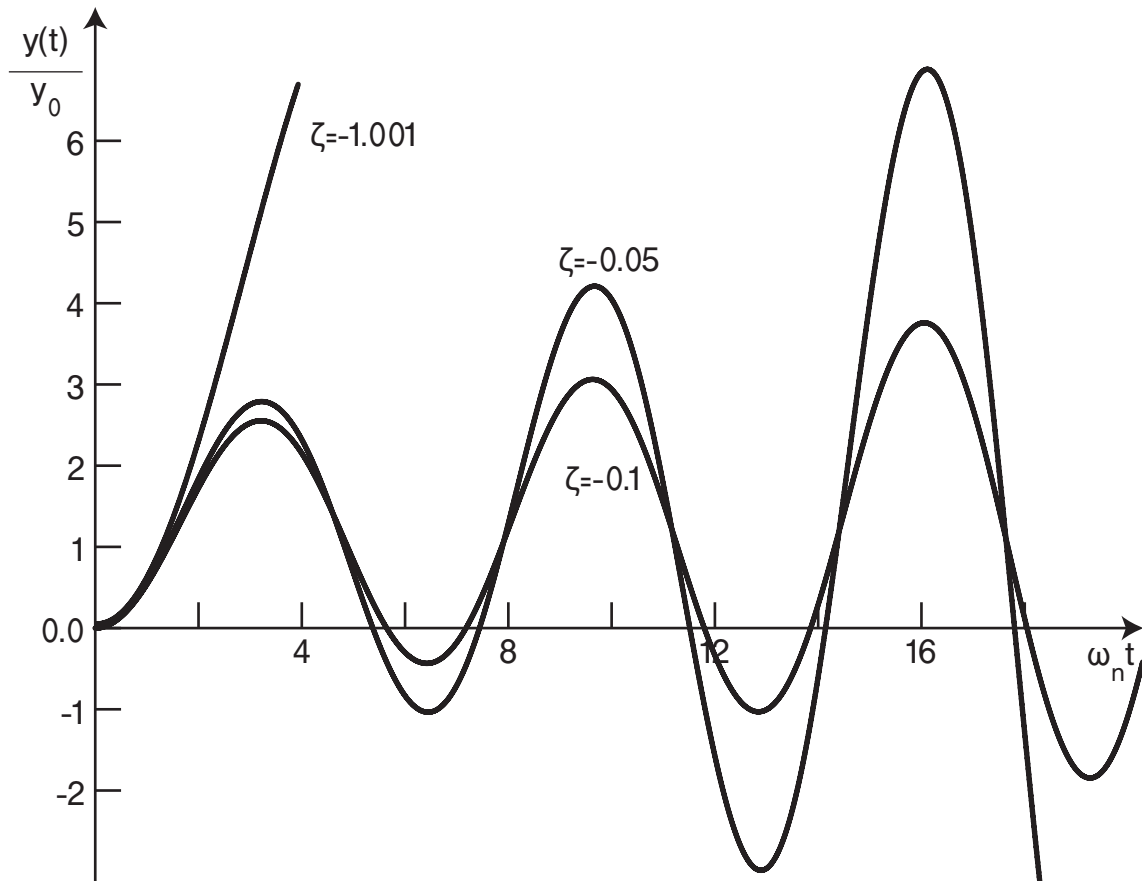
$$\frac{1}{\omega_n^2} \frac{d^2 y}{dt^2} - \frac{2\zeta}{\omega_n} \frac{dy}{dt} + y(t) = Au(t)$$

και αναλογικό διάγραμμα:



Σχήμα 75. Αναλογικό διάγραμμα ασταθούς συστήματος δεύτερης τάξης

Η χρονική απόκριση του ασταθούς συστήματος οδηγείται στο άπειρο και ταλαντεύεται ή έχει εκθετική συμπεριφορά ανάλογα με τις τιμές του συντελεστή απόσβεσης ζ .

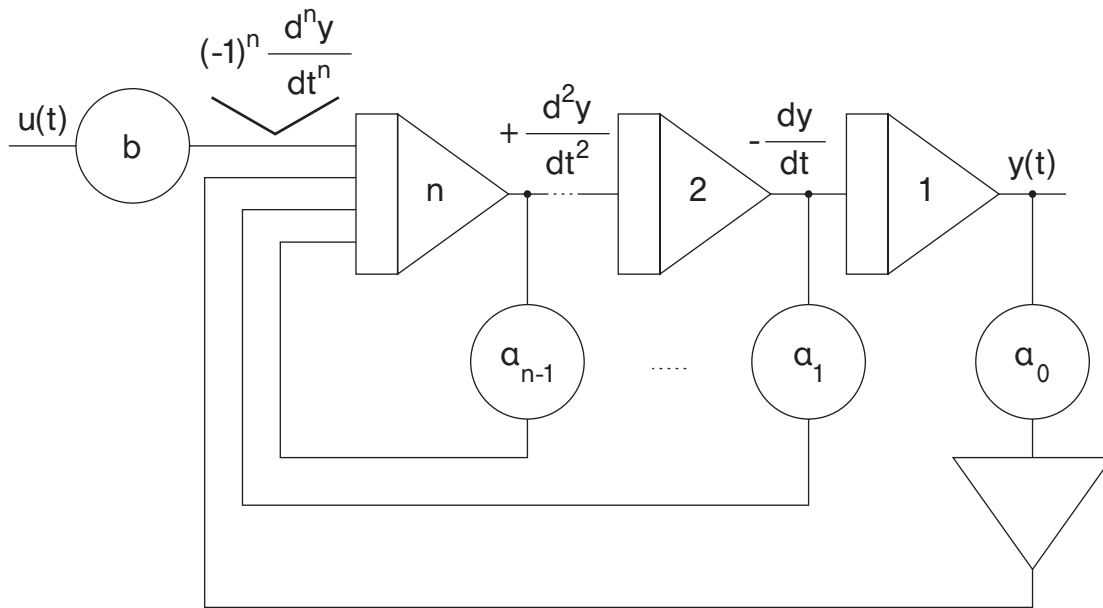


Σχήμα 76. Χρονική απόκριση ασταθούς συστήματος δεύτερης τάξης

2.3.3 Εξομοίωση γραμμικών συστημάτων n-οστής τάξης

Με την μέθοδο που αναλύσαμε στις δύο προηγούμενες ενότητες, για την εξομοίωση συστημάτων πρώτης και δεύτερης τάξης, μπορούμε να βρούμε το αναλογικό διάγραμμα και ενός συστήματος n-οστής τάξης, με συνάρτηση μεταφοράς της μορφής:

$$G(s) = \frac{b}{s^n + a_{n-1}s^{n-1} + \dots + a_1s + a_0}.$$

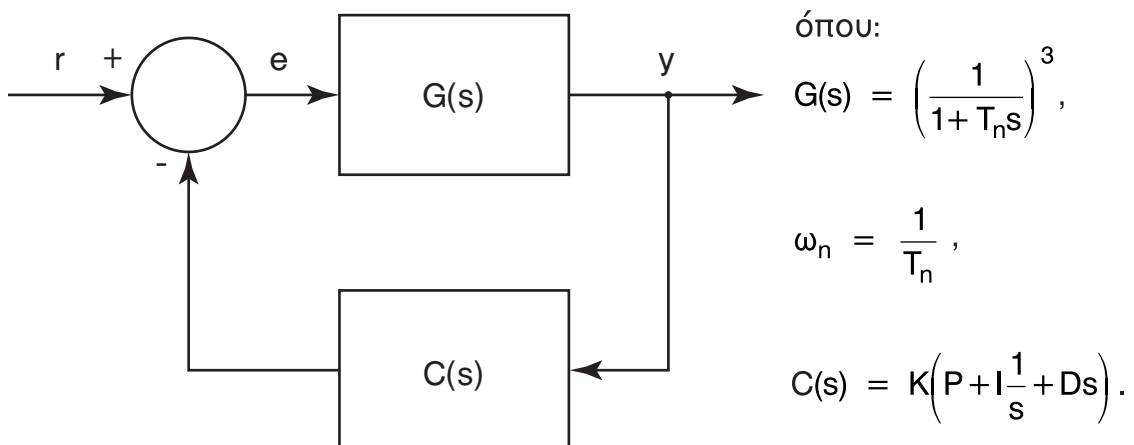


Σχήμα 77. Αναλογικό διάγραμμα συστήματος n-οστής τάξης

Παράδειγμα

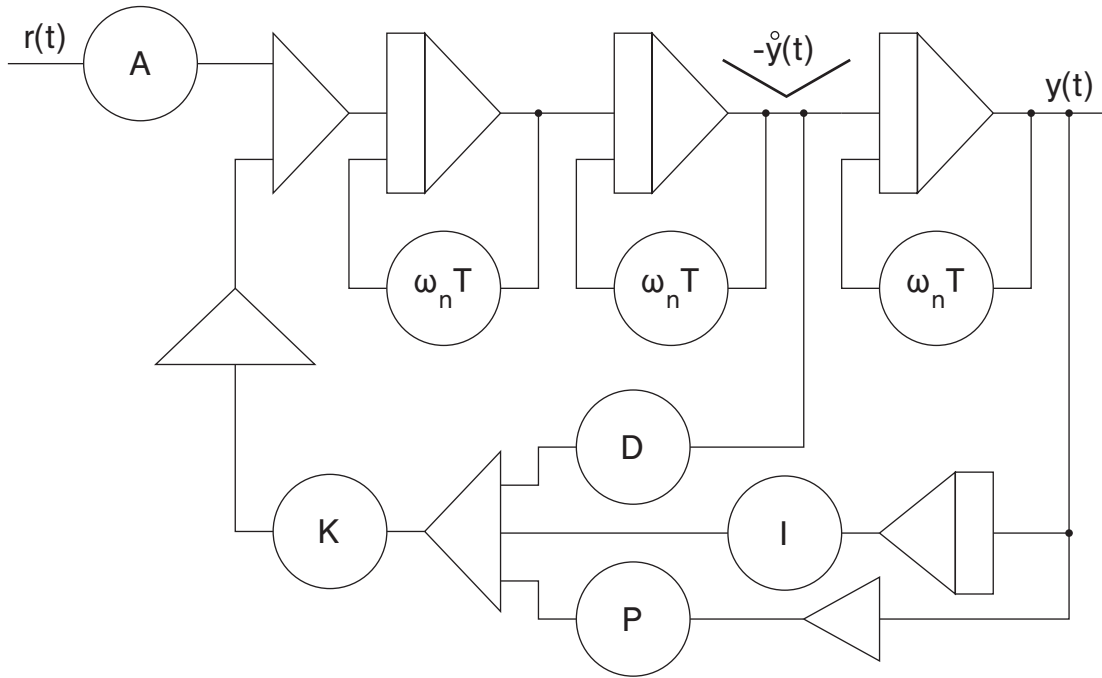
Εξομοίωση γραμμικού συστήματος τρίτης τάξης με έλεγχο Αναλογίας - Ολοκλήρωσης - Διαφόρισης (PID) στην ανάδραση.

Έστω το κλειστό σύστημα ελέγχου:



Σχήμα 78. Κλειστό σύστημα ελέγχου

Το αντίστοιχο αναλογικό διάγραμμα είναι:

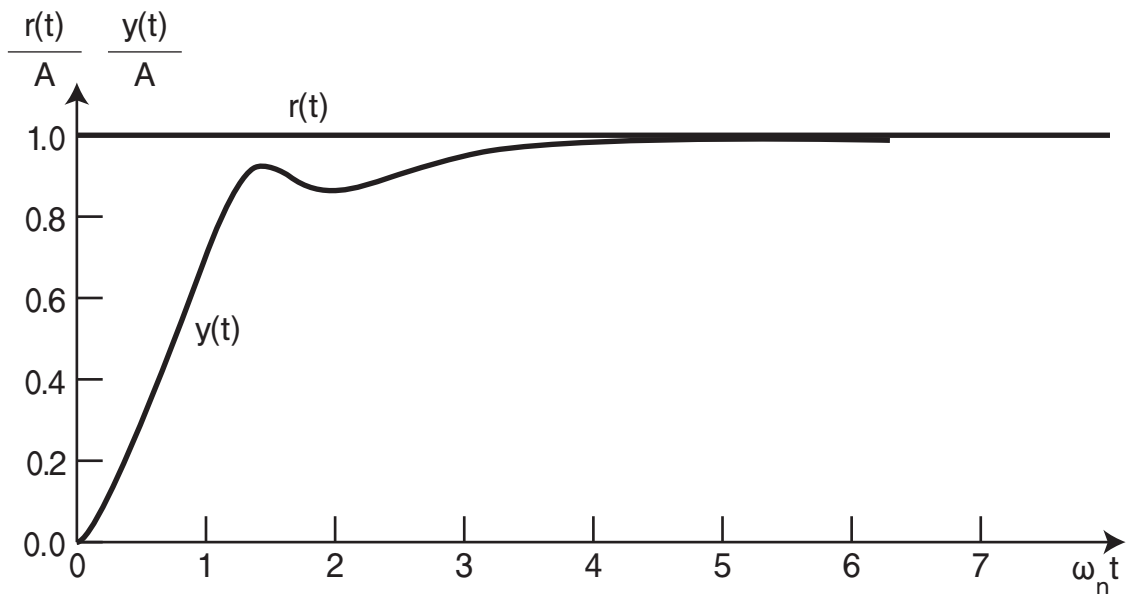


Σχήμα 79. Αναλογικό διάγραμμα ελέγχου PID γραμμικού συστήματος τρίτης τάξης

Για δεδομένες τιμές των συντελεστών:

$$\begin{aligned} A &= 1 & P &= 0.1 \\ \omega_n &= 0.5 & I &= 0.0 \\ K &= 0.5 & D &= 0.4 \times 10, \end{aligned}$$

η χρονική απόκριση του συστήματος είναι της μορφής:



Σχήμα 80. Χρονική απόκριση γραμμικού συστήματος τρίτης τάξης με έλεγχο PID

2.3.4 Εξομοίωση της εσωτερικής κατάστασης γραμμικών συστημάτων

Τα συστήματα που εξετάσαμε μέχρι τώρα, είχαν συνάρτηση μεταφοράς με σταθερό αριθμητή. Η διαφορική τους εξίσωση δηλαδή, δεν περιείχε μεταβολές της εισόδου $u(t)$.

Ένα γενικό σύστημα όμως με συνάρτηση μεταφοράς:

$$G(s) = \frac{b_{n-1} s^{n-1} + \dots + b_1 s + b_0}{s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_1 s + a_0}$$

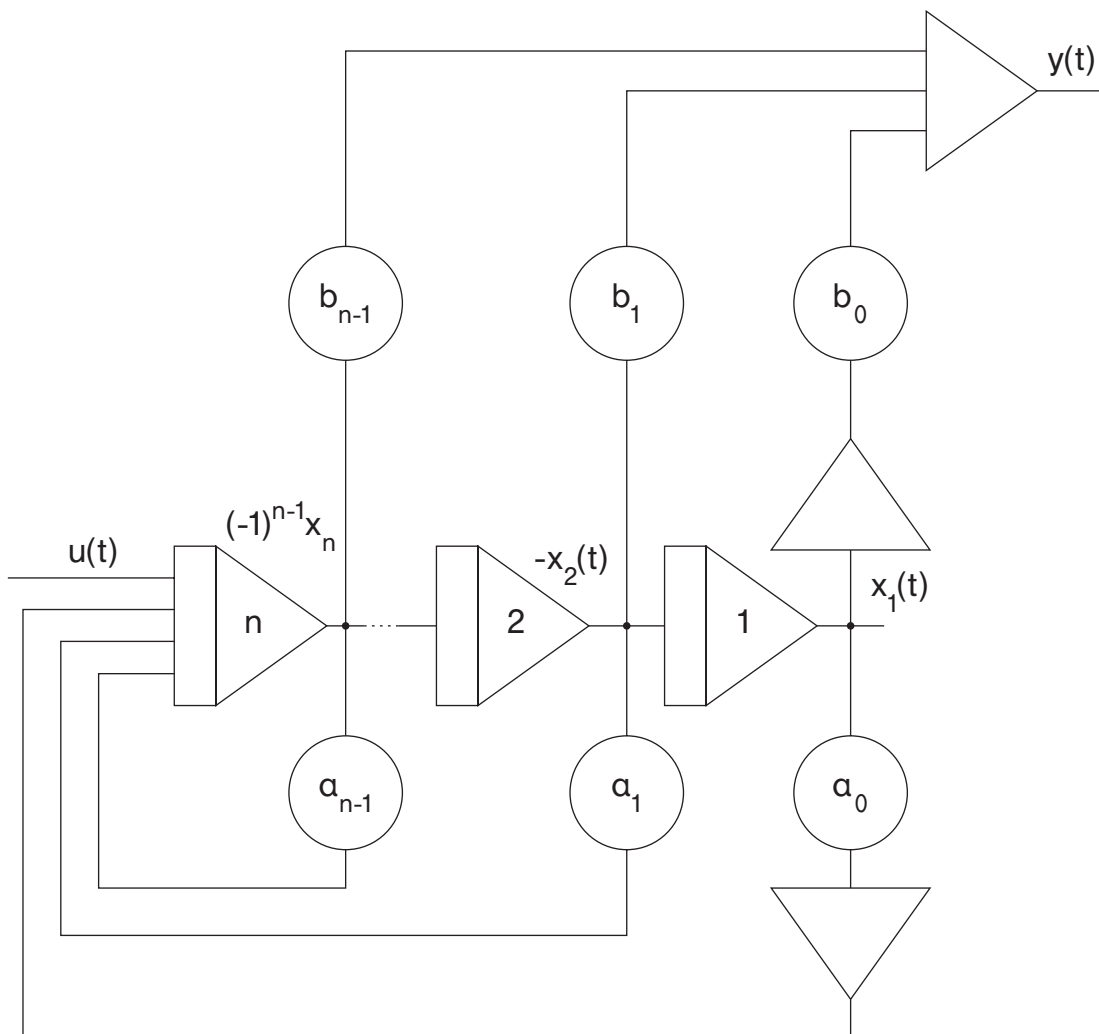
μπορεί να περιγραφεί μαθηματικά από ένα σύστημα εξισώσεων εσωτερικής κατάστασης που επιτρέπουν το σχεδιασμό του αντίστοιχου αναλογικού διαγράμματος.

Οι εξισώσεις αυτές είναι n πρωτοβάθμιες διαφορικές εξισώσεις, n μεταβλητών εσωτερικής κατάστασης $x_1(t)$, $x_2(t)$, ... $x_n(t)$ του συστήματος και μπορεί να έχουν την πρώτη ή τη δεύτερη κανονική τους μορφή.

Πρώτη κανονική μορφή :

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \vdots \\ \dot{x}_{n-1} \\ \dot{x}_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \\ -a_0 & -a_1 & -a_2 & \dots & -a_{n-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_{n-1} \\ x_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u(t)$$

$$y(t) = [b_0 \quad b_1 \quad b_2 \quad \dots \quad b_{n-1}] \begin{bmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}$$

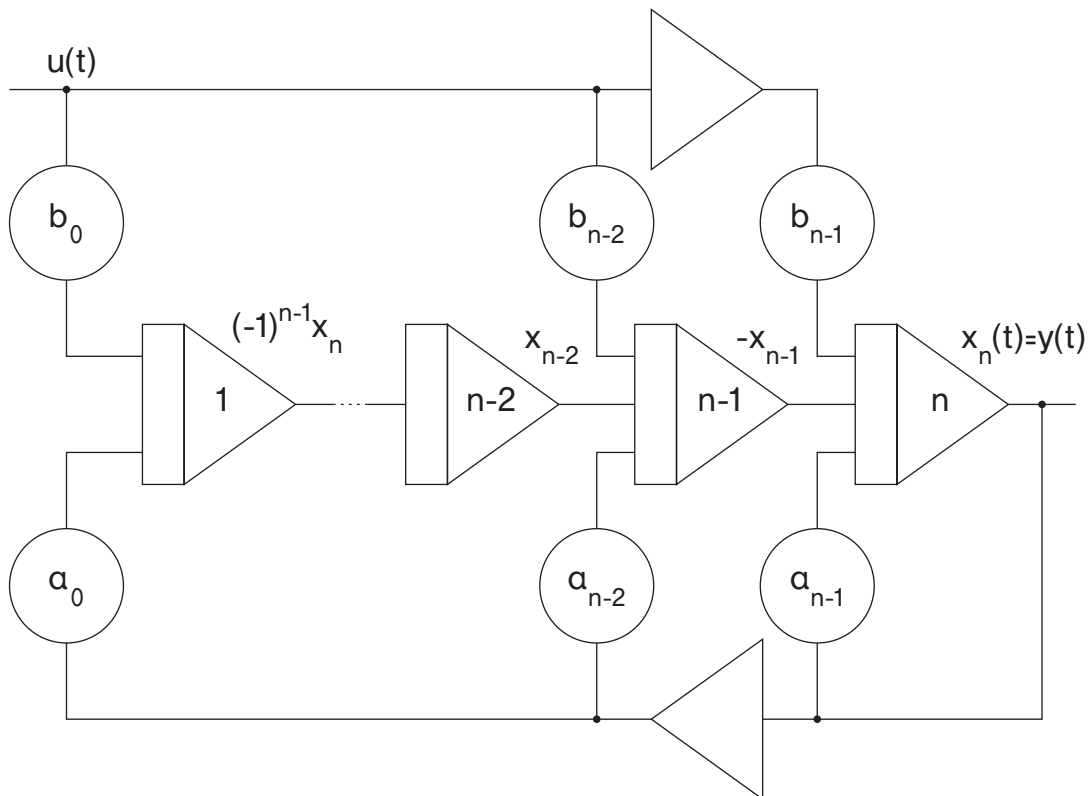


Σχήμα 81. Αναλογικό διάγραμμα πρώτης κανονικής μορφής

Δεύτερη κανονική μορφή :

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \vdots \\ \dot{x}_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & -a_0 \\ 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & -a_1 \\ 0 & 1 & 0 & \dots & 0 & -a_2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & -a_{n-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_0 \\ b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_{n-1} \end{bmatrix} u(t)$$

$$y(t) = [0 \ 0 \ 0 \ \dots \ 0 \ 1] \begin{bmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} = x_n$$

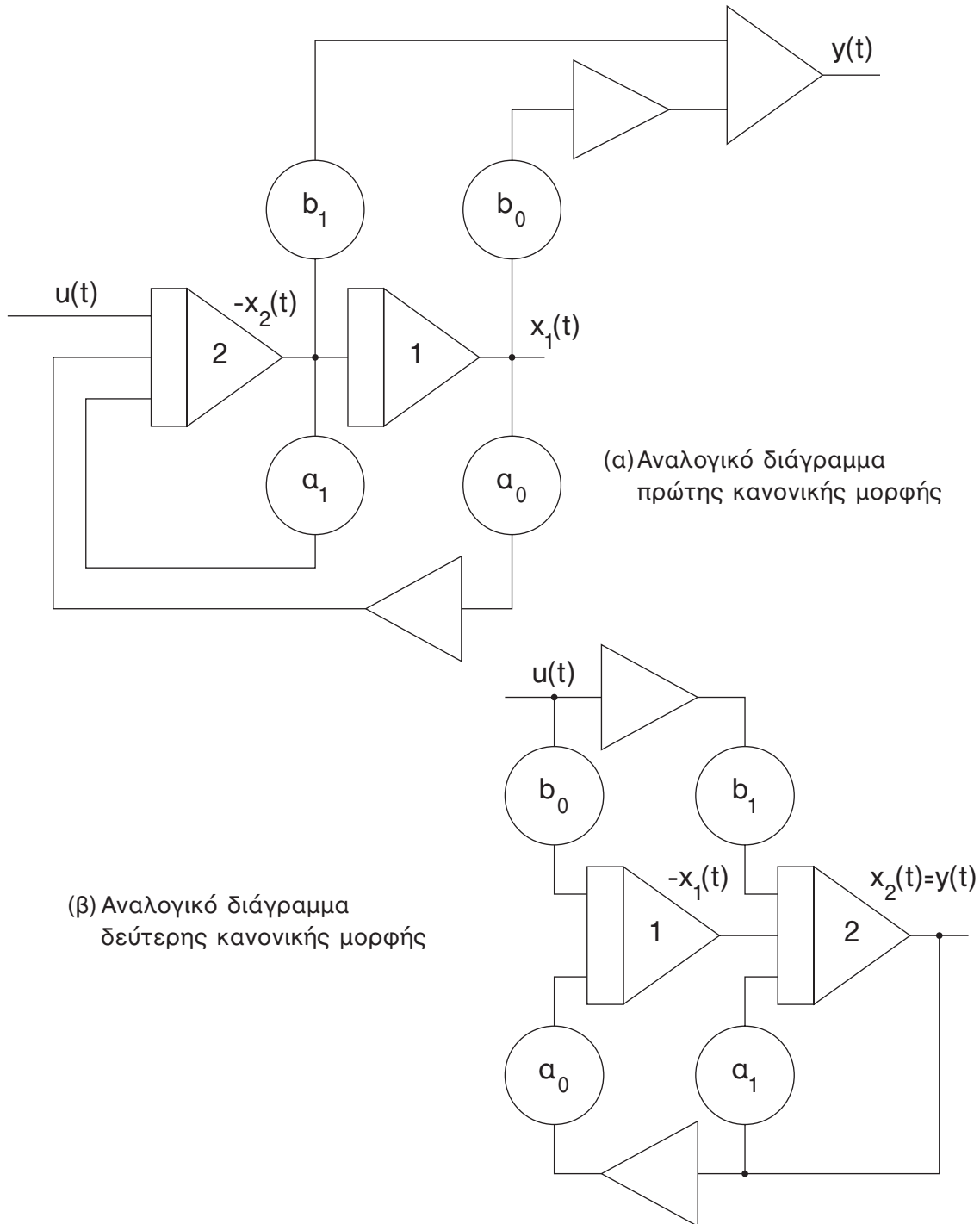


Σχήμα 82. Αναλογικό διάγραμμα δεύτερης κανονικής μορφής

Παράδειγμα: Ένα σύστημα δεύτερης τάξης με συνάρτηση μεταφοράς:

$$G(s) = \frac{b_1 s + b_0}{s^2 + a_1 s + a_0}$$

θα έχει τα εξής αναλογικά διαγράμματα πρώτης και δεύτερης κανονικής μορφής:



Σχήμα 83. Αναλογικά διαγράμματα συστήματος δεύτερης τάξης

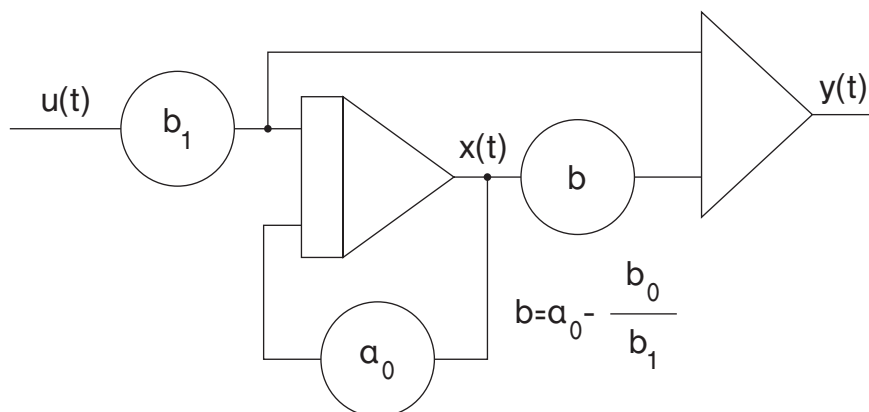
Ας σημειώσουμε εδώ, ότι συστήματα με συνάρτηση μεταφοράς ίσης δύναμης του s στον αριθμητή και τον παρανομαστή είναι δυνατόν να αναχθούν στην προηγούμενη μέθοδο εξομοίωσης, εφόσον μετά τη διαίρεση αριθμητή και παρανομαστή θα προκύψει ένα ακέραιο μέρος της συνάρτησης μεταφοράς, το οποίο εύκολα μπορεί να εξομοιωθεί.

Παράδειγμα

Ένα σύστημα με συνάρτηση μεταφοράς:

$$G(s) = \frac{b_1 s + b_0}{s + a_0} = b_1 + \frac{b_0 - a_0 b_1}{s + a_0}$$

θα έχει αναλογικό διάγραμμα:



Σχήμα 84. Αναλογικό διάγραμμα συστήματος ίσης δύναμης του s σε αριθμητή και παρανομαστή της συνάρτησης μεταφοράς

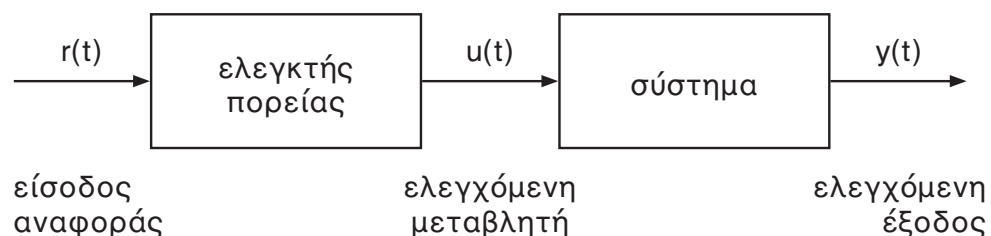
Το ακέραιο μέρος b_1 της συνάρτησης μεταφοράς εκφράζει την άμεση σύνδεση της εισόδου με την έξοδο.

Κεφάλαιο 3

Αναλογικοί Ελεγκτές και Αναλογική Εξομοίωση Συστημάτων Ελέγχου

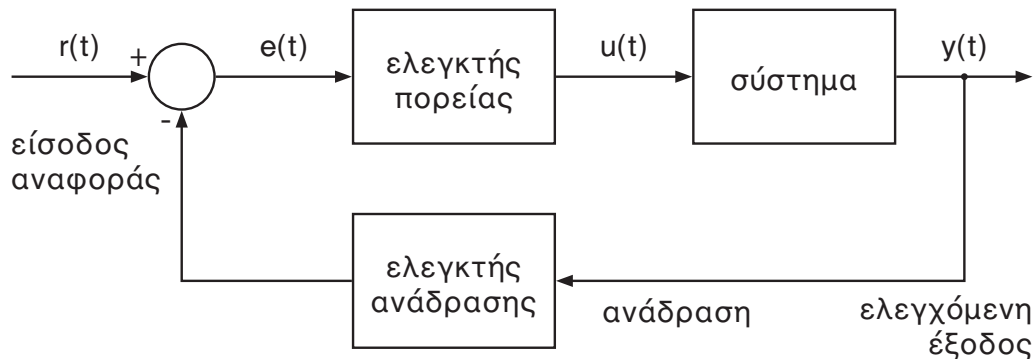
Το πρόβλημα του ελέγχου ενός συστήματος μέσω ενός ελεγκτή (*controller*) αντιμετωπίζεται με δύο τρόπους:

- Ο πρώτος ονομάζεται *οδήγηση (driving)* και υλοποιείται με ένα ανοιχτό σύστημα ελέγχου (*open loop control system*) και έναν ελεγκτή πορείας (*forward controller*).



Σχήμα 85. Ανοιχτό σύστημα ελέγχου - έλεγχος οδήγησης

- Ο δεύτερος ονομάζεται *αυτόματος έλεγχος (automatic control)* και υλοποιείται με ένα *κλειστό σύστημα ελέγχου (closed loop control system)* και έναν *ελεγκτή πορείας ή έναν ελεγκτή ανάδρασης (feedback controller)*.



Σχήμα 86. Κλειστό σύστημα ελέγχου - αυτόματος έλεγχος

3.1 Αναλογικοί Ελεγκτές

Οι ελεγκτές που χρησιμοποιούνται στα αναλογικά συστήματα ελέγχου συντίθενται από αναλογικά στοιχεία, σαν αυτά που εξετάσαμε στα προηγούμενα κεφάλαια. Τα στοιχεία αυτά μπορεί να αποτελούνται μόνο από αντιστάσεις και χωρητικότητες, οπότε ονομάζονται *παθητικά (passive)*, ή να διαθέτουν τελεστικούς ενισχυτές, οπότε ονομάζονται *ενεργητικά (active)*.

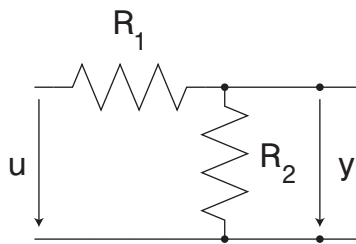
Τέτοια στοιχεία ελέγχου είναι τα εξής:

- Διαιρέτης τάσης -
Στοιχείο αναλογίας (P).
- Στοιχείο προπορείας φάσης (Lead) -
Στοιχείο αναλογίας διαφορίσης (PD).
- Στοιχείο καθυστέρησης φάσης (Lag) -
Στοιχείο αναλογίας-ολοκλήρωσης (PI).
- Στοιχείο προπορείας-καθυστέρησης φάσης (Lead-Lag) -
Στοιχείο αναλογίας-ολοκλήρωσης-διαφορίσης (PID).

3.1.1 Διαιρέτης τάσης - Στοιχείο αναλογίας (P)

• Διαιρέτης τάσης

Κύκλωμα:

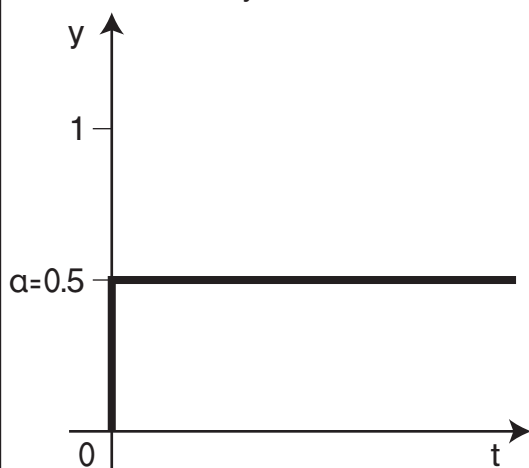


Συνάρτηση μεταφοράς:

$$C(s) = \frac{R_2}{R_1 + R_2} = \alpha < 1$$

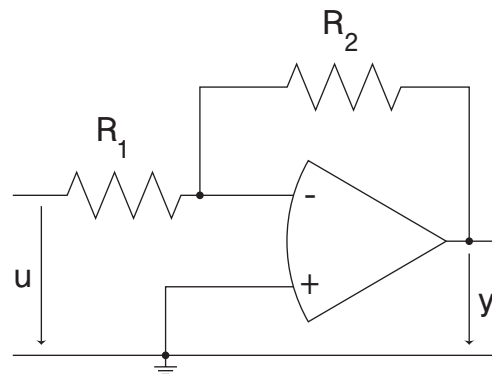
Χρονική απόκριση:

π.χ. για $u=1$, $R_1=R_2$, $\alpha=0.5$,
 $y=0.5$



• Στοιχείο P

Κύκλωμα:

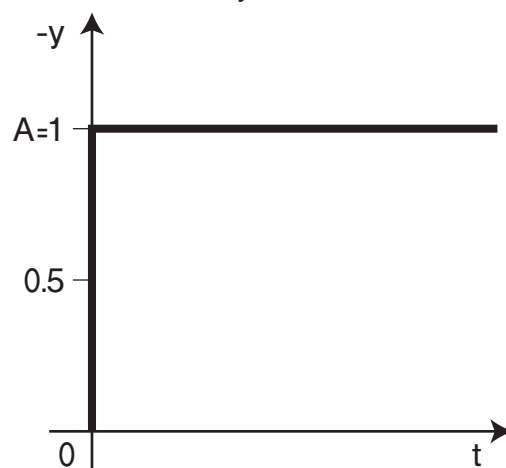


Συνάρτηση μεταφοράς:

$$C(s) = -\frac{R_2}{R_1} = -A$$

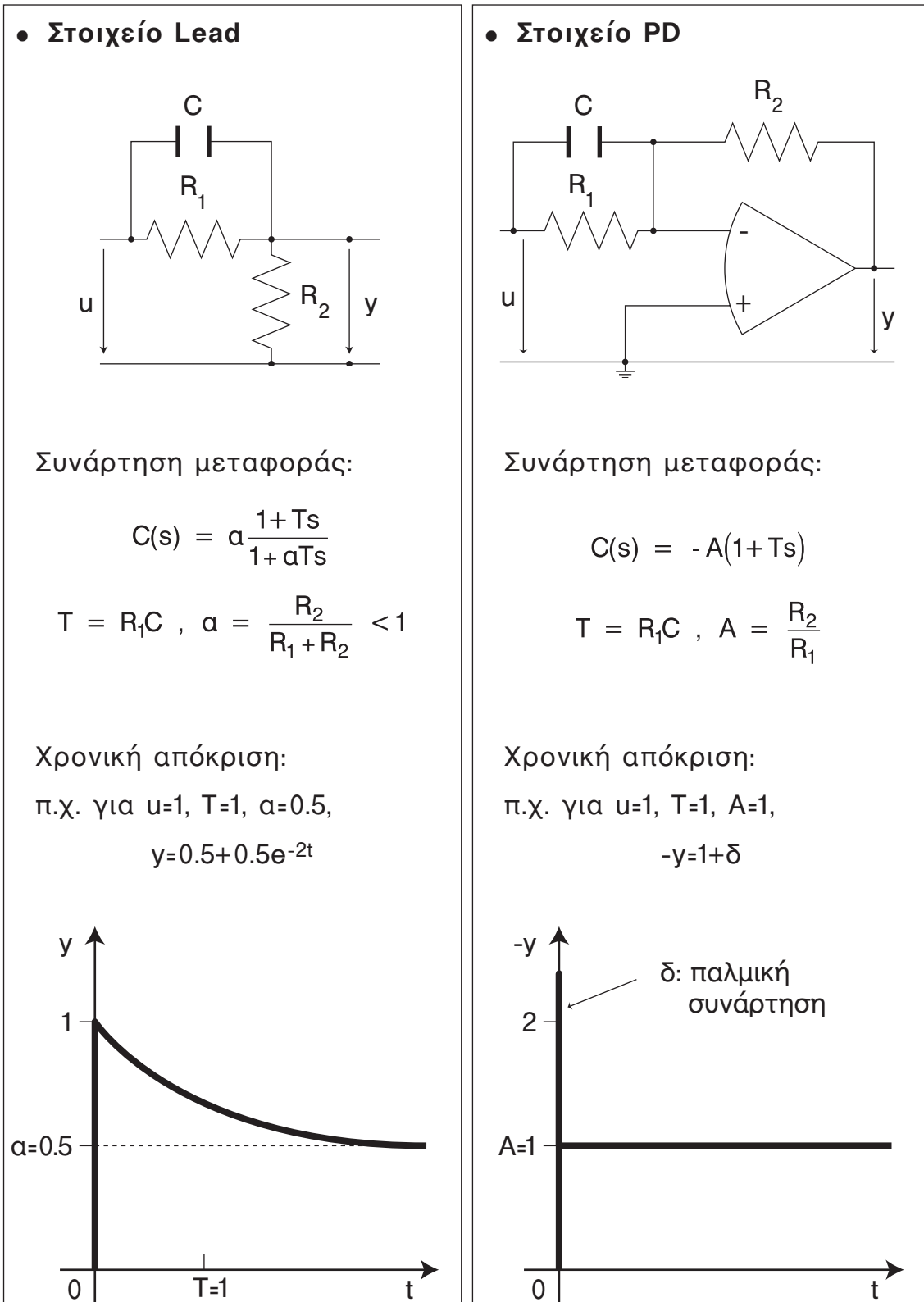
Χρονική απόκριση:

π.χ. για $u=1$, $R_1=R_2$, $A=1$, τότε
 $-y=1$



Σχήμα 87. Διαιρέτης τάσης - Στοιχείο αναλογίας (P)

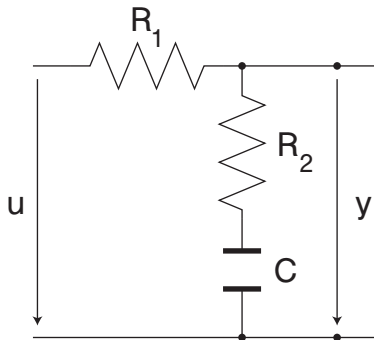
**3.1.2 Στοιχείο προπορείας φάσης (Lead) -
Στοιχείο αναλογίας-διαφόρισης (PD)**



Σχήμα 88. Στοιχείο προπορείας φάσης - Στοιχείο αναλογίας διαφόρισης

**3.1.3 Στοιχείο καθυστέρησης φάσης (Lag) -
Στοιχείο αναλογίας-ολοκλήρωσης (PI)**

• Στοιχείο Lag



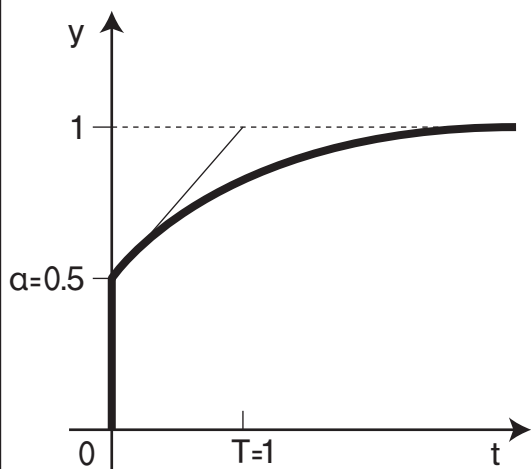
Συνάρτηση μεταφοράς:

$$C(s) = \frac{1+Ts}{1+\frac{T}{\alpha}s} = \alpha \frac{1+Ts}{\alpha+Ts}$$

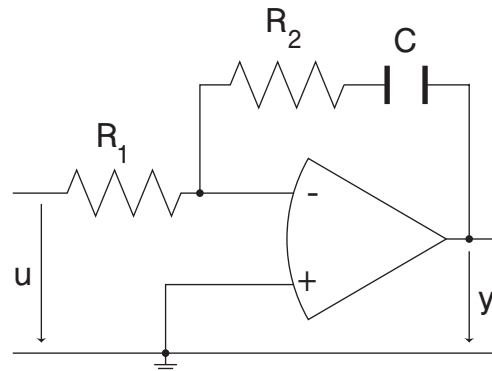
$$T = R_2C, \quad \alpha = \frac{R_2}{R_1+R_2} < 1$$

Χρονική απόκριση:

π.χ. για $u=1, T=1, \alpha=0.5,$
 $y=1-0.5e^{-0.5t}$



• Στοιχείο PI



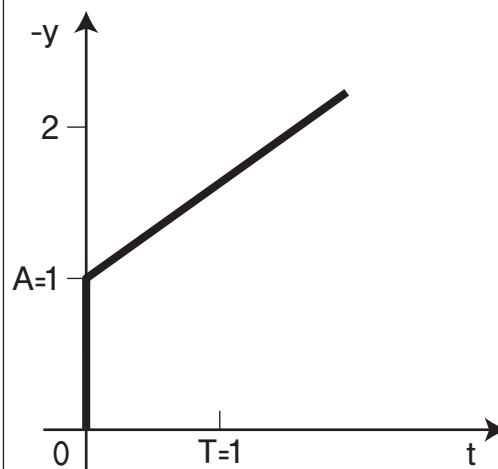
Συνάρτηση μεταφοράς:

$$C(s) = -A\left(1+\frac{1}{Ts}\right)$$

$$T = R_2C, \quad A = \frac{R_2}{R_1}$$

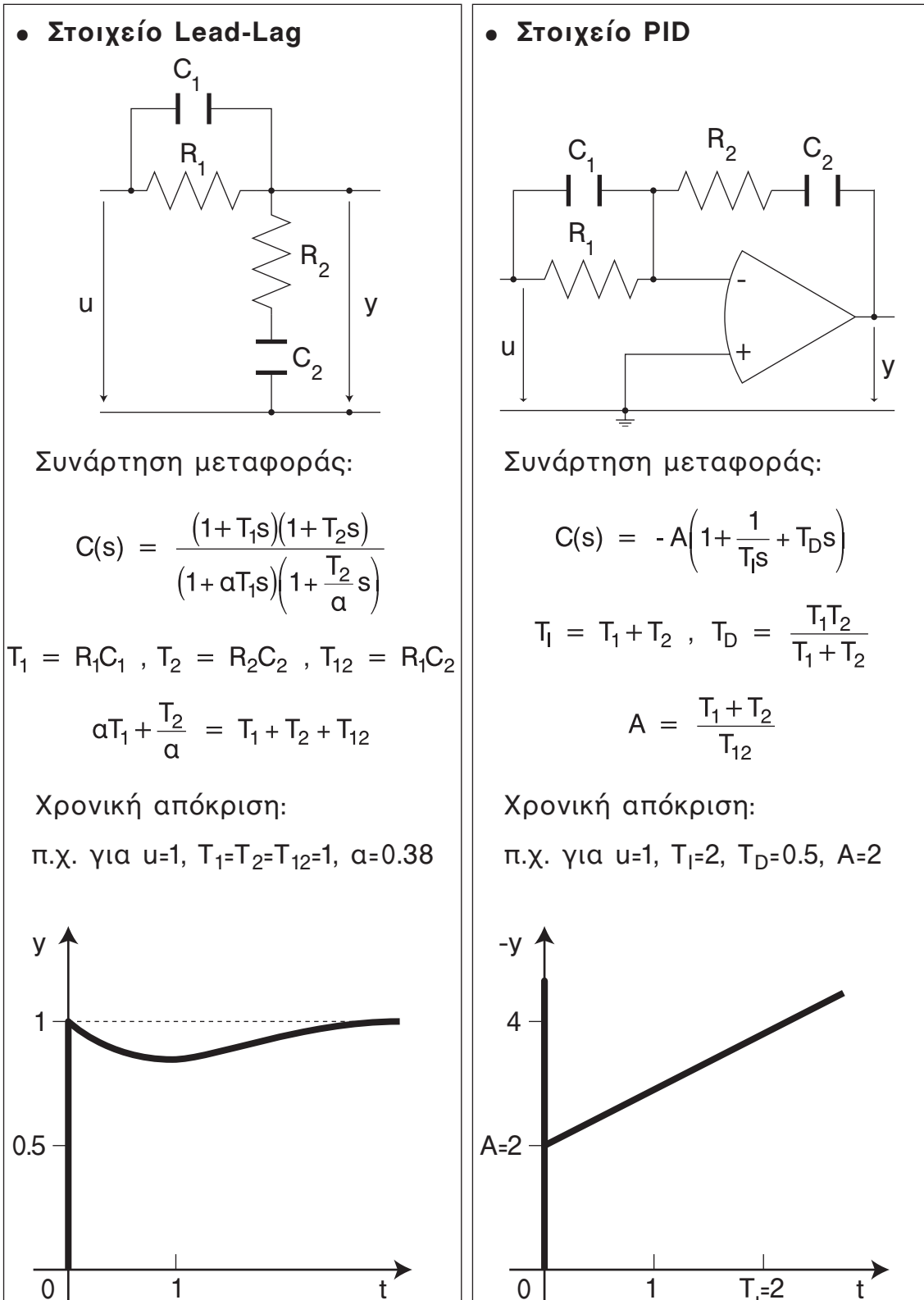
Χρονική απόκριση:

π.χ. για $u=1, T=1, A=1,$
 $-y=1+t$



Σχήμα 89. Στοιχείο καθυστέρησης φάσης - Στοιχείο αναλογίας ολοκλήρωσης

**3.1.4 Στοιχείο προπορείας-καθυστέρησης φάσης (Lead-Lag) -
Στοιχείο αναλογίας-ολοκλήρωσης-διαφόρισης (PID)**



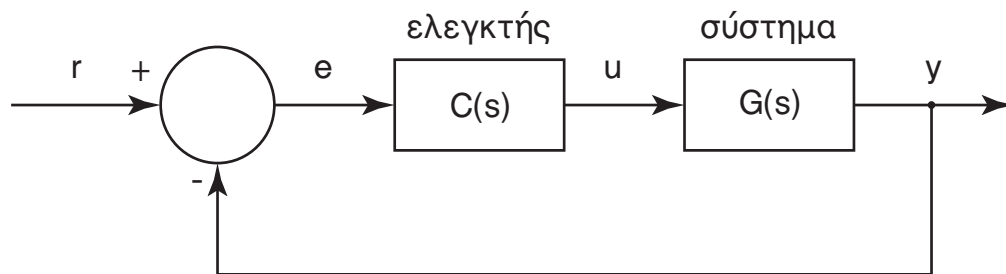
Σχήμα 90. Στοιχείο προπορείας-καθυστέρησης φάσης -
Στοιχείο αναλογίας ολοκλήρωσης-διαφόρισης

3.2 Αναλογική εξομοίωση συστημάτων ελέγχου

Με τα αναλογικά στοιχεία που εξετάσαμε στην προηγούμενη παράγραφο, συντίθενται αναλογικοί ελεγκτές σε ανοιχτά και κλειστά συστήματα ελέγχου.

Ειδικότερα θα εξετάσουμε την αναλογική εξομοίωση κλειστών συστημάτων ελέγχου με ελεγκτές πορείας.

3.2.1 Έλεγχος αναλογίας συστήματος πρώτης τάξης



Σχήμα 91. Κλειστό σύστημα ελέγχου συστήματος πρώτης τάξης

Ένα ανοιχτό σύστημα πρώτης τάξης με συνάρτηση μεταφοράς:

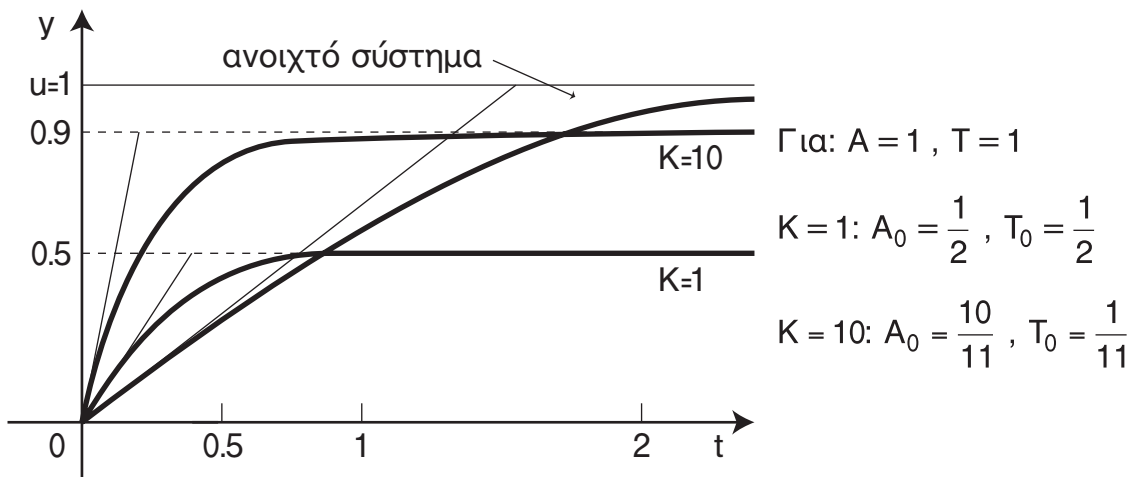
$$G(s) = \frac{A}{1+Ts}$$

έχει βηματική απόκριση, για $u=1$: $y=A(1-e^{-t/T})$.

Το αντίστοιχο κλειστό σύστημα ελέγχου, με ελεγκτή αναλογίας $C(s)=K$ έχει, για $u=1$, βηματική χρονική απόκριση:

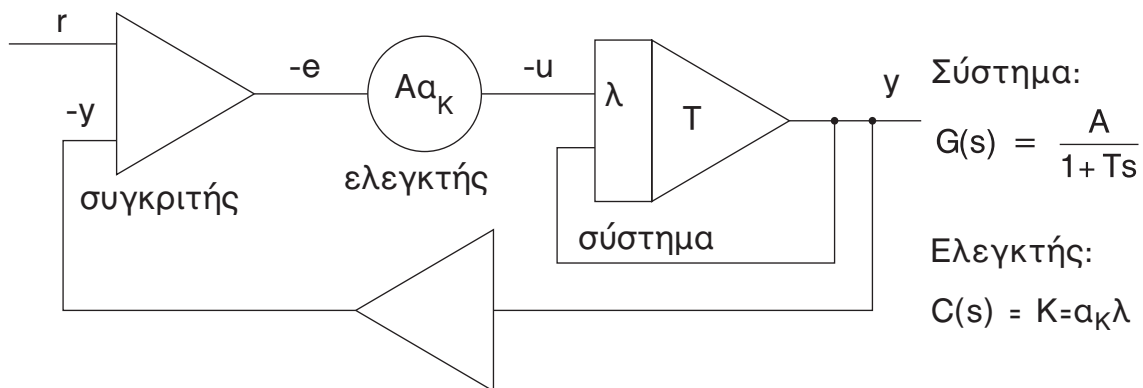
$$y=A_0(1-e^{-t/T_0}), \text{ όπου } A_0 = \frac{KA}{1+KA}, T_0 = \frac{T}{1+KA}.$$

Έχει δε τις παρακάτω χρονικές αποκρίσεις για τις αντίστοιχες τιμές του συντελεστή K :



Σχήμα 92. Χρονικές αποκρίσεις κλειστού συστήματος ελέγχου πρώτης τάξης με ελεγκτή αναλογίας

Η αναλογική εξομοίωση του κλειστού αυτού συστήματος ελέγχου πραγματοποιείται με το παρακάτω αναλογικό διάγραμμα:

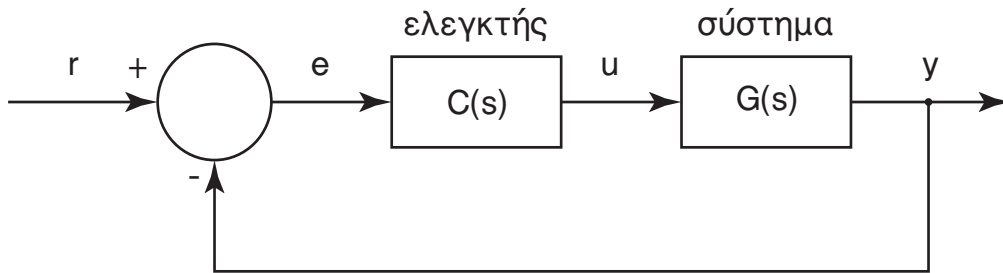


Σχήμα 93. Αναλογικό διάγραμμα εξομοίωσης κλειστού συστήματος ελέγχου πρώτης τάξης με ελεγκτή αναλογίας

Οι χρονικές αποκρίσεις του κλειστού συστήματος ελέγχου εξαρτώνται από τον συντελεστή αναλογίας K , που καθορίζει βασικά τη μόνιμη χρονική απόκριση και το μόνιμο σφάλμα του συστήματος. Ο συντελεστής K επηρεάζει δηλαδή την ολική ενίσχυση A_0 , αλλά ταυτόχρονα και την ολική σταθερά χρόνου T_0 του κλειστού συστήματος ελέγχου.

Όσο μεγαλώνει το K τόσο ταχύτερος και ακριβέστερος γίνεται ο έλεγχος.

3.2.2 Έλεγχος αναλογίας συστήματος δεύτερης τάξης



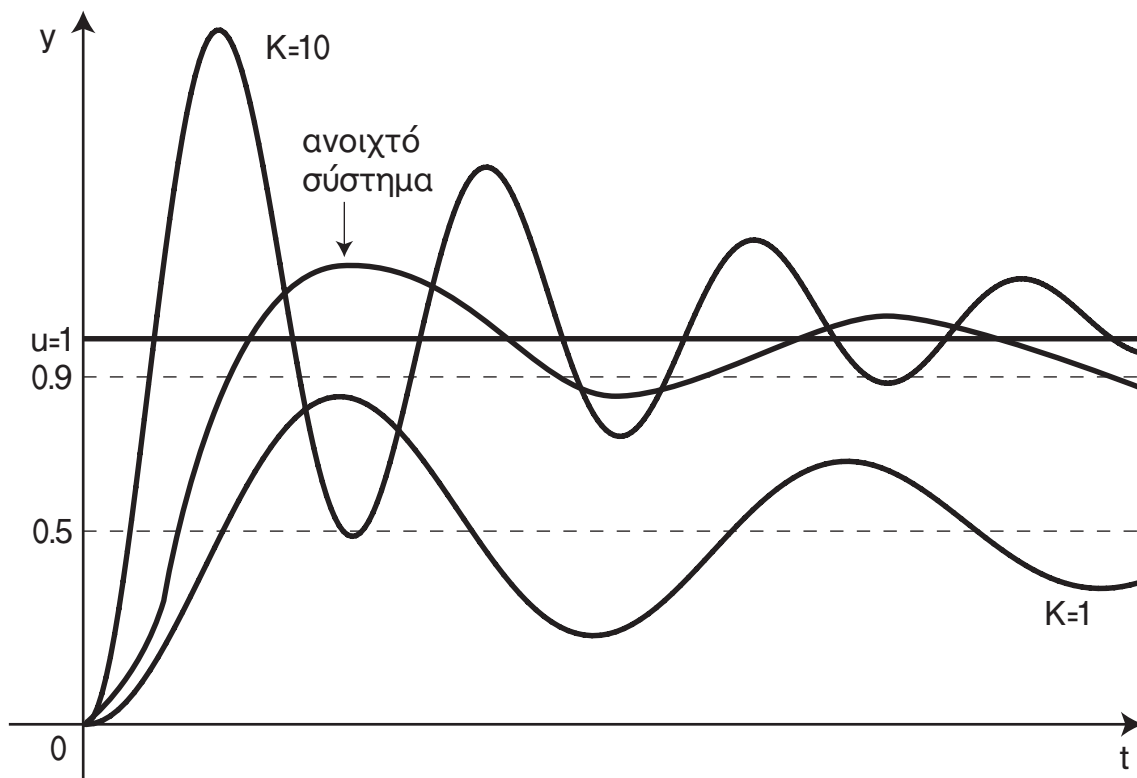
Σχήμα 94. Κλειστό σύστημα ελέγχου συστήματος δεύτερης τάξης

Ένα κλειστό σύστημα δεύτερης τάξης με συνάρτηση μεταφοράς ανοιχτού συστήματος:

$$G(s) = \frac{1}{s^2+s+1}$$

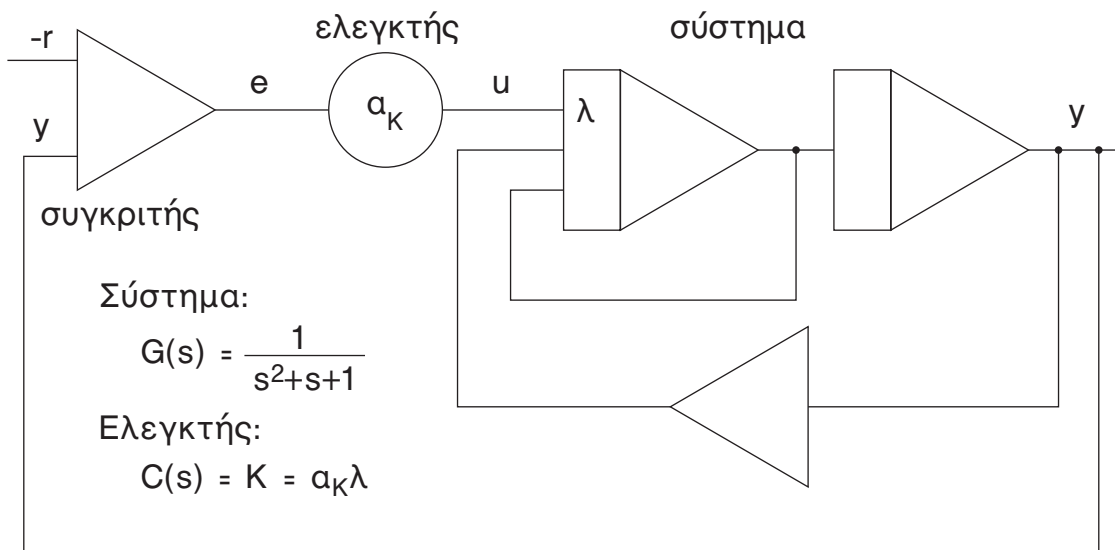
και ελεγκτή αναλογίας: $C(s) = K,$

έχει χρονικές αποκρίσεις που εξαρτώνται από το συντελεστή K .



Σχήμα 95. Χρονικές αποκρίσεις κλειστού συστήματος ελέγχου δεύτερης τάξης με ελεγκτή αναλογίας

Η αναλογική εξομοίωση του κλειστού αυτού συστήματος ελέγχου πραγματοποιείται με το παρακάτω αναλογικό διάγραμμα:



Σχήμα 96. Αναλογικό διάγραμμα εξομοίωσης κλειστού συστήματος ελέγχου δεύτερης τάξης με ελεγκτή αναλογίας

Και εδώ μεγαλύτερο K συνεπάγεται ταχύτερο και ακριβέστερο έλεγχο.

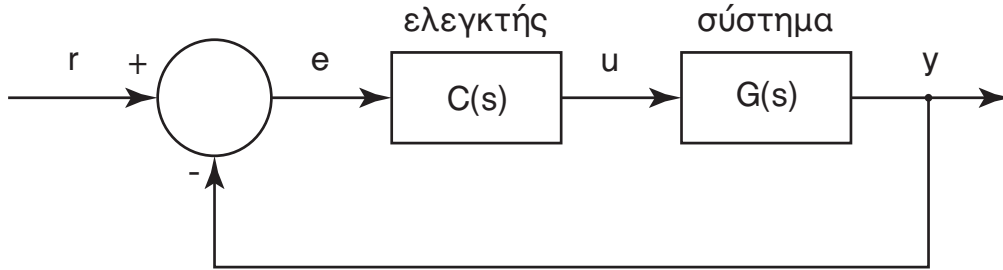
3.2.3 Έλεγχος προπορείας-καθυστέρησης φάσης και έλεγχος αναλογίας-ολοκλήρωσης-διαφόρισης συστήματος πρώτης τάξης

Ο έλεγχος ενός συστήματος, με ελεγκτές προπορείας-καθυστέρησης φάσης ή αναλογίας-ολοκλήρωσης-διαφόρισης, εξαρτάται από τους συντελεστές των ελεγκτών αυτών.

Ειδικότερα, ο έλεγχος Lead-PD επηρεάζει ιδιαίτερα την ταχύτητα του συστήματος, ο έλεγχος Lag-PI επηρεάζει ιδιαίτερα τη μόνιμη απόκριση ενώ ο ελεγκτής Lead-Lag-PID αποτελεί συνδυασμό των δύο παραπάνω ελέγχων.

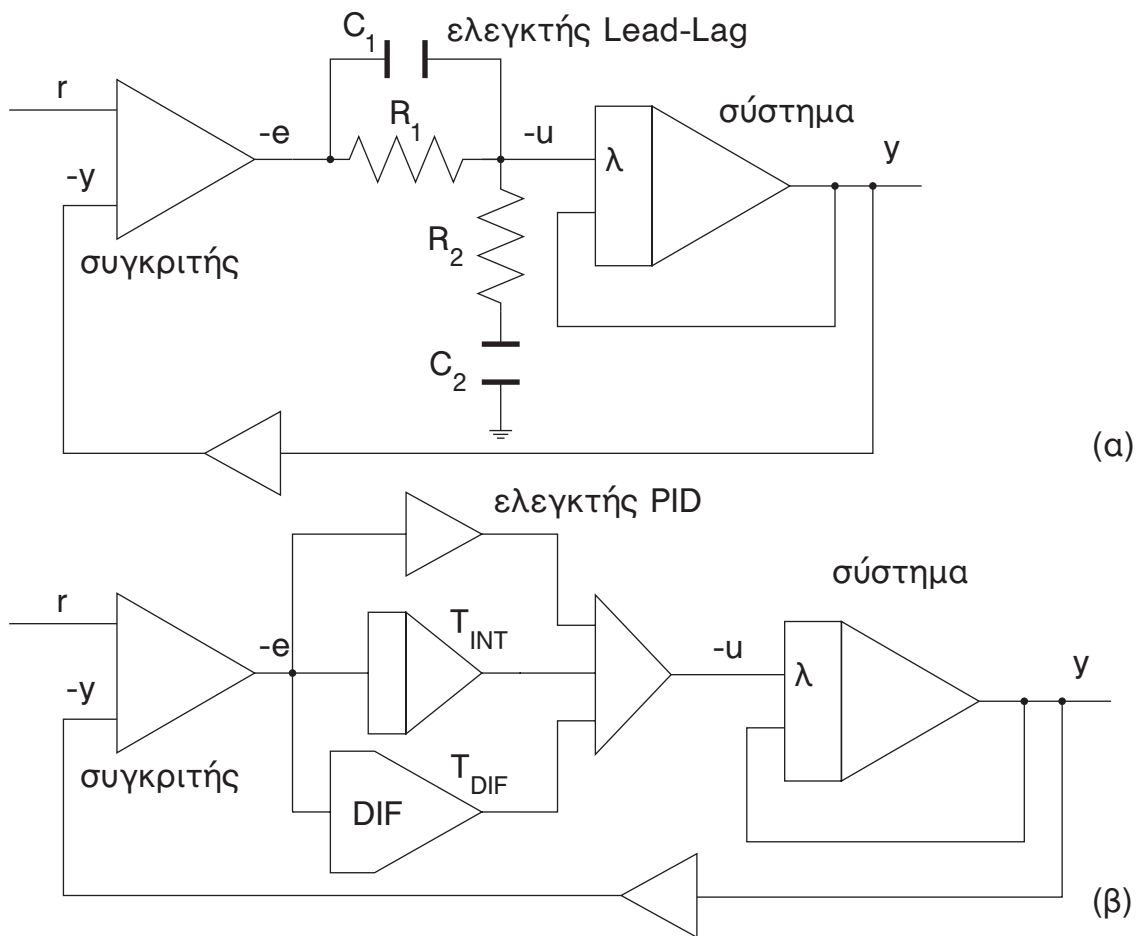
Οι χρονικές αποκρίσεις και η αναλογική εξομοίωση ενός τέτοιου συστήματος ελέγχου περιγράφονται στη συνέχεια.

Έστω κλειστό σύστημα ελέγχου, με διάφορους ελεγκτές $C(s)$ και συνάρτηση μεταφοράς ανοιχτού συστήματος: $G(s) = \frac{1}{s+1}$.



Σχήμα 97. Κλειστό σύστημα ελέγχου πρώτης τάξης με διάφορους ελεγκτές

Η αναλογική εξομοίωση του κλειστού αυτού συστήματος πραγματοποιείται με τα παρακάτω αναλογικά διαγράμματα:



Σχήμα 98. Αναλογικά διαγράμματα κλειστών συστημάτων ελέγχου πρώτης τάξης (α) με ελεγκτή Lead-Lag, (β) με ελεγκτή PID

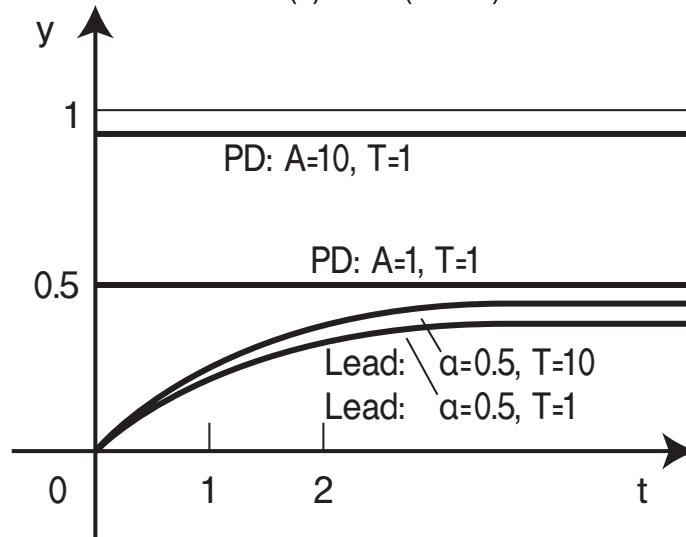
Οι χρονικές αποκρίσεις του κλειστού συστήματος ελέγχου πρώτης τάξης με διάφορους ελεγκτές είναι οι εξής:

• Έλεγχος Lead-PD

Ελεγκτές

$$\text{Lead: } C(s) = \alpha \frac{1+Ts}{1+\alpha Ts}$$

$$\text{PD: } C(s) = A(1+Ts)$$



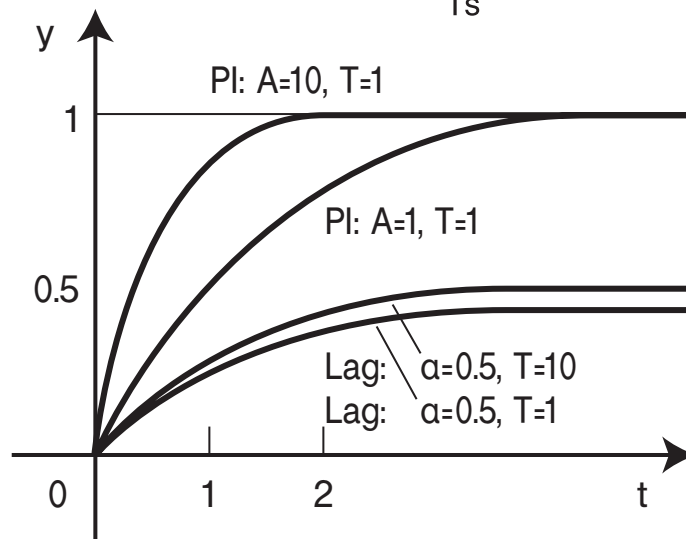
Σχήμα 99. Χρονική απόκριση κλειστού συστήματος ελέγχου πρώτης τάξης με ελεγκτές Lead-PD

• Έλεγχος Lag-PI

Ελεγκτές

$$\text{Lag: } C(s) = \alpha \frac{1+Ts}{\alpha+Ts}$$

$$\text{PI: } C(s) = A\left(1+\frac{1}{Ts}\right)$$

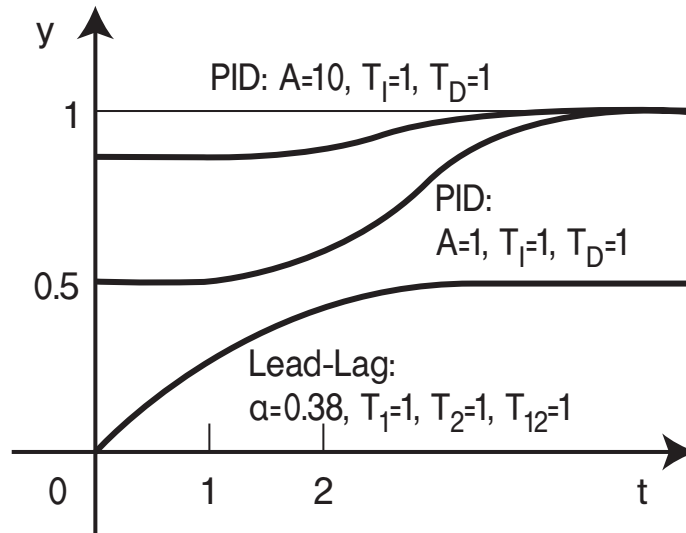


Σχήμα 100. Χρονική απόκριση κλειστού συστήματος ελέγχου πρώτης τάξης με ελεγκτές Lag-PI

• Έλεγχος Lead-Lag - PID

Ελεγκτές Lead-Lag: $C(s) = \frac{(1+T_1s)(1+T_2s)}{(1+\alpha T_1s)\left(1+\frac{T_2}{\alpha}s\right)}$

PID: $C(s) = A\left(1+\frac{1}{T_I s}+T_D s\right)$



Σχήμα 101. Χρονική απόκριση κλειστού συστήματος ελέγχου πρώτης τάξης με ελεγκτές Lead-Lag και PID

3.2.4 Έλεγχος συστήματος δεύτερης τάξης

Αντίστοιχα πραγματοποιείται ο έλεγχος ενός συστήματος δεύτερης τάξης με διάφορους ελεγκτές.

Οι χρονικές αποκρίσεις ενός κλειστού συστήματος ελέγχου, με ανοιχτό σύστημα δεύτερης τάξης:

$$G(s) = \frac{1}{s^2+s+1}$$

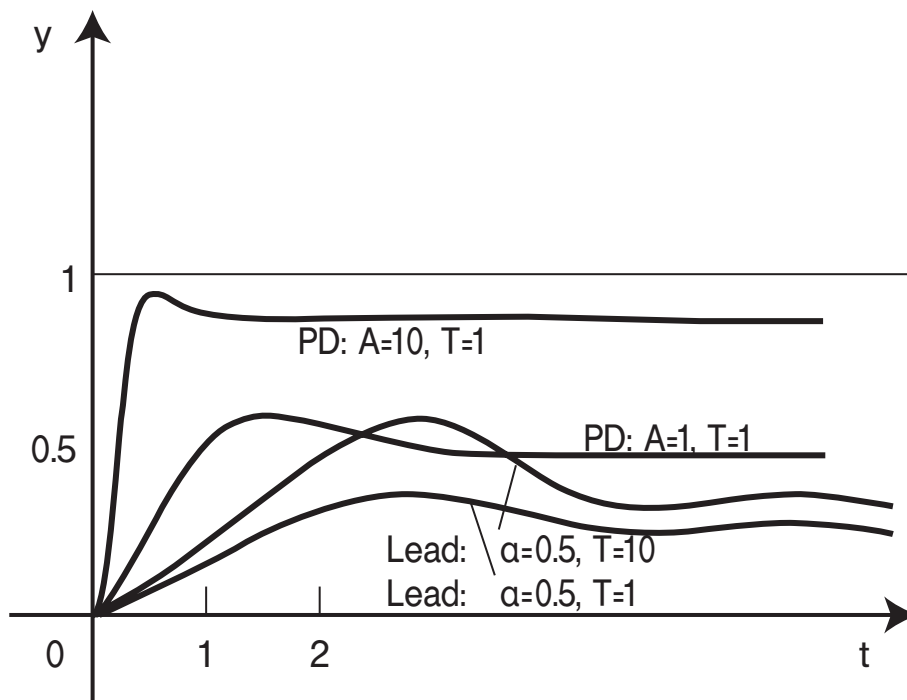
και ελεγκτές προπορείας-καθυστέρησης φάσης ή αναλογίας-ολοκλήρωσης-διαφόρισης, περιγράφονται στη συνέχεια.

• Έλεγχος Lead-PD

Ελεγκτές

$$\text{Lead: } C(s) = \alpha \frac{1+Ts}{1+\alpha Ts}$$

$$\text{PD: } C(s) = A(1+Ts)$$



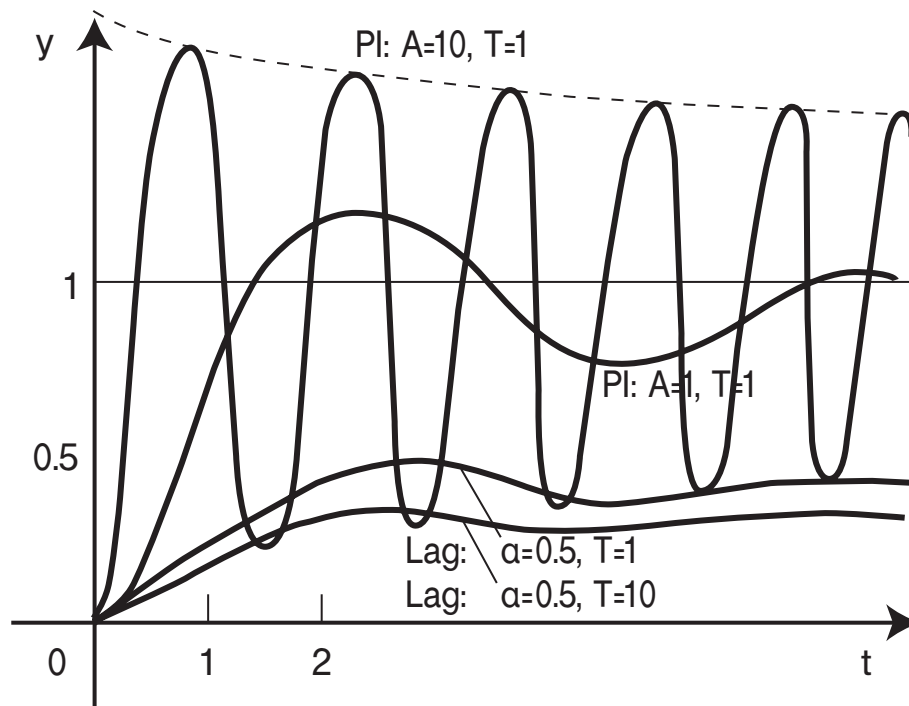
Σχήμα 102. Χρονική απόκριση κλειστού συστήματος ελέγχου δεύτερης τάξης με ελεγκτές Lead-PD

• Έλεγχος Lag-PI

Ελεγκτές

$$\text{Lag: } C(s) = \alpha \frac{1+Ts}{\alpha+Ts}$$

$$\text{PI: } C(s) = A\left(1+\frac{1}{Ts}\right)$$

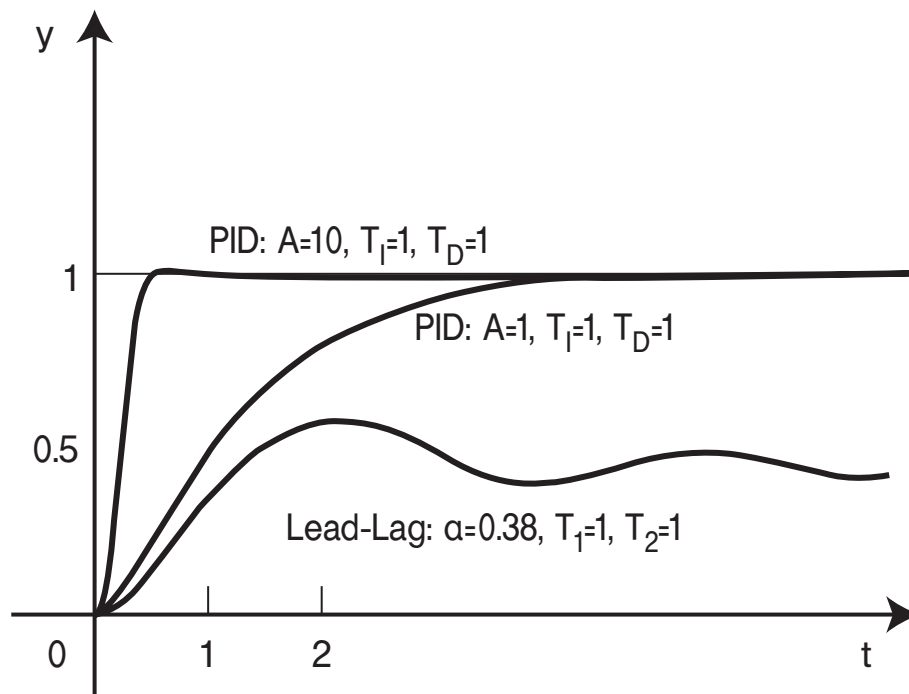


Σχήμα 103. Χρονική απόκριση κλειστού συστήματος ελέγχου δεύτερης τάξης με ελεγκτές Lag-PI

• Έλεγχος Lead-Lag - PID

Ελεγκτές Lead-Lag: $C(s) = \frac{(1+T_1s)(1+T_2s)}{(1+\alpha T_1s)\left(1+\frac{T_2}{\alpha}s\right)}$

PID: $C(s) = A\left(1+\frac{1}{T_I s}+T_D s\right)$



Σχήμα 104. Χρονική απόκριση κλειστού συστήματος ελέγχου δεύτερης τάξης με ελεγκτές Lead-Lag και PID

Στο θεωρητικό μέρος του βιβλίου αυτού ασχοληθήκαμε με την αναλογική εξομοίωση απλών μαθηματικών σχέσεων, συστημάτων και συστημάτων ελέγχου. Η κατανόηση και η εφαρμογή όλων αυτών ολοκληρώνεται στο εργαστήριο.

Μέρος Δεύτερο

**Η Αναλογική Εξομοίωση
στο Εργαστήριο**

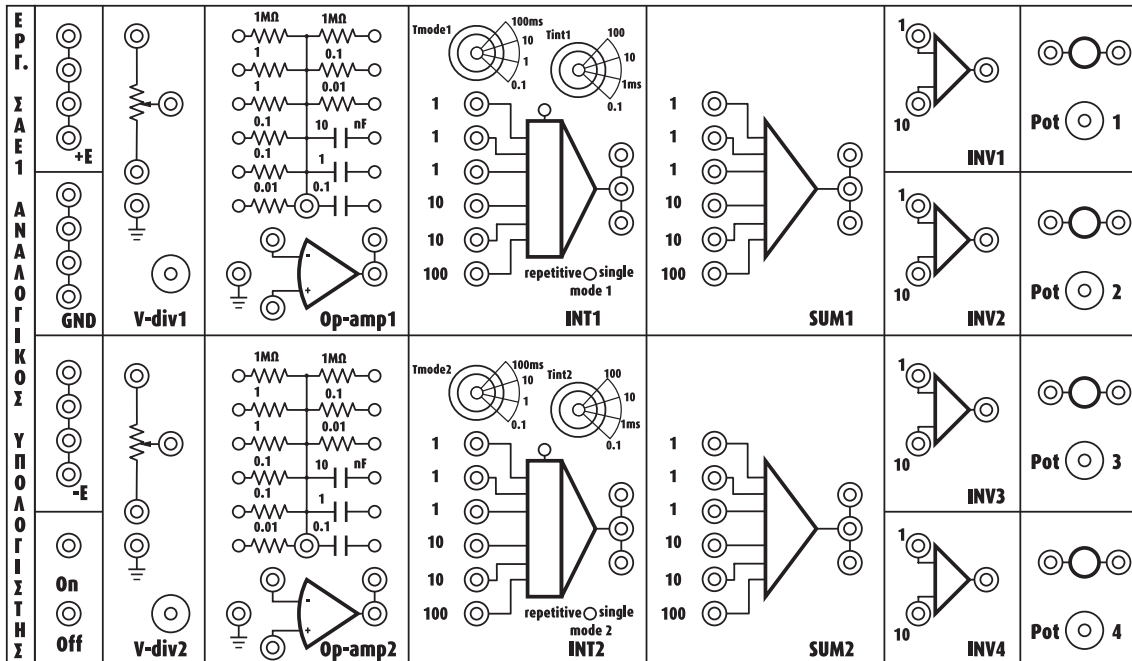
Εισαγωγή στο Εργαστήριο

Η πρακτική λύση του προβλήματος της εξομοίωσης φυσικών συστημάτων, και στη συνέχεια του ελέγχου τους με αναλογικούς ελεγκτές, υλοποιείται στο εργαστήριο.

Τα αναλογικά στοιχεία, που μελετήσαμε στο θεωρητικό μέρος του βιβλίου, κατασκευάζονται και συνθέτουν έναν *Αναλογικό Υπολογιστή (Analog Computer)* ή καλύτερα έναν *Αναλογικό Εξομοιωτή (Analog Simulator)*. Σε έναν τέτοιο εξομοιωτή κάθε αναλογικό στοιχείο έχει ακροδέκτες εισόδου (κίτρινους) και εξόδου (κόκκινους). Έτσι τα στοιχεία μπορούν να συνδέονται μεταξύ τους με καλώδια.

Ένας τυπικός αναλογικός υπολογιστής του εργαστηρίου περιέχει:

- ακροδέκτες πηγών τροφοδοσίας (*Voltage supply*), που παράγουν τάση: $+E=+10.00V$ (κόκκινο) και $-E=-10.00V$ (πράσινο)
- ακροδέκτες γείωσης (*Ground - GND*), που εξασφαλίζουν τάση $0V$ (μαύρο)
- διαιρέτες τάσης (*Voltage divider - V-div*)
- ποτενσιόμετρα (*Potentiometer - POT*)
- τελεστικούς ενισχυτές (*Operational amplifier - Op-amp*)
- αντιστάσεις (*resistor*)
- πυκνωτές (*capacitor*)
- αναστροφείς (*Inverter - INV*)
- αθροιστές (*Summer - SUM*)
- ολοκληρωτές (*Integrator - INT*)
- διακόπτες επιλογής σταθεράς χρόνου ολοκλήρωσης *Tint (integrating time constant)*.



Σχήμα Ε1. Τυπικός αναλογικός υπολογιστής του εργαστηρίου

Βοηθητικά αναλογικά όργανα, δίπλα στον αναλογικό υπολογιστή, είναι:

- το πολύμετρο, για τη μέτρηση των σταθερών αναλογικών μεγεθών,
- ο παλμογράφος, για την απεικόνιση των χρονικών αποκρίσεων και
- η παλμογεννήτρια, για την παραγωγή χρονικά μεταβαλλόμενων, περιοδικών συναρτήσεων εισόδου.

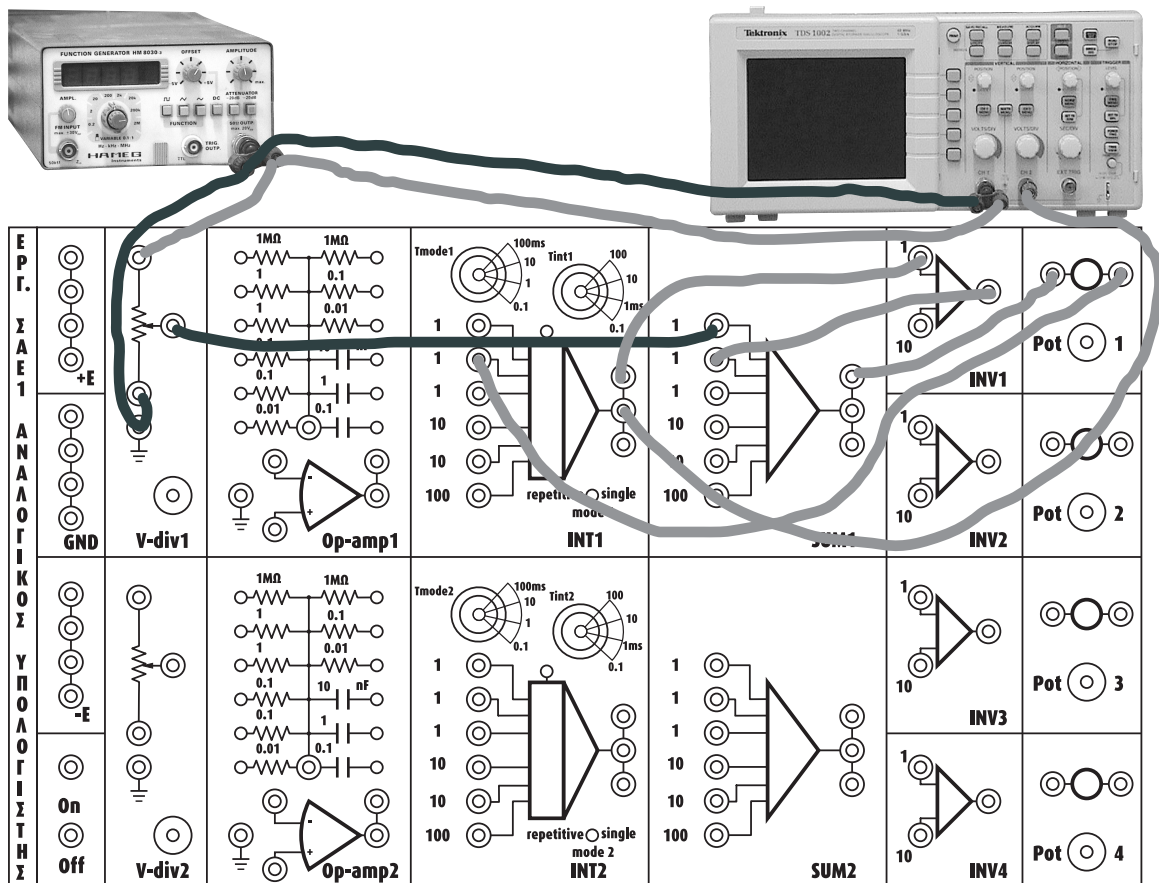
Βοηθητικά ψηφιακά όργανα, δίπλα στον αναλογικό υπολογιστή, είναι:

- ο ψηφιακός παλμογράφος,
- ο ψηφιακός υπολογιστής και
- ο ψηφιακός εκτυπωτής,

που εξασφαλίζουν την ψηφιακή επεξεργασία και απεικόνιση των αναλογικών σημάτων.

Ο Αναλογικός Υπολογιστής, πλαισιωμένος από τα βοηθητικά αυτά όργανα, είναι δυνατόν να υλοποιήσει την εξομοίωση αναλογικών συστημάτων και συστημάτων ελέγχου στο εργαστήριο.

Στο παρακάτω σχήμα απεικονίζεται το διάγραμμα καλωδίωσης ενός φυσικού συστήματος πρώτης τάξης στον αναλογικό υπολογιστή. Η είσοδος του συστήματος παράγεται από παλμογεννήτρια, η έξοδος του απεικονίζεται σε ψηφιακό παλμογράφο.



Σχήμα Ε2. Διάγραμμα καλωδίωσης φυσικού συστήματος πρώτης τάξης

Οι Εργαστηριακές Ασκήσεις που ακολουθούν έχουν σκοπό να εξοικειώσουν κάθε ενδιαφερόμενο με τη χρήση του αναλογικού υπολογιστή και να τον οδηγήσουν, βήμα-βήμα, στην πρακτική αντιμετώπιση του προβλήματος της αναλογικής εξομοίωσης συστημάτων αυτομάτου ελέγχου στο εργαστήριο.

Οι εργαστηριακές αυτές ασκήσεις έχουν χωριστεί, αντίστοιχα με τη θεωρία, σε τρεις ενότητες:

- Η Πρώτη Ενότητα αφορά στα αναλογικά στοιχεία του ποτενσιομέτρου, του αναστροφέα και του ολοκληρωτή.
- Η Δεύτερη Ενότητα αφορά στην αναλογική εξομοίωση απλών γραμμικών συστημάτων πρώτης και δεύτερης τάξης.
- Η Τρίτη Ενότητα αφορά στην αναλογική εξομοίωση συστημάτων ελέγχου, όπως αρχικά απλών αναλογικών ελεγκτών και στη συνέχεια κλειστών συστημάτων ελέγχου με ελεγκτές αναλογίας ή ελεγκτές Lead-Lag και PID.

Οι εργαστηριακές αυτές ασκήσεις περιέχουν σε κάθε ενότητα:

- από τη μια μεριά, ένα συνοπτικό Θεωρητικό Βοήθημα,
- από την άλλη, Εργαστηριακές Ερωτήσεις, που στοχεύουν στη μάθηση και στην εφαρμογή των αναλογικών στοιχείων και βαθμίδων.

Πρώτη Ενότητα Εργαστηριακών Ασκήσεων

Αναλογικά Στοιχεία

- 1. Ποτενσιόμετρο - Τελεστικός Ενισχυτής**
- 2. Αναστροφέας - Αθροιστής**
- 3. Ολοκληρωτής**

Εργαστηριακή Άσκηση 1

Ποτενσιόμετρο - Τελεστικός Ενισχυτής

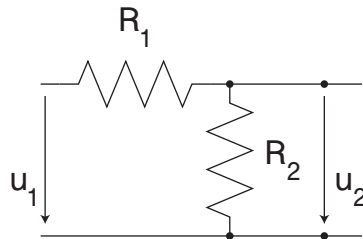
- 1.1 Κύκλωμα Διαιρέτη Τάσης**
- 1.2 Κύκλωμα Ποτενσιομέτρου**
- 1.3 Ο Τελεστικός Ενισχυτής**
- 1.4 Ο πραγματικός Τελεστικός Ενισχυτής**
- 1.5 Ανοιχτά Κυκλώματα Τελεστικού Ενισχυτή**
- 1.6 Αναλογικό Στοιχείο: Ποτενσιόμετρο**

Θεωρητικό Βοήθημα 1

ΠΟΤΕΝΣΙΟΜΕΤΡΟ - ΤΕΛΕΣΤΙΚΟΣ ΕΝΙΣΧΥΤΗΣ

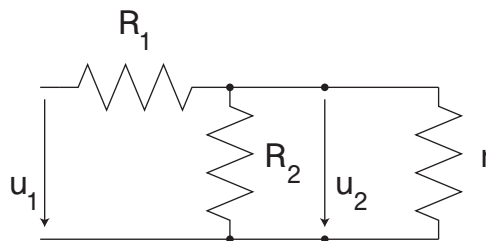
1.1 Κύκλωμα διαιρέτη τάσης

1.1.1 Διαιρέτης τάσης χωρίς φορτίο



Η σχέση μεταφοράς του διαιρέτη τάσης εν κενώ (χωρίς φορτίο) είναι:

$$\frac{u_2}{u_1} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} = \alpha$$



Η σχέση μεταφοράς του διαιρέτη τάσης με φορτίο είναι:

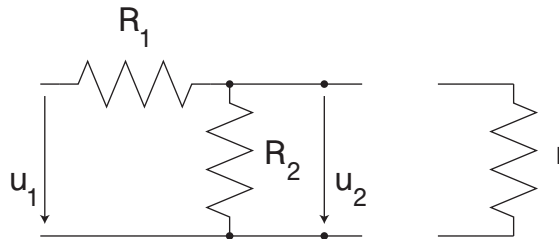
$$\frac{u_2}{u_1} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \left(\frac{1}{1 + \frac{1}{r} \cdot \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}} \right) \neq \alpha$$

Ένα ωμικό φορτίο r επηρεάζει τη σχέση μεταφοράς του διαιρέτη τάσης.

Εργαστηριακή Άσκηση 1

ΠΟΤΕΝΣΙΟΜΕΤΡΟ - ΤΕΛΕΣΤΙΚΟΣ ΕΝΙΣΧΥΤΗΣ

1.1 Κύκλωμα διαιρέτη τάσης



Συνδέστε στον Αναλογικό Υπολογιστή το κύκλωμα ενός διαιρέτη τάσης.

Επιλέξτε τάση εισόδου $u_1 = 10V$ μέσω ενός τροφοδοτικού.

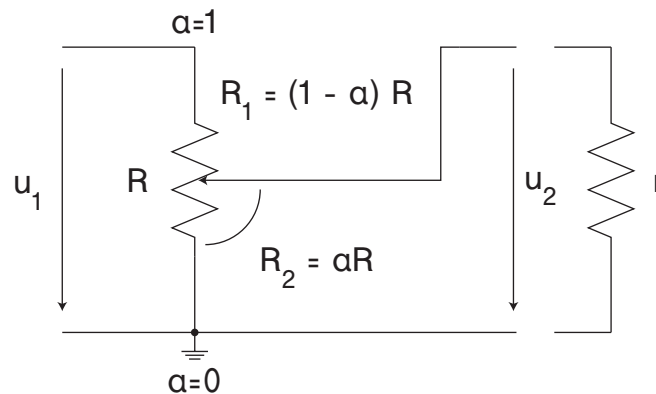
Αναγνώστε στο ψηφιακό βολτόμετρο την τάση εξόδου u_2 στις εξής περιπτώσεις:

- α) $R_1 = 100k\Omega$, $R_2 = 100k\Omega$, $r = \infty$ (εν κενώ)
 β) $R_1 = 1M\Omega$, $R_2 = 100k\Omega$, $r = \infty$ (εν κενώ)
 γ) $R_1 = 100k\Omega$, $R_2 = 100k\Omega$, $r = 100k\Omega$
 δ) $R_1 = 100k\Omega$, $R_2 = 100k\Omega$, $r = 10k\Omega$.

Υπολογίστε σε κάθε περίπτωση τη σχέση μεταφοράς $\frac{u_2}{u_1}$ και συγκρίνετε τα αποτελέσματα των μετρήσεων με τις θεωρητικές τιμές.

Διατυπώστε τις παρατηρήσεις και τα συμπεράσματά σας για την επίδραση της αντίστασης του φορτίου r στη σχέση μεταφοράς του κυκλώματος.

1.2 Κύκλωμα ποτενσιομέτρου



Η σχέση μεταφοράς του ποτενσιομέτρου εν κενώ (χωρίς φορτίο) είναι:

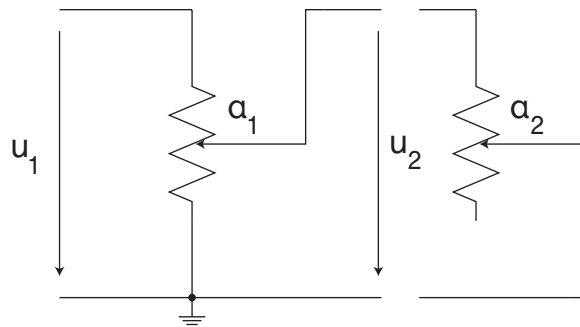
$$\frac{u_2}{u_1} = \frac{R_2}{R} = \alpha, \quad 0 \leq \alpha \leq 1$$

Η σχέση μεταφοράς του ποτενσιομέτρου συνδεδεμένου με φορτίο r είναι:

$$\frac{u_2}{u_1} = \alpha \left(\frac{1}{1 + \frac{R}{r} \alpha (1 - \alpha)} \right) \neq \alpha$$

Το ποτενσιόμετρο έχει σταθερή σχέση μεταφοράς $\frac{u_2}{u_1}$ όταν δεν συνδέεται εν σειρά με άλλο φορτίο ή όταν συνδέεται εν σειρά με κύκλωμα τελεστικού ενισχυτή

1.2 Κύκλωμα ποτενσιομέτρου



1.2.1 Εξετάστε αρχικά τη λειτουργία ενός ποτενσιομέτρου εν κενώ (χωρίς φορτίο).

Επιλέξτε τάση εισόδου $u_1 = 10V$ μέσω ενός τροφοδοτικού. Παρατηρείστε την τάση εξόδου u_2 στο ψηφιακό βολτόμετρο. Μεταβάλλετε το συντελεστή ποτενσιομέτρου a_1 έτσι ώστε να έχετε στην έξοδο διαδοχικά:

$$u_2 = 10V \quad , \quad 8V \quad , \quad 5V \quad , \quad 2V \quad , \quad 0V.$$

Σχεδιάστε την καμπύλη $u_2 = f(a_1)$.

1.2.2 Συνδέστε στα άκρα του πρώτου ποτενσιομέτρου ένα δεύτερο ποτενσιόμετρο ως φορτίο.

$$\text{Επιλέξτε: } u_1 = 10V \quad , \quad a_1 = 0.5 \quad .$$

Δώστε διαδοχικά στο συντελεστή a_2 του δεύτερου ποτενσιομέτρου τις τιμές:

$$a_2 = 0.0 \quad , \quad 0.2 \quad , \quad 0.5 \quad , \quad 0.8 \quad , \quad 1.0$$

και παρατηρείστε την τάση u_2 στο ψηφιακό βολτόμετρο.

Σχεδιάστε την καμπύλη $u_2 = f(a_2)$.

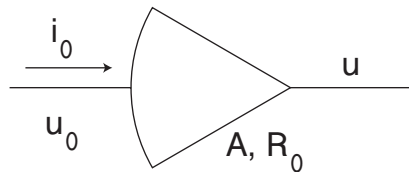
Συγκρίνετε τα αποτελέσματα των μετρήσεων με τις θεωρητικές τιμές.

Διατυπώστε τις παρατηρήσεις και τα συμπεράσματά σας σχετικά με την επίδραση της αντίστασης του φορτίου στη σχέση μεταφοράς του πρώτου ποτενσιομέτρου.

1.3 Ο τελεστικός ενισχυτής (op-amp)

Ο τελεστικός ενισχυτής αποτελεί μια πύλη, που εμποδίζει τη διέλευση ρεύματος, ενισχύει σημαντικά το σήμα εισόδου και περιορίζει την αλληλεπίδραση των βαθμίδων.

Σύμβολο:



A: Ενίσχυση

R_0 : Εσωτερική Αντίσταση

E_0 : Τάση Κόρου

Ο τελεστικός ενισχυτής χαρακτηρίζεται από τις σχέσεις:

$$u_0 = R_0 i_0$$

$$u = A u_0$$

$$|u| \leq E_0$$

1.3.1 Ο ιδανικός τελεστικός ενισχυτής έχει: $A \rightarrow \infty$, $R_0 \rightarrow \infty$
οπότε:

$$i_0 \cong 0$$

$$u_0 \cong 0$$

1.3.2 Ένας πραγματικός τελεστικός ενισχυτής έχει συνήθως τιμές:

$$A = 10^4 \div 10^9$$

$$R_0 = 10^6 \Omega \div 10^9 \Omega$$

$$E_0 = 10V \div 18V.$$

1.3 Ο τελεστικός ενισχυτής (op-amp)

1.3.1 Θεωρείστε ότι διαθέτετε τελεστικούς ενισχυτές με χαρακτηριστικές τιμές:

ενίσχυση: $A = 10^4 \div 10^9$

εσωτερική αντίσταση: $R_0 = 10^6 \Omega$

τάση κόρου: $E_0 = \pm 10V$.

Υπολογίστε τα όρια της τάσης εισόδου u_0 και της έντασης εισόδου i_0 .

(Το ερώτημα είναι υπολογιστικό).

1.3.2 Αντίστροφα, θεωρείστε ότι επιθυμείτε οριακές τιμές:

τάσης εισόδου: $u_0 = 0.1 \div 10 \mu V$

έντασης εισόδου: $i_0 = 0.1 \div 100 \mu A$

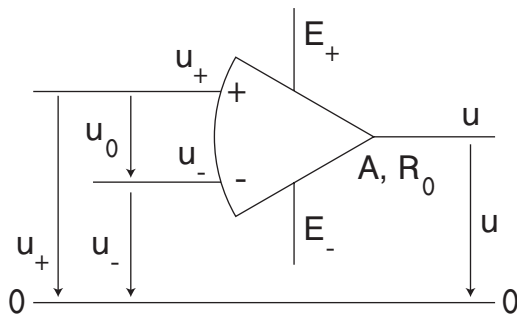
με τάση κόρου: $E_0 = \pm 10V$.

Σε τί όρια πρέπει να κινούνται η ενίσχυση A και η εσωτερική αντίσταση R_0 των τελεστικών ενισχυτών που θα αναζητήσετε;

(Το ερώτημα είναι υπολογιστικό).

1.4 Ο πραγματικός τελεστικός ενισχυτής

Το ανοιχτό κύκλωμα ενός πραγματικού τελεστικού ενισχυτή είναι ένα πεντάπολο.

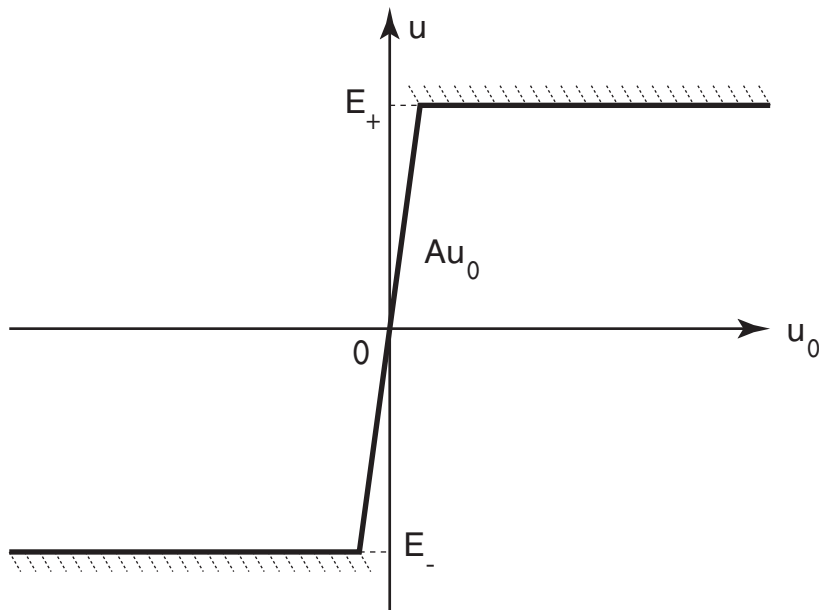


- u_+ : Θετική τάση εισόδου
- u_- : Αρνητική τάση εισόδου
- $u_0 = u_+ - u_-$: Διαφορική τάση εισόδου
- E_+ : Θετική τάση κόρου
- E_- : Αρνητική τάση κόρου

Σχέσεις:

$$u = \begin{cases} E_+ & \text{για } u \geq E_+ \\ A u_0 = A (u_+ - u_-) & \text{για } E_- < u < E_+ \\ E_- & \text{για } u \leq E_- \end{cases}$$

Χαρακτηριστική καμπύλη:



1.4 Ο πραγματικός τελεστικός ενισχυτής

1.4.1 Σχεδιάστε τις χαρακτηριστικές καμπύλες:

$$u = f(u_0),$$

όταν γνωρίζετε:

(α) την ενίσχυση: $A = 10^4, 5 \cdot 10^4, 10^5$

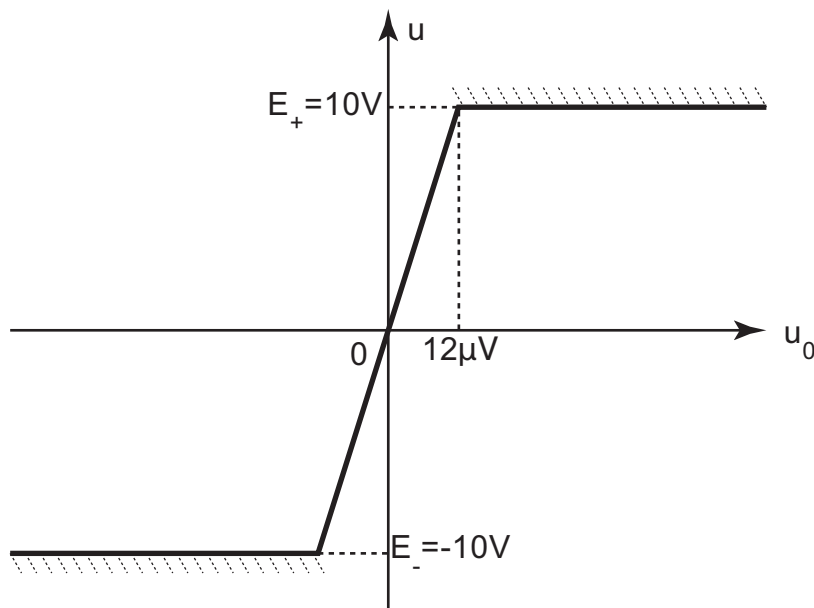
(β) τις οριακές τάσεις εισόδου: $u_0 = \pm 10 \mu\text{V}, 50 \mu\text{V}, 100 \mu\text{V}$

για τάση κόρου: $E = \pm 10\text{V}$.

(Το ερώτημα είναι υπολογιστικό).

1.4.2 Από τη δεδομένη χαρακτηριστική καμπύλη τελεστικού ενισχυτή υπολογίστε την ενίσχυση A .

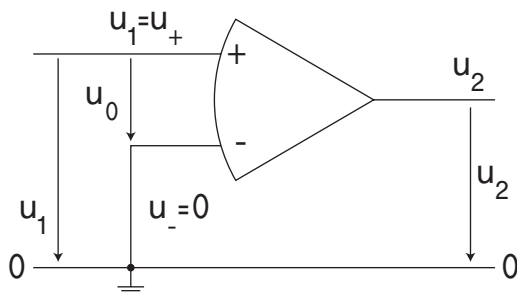
(Το ερώτημα είναι υπολογιστικό).



1.5 Ανοιχτά κυκλώματα τελεστικού ενισχυτή

Με τη γείωση της θετικής ή της αρνητικής τάσης εισόδου το ανοιχτό κύκλωμα ενός πραγματικού τελεστικού ενισχυτή λειτουργεί ως τετράπολο.

1.5.1 Κύκλωμα μη αναστρέφοντος τελεστικού ενισχυτή



Σχέσεις :

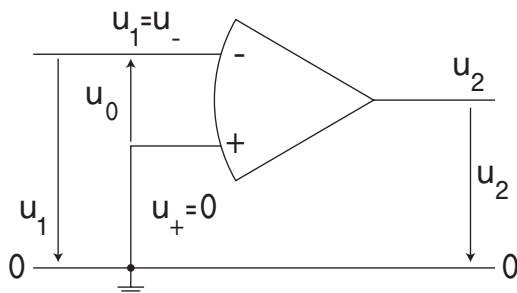
$$u_- = 0$$

$$u_0 = u_+ = u_1$$

$$u_2 = A u_0 = A u_1$$

Το κύκλωμα αυτό, με γειωμένη την αρνητική είσοδο, δεν χρησιμοποιείται στην πράξη.

1.5.2 Κύκλωμα αναστρέφοντος τελεστικού ενισχυτή



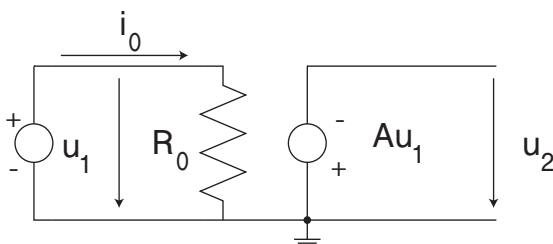
Σχέσεις :

$$u_+ = 0$$

$$u_0 = -u_- = -u_1$$

$$u_2 = A u_0 = -A u_1$$

Ισοδύναμο κύκλωμα:

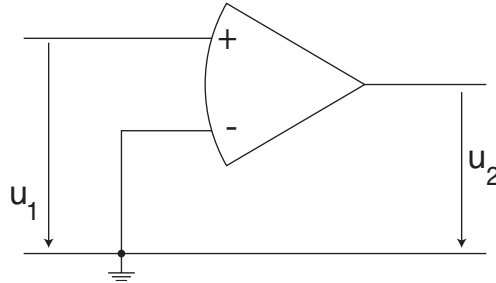


$$u_1 = R_0 i_0$$

$$u_2 = -A u_1$$

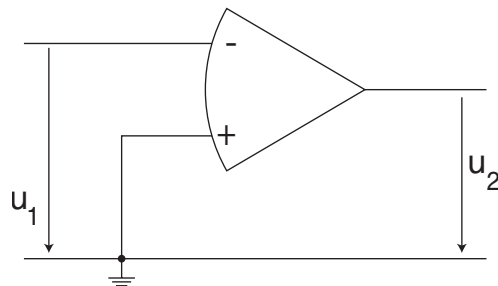
1.5 Ανοιχτά κυκλώματα τελεστικού ενισχυτή

1.5.1 Κύκλωμα μή αναστρέφοντος τελεστικού ενισχυτή



Γειώστε την αρνητική είσοδο ενός τελεστικού ενισχυτή. Χρησιμοποιείστε μια μικρή θετική και μια μικρή αρνητική τάση εισόδου u_1 της τάξης του 0.1V, παραγόμενη μέσω ενός ποτενσιομέτρου, και αναγνώστε στο ψηφιακό βολτόμετρο τις τιμές της θετικής και της αρνητικής τάσης κόρου E_+ , E_- . Θεωρώντας ενίσχυση $A=10^4$, σχεδιάστε τη χαρακτηριστική καμπύλη: $u_2 = f(u_1)$. Βρείτε τις οριακές τιμές της τάσης εισόδου.

1.5.2 Κύκλωμα αναστρέφοντος τελεστικού ενισχυτή

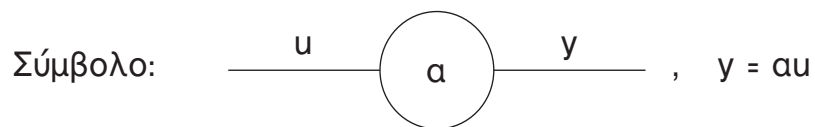


Γειώστε τη θετική είσοδο. Αναγνώστε επίσης, για μικρές τάσεις εισόδου u_1 (της τάξης του 0.1V) τις τιμές των τάσεων κόρου E_+ , E_- .

Σχεδιάστε τη σχετική χαρακτηριστική καμπύλη $u_2 = f(u_1)$ για ενίσχυση $A = 10^4$. Βρείτε τις οριακές τιμές της τάσης εισόδου. Διατυπώστε τις παρατηρήσεις και τα συμπεράσματά σας για τις δύο παραπάνω περιπτώσεις.

1.6 Αναλογικό στοιχείο: Ποτενσιόμετρο (pot)

Το ποτενσιόμετρο είναι ένα αναλογικό στοιχείο πολλαπλασιασμού μιας τάσης u με έναν σταθερό συντελεστή a , όπου $0 \leq a \leq 1$.



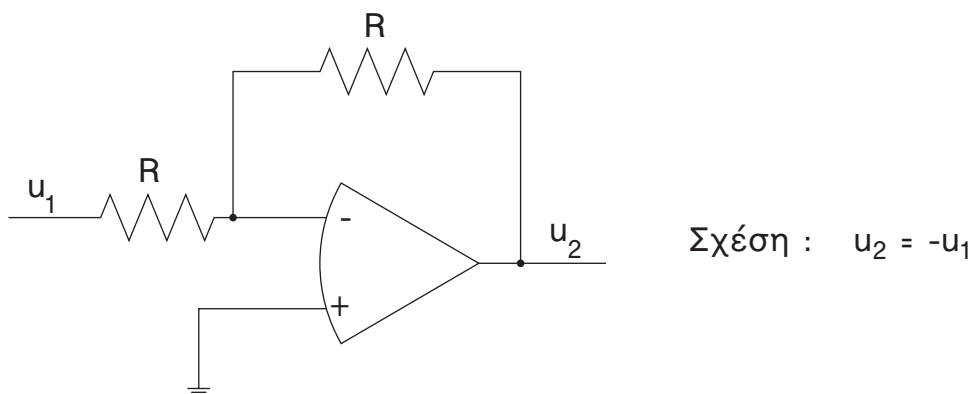
Το ποτενσιόμετρο διατηρεί σταθερή τη σχέση μεταφοράς:

$$\frac{y}{u} = a,$$

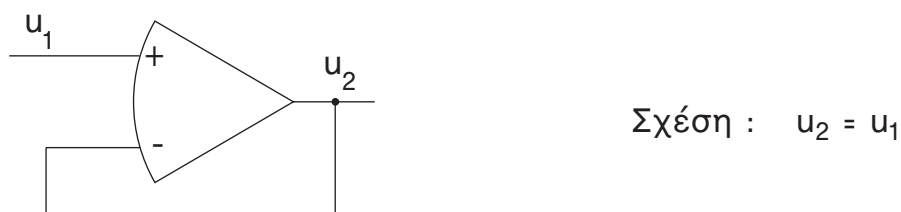
όταν συνδέεται εν σειρά με κύκλωμα τελεστικού ενισχυτή.

1.6.1 Απλά κυκλώματα τελεστικού ενισχυτή

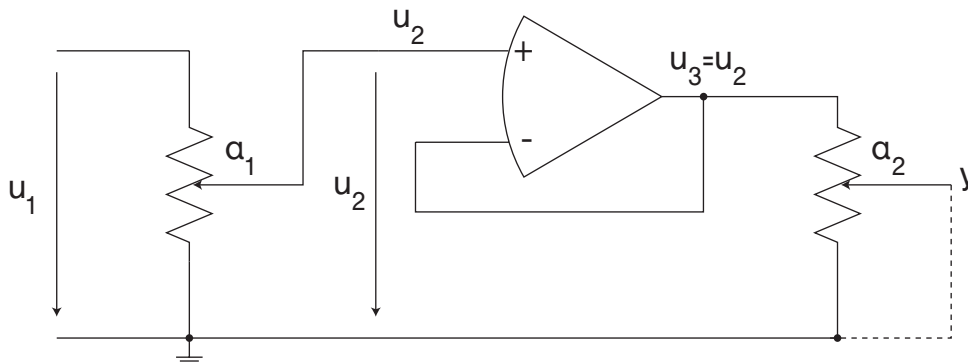
Αναστροφέας:



Ακολουθητής:



1.6 Αναλογικό στοιχείο: Ποτενσιόμετρο (pot)



Συνδέστε μεταξύ δύο ποτενσιομέτρων με συντελεστές a_1 , a_2 έναν ακολουθητή τάσης, ως κύκλωμα τελεστικού ενισχυτή.

Επιλέξτε: $u_1 = 10\text{V}$ και $a_1 = 0.5$.

α) Γειώστε την έξοδο y , θέστε δηλαδή $y = 0$.

Για: $a_2 = 0.1$, 0.2 , 0.5 , 0.8 , 0.9 (όχι 1.0), παρατηρείστε την τάση u_2 , στην έξοδο του πρώτου ποτενσιομέτρου, και σχεδιάστε την καμπύλη $u_2 = f(a_2)$.

β) Αφήστε ελεύθερη την έξοδο y .

Για: $a_2 = 0.0$, 0.2 , 0.5 , 0.8 , 1.0 μετρείστε στο ψηφιακό βολτόμετρο την τάση y , στην έξοδο του δεύτερου ποτενσιομέτρου, και συγκρίνετέ την με τις θεωρητικές τιμές, που προκύπτουν με βάση τις τιμές των συντελεστών a_1 , a_2 .

Σχεδιάστε την καμπύλη $y = f(a_2)$.

Σημειώστε τις παρατηρήσεις και τα συμπεράσματά σας, συγκρίνοντας τα αποτελέσματα με αυτά της παραγράφου 1.2.2 και αναφέροντας τις διαφορές.

Εργαστηριακή Άσκηση 2

Αναστροφέας - Αθροιστής

2.1 Κύκλωμα Αναστροφής

2.2 Κύκλωμα μη Αναστροφής

2.3 Κύκλωμα Διαφοράς

2.4 Κύκλωμα Άθροισης

2.5 Αναλογικά Στοιχεία:

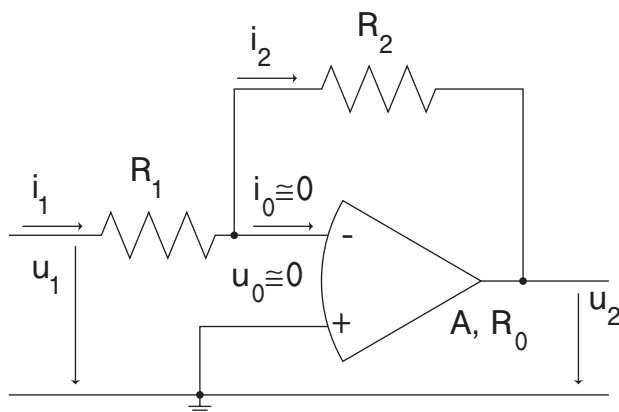
Αναστροφέας - Αθροιστής

2.6 Απλά Αναλογικά Διαγράμματα

Θεωρητικό Βοήθημα 2

ΑΝΑΣΤΡΟΦΕΑΣ - ΑΘΡΟΙΣΤΗΣ

2.1 Κύκλωμα αναστροφής



A: ενίσχυση

R_0 : εσωτερική αντίσταση

2.1.1 Ο ιδανικός αναστροφέας έχει:

$$A \rightarrow \infty,$$

$$R_0 \rightarrow \infty$$

και σχέση μεταφοράς:

$$\frac{u_2}{u_1} = -\frac{R_2}{R_1}$$

$$\text{για } R_1 = R_2 : u_2 = -u_1$$

$$\text{για } 10R_1 = R_2 : u_2 = -10u_1$$

2.1.2 Η σχέση μεταφοράς ενός πραγματικού αναστροφέα είναι:

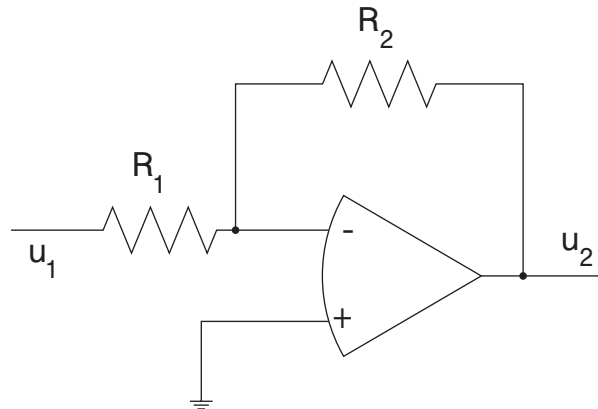
$$\frac{u_2}{u_1} = \frac{-\frac{R_2}{R_1}}{1 + \frac{1}{A} \left(1 + \frac{R_2}{R_1} + \frac{R_2}{R_0} \right)}$$

Εργαστηριακή Άσκηση 2

ΑΝΑΣΤΡΟΦΕΑΣ - ΑΘΡΟΙΣΤΗΣ

2.1 Κύκλωμα αναστροφής

2.1.1 Συνδέστε το κύκλωμα αναστροφής



Επιλέξτε τάση εισόδου $u_1 = 10V$ από το τροφοδοτικό (κάντε χρήση ποτενσιομέτρου για ρύθμιση).

Μετρείστε την τάση εξόδου u_2 για:

- α) $R_1 = 1M\Omega$, $R_2 = 1M\Omega$
- β) $R_1 = 1M\Omega$, $R_2 = 100k\Omega$
- γ) $R_1 = 10k\Omega$, $R_2 = 100k\Omega$

Συγκρίνετε τα αποτελέσματα με τις θεωρητικές τιμές του ιδανικού αναστροφέα και αναφέρετε τις παρατηρήσεις σας.

2.1.2 Για $R_1 = 1M\Omega$, $R_2 = 100k\Omega$, επιλέξτε διαδοχικά τάση εισόδου:

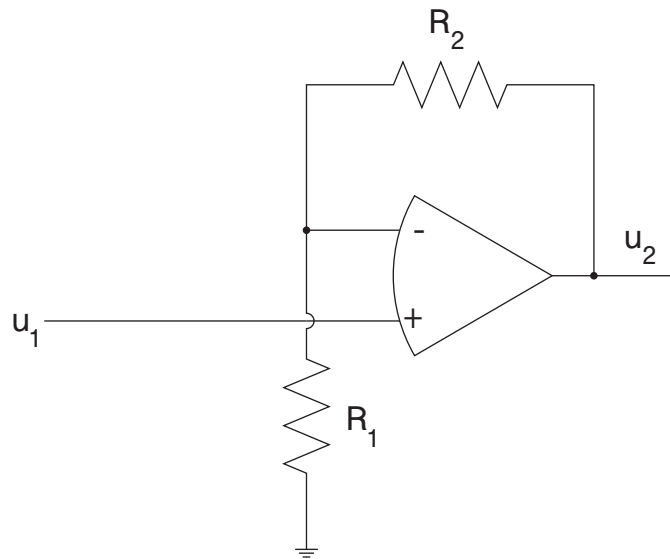
$u_1 = 10V$, $8V$, $6V$, $4V$, $2V$

Μετρείστε την τάση εξόδου u_2 και σχεδιάστε την καμπύλη:

$u_2 = f(u_1)$.

Θεωρώντας την εσωτερική αντίσταση $R_0 = 1M\Omega$ υπολογίστε για τα ζεύγη μετρήσεων u_1 , u_2 την ενίσχυση A του τελεστικού ενισχυτή. Για $A = 10^3$ σχεδιάστε τη θεωρητική καμπύλη $u_2 = f(u_1)$.

2.2 Κύκλωμα μη αναστροφής



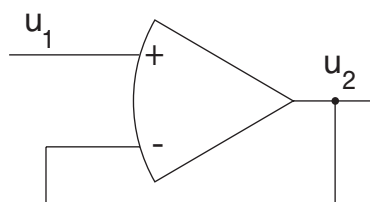
2.2.1 Η σχέση μεταφοράς ενός κυκλώματος μη αναστροφής είναι:

$$\frac{u_2}{u_1} = 1 + \frac{R_2}{R_1}$$

2.2.2 Ο ακολουθητής τάσης για $R_2 = 0$ ή $R_1 = \infty$ έχει σχέση μεταφοράς:

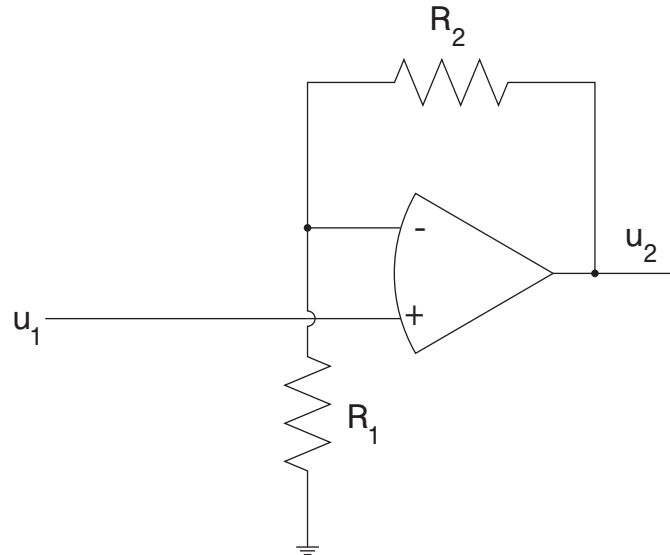
$$\frac{u_2}{u_1} = 1$$

και κύκλωμα:



2.2 Κύκλωμα μη αναστροφής

2.2.1 Συνδέστε το κύκλωμα μη αναστροφής.

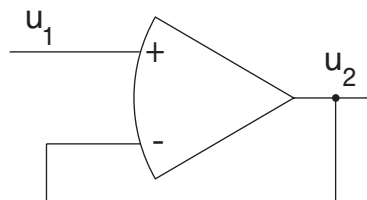


Επιλέξτε τάση εισόδου $u_1 = 5V$ από το τροφοδοτικό (κάντε χρήση ποτενσιομέτρου για ρύθμιση) και μετρήστε την τάση εξόδου u_2 για:

- α) $R_1 = 1M\Omega$, $R_2 = 1M\Omega$
- β) $R_1 = 1M\Omega$, $R_2 = 100k\Omega$
- γ) $R_1 = 10k\Omega$, $R_2 = 100k\Omega$

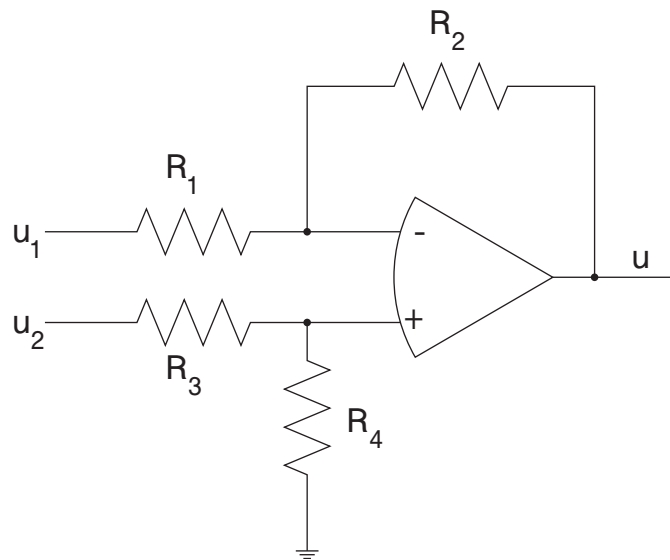
Συγκρίνετε τα αποτελέσματα με τις θεωρητικές τιμές και αναφέρετε τις παρατηρήσεις σας.

2.2.2 Συνδέστε το κύκλωμα του ακολουθητή τάσης.



Επιλέξτε διαδοχικά τάση εισόδου: $u_1 = 2.5V$, $5V$, $10V$ και μετρήστε την τάση εξόδου u_2 . Πού οφείλονται οι μικρές διαφορές μεταξύ των τάσεων εισόδου και εξόδου;

2.3 Κύκλωμα διαφοράς



Η σχέση μεταφοράς ενός κυκλώματος διαφοράς είναι:

$$u = \frac{R_2}{R_1} \left(\frac{1 + \frac{R_1}{R_2}}{1 + \frac{R_3}{R_4}} u_2 - u_1 \right)$$

$$\text{για } \frac{R_1}{R_2} = \frac{R_3}{R_4} :$$

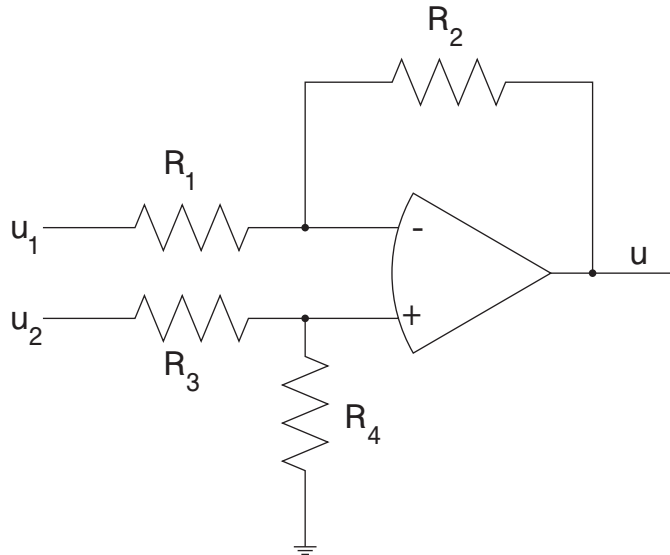
$$u = \frac{R_2}{R_1} (u_2 - u_1)$$

και για $R_1 = R_2, R_3 = R_4$:

$$u = (u_2 - u_1)$$

2.3 Κύκλωμα διαφοράς

Συνδέστε το κύκλωμα διαφοράς.

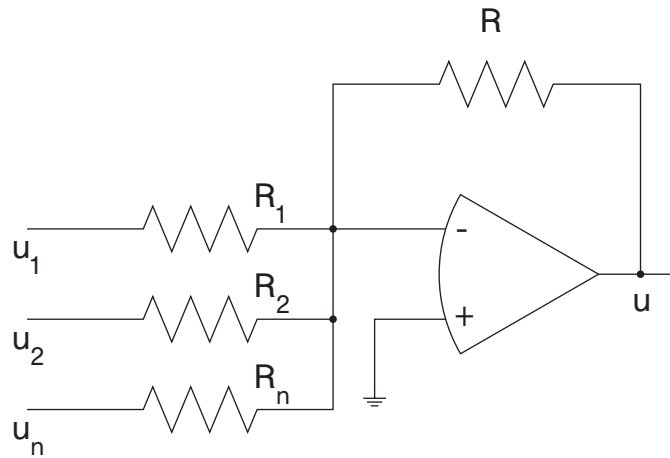


Επιλέξτε τάση εισόδου $u_2 = 10\text{V}$ και $u_1 = 5\text{V}$ από το τροφοδοτικό (κάντε χρήση δύο ποτενσιομέτρων για ρύθμιση των τάσεων) και μετρείστε την τάση εξόδου u στις εξής περιπτώσεις:

- α) $R_1 = 1\text{M}\Omega$, $R_2 = 1\text{M}\Omega$, $R_3 = 1\text{M}\Omega$, $R_4 = 100\text{k}\Omega$
- β) $R_1 = 1\text{M}\Omega$, $R_2 = 100\text{k}\Omega$, $R_3 = 1\text{M}\Omega$, $R_4 = 100\text{k}\Omega$
- γ) $R_1 = 1\text{M}\Omega$, $R_2 = 1\text{M}\Omega$, $R_3 = 100\text{k}\Omega$, $R_4 = 100\text{k}\Omega$

Συγκρίνετε τα αποτελέσματα με τις θεωρητικές τιμές και αναφέρετε τις παρατηρήσεις σας.

2.4 Κύκλωμα άθροισης



Η σχέση μεταφοράς ενός αθροιστή είναι:

$$u = - \left(\frac{R}{R_1} u_1 + \frac{R}{R_2} u_2 + \dots + \frac{R}{R_n} u_n \right)$$

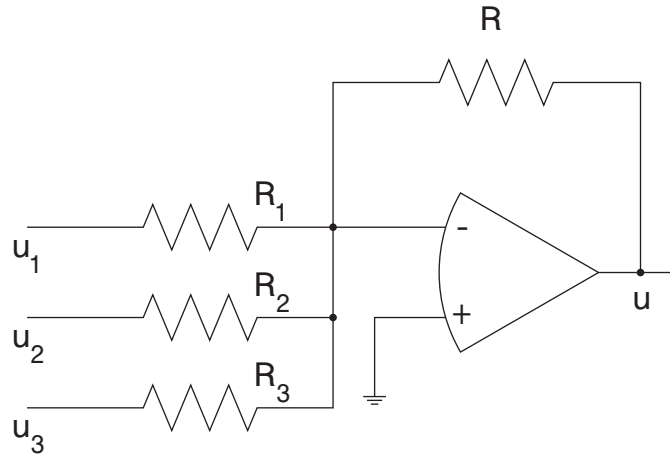
και για $R_1 = R_2 = \dots = R_n = R$:

$$u = -(u_1 + u_2 + \dots + u_n)$$

Ο αθροιστής προσθέτει και αναστρέφει το πρόσημο.

2.4 Κύκλωμα άθροισης

Συνδέστε το κύκλωμα άθροισης.



Επιλέξτε: $u_1 = 2V$, $u_2 = 3V$ και $u_3 = 5V$ από το τροφοδοτικό (κά-
ντε χρήση τριών ποτενσιομέτρων για ρύθμιση των τάσεων) και
μετρήστε την τάση εξόδου u στις εξής περιπτώσεις:

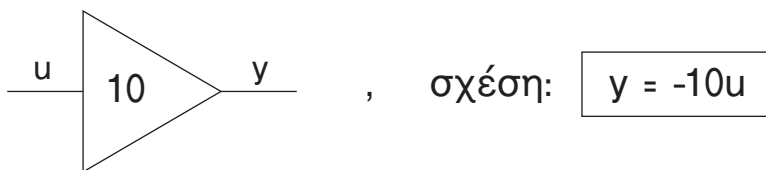
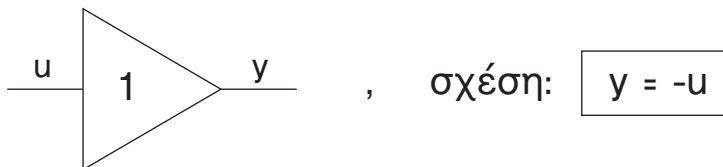
- α) $R_1 = 1M\Omega$, $R_2 = 1M\Omega$, $R_3 = 1M\Omega$, $R = 1M\Omega$
 β) $R_1 = 1M\Omega$, $R_2 = 1M\Omega$, $R_3 = 1M\Omega$, $R = 100k\Omega$
 γ) $R_1 = 100k\Omega$, $R_2 = 100k\Omega$, $R_3 = 1M\Omega$, $R = 100k\Omega$

Συγκρίνετε τα αποτελέσματα με τις θεωρητικές τιμές και ανα-
φέρετε τις παρατηρήσεις σας.

2.5 Αναλογικά στοιχεία : Αναστροφέας - Αθροιστής

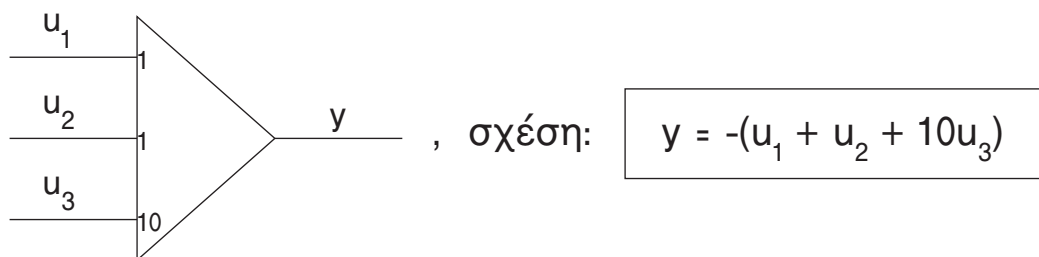
2.5.1 Αναστροφέας (inv)

Σύμβολο:



2.5.2 Αθροιστής (sum)

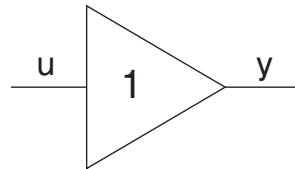
Σύμβολο:



2.5 Αναλογικά στοιχεία : Αναστροφέας - Αθροιστής

2.5.1 Αναστροφέας (inv)

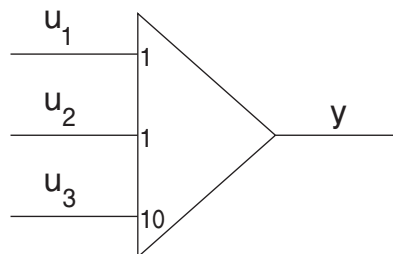
Εξετάστε τη λειτουργία ενός απλού αναστροφέα:



Χρησιμοποιώντας παλμογεννήτρια, επιλέξτε ως τάση εισόδου u τετραγωνικό παλμό συχνότητας 50Hz και εύρους $\pm 5V$, συμμετρικό ως προς το 0 (μηδέν). Επαληθεύστε τα μεγέθη του σήματος εισόδου στον παλμογράφο (CH1).

Παρατηρείστε ταυτόχρονα στον παλμογράφο την έξοδο y του αναστροφέα (CH2). Καταγράψτε τις κυματομορφές.

2.5.2 Αθροιστής



Επιλέξτε:

u_1 : Τετραγωνικό παλμό συχνότητας 50Hz και εύρους $\pm 5V$.

u_2 : Ημιτονοειδή παλμό συχνότητας 100Hz και εύρους $\pm 3V$.

u_3 : Σταθερή τάση 0.2V.

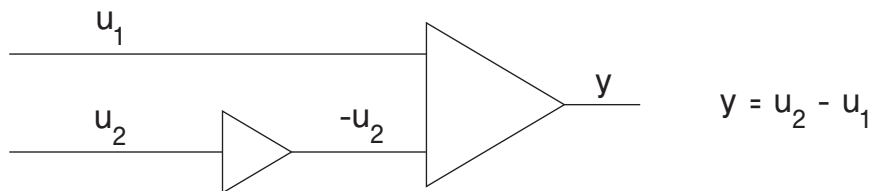
Επαληθεύστε στον παλμογράφο τα μεγέθη των σημάτων u_1 , u_2 . Παρατηρείστε στον παλμογράφο την έξοδο y του αθροιστή. Καταγράψτε τις κυματομορφές εισόδων - εξόδου.

Επαληθεύτηκε η σχέση $y = -(u_1 + u_2 + 10u_3)$;

Ελέγξε το αποτέλεσμα για τουλάχιστον δύο σημεία του σήματος εξόδου.

2.6 Απλά αναλογικά διαγράμματα

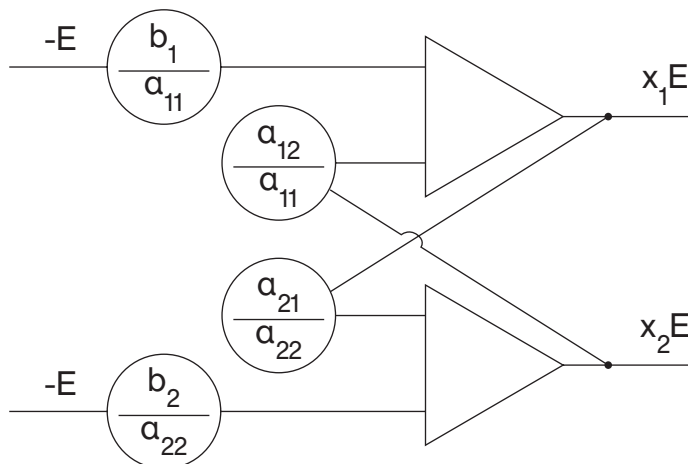
2.6.1 Αναλογικό διάγραμμα διαφοράς



2.6.2 Επίλυση γραμμικού συστήματος

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 = b_1 \qquad -x_1 = -\frac{b_1}{a_{11}} \cdot 1 + \frac{a_{12}}{a_{11}} \cdot x_2$$

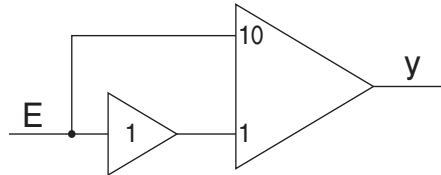
$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 = b_2 \qquad -x_2 = -\frac{b_2}{a_{22}} \cdot 1 + \frac{a_{21}}{a_{22}} \cdot x_1$$



2.6 Απλά αναλογικά διαγράμματα

2.6.1 Αναλογικό διάγραμμα διαφοράς

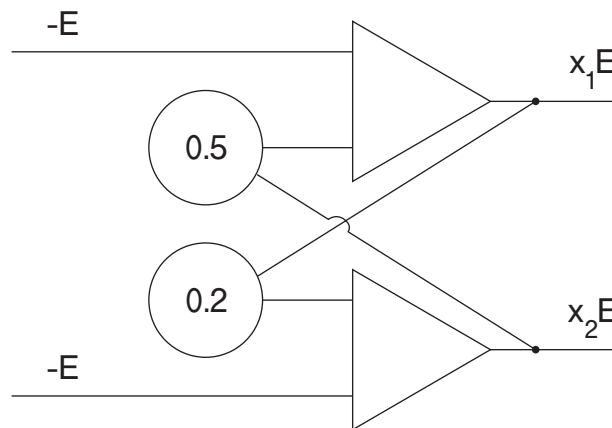
Συνδέστε το διάγραμμα διαφοράς.



Επιλέξτε από το τροφοδοτικό, μέσω ενός ποτενσιομέτρου, μια οποιαδήποτε θετική τάση εισόδου E . Μετρείστε την τάση εξόδου y . Συγκρίνετε το αποτέλεσμα με τη θεωρητική τιμή και σημειώστε τις παρατηρήσεις σας.

2.6.2 Επίλυση γραμμικού συστήματος

Συνδέστε το αναλογικό διάγραμμα ενός γραμμικού συστήματος.



Επιλέξτε από το τροφοδοτικό, μέσω ενός ποτενσιομέτρου, μια οποιαδήποτε αρνητική τάση εισόδου $-E$. Μετρείστε τις εξόδους x_1 , x_2 και συγκρίνετε τις μετρήσεις με τις θεωρητικές τιμές, που προκύπτουν από την επίλυση του γραμμικού συστήματος:

$$x_1 + 0.5x_2 = 1$$

$$0.2x_1 + x_2 = 1$$

Σημειώστε τις παρατηρήσεις σας.

Εργαστηριακή Άσκηση 3

Ολοκληρωτής

3.1 Κύκλωμα Ολοκλήρωσης

3.2 Κύκλωμα Διαφόρισης

3.3 Αναλογικό στοιχείο - Ολοκληρωτής

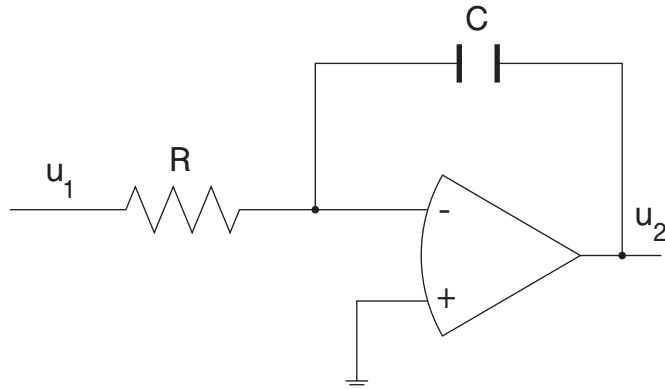
3.4 Διπλή Ολοκλήρωση

3.5 Τοποθέτηση αρχικών συνθηκών

Θεωρητικό Βοήθημα 3

ΟΛΟΚΛΗΡΩΤΗΣ

3.1 Κύκλωμα ολοκλήρωσης



Η σχέση μεταφοράς του κυκλώματος ολοκλήρωσης είναι:

$$u_2(t) = -\frac{1}{T} \int_0^t u_1(t) dt$$

όπου

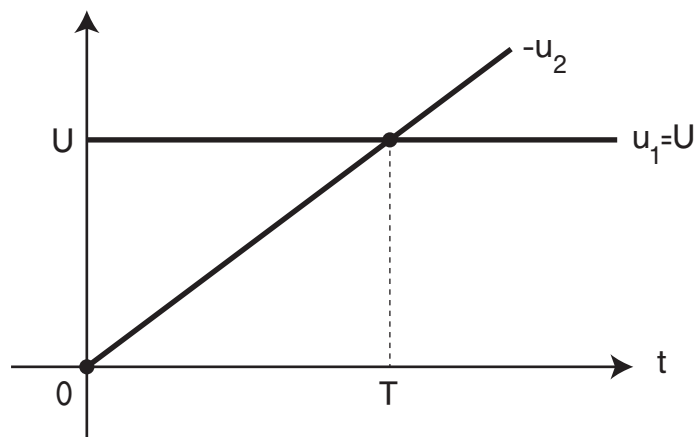
$$T = RC$$

T: η σταθερά χρόνου ολοκλήρωσης, που χαρακτηρίζει την ταχύτητα ολοκλήρωσης.

Εάν $u_1(t) = U$: σταθερή

$$u_2(t) = -U \frac{t}{T} .$$

Για $t = T$ είναι $u_2 = -U$.

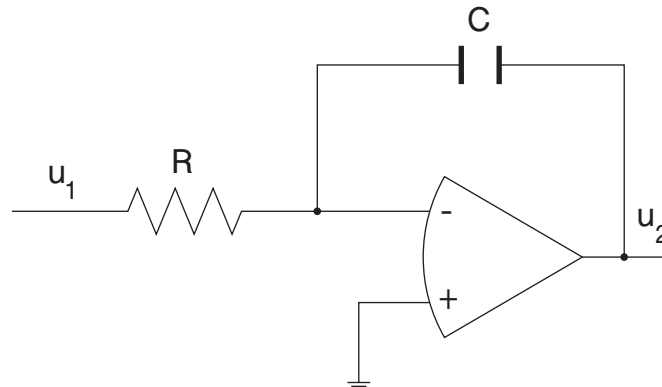


Εργαστηριακή Άσκηση 3

ΟΛΟΚΛΗΡΩΤΗΣ

3.1 Κύκλωμα ολοκλήρωσης

Συνδέστε το κύκλωμα ολοκλήρωσης.



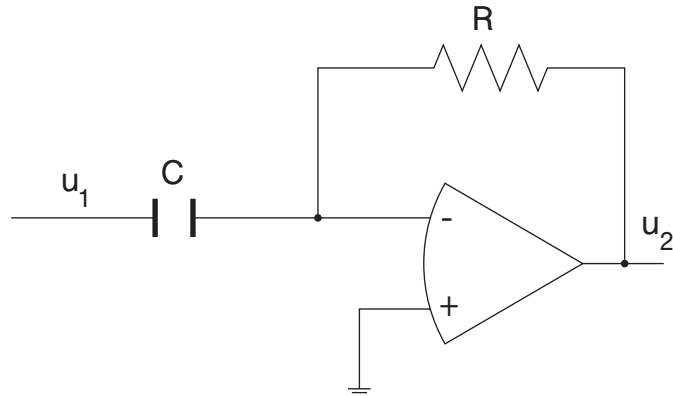
Επιλέξτε ως τάση εισόδου u (από την παλμογεννήτρια) τετραγωνικό παλμό συχνότητας 50Hz και εύρους $\pm 5V$, συμμετρικό ως προς το 0. Μετρείστε στον παλμογράφο την περίοδο T_0 του τετραγωνικού παλμού και συγκρίνετέ την με την θεωρητική τιμή.

Παρατηρείστε στον παλμογράφο την τάση εξόδου u_2 για:
 $C=1nF$ και $R=1M\Omega$, $100k\Omega$ και $10k\Omega$.

Καταγράψτε τις κυματομορφές εισόδου - εξόδου του κυκλώματος και υπολογίστε γραφικά τη σταθερά χρόνου ολοκλήρωσης T , για κάθε περίπτωση.

Συγκρίνετε με τις θεωρητικές τιμές και αναφέρετε τις παρατηρήσεις και τα συμπεράσματά σας.

3.2 Κύκλωμα διαφόρισης

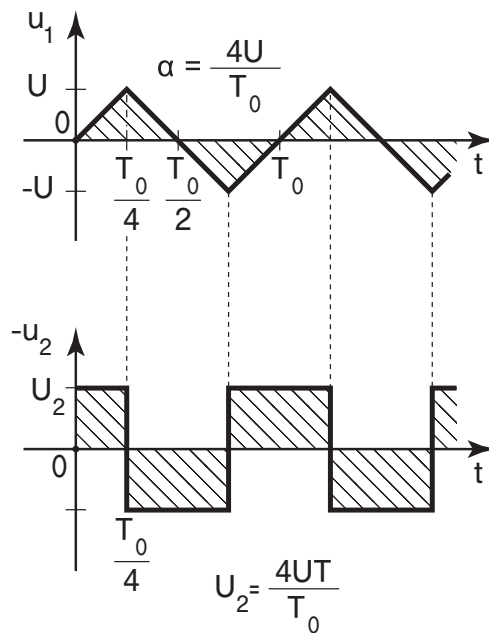


Η σχέση μεταφοράς του κυκλώματος διαφόρισης είναι:

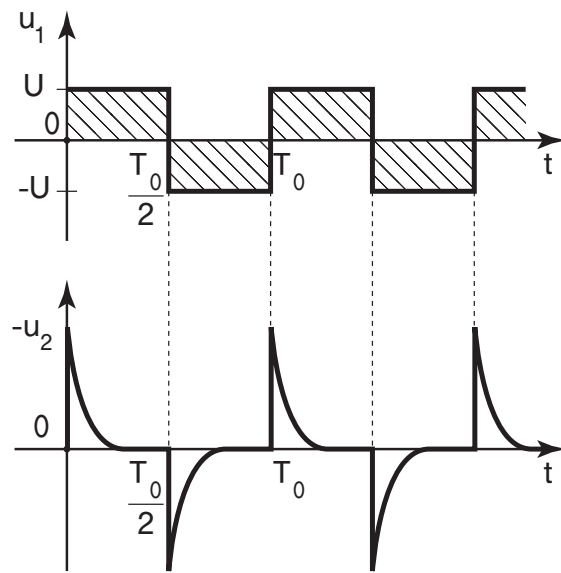
$$u_2(t) = -T \frac{du_1}{dt} \quad \text{όπου} \quad T = RC$$

T: η σταθερά χρόνου διαφόρισης.

Εάν $u_1 = at$ τότε $u_2 = -Ta$

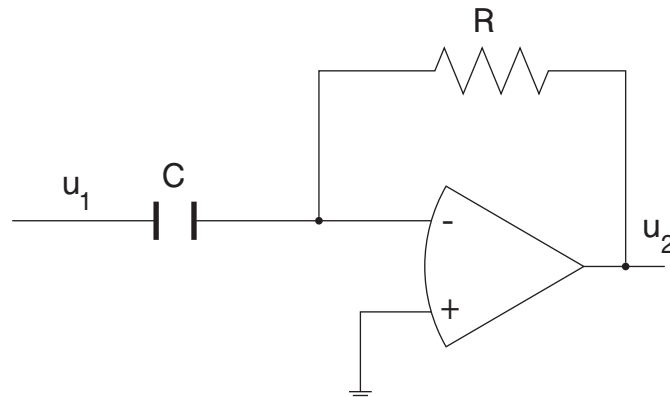


Εάν $u_1 = U$ τότε $u_2 = -T\delta(t)$



3.2 Κύκλωμα διαφόρισης

Συνδέστε το κύκλωμα διαφόρισης.



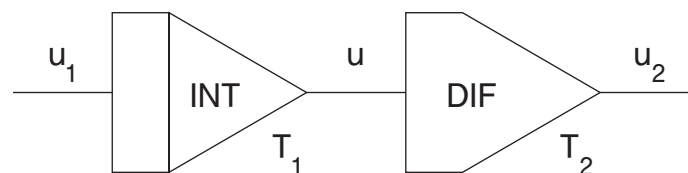
3.2.1 Επιλέξτε σαν τάση εισόδου u_1 έναν τετραγωνικό παλμό συχνότητας 50Hz, εύρους $\pm 5V$, συμμετρικό ως προς το μηδέν.

Επιλέξτε: $C=1nF$, $R=100k\Omega$.

Παρατηρείστε στον παλμογράφο, σχεδιάστε και σχολιάστε την κυματομορφή της τάσης εξόδου u_2 .

3.2.2 Επιλέξτε σαν τάση εισόδου u_1 έναν τριγωνικό παλμό επίσης συχνότητας 50Hz και εύρους $\pm 5V$, συμμετρικό ως προς το μηδέν. Παρατηρείστε στον παλμογράφο, σχεδιάστε και σχολιάστε την κυματομορφή της τάσης εξόδου u_2 .

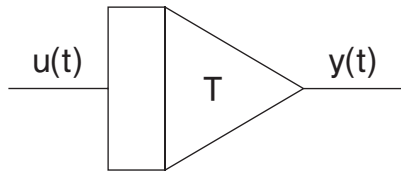
3.2.3 Συνδέστε εν σειρά έναν ολοκληρωτή με έναν διαφοριστή.



Επιλέξτε τάση εισόδου u_1 έναν τετραγωνικό παλμό. Επιλέξτε ίσες σταθερές χρόνου $T_1 = T_2$ πετυχαίνοντας η έξοδος του ολοκληρωτή να είναι τριγωνικός παλμός. Παρατηρείστε στον παλμογράφο, σχεδιάστε και σχολιάστε την κυματομορφή της τάσης εξόδου u_2 .

3.3 Αναλογικό στοιχείο - Ολοκληρωτής (int)

3.3.1 Απλός ολοκληρωτής



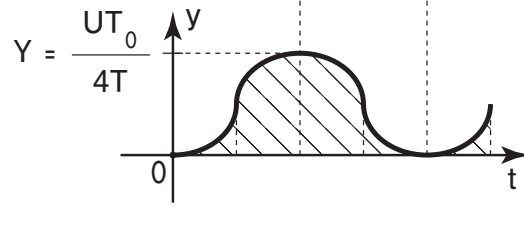
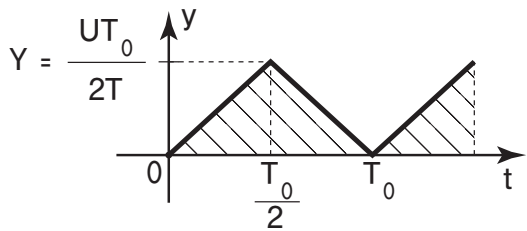
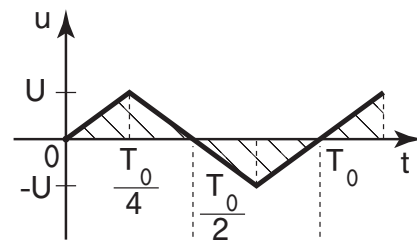
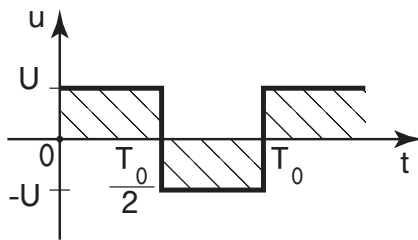
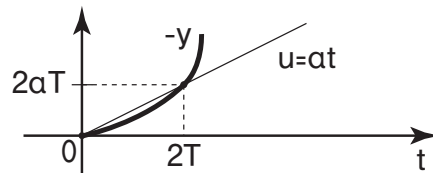
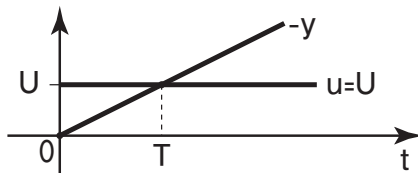
σχέση

$$y(t) = -\frac{1}{T} \int_0^t u(t) dt$$

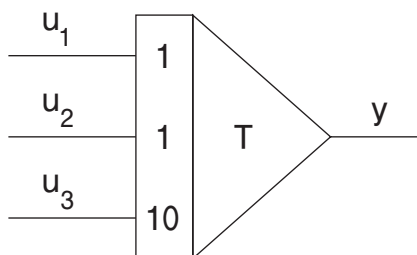
T: σταθερά χρόνου ολοκλήρωσης.

Εάν $u(t) = U$, $y(t) = -\frac{Ut}{T}$

Εάν $u(t) = at$, $y(t) = -\frac{at^2}{2T}$



3.3.2 Ολοκληρωτής - αθροιστής



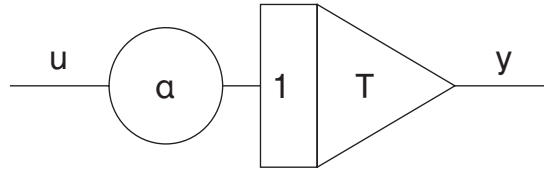
σχέση

$$y(t) = -\frac{1}{T} \int_0^t (u_1 + u_2 + 10u_3) dt$$

3.3 Αναλογικό στοιχείο - Ολοκληρωτής (int)

Εξετάστε τη λειτουργία ενός απλού ολοκληρωτή.

Συνδέστε εν σειρά ένα ποτενσιόμετρο συντελεστή α με έναν ολοκληρωτή σταθεράς χρόνου T .

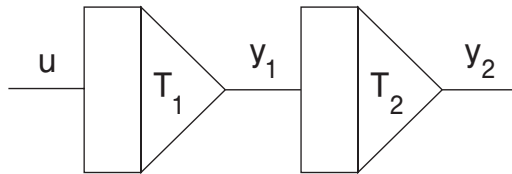


Παρατηρείστε και σχεδιάστε την έξοδο του ολοκληρωτή y στις εξής περιπτώσεις:

- α) Χρησιμοποιείτε σαν είσοδο u τετραγωνικό παλμό συχνότητας 50Hz και εύρους $\pm U$, συμμετρικό ως προς το 0. Επιλέξτε το εύρος U της εισόδου και τη σταθερά χρόνου ολοκλήρωσης T , ώστε η έξοδος του ολοκληρωτή να μην φθάνει στον κόρο. Για $\alpha = 1, 0.5, 0.2$ μετρείστε το εύρος Y της ολοκλήρωσης και συγκρίνετε με τις θεωρητικές τιμές. Μεταβάλλετε στη συνέχεια το εύρος U και τη σταθερά χρόνου T , έτσι ώστε η ολοκλήρωση να φθάνει στον κόρο. Καταγράψτε τις κυματομορφές.
- β) Επαναλάβετε τις προηγούμενες μετρήσεις, εφαρμόζοντας σαν είσοδο u τριγωνικό παλμό συχνότητας 50Hz. Επαληθεύστε θεωρητικά τις μετρούμενες τιμές.
- γ) Εξετάστε θεωρητικά και σχεδιάστε τις κυματομορφές εξόδου, στην περίπτωση τετραγωνικού παλμού στην είσοδο, όταν η ολοκλήρωση δεν αρχίζει από την αρχή της περιόδου $t=0$, αλλά από τη χρονική στιγμή $t=T_0/4$ ή $t=T_0/2$.

3.4 Διπλή ολοκλήρωση

Σύμβολο:



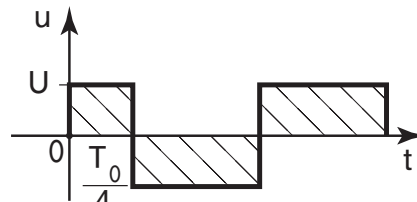
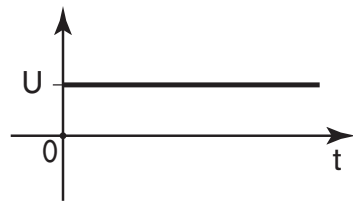
Σχέση:

$$y_1(t) = -\frac{1}{T_1} \int_0^t u \, dt \quad , \quad y_2(t) = -\frac{1}{T_2} \int_0^t y_1 \, dt$$

Χρονικές αποκρίσεις:

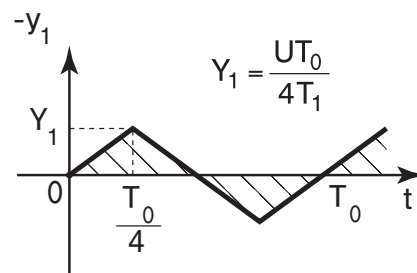
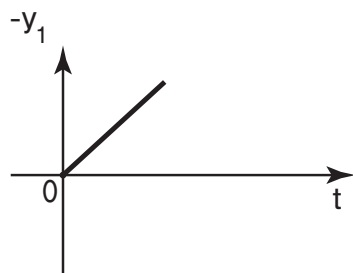
Εάν:

$u = U$

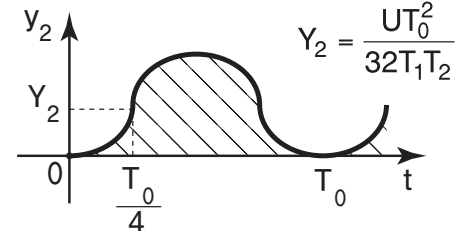
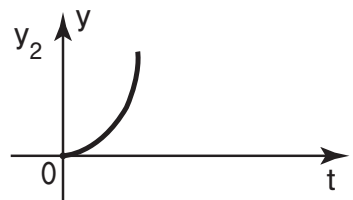


τότε:

$$-y_1 = \frac{Ut}{T_1}$$

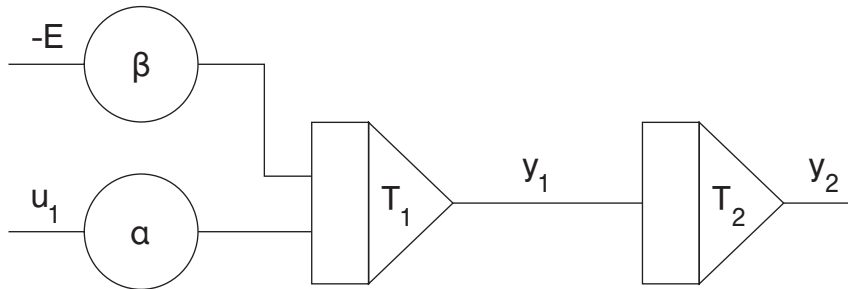


$$y_2 = \frac{Ut^2}{2T_1T_2}$$



3.4 Διπλή ολοκλήρωση

Συνδέστε εν σειρά δύο ολοκληρωτές και επιλέξτε τις σταθερές χρόνου ολοκλήρωσης T_1 , T_2 .



Χρησιμοποιείτε σαν τάση εισόδου u_1 τετραγωνικό παλμό συχνότητας 50Hz και εύρους $\pm 5V$, συμμετρικό ως προς το μηδέν.

Επιλέξτε την τιμή του ποτενσιομέτρου α , έτσι ώστε η έξοδος του πρώτου ολοκληρωτή y_1 να μην φθάνει στον κόρο.

Μεταθέστε, με το ποτενσιόμετρο β , τον τετραγωνικό παλμό εισόδου u_1 , έτσι ώστε η ολική τάση εισόδου:

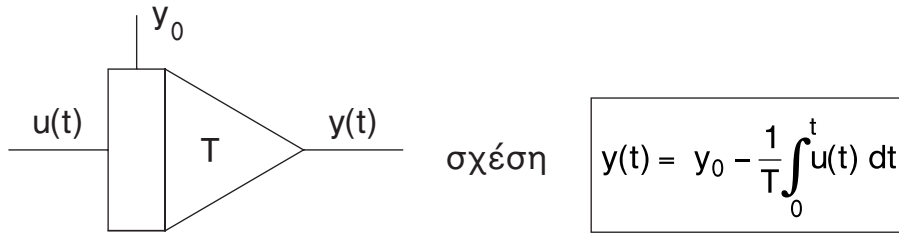
$u = \alpha u_1 - \beta E$ ολοκληρωμένη, να παράγει στην έξοδο y_1 του πρώτου ολοκληρωτή συμμετρική ως προς το 0 κυματομορφή.

Παρατηρείστε στον παλμογράφο την έξοδο του δεύτερου ολοκληρωτή y_2 . Καταγράψτε τις κυματομορφές της εξόδου y_2 και επαληθεύστε θεωρητικά τις μετρούμενες τιμές.

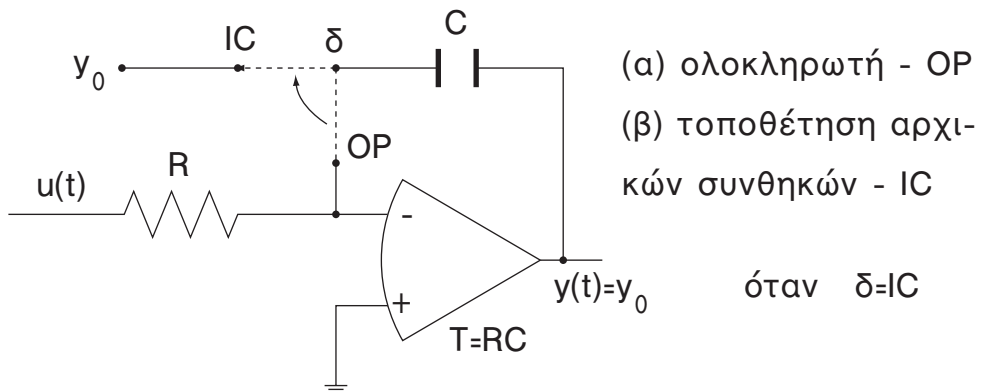
Εξηγείστε θεωρητικά γιατί είναι αναγκαία η προσθήκη του ποτενσιομέτρου β και η διόρθωση της τάσης εισόδου u_1 .

3.5 Τοποθέτηση αρχικών συνθηκών (IC)

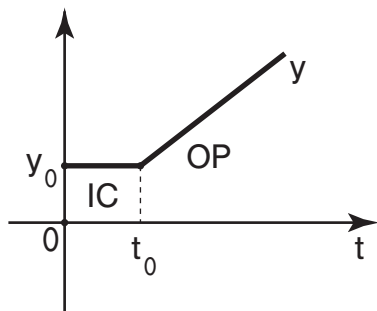
3.5.1 Σύμβολο ενός ολοκληρωτή με τοποθέτηση αρχικών συνθηκών:



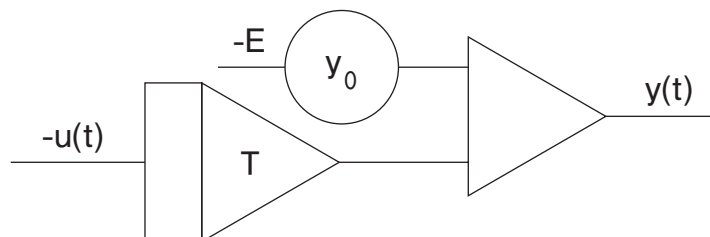
Κύκλωμα ολοκληρωτή με λογικό διακόπτη δ για την επιλογή των καταστάσεων λειτουργίας:



Χρονική απόκριση:

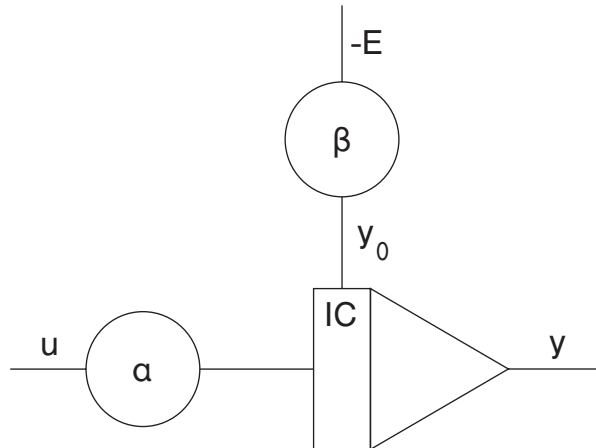


3.5.2 Ισοδύναμο κύκλωμα ολοκλήρωσης με αρχικές συνθήκες:



3.5 Τοποθέτηση αρχικών συνθηκών (IC)

3.5.1



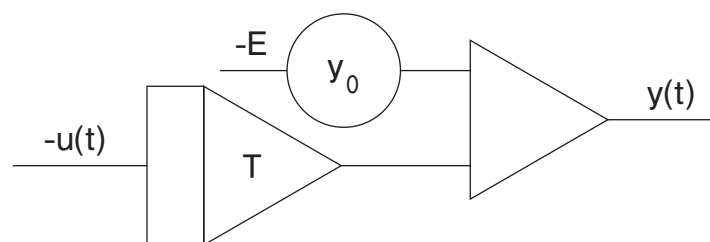
Εφόσον ο αναλογικός υπολογιστής σας έχει τη δυνατότητα τοποθέτησης αρχικών συνθηκών (IC), είτε με εξωτερικό διακόπτη είτε με επαναληπτική λειτουργία (rep. mode), είτε με χρήση προγράμματος εξομοίωσης σε ψηφιακό υπολογιστή, εξετάστε εργαστηριακά τη λειτουργία τοποθέτησης αρχικών συνθηκών.

Ποιά είναι θεωρητικά η επίδραση της αρχικής συνθήκης στην χρονική απόκριση ενός ολοκληρωτή;

3.5.2 Συνδέστε το ισοδύναμο κύκλωμα:

Επιλέξτε σαν είσοδο $u(t)$ τετραγωνικό παλμό, και αρχική συνθήκη $y_0 = 0,1 \quad 0,5 \quad 1,0$.

Εξετάστε και σχολιάστε την έξοδο $y(t)$.



**Δεύτερη Ενότητα
Εργαστηριακών Ασκήσεων**

**Αναλογική Εξομοίωση
Συστημάτων**

- 4. Σύστημα Πρώτης Τάξης**
- 5. Σύστημα Δεύτερης Τάξης**

Εργαστηριακή Άσκηση 4

Σύστημα Πρώτης Τάξης

4.1 Αναλογικό διάγραμμα πρώτης τάξης

4.2 Ασταθές αναλογικό διάγραμμα πρώτης τάξης

4.3 Φυσικό αναλογικό διάγραμμα πρώτης τάξης

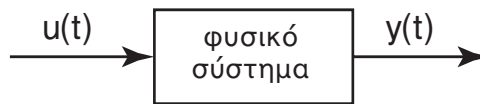
4.4 Κύκλωμα RC

Θεωρητικό Βοήθημα 4

ΣΥΣΤΗΜΑ ΠΡΩΤΗΣ ΤΑΞΗΣ

4.1 Αναλογικό διάγραμμα πρώτης τάξης

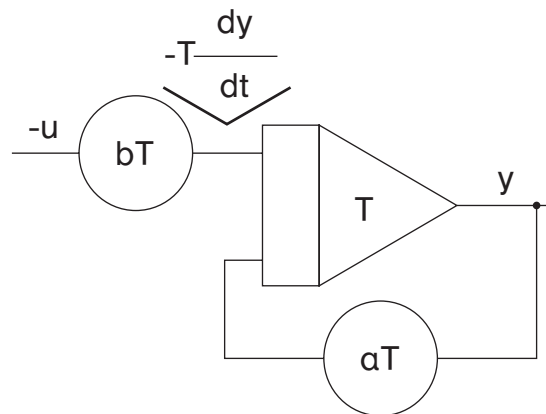
Ένα φυσικό σύστημα πρώτης τάξης:



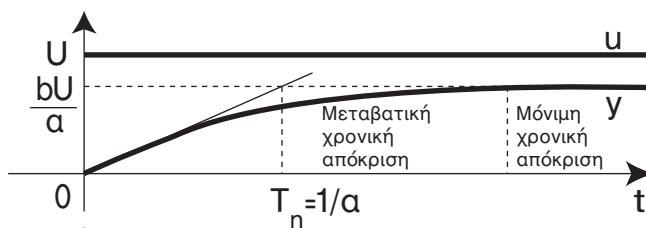
έχει διαφορική εξίσωση:

$$\frac{dy}{dt} + ay(t) = bu(t)$$

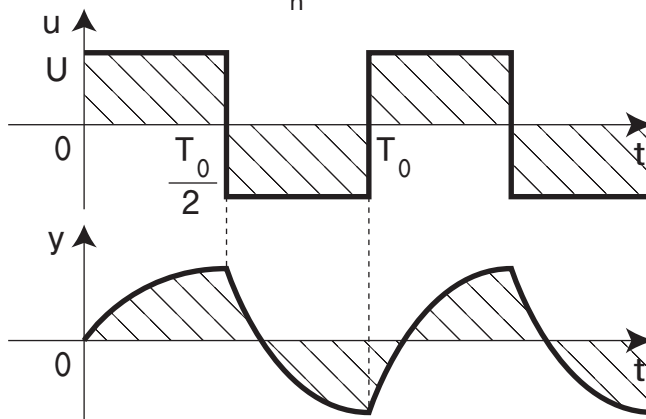
και αναλογικό διάγραμμα:



Για $u(t) = U$: σταθερή η χρονική απόκριση για $y_0 = 0$ είναι:



$$y(t) = \frac{bU}{a} (1 - e^{-at})$$



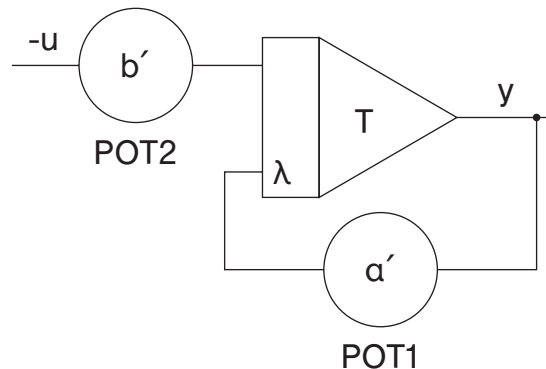
Η φυσική σταθερά χρόνου του συστήματος $T_n = 1/a$ βρίσκεται γραφικά με τη μέθοδο της εφαπτομένης.

Εργαστηριακή Άσκηση 4

ΣΥΣΤΗΜΑ ΠΡΩΤΗΣ ΤΑΞΗΣ

4.1 Αναλογικό διάγραμμα πρώτης τάξης

Συνδέστε στον αναλογικό υπολογιστή το αναλογικό διάγραμμα ενός συστήματος πρώτης τάξης.



Χρησιμοποιείτε σαν είσοδο u τετραγωνικό παλμό συχνότητας 50Hz και εύρους $\pm 5V$.

Για τις παρακάτω τιμές των ποτενσιομέτρων εξετάστε την έξοδο y στον παλμογράφο.

- α) $a' = 0.5$, $b' = 1$
- β) $a' = 1$, $b' = 1$
- γ) $a' = 1$, $b' = 0.5$

Μεταβάλλετε τη σταθερά χρόνου T και το συντελεστή εισόδου λ του ολοκληρωτή, ή και τη συχνότητα του παλμού εισόδου u , ώστε να εξασφαλίσετε πλήρη παράσταση της μεταβατικής χρονικής απόκρισης του συστήματος μέσα σε μία ημιπερίοδο του τετραγωνικού παλμού εισόδου. Μετρείστε το εύρος της χρονικής απόκρισης y και τη φυσική σταθερά χρόνου T_n του συστήματος με τη μέθοδο της εφαπτομένης.

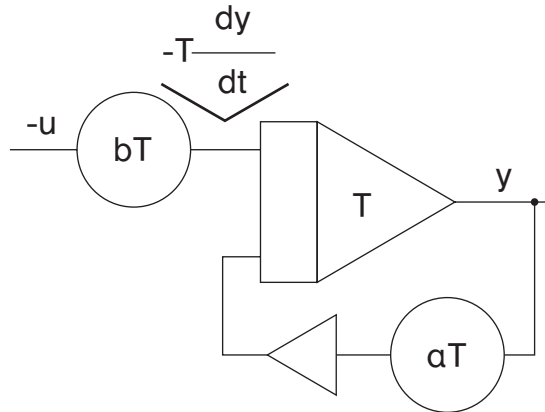
Χρησιμοποιώντας τις σχέσεις $b' = bT$, $\lambda a' = aT$ επαληθεύστε θεωρητικά τις μετρήσεις σας και διατυπώστε τα συμπεράσματά σας.

4.2 Ασταθές αναλογικό διάγραμμα πρώτης τάξης

Ένα ασταθές φυσικό σύστημα πρώτης τάξης έχει διαφορική εξίσωση:

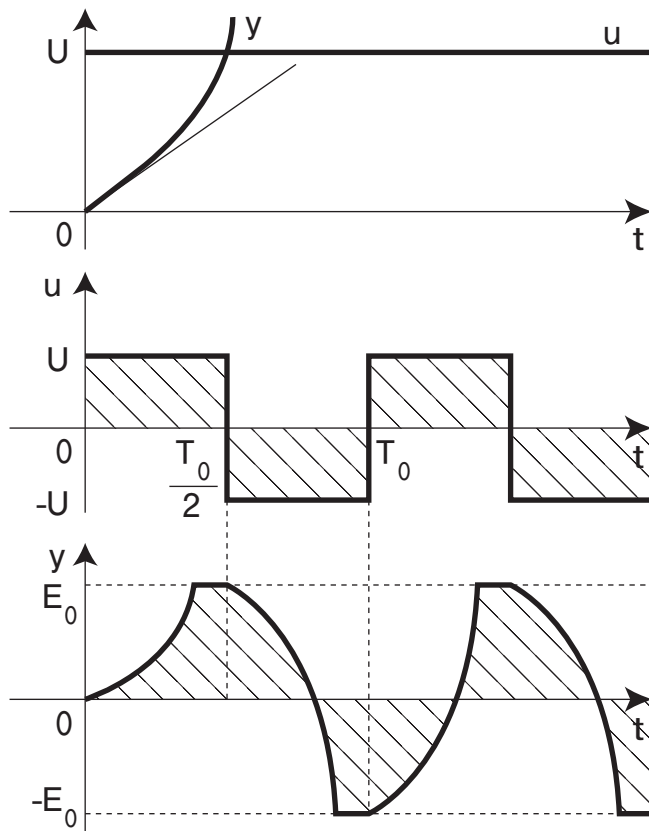
$$\frac{dy}{dt} - ay(t) = bu(t)$$

και αναλογικό διάγραμμα:



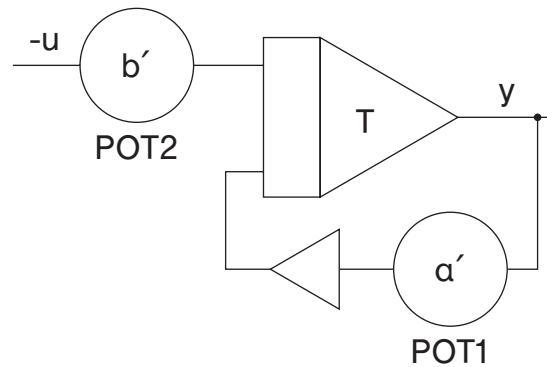
Για $u(t) = U$: σταθερή, η χρονική απόκριση είναι:

$$y(t) = \frac{bU}{a} (e^{at} - 1)$$



4.2 Ασταθές αναλογικό διάγραμμα πρώτης τάξης

Συνδέστε στον αναλογικό υπολογιστή το αναλογικό διάγραμμα ενός ασταθούς συστήματος πρώτης τάξης.



Χρησιμοποιείτε σαν είσοδο u του συστήματος τετραγωνικό παλμό κατάλληλου εύρους και συχνότητας, και επιλέξτε τους κατάλληλους συντελεστές a' , b' και T του αναλογικού διαγράμματος, ώστε να δείτε και να μετρήσετε στον παλμογράφο την ασταθή έξοδο y του συστήματος.

Σημειώστε τις παρατηρήσεις και τα συμπεράσματά σας.

4.3 Φυσικό αναλογικό διάγραμμα πρώτης τάξης

Η φυσική μορφή της διαφορικής εξίσωσης ενός συστήματος πρώτης τάξης είναι:

$$T_n \frac{dy}{dt} + y(t) = Au(t)$$

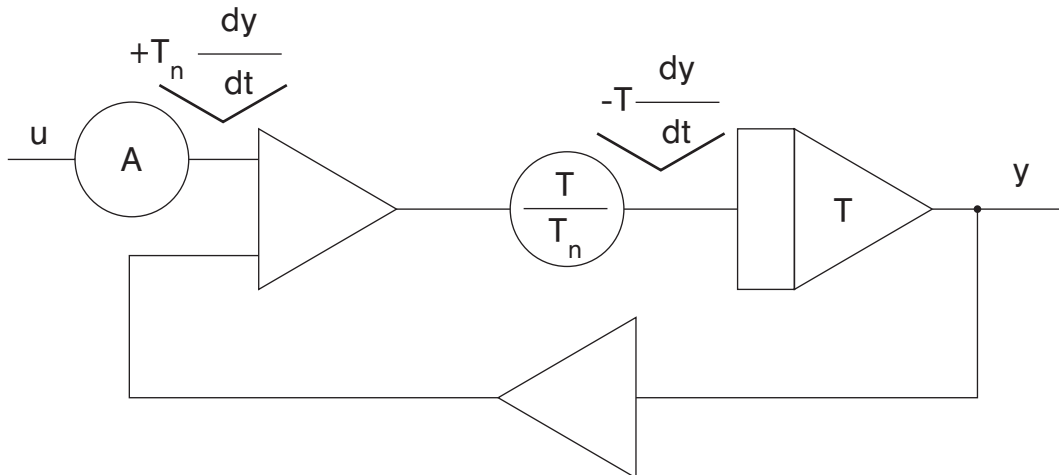
όπου:

$T_n = 1/a$: η φυσική σταθερά χρόνου του συστήματος

$\omega_n = 1/T_n = a$: η φυσική συχνότητα του συστήματος

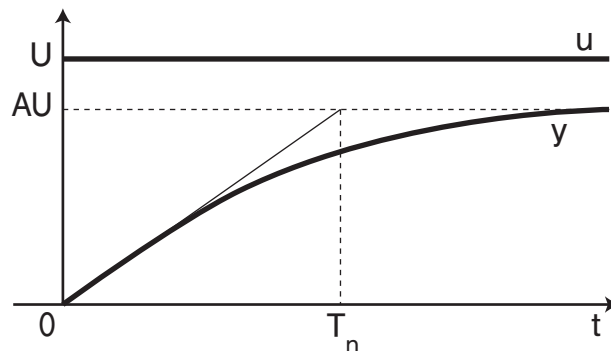
$A = b/a$: η ενίσχυση.

Η φυσική μορφή του αναλογικού διαγράμματος είναι:



Για $u(t) = U$: σταθερή, η χρονική απόκριση είναι:

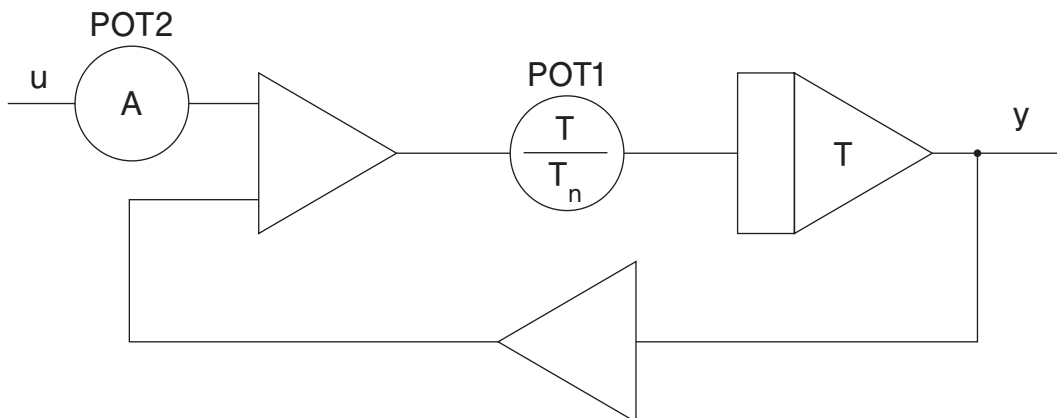
$$y(t) = AU \left(1 - e^{-\frac{t}{T_n}} \right)$$



Η φυσική σταθερά χρόνου T_n καθορίζει τη μεταβατική και η ενίσχυση A τη μόνιμη χρονική απόκριση.

4.3 Φυσικό αναλογικό διάγραμμα πρώτης τάξης

Συνδέστε το φυσικό αναλογικό διάγραμμα πρώτης τάξης. Εφαρμόστε σαν είσοδο u τετραγωνικό παλμό συχνότητας 50Hz και εύρους $\pm 5V$.

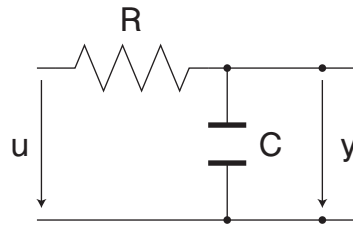


4.3.1 Επιλέξτε σταθερά χρόνου ολοκλήρωσης $T=1\text{msec}$ και ενίσχυση $A=1$ (POT2). Για τρεις (3) διαφορετικές τιμές του $\text{POT1}=T/T_n$ παρατηρείστε, μετρείστε και καταγράψτε τη χρονική απόκριση $y(t)$. Υπολογίστε τη σταθερά χρόνου T_n του συστήματος για κάθε μία από τις τρεις περιπτώσεις. Επιβεβαιώστε τις τιμές αυτές με τη μέθοδο της εφαπτομένης. Μετρείστε το εύρος της χρονικής απόκρισης $y(t)$ και συγκρίνετε τις μετρήσεις με τις θεωρητικές τιμές.

4.3.2 Επιλέξτε σταθερά χρόνου ολοκλήρωσης $T=1\text{msec}$ και $\text{POT1}=T/T_n=0.5$. Για τρεις (3) διαφορετικές τιμές της ενίσχυσης A , μέσω του POT2, παρατηρείστε, μετρείστε και καταγράψτε τη χρονική απόκριση $y(t)$. Συγκρίνετε με τις θεωρητικές τιμές.

4.3.3 Στην περίπτωση $\text{POT1}=0.5$ και $\text{POT2}=1$, για τρεις (3) διαφορετικές τιμές της σταθεράς χρόνου ολοκλήρωσης T (0.1, 1 και 10msec), εξετάστε και καταγράψτε την εξόδο $y(t)$. Διατυπώστε τα συμπεράσματά σας.

4.4 Κύκλωμα RC



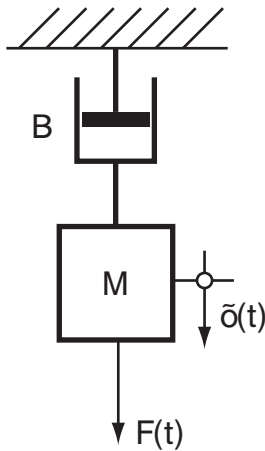
Ένα ηλεκτρικό κύκλωμα RC είναι ένα φυσικό σύστημα πρώτης τάξης με διαφορική εξίσωση:

$$RC \frac{dy}{dt} + y(t) = u(t)$$

Φυσική σταθερά χρόνου : $T_n = RC$

Ενίσχυση : $A = 1$

4.4.1 Αντίστοιχο αυτού είναι το μηχανικό σύστημα μάζας - τριβής:



Είσοδος : η δύναμη $F(t)$

έξοδος : η ταχύτητα $u(t)$.

Με διαφορική εξίσωση:

$$M \frac{du}{dt} + u(t) = F(t) .$$

Φυσική σταθερά χρόνου:

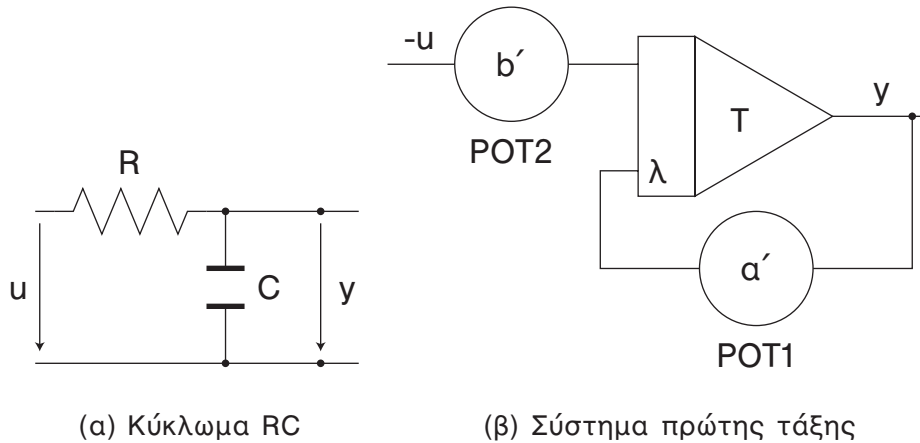
$$T_n = \frac{M}{B}$$

και ενίσχυση:

$$A = \frac{1}{M} .$$

4.4 Κύκλωμα RC

4.4.1 Συγκρίνετε θεωρητικά ένα πραγματικό ηλεκτρικό κύκλωμα RC με ένα απλό αναλογικό διάγραμμα πρώτης τάξης.



Εάν το κύκλωμα RC έχει $C=1\text{nF}$, ποιά πρέπει να είναι κάθε φορά η τιμή της αντίστασης R ώστε το κύκλωμα RC να είναι ανάλογο του απλού αναλογικού διαγράμματος με χαρακτηριστικές τιμές:

- α) $\alpha' = 0.5$, $b' = 0.5$, $\lambda = 1$
 β) $\alpha' = 1$, $b' = 1$, $\lambda = 1$
 γ) $\alpha' = 0.1$, $b' = 1$, $\lambda = 10$

4.4.2 Προσπαθήστε να επιβεβαιώσετε εργαστηριακά τα παραπάνω θεωρητικά συμπεράσματα.

Συνδέστε ένα πραγματικό ηλεκτρικό κύκλωμα RC και το ανάλογο αναλογικό διάγραμμα και συγκρίνετε τις χρονικές αποκρίσεις. Διατυπώστε τα συμπεράσματά σας.

Εργαστηριακή Άσκηση 5

Σύστημα Δεύτερης Τάξης

5.1 Αναλογικό διάγραμμα δεύτερης τάξης

5.2 Φυσικό αναλογικό διάγραμμα δεύτερης τάξης

5.3 Χρονική απόκριση δεύτερης τάξης

**5.4 Χαρακτηριστικά χρονικής απόκρισης
δεύτερης τάξης**

5.5 Κύκλωμα RLC

Θεωρητικό Βοήθημα 5

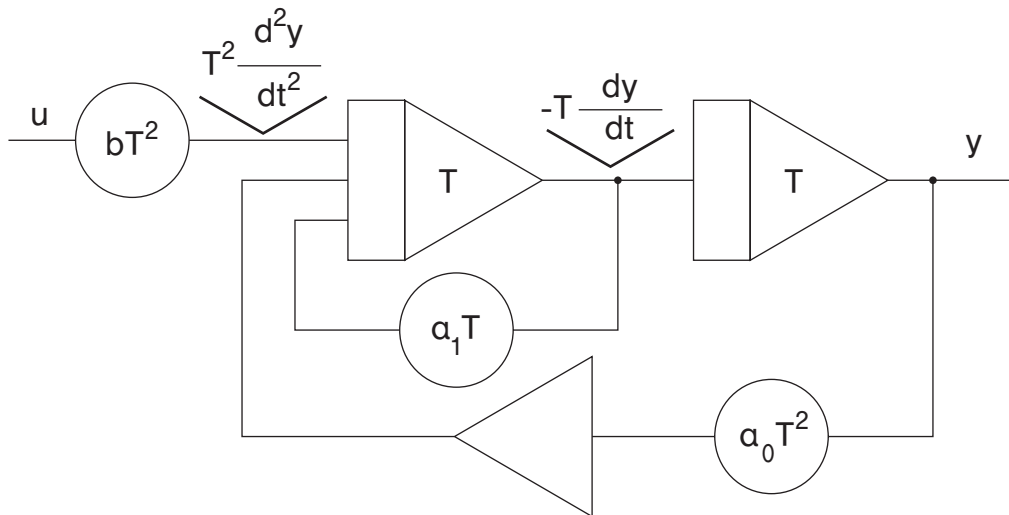
ΣΥΣΤΗΜΑ ΔΕΥΤΕΡΗΣ ΤΑΞΗΣ

5.1 Αναλογικό διάγραμμα δεύτερης τάξης

Ένα φυσικό σύστημα δεύτερης τάξης έχει διαφορική εξίσωση:

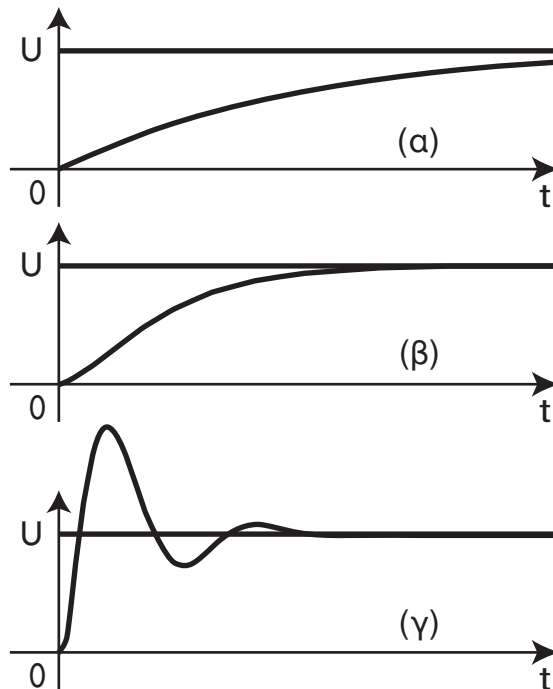
$$\frac{d^2y}{dt^2} + a_1 \frac{dy}{dt} + a_0 y(t) = bu(t)$$

και αναλογικό διάγραμμα:



Για $u(t) = U$: σταθερή, το σύστημα έχει τρεις δυνατές χρονικές αποκρίσεις:

- α) Εκθετική συμπεριφορά: για $a_1^2 > 4a_0$
- β) Οριακή απόκριση: για $a_1^2 = 4a_0$
- γ) Φθίνουσα ταλάντωση: για $a_1^2 < 4a_0$.

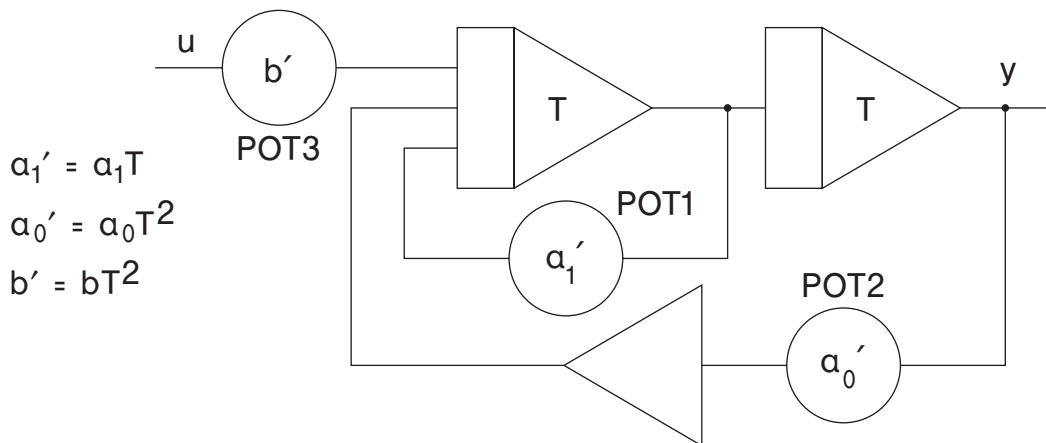


Εργαστηριακή Άσκηση 5

ΣΥΣΤΗΜΑ ΔΕΥΤΕΡΗΣ ΤΑΞΗΣ

5.1 Αναλογικό διάγραμμα δεύτερης τάξης

Συνδέστε το αναλογικό διάγραμμα ενός συστήματος δεύτερης τάξης.



Χρησιμοποιείτε σαν είσοδο u τετραγωνικό παλμό συχνότητας 50Hz και εύρους $\pm 5V$.

- 5.1.1** Μεταβάλλετε τις τιμές των συντελεστών a_1' , a_0' και b' μέσω των ποτενσιομέτρων POT1, POT2, POT3. Παρατηρείστε και σχολιάστε την επίδραση που έχει κάθε ένας από τους συντελεστές αυτούς στη χρονική απόκριση $y(t)$. Πραγματοποιείτε τουλάχιστον δύο (2) μετρήσεις ανά περίπτωση.
- 5.1.2** Για δεδομένα: POT3= $b'=1$, POT2= $a_0'=1$ βρείτε πειραματικά την τιμή του ποτενσιομέτρου POT1= a_1' έτσι ώστε να έχουμε οριστική απόκριση του συστήματος. Συγκρίνατε με την θεωρητική τιμή.
- 5.1.3** Επιλέξτε τις τιμές των ποτενσιομέτρων, έτσι ώστε να πάρετε στον παλμογράφο δύο (2) χρονικές αποκρίσεις με εκθετική συμπεριφορά και δύο (2) με μορφή φθίνουσας ταλάντωσης. Επιβεβαιώστε τις αντίστοιχες θεωρητικές σχέσεις μεταξύ a_1 και a_0 .

5.2 Φυσικό αναλογικό διάγραμμα δεύτερης τάξης

Η φυσική μορφή της διαφορικής εξίσωσης ενός συστήματος δεύτερης τάξης είναι:

$$\frac{1}{\omega_n^2} \frac{d^2 y}{dt^2} + 2 \frac{\zeta}{\omega_n} \frac{dy}{dt} + y(t) = Au(t)$$

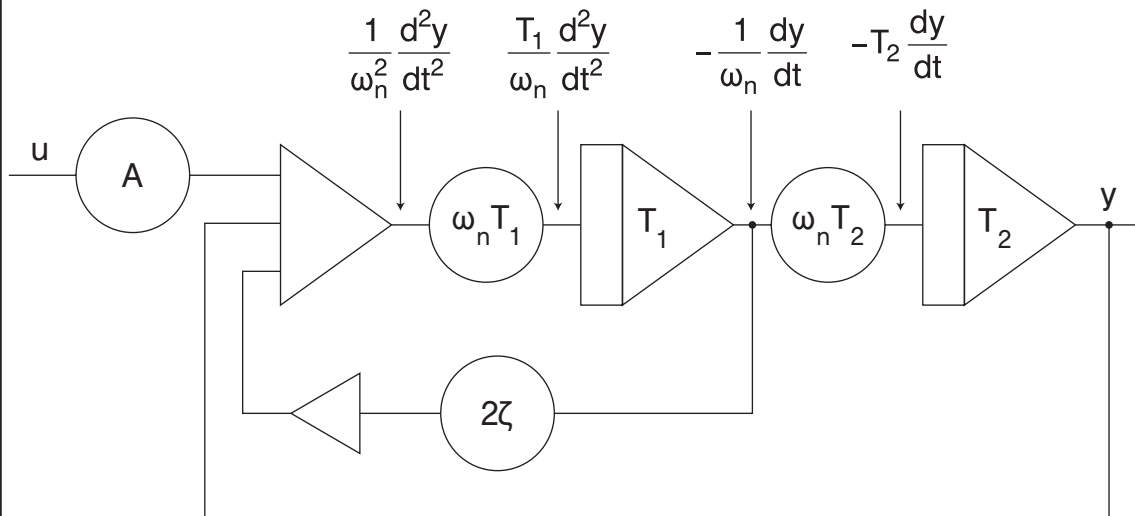
όπου:

$\omega_n = \sqrt{a_0}$: η φυσική συχνότητα του συστήματος

$\zeta = \frac{a_1}{2\sqrt{a_0}}$: ο συντελεστής απόσβεσης του συστήματος

$A = \frac{b}{a_0}$: η ενίσχυση του συστήματος.

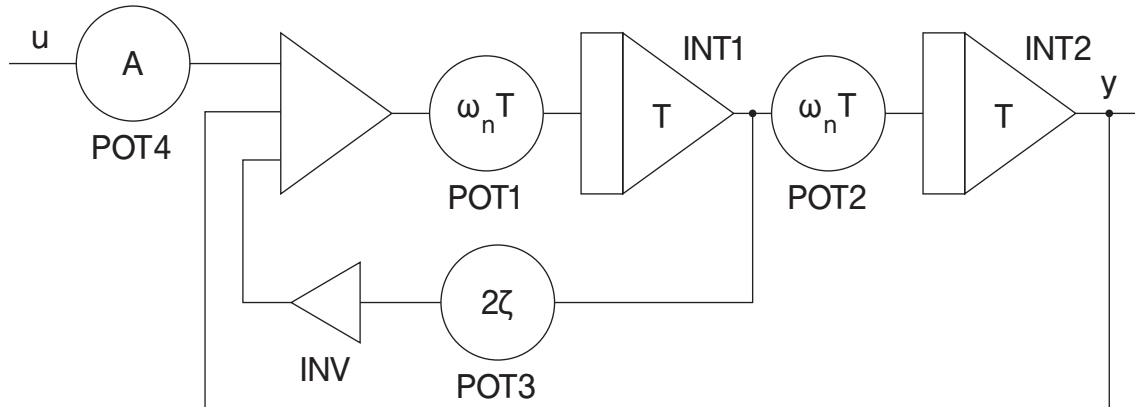
Η φυσική μορφή του αναλογικού διαγράμματος είναι:



Η φυσική συχνότητα ω_n καθορίζει τη συχνότητα των ταλαντώσεων, ο συντελεστής απόσβεσης ζ την υπερύψωση, ενώ η ενίσχυση A τη μόνιμη χρονική απόκριση του συστήματος.

5.2 Φυσικό αναλογικό διάγραμμα δεύτερης τάξης

Συνδέστε το φυσικό αναλογικό διάγραμμα δεύτερης τάξης.



Εφαρμόστε στην είσοδο τετραγωνικό παλμό συχνότητας 50Hz και εύρους $\pm 5V$.

5.2.1 Μεταβάλλετε τις τιμές των συντελεστών ω_n , ζ και A μέσω των ποτενσιομέτρων POT1, POT2, POT3, POT4. Παρατηρείστε στον παλμογράφο και σχολιάστε την επίδραση των συντελεστών αυτών στη χρονική απόκριση $y(t)$. Δώστε τη φυσική ερμηνεία του συντελεστή απόσβεσης ζ , της φυσικής συχνότητας ω_n και της ενίσχυσης A του συστήματος.

5.2.2 Αφαιρέστε τον αναστροφέα INV και εξετάστε έτσι για αρνητικό συντελεστή απόσβεσης ζ τη χρονική απόκριση του ασταθούς συστήματος δεύτερης τάξης. Επιλέξτε τους κατάλληλους συντελεστές έτσι ώστε να παρατηρήσετε τόσο εκθετική όσο και ταλαντευόμενη ασταθή χρονική απόκριση.

Σημειώστε τις παρατηρήσεις σας.

5.3 Χρονική απόκριση συστήματος δεύτερης τάξης

Ένα σύστημα δεύτερης τάξης έχει τις παρακάτω βηματικές αποκρίσεις για είσοδο $u(t)=U$: σταθερή, και για διάφορες τιμές του συντελεστή απόσβεσης ζ :

α) $\zeta > 1$: Εκθετική Απόκριση

$$y(t) = AU \left[1 - A_1 e^{-\sigma_1 t} + A_2 e^{-\sigma_2 t} \right] , \quad -\sigma_{1,2} = \left(-\zeta \pm \sqrt{\zeta^2 - 1} \right) \omega_n$$

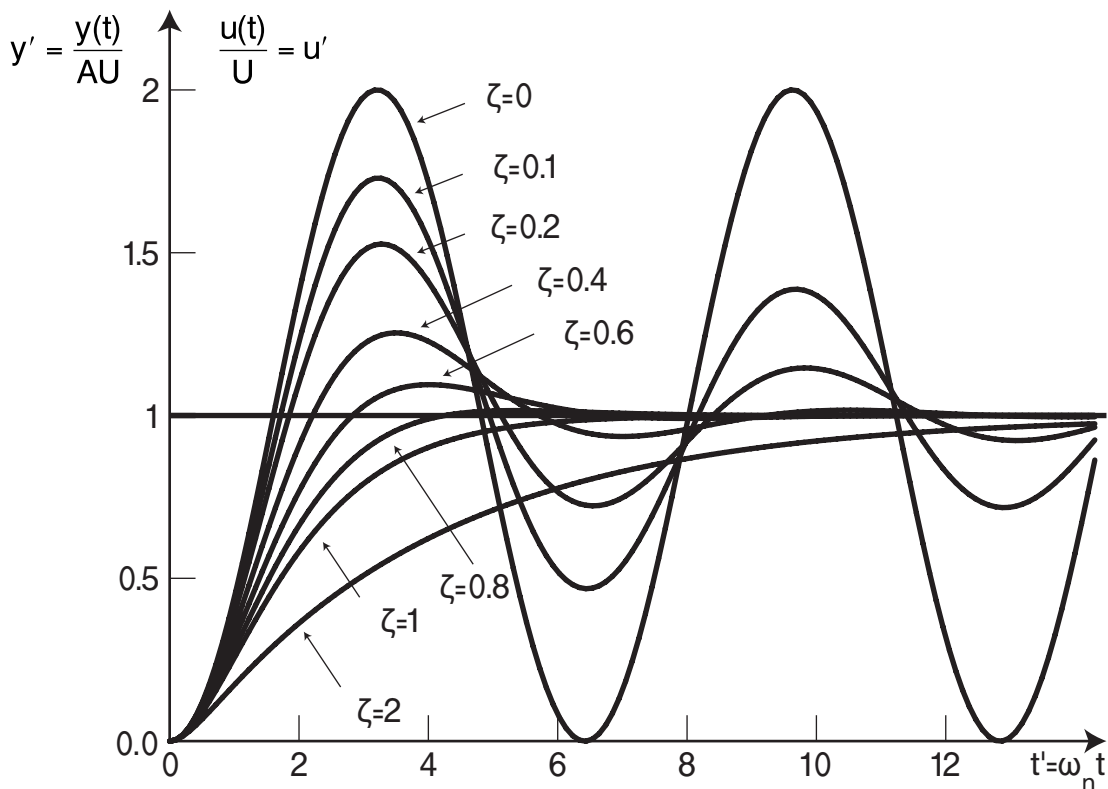
$$A_1 = \frac{\sigma_2}{\sigma_2 - \sigma_1} , \quad A_2 = \frac{\sigma_1}{\sigma_2 - \sigma_1}$$

β) $\zeta = 1$: Οριακή Απόκριση

$$y(t) = AU \left[1 - (1 + \sigma t) e^{-\sigma t} \right] , \quad \sigma = \omega_n$$

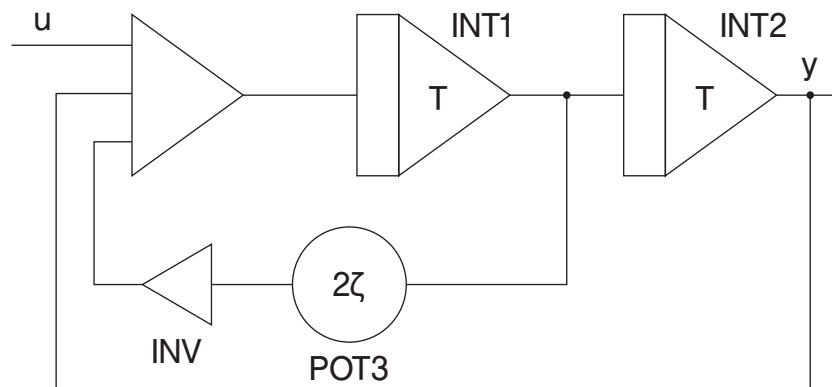
γ) $\zeta < 1$: Φθίνουσα Ταλάντωση

$$y(t) = AU \left[1 - e^{-\sigma t} \frac{\eta \mu(\omega t + \phi)}{\eta \mu \phi} \right] , \quad \sigma = \zeta \omega_n \quad \omega = \sqrt{1 - \zeta^2} \omega_n \quad \phi = \tan^{-1} \frac{\zeta}{\sqrt{1 - \zeta^2}}$$



5.3 Χρονική απόκριση συστήματος δεύτερης τάξης

Επιλέγοντας: $POT4=A=1$, $POT1=POT2=\omega_n T=1$ δηλαδή αντικαθιστώντας τα ποτενσιόμετρα αυτά με καλωδιακές συνδέσεις, συνδέστε το παρακάτω απλοποιημένο φυσικό αναλογικό διάγραμμα.

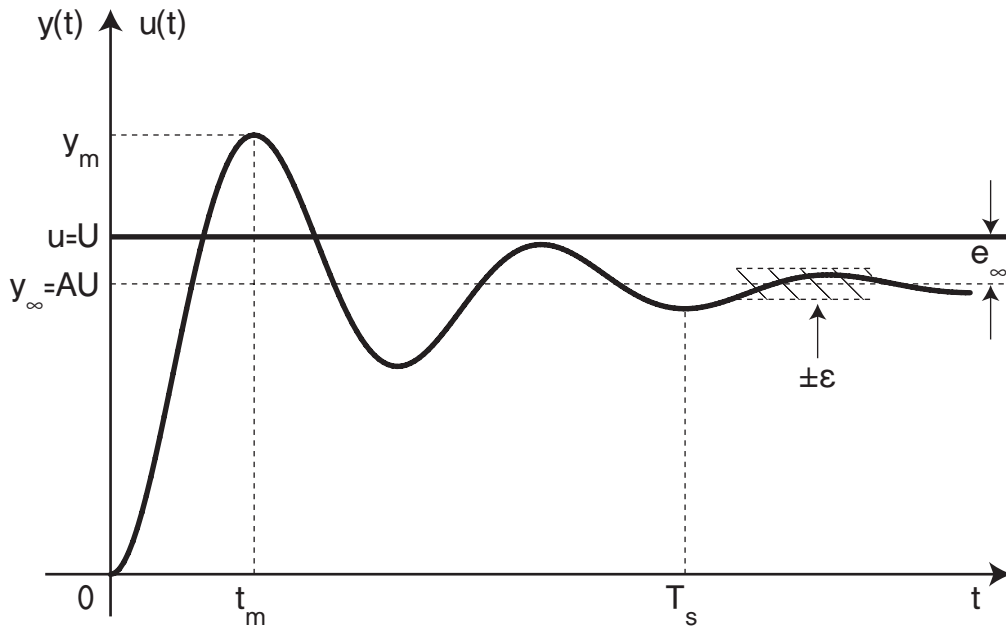


Επιλέξτε τις κατάλληλες τιμές για τους συντελεστές του ποτενσιομέτρου $POT3$ και του αναστροφέα INV και παρατηρήστε, σχεδιάστε και σχολιάστε τις χρονικές αποκρίσεις y του συστήματος για:

$\zeta = 0.0 - 0.1 - 0.2 - 0.4 - 0.6 - 0.8 - 1.0 - 2.0$

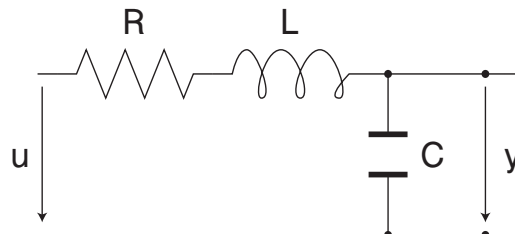
Μετρείστε σε κάθε περίπτωση τις μέγιστες τιμές y_m της χρονικής απόκρισης y .

5.4 Χαρακτηριστικά χρονικής απόκρισης συστήματος δεύτερης τάξης



- α) Υπερύψωση: $u = \frac{y_m - y_\infty}{y_\infty} = e^{\frac{-\zeta\pi}{\sqrt{1-\zeta^2}}}$
- β) Χρόνος Αποκατάστασης: $T_s \approx \frac{4}{\zeta\omega_n}$ για $\epsilon\% = 2\%$
- γ) Μόνιμο Σφάλμα: $e_\infty = U - y_\infty = (1 - A) U$

5.5 Κύκλωμα RLC



Διαφορική εξίσωση:

$$LC \frac{d^2y}{dt^2} + RC \frac{dy}{dt} + y(t) = u(t)$$

5.4 Χαρακτηριστικά χρονικής απόκρισης συστήματος δεύτερης τάξης

5.4.1 Με βάση τα στοιχεία και τις μετρήσεις της χρονικής απόκρισης συστήματος δεύτερης τάξης, που συλλέξατε στην προηγούμενη παράγραφο 5.3, υπολογίστε θεωρητικά τα χαρακτηριστικά του συστήματος:

- α) Υπερύψωση: u
- β) Χρόνο Αποκατάστασης: T_s
- γ) Μόνιμο Σφάλμα: e_∞
για τις δεδομένες τιμές A , ω_n και ζ .

5.4.2 Συγκρίνετε τα θεωρητικά αυτά χαρακτηριστικά με τα χαρακτηριστικά που προκύπτουν από τις σχετικές μετρήσεις: u_m , u_∞ , T_s , e_∞ .

5.5 Κύκλωμα RLC

Έστω ένα πραγματικό ηλεκτρικό κύκλωμα RLC με $C=1\mu\text{F}$ και $L=10\text{mH}$.

Υπολογίστε για το σύστημα αυτό τους συντελεστές A , ω_n και ζ , όταν $R=10\text{k}\Omega$.

Για ποιά τιμή της αντίστασης R έχει το σύστημα αυτό οριακή απόκριση;

**Τρίτη Ενότητα
Εργαστηριακών Ασκήσεων**

**Αναλογική Εξομοίωση
Συστημάτων Ελέγχου**

- 6. Αναλογικοί Ελεγκτές**
- 7. Έλεγχος Αναλογίας P**
- 8. Έλεγχος Lead-Lag και PID**

Εργαστηριακή Άσκηση 6

Αναλογικοί Ελεγκτές

6.1 Διαιρέτης Τάσης - Στοιχείο P

6.2 Στοιχείο Lead - Στοιχείο PD

6.3 Στοιχείο Lag - Στοιχείο PI

6.4 Στοιχείο Lead-Lag - Στοιχείο PID

6.5 Αναλογικό Διάγραμμα PID

Θεωρητικό Βοήθημα 6

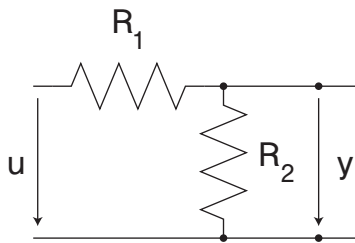
ΑΝΑΛΟΓΙΚΟΙ ΕΛΕΓΚΤΕΣ

6.1 Διαιρέτης Τάσης - Στοιχείο αναλογίας P

Διακρίνουμε τα στοιχεία ελέγχου σε παθητικά με αντιστάσεις και χωρητικότητες και ενεργητικά με τελεστικούς ενισχυτές.

• Διαιρέτης τάσης

Κύκλωμα:

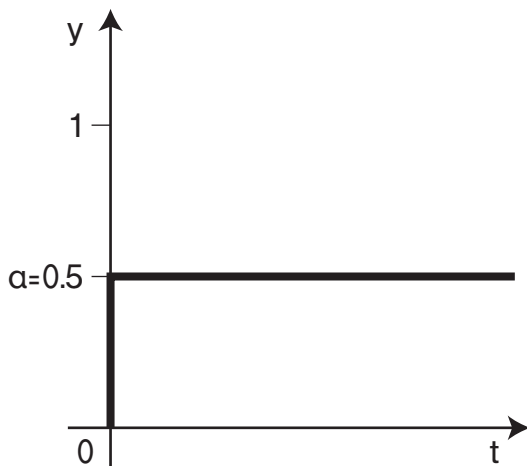


Συνάρτηση μεταφοράς:

$$C(s) = \frac{R_2}{R_1 + R_2} = \alpha < 1$$

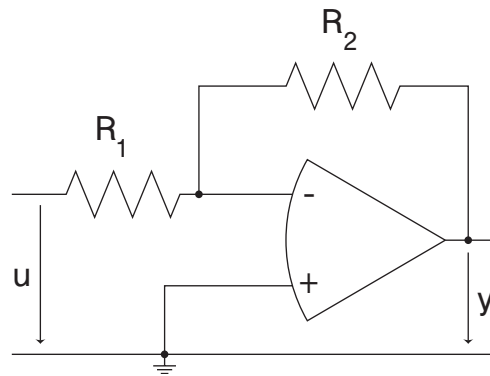
Χρονική απόκριση:

π.χ. για $u=1$, $R_1=R_2$, $\alpha=0.5$,
 $y=0.5$



• Στοιχείο P

Κύκλωμα:

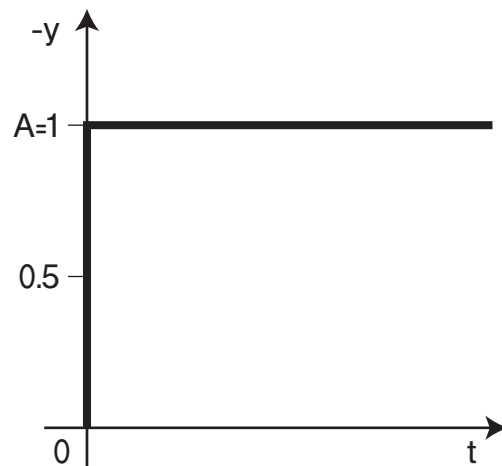


Συνάρτηση μεταφοράς:

$$C(s) = -\frac{R_2}{R_1} = -A$$

Χρονική απόκριση:

π.χ. για $u=1$, $R_1=R_2$, $A=1$, τότε,
 $-y=1$



Εργαστηριακή Άσκηση 6

ΑΝΑΛΟΓΙΚΟΙ ΕΛΕΓΚΤΕΣ

6.1 Διαιρέτης Τάσης - Στοιχείο αναλογίας P

6.1.1 Διαιρέτης Τάσης

Συνδέστε το κύκλωμα του διαιρέτη τάσης χρησιμοποιώντας:
 $R_1=1\text{M}\Omega$ και $R_2=1\text{M}\Omega$.

Εφαρμόστε σαν είσοδο u έναν τετραγωνικό παλμό συχνότητας 50Hz και εύρους $\pm 5\text{V}$.

Παρατηρείστε στον παλμογράφο, μετρείστε και καταγράψτε τη χρονική απόκριση.

6.1.2 Στοιχείο αναλογίας P

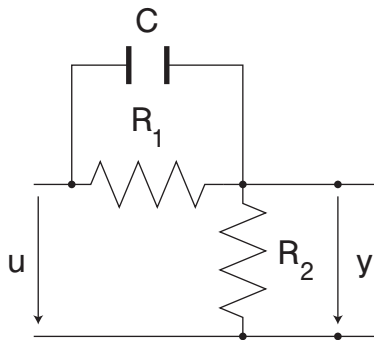
Συνδέστε το αναλογικό κύκλωμα αναλογίας, γνωστό ως κύκλωμα αναστροφής ή απλώς αναστροφέας.

Για τις ίδιες τιμές των αντιστάσεων R_1 , R_2 , π.χ. $R_1=1\text{M}\Omega$ και $R_2=1\text{M}\Omega$, και για είσοδο u τετραγωνικό παλμό επίσης συχνότητας 50Hz και εύρους $\pm 5\text{V}$, παρατηρείστε στον παλμογράφο, μετρείστε και καταγράψτε τη χρονική απόκριση.

Συγκρίνατε τη συμπεριφορά των δύο στοιχείων, ιδίως σε ότι αφορά το εύρος και την πολικότητα.

6.2 Στοιχείο προπορείας φάσης Lead - Στοιχείο αναλογίας διαφοράς PD

• Στοιχείο Lead



Συνάρτηση μεταφοράς:

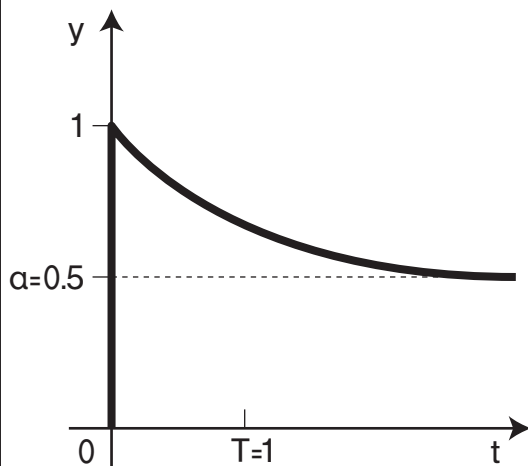
$$C(s) = \alpha \frac{1+Ts}{1+\alpha Ts}$$

$$T = R_1 C, \quad \alpha = \frac{R_2}{R_1 + R_2} < 1$$

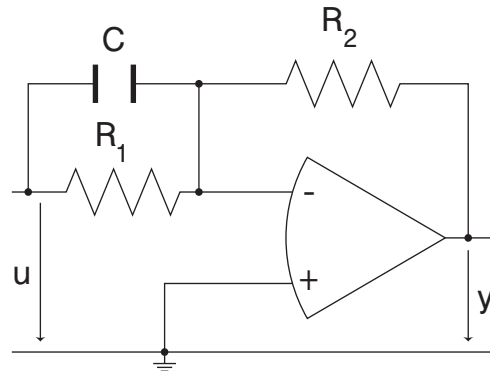
Χρονική απόκριση:

π.χ. για $u=1, T=1, \alpha=0.5$, τότε:

$$y = 0.5 + 0.5e^{-2t}$$



• Στοιχείο PD



Συνάρτηση μεταφοράς:

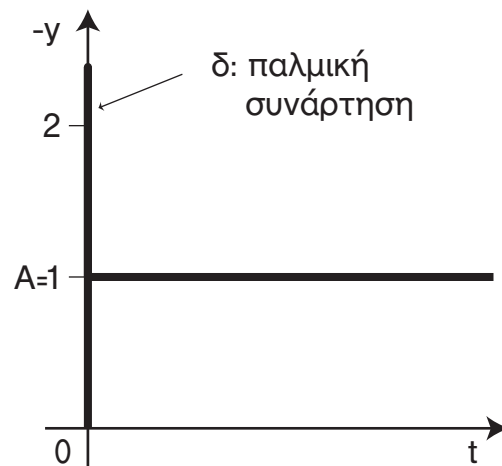
$$C(s) = -A(1+Ts)$$

$$T = R_1 C, \quad A = \frac{R_2}{R_1}$$

Χρονική απόκριση:

π.χ. για $u=1, T=1, A=1$, τότε:

$$-y = 1 + \delta$$



6.2 Στοιχείο Lead - Στοιχείο PD

6.2.1 Στοιχείο προπορείας φάσης Lead

Συνδέστε το κύκλωμα προπορείας φάσης Lead.

Χρησιμοποιείτε: $R_1=1\text{M}\Omega$, $R_2=1\text{M}\Omega$, $C=1\text{nF}$.

Εφαρμόστε σαν είσοδο u έναν τετραγωνικό παλμό συχνότητας 50Hz και εύρους $\pm 5\text{V}$.

Παρατηρείστε στον παλμογράφο, καταγράψτε και σχολιάστε τη χρονική απόκριση.

Επαναλάβετε τις μετρήσεις για $C=10\text{nF}$.

6.2.2 Στοιχείο αναλογίας-διαφόρισης PD

Συνδέστε το αναλογικό κύκλωμα αναλογίας-διαφόρισης PD.

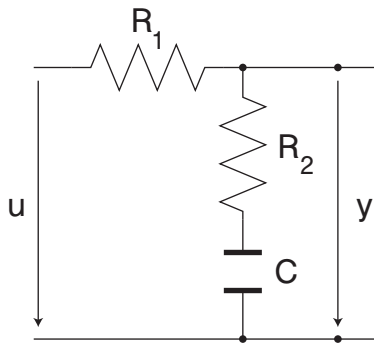
Χρησιμοποιείτε τις ίδιες τιμές R_1 , R_2 , C και την ίδια είσοδο u .

Παρατηρείστε στον παλμογράφο, καταγράψτε και σχολιάστε τις χρονικές αποκρίσεις.

Συγκρίνετε τη συμπεριφορά των δύο στοιχείων, σε ότι αφορά τόσο τη μεταβατική όσο και τη μόνιμη χρονική απόκριση που παράγουν.

6.3 Στοιχείο καθυστέρησης φάσης Lag - Στοιχείο αναλογίας-ολοκλήρωσης PI

• Στοιχείο Lag



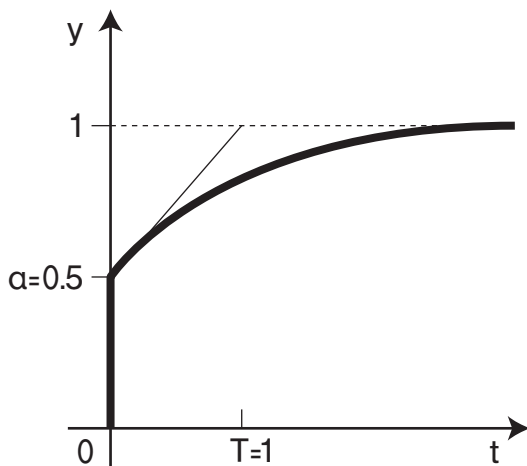
Συνάρτηση μεταφοράς:

$$C(s) = \frac{1+Ts}{1+\frac{T}{\alpha}s} = \alpha \frac{1+Ts}{\alpha+Ts}$$

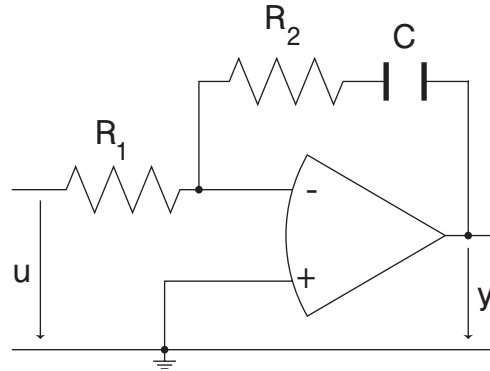
$$T = R_2C, \alpha = \frac{R_2}{R_1+R_2} < 1$$

Χρονική απόκριση:

π.χ. για $u=1, T=1, \alpha=0.5$, τότε
 $y=1-0.5e^{-0.5t}$



• Στοιχείο PI



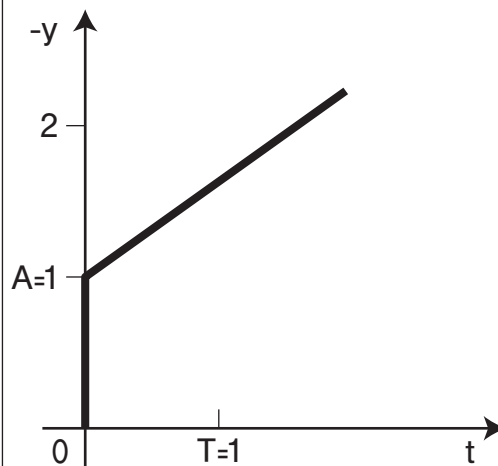
Συνάρτηση μεταφοράς:

$$C(s) = -A\left(1 + \frac{1}{Ts}\right)$$

$$T = R_2C, A = \frac{R_2}{R_1}$$

Χρονική απόκριση:

π.χ. για $u=1, T=1, A=1$, τότε
 $-y=1+t$



6.3 Στοιχείο Lag - Στοιχείο PI

6.3.1 Στοιχείο καθυστέρησης φάσης Lag

Συνδέστε το κύκλωμα καθυστέρησης φάσης Lag.

Χρησιμοποιείτε: $R_1=1M\Omega$, $R_2=1M\Omega$, $C=1nF$.

Εφαρμόστε σαν είσοδο u έναν τετραγωνικό παλμό συχνότητας 50Hz και εύρους $\pm 5V$.

Παρατηρείστε στον παλμογράφο, καταγράψτε και σχολιάστε τη χρονική απόκριση.

Επαναλάβετε τις μετρήσεις για $C=10nF$.

6.3.2 Στοιχείο αναλογίας-ολοκλήρωσης PI

Συνδέστε το αναλογικό κύκλωμα αναλογίας-ολοκλήρωσης PI.

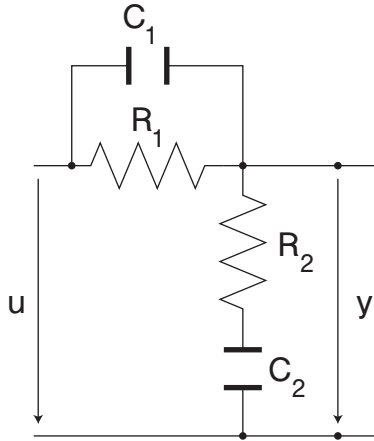
Χρησιμοποιείτε τις ίδιες τιμές R_1 , R_2 , C και την ίδια είσοδο u .

Παρατηρείστε στον παλμογράφο, καταγράψτε και σχολιάστε τις χρονικές αποκρίσεις.

Συγκρίνετε τη συμπεριφορά των δύο στοιχείων, τόσο στη μεταβατική όσο και στη μόνιμη χρονική απόκριση που παράγουν.

6.4 Στοιχείο προπορείας-καθυστερήσης φάσης Lead-Lag Στοιχείο αναλογίας-ολοκλήρωσης-διαφόρισης PID

• Στοιχείο Lead-Lag



Συνάρτηση μεταφοράς:

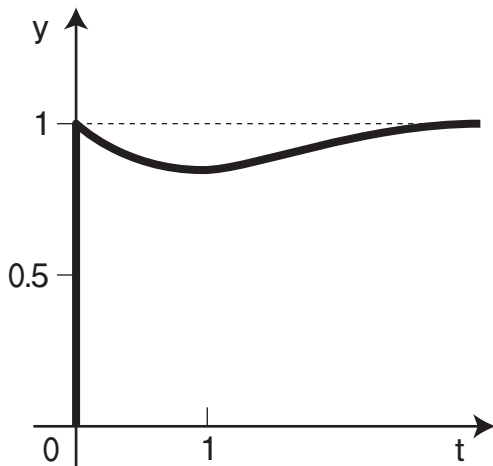
$$C(s) = \frac{(1+T_1s)(1+T_2s)}{(1+\alpha T_1s)\left(1+\frac{T_2}{\alpha}s\right)}$$

$$T_1 = R_1C_1, T_2 = R_2C_2, T_{12} = R_1C_2$$

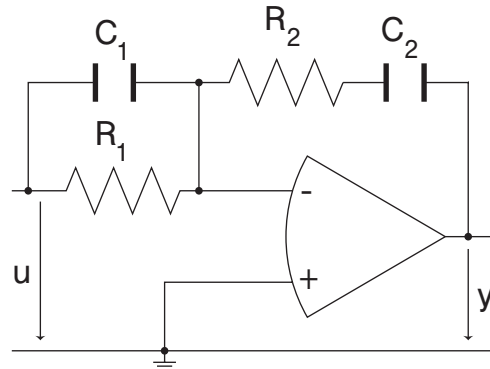
$$\alpha T_1 + \frac{T_2}{\alpha} = T_1 + T_2 + T_{12}$$

Χρονική απόκριση:

π.χ. για $u=1, T_1=T_2=T_{12}=1, \alpha=0.38$



• Στοιχείο PID



Συνάρτηση μεταφοράς:

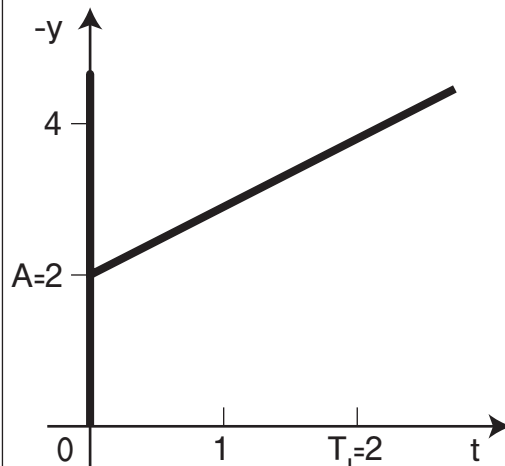
$$C(s) = -A\left(1 + \frac{1}{T_I s} + T_D s\right)$$

$$T_I = T_1 + T_2, T_D = \frac{T_1 T_2}{T_1 + T_2}$$

$$A = \frac{T_1 + T_2}{T_{12}}$$

Χρονική απόκριση:

π.χ. για $u=1, T_I=2, T_D=0.5, A=2$



6.4 Στοιχείο Lead-Lag - Στοιχείο PID

6.4.1 Στοιχείο προπορείας-καθυστέρησης φάσης Lead - Lag

Συνδέστε το κύκλωμα προπορείας-καθυστέρησης φάσης Lead-Lag. Χρησιμοποιείστε: $R_1=1M\Omega$, $R_2=1M\Omega$, $C_1=1nF$, $C_2=1nF$.

Εφαρμόστε σαν είσοδο u έναν τετραγωνικό παλμό συχνότητας 50Hz και εύρους $\pm 5V$.

Παρατηρείστε στον παλμογράφο, καταγράψτε και σχολιάστε την χρονική απόκριση.

Επαναλάβετε τις μετρήσεις για τα ζεύγη:

$$C_1=10nF \quad , \quad C_2=1nF$$

$$C_1=1nF \quad , \quad C_2=10nF$$

$$C_1=10nF \quad , \quad C_2=10nF.$$

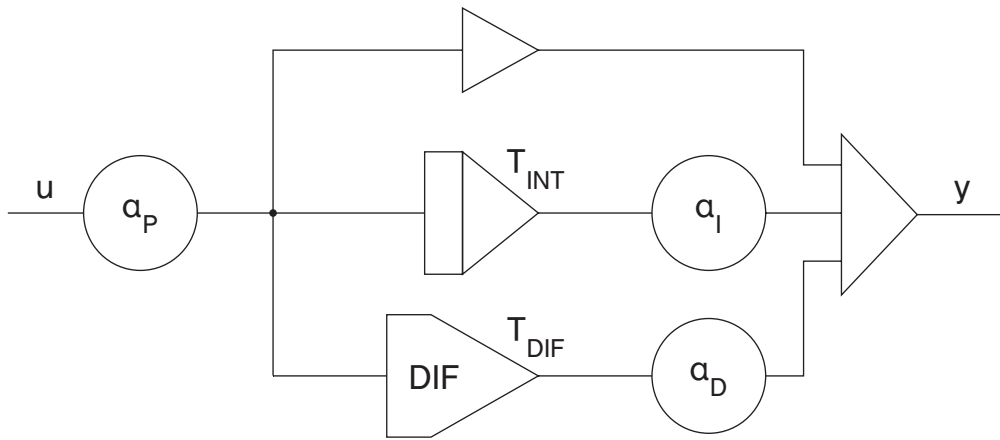
6.4.2 Στοιχείο αναλογίας-ολοκλήρωσης-διαφόρισης PID

Συνδέστε το αναλογικό κύκλωμα αναλογίας-ολοκλήρωσης-διαφόρισης PID. Χρησιμοποιείστε τις ίδιες τιμές R_1 , R_2 , C_1 , C_2 και την ίδια είσοδο u .

Παρατηρείστε στον παλμογράφο, καταγράψτε και σχολιάστε τις χρονικές αποκρίσεις.

Συγκρίνετε τη συμπεριφορά των δύο στοιχείων, τόσο στη μεταβατική όσο και στη μόνιμη χρονική απόκριση που παράγουν.

6.5 Αναλογικό διάγραμμα PID



Συνάρτηση μεταφοράς: $C(s) = A \left(1 + \frac{1}{T_I s} + T_D s \right)$,

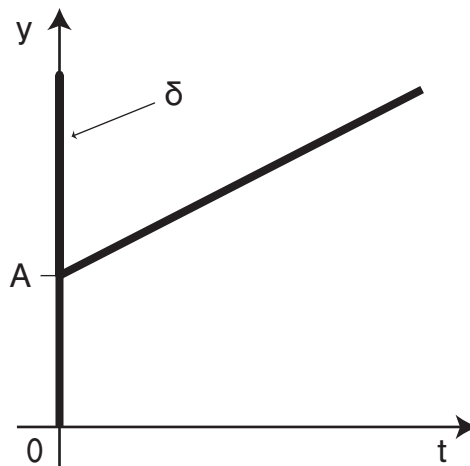
όπου: $A = \alpha_P$, $T_I = \frac{1}{\alpha_I} T_{INT}$, $T_D = \alpha_D T_{DIF}$

T_{INT} : σταθερά χρόνου ολοκλήρωσης

T_{DIF} : σταθερά χρόνου διαφόρισης

Χρονική απόκριση: $y(t) = A \left(u + \frac{1}{T_I} \int_0^t u dt + T_D \frac{du}{dt} \right)$

για $u=1$, $y = A \left(1 + \frac{t}{T_I} + T_D \delta \right)$



6.5 Αναλογικό διάγραμμα Ελεγκτή PID

Συνδέστε το αναλογικό διάγραμμα ενός ελεγκτή PID, χρησιμοποιώντας ως διαφοριστή DIF ένα αναλογικό κύκλωμα διαφορίσης.

Επιλέξτε σταθερά χρόνου ολοκλήρωσης: $T_{INT}=1\text{msec}$
και σταθερά χρόνου διαφορίσης: $T_{DIF}=RC=1\text{msec}$,
με $R=1\text{M}\Omega$, $C=1\text{nF}$.

Εφαρμόστε είσοδο u έναν τετραγωνικό παλμό συχνότητας 50Hz και εύρους $\pm 5\text{V}$.

Παρατηρείστε στον παλμογράφο, σχεδιάστε και σχολιάστε τη χρονική απόκριση, για διάφορες τιμές των συντελεστών a_P , a_I , a_D .

Μελετήστε την επίδραση των συντελεστών αυτών στη χρονική απόκριση του ελεγκτή.

Εξετάστε ταυτόχρονα την αντίστροφη διαδικασία. Δηλαδή, ποιά τιμή του συντελεστή a_P πρέπει να επιλέξετε ώστε, με είσοδο 5V, η μόνιμη τιμή της εξόδου y να είναι 4V;

Εργαστηριακή Άσκηση 7

Έλεγχος Αναλογίας P

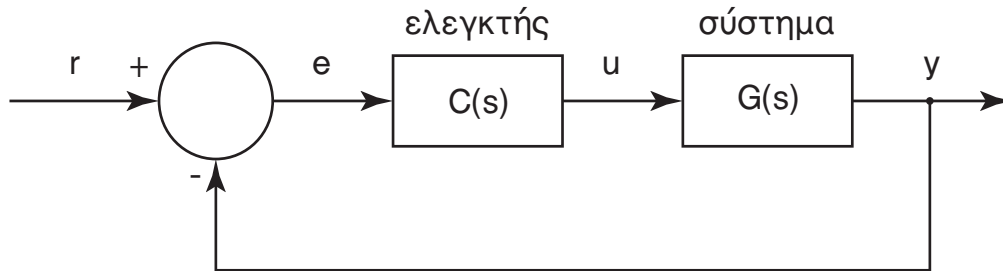
7.1 Έλεγχος αναλογίας συστήματος πρώτης τάξης

7.2 Έλεγχος αναλογίας συστήματος δεύτερης τάξης

Θεωρητικό Βοήθημα 7

ΕΛΕΓΧΟΣ ΑΝΑΛΟΓΙΑΣ Ρ

7.1 Έλεγχος αναλογίας συστήματος πρώτης τάξης



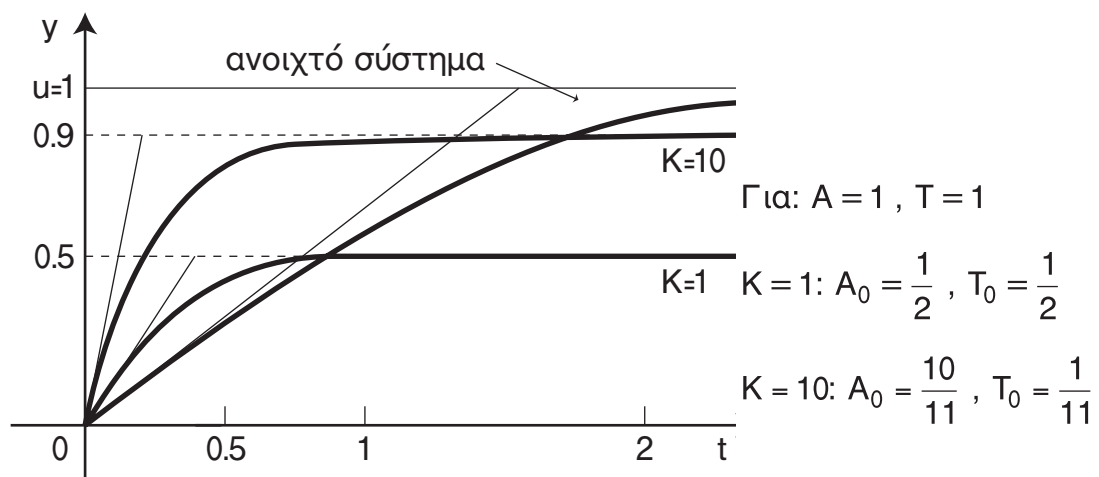
Ένα ανοιχτό σύστημα με συνάρτηση μεταφοράς:

$$G(s) = \frac{A}{1+Ts}$$

έχει βηματική απόκριση για $u=1$: $y=A(1-e^{-t/T})$.

Το αντίστοιχο κλειστό σύστημα, με ελεγκτή αναλογίας $C(s)=K$, έχει για $u=1$, βηματική χρονική απόκριση:

$$y=A_0(1-e^{-t/T_0}) \text{ όπου } A_0 = \frac{KA}{1+KA}, T_0 = \frac{T}{1+KA}.$$



Εργαστηριακή Άσκηση 7

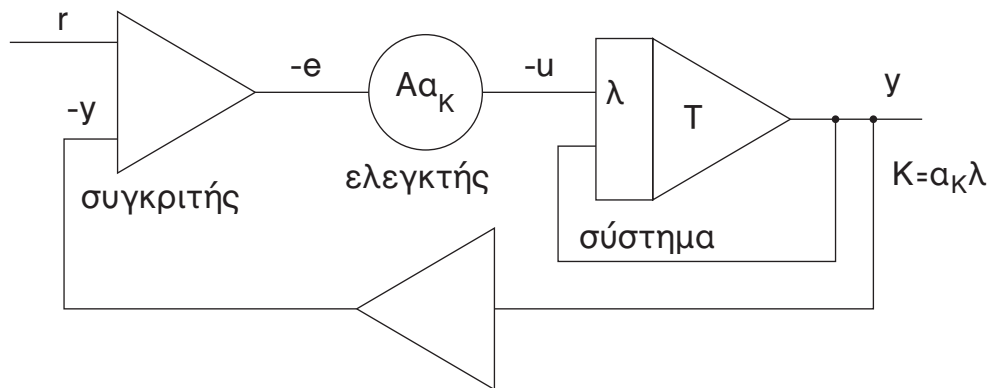
ΕΛΕΓΧΟΣ ΑΝΑΛΟΓΙΑΣ P

7.1 Έλεγχος αναλογίας συστήματος πρώτης τάξης

Συνδέστε το αναλογικό διάγραμμα ενός συστήματος ελέγχου με συνάρτηση μεταφοράς ανοιχτού συστήματος πρώτης τάξης:

$$G(s) = \frac{A}{1+Ts}$$

και ελεγκτή αναλογίας: $C(s) = K = a_k\lambda$.



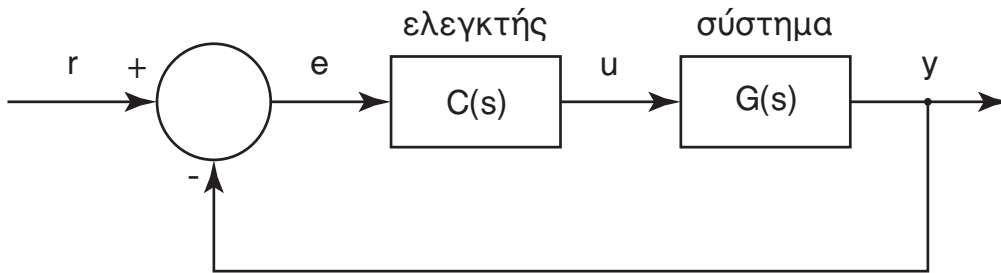
Χρησιμοποιώντας σαν είσοδο έναν τετραγωνικό παλμό συχνότητας 50Hz και εύρους $\pm 5V$, εξετάστε τη χρονική απόκριση:

- του ανοιχτού συστήματος (χωρίς ανάδραση και συγκριτή),
- του κλειστού συστήματος για $K=1$ ($a_k=1$, $\lambda=1$),
- του κλειστού συστήματος για $K=10$ ($a_k=1$, $\lambda=10$).

Για κάθε περίπτωση, μετρήστε το εύρος και τη σταθερά χρόνου της χρονικής απόκρισης και συγκρίνετε με τις θεωρητικές τιμές.

Εξετάστε ιδιαίτερα τις διαφορές μεταξύ της συμπεριφοράς του ανοιχτού συστήματος (που έχουμε αναλυτικά εξετάσει και στην εργαστηριακή άσκηση 4) και των αντίστοιχων κλειστών συστημάτων. Ποιά η επίδραση του συντελεστή K ;

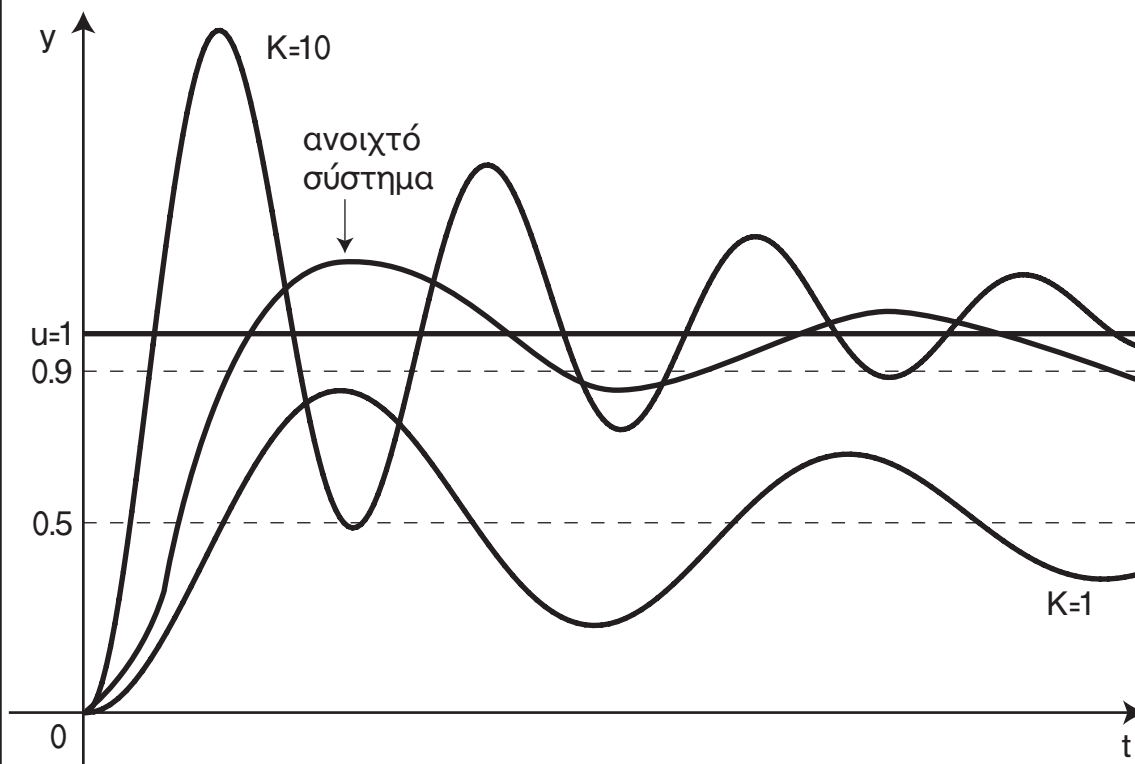
7.2 Έλεγχος αναλογίας συστήματος δεύτερης τάξης



$$\text{Σύστημα: } G(s) = \frac{1}{s^2+s+1}$$

$$\text{Ελεγκτής: } C(s)=K$$

Βηματική χρονική απόκριση:

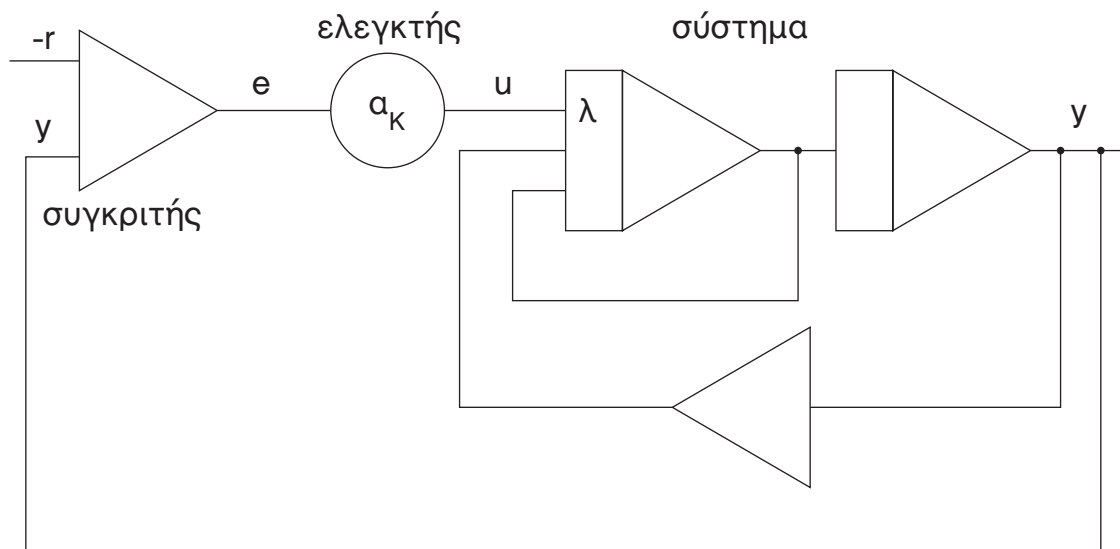


7.2 Έλεγχος αναλογίας συστήματος δεύτερης τάξης

Συνδέστε το αναλογικό διάγραμμα ενός συστήματος ελέγχου με συνάρτηση μεταφοράς ανοιχτού συστήματος δεύτερης τάξης:

$$G(s) = \frac{1}{s^2+s+1}$$

και ελεγκτή αναλογίας: $C(s) = K = a_K \lambda$.



Χρησιμοποιώντας σαν είσοδο έναν τετραγωνικό παλμό, συχνότητας 50Hz και εύρους $\pm 5V$, εξετάστε τη χρονική απόκριση:

- του ανοιχτού συστήματος (χωρίς ανάδραση και συγκριτή),
- του κλειστού συστήματος για $K=1$ ($a_K=1$, $\lambda=1$),
- του κλειστού συστήματος για $K=10$ ($a_K=1$, $\lambda=10$).

Εξετάστε την επίδραση του συντελεστή K στην μόνιμη τιμή y_∞ , την μέγιστη τιμή y_m και την συχνότητα ω της χρονικής απόκρισης.

Εξετάστε τις διαφορές μεταξύ της συμπεριφοράς του ανοιχτού συστήματος (που έχουμε αναλυτικά εξετάσει στην εργαστηριακή άσκηση 5) και των αντίστοιχων κλειστών συστημάτων.

Εργαστηριακή Άσκηση 8

Έλεγχος Lead-Lag, PID

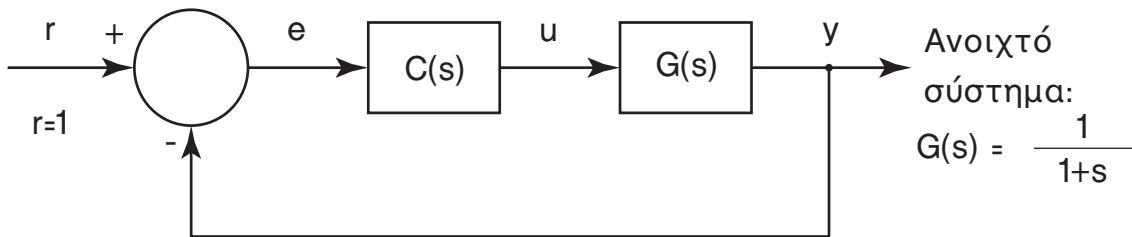
8.1 Έλεγχος συστήματος πρώτης τάξης

8.2 Έλεγχος συστήματος δεύτερης τάξης

Θεωρητικό Βοήθημα 8

ΕΛΕΓΧΟΣ Lead-Lag, PID

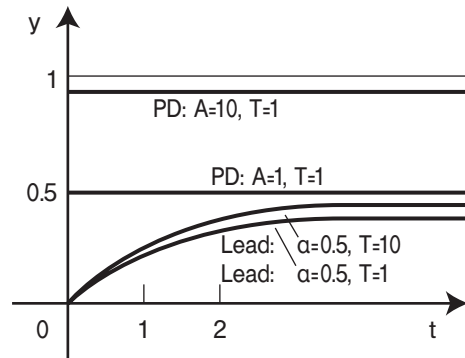
8.1 Έλεγχος συστήματος πρώτης τάξης



8.1.1 Έλεγχος Lead, PD

$$\text{Lead: } C(s) = \alpha \frac{1+Ts}{1+\alpha Ts}$$

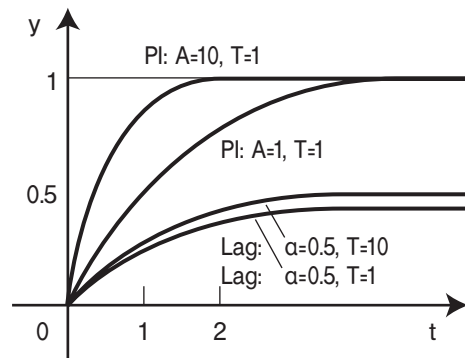
$$\text{PD: } C(s) = A(1+Ts)$$



8.1.2 Έλεγχος Lag, PI

$$\text{Lag: } C(s) = \alpha \frac{1+Ts}{\alpha+Ts}$$

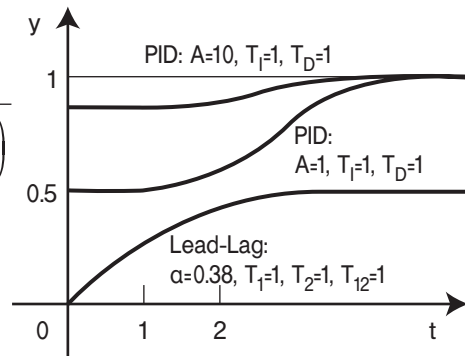
$$\text{PI: } C(s) = A\left(1+\frac{1}{Ts}\right)$$



8.1.3 Έλεγχος Lead-Lag, PID

$$\text{Lead-Lag: } C(s) = \frac{(1+T_1s)(1+T_2s)}{(1+\alpha T_1s)\left(1+\frac{T_2}{\alpha}s\right)}$$

$$\text{PID: } C(s) = A\left(1+\frac{1}{T_I s}+T_D s\right)$$

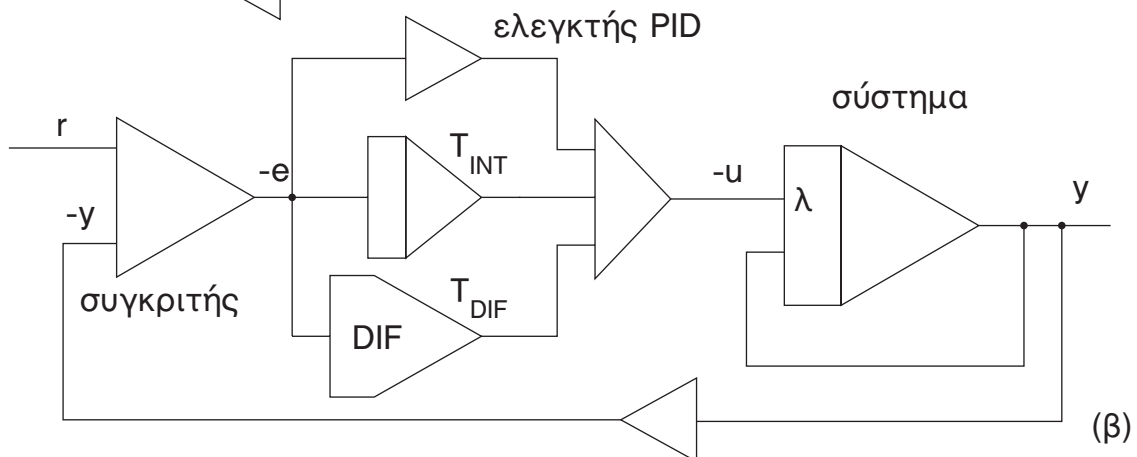
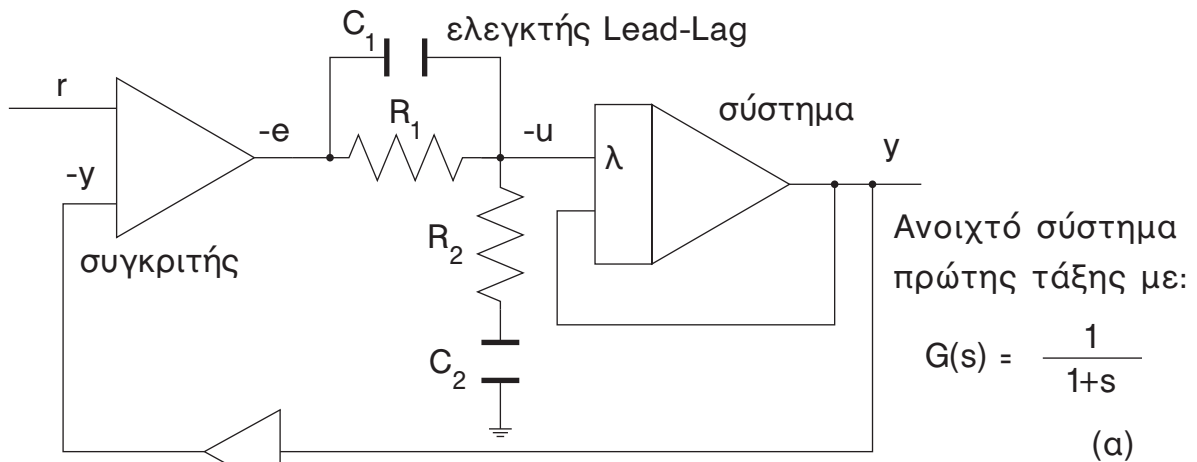


Εργαστηριακή Άσκηση 8

ΕΛΕΓΧΟΣ PID

8.1 Έλεγχος συστήματος πρώτης τάξης

Συνδέστε το αναλογικό διάγραμμα κλειστού συστήματος ελέγχου.



Εφαρμόστε σαν είσοδο αναφοράς r τετραγωνικό παλμό 50Hz, $\pm 5V$. Επιλέξτε διαδοχικά:

- 8.1.1** Ελεγκτή Lead ($\alpha=0.5$, $T=1$, $T=10$)
 Ελεγκτή PD ($A=1$, $A=10$, $T=1$)
- 8.1.2** Ελεγκτή Lag ($\alpha=0.5$, $T=1$, $T=10$)
 Ελεγκτή PI ($A=1$, $A=10$, $T=1$)
- 8.1.3** Ελεγκτή Lead-Lag ($\alpha=0.38$, $T_1=1$, $T_2=1$, $T_{12}=1$)
 Ελεγκτή PID ($A=1$, $A=10$, $T_I=1$, $T_D=1$)

Εξετάστε τη χρονική απόκριση y .

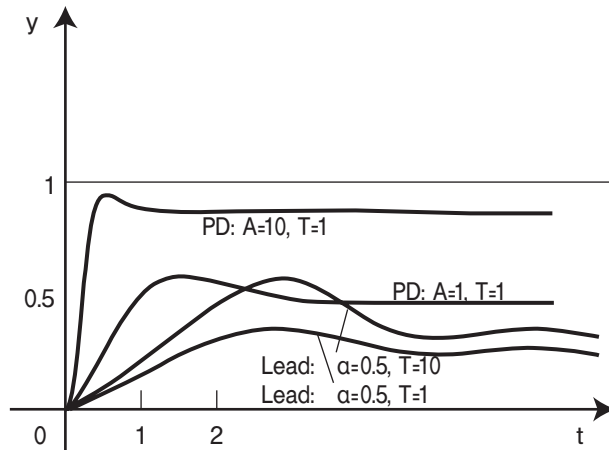
Μελετήστε την επίδραση των διαφόρων ελεγκτών στο σύστημα και σημειώστε τις διαφορές.

8.2 Έλεγχος συστήματος δεύτερης τάξης

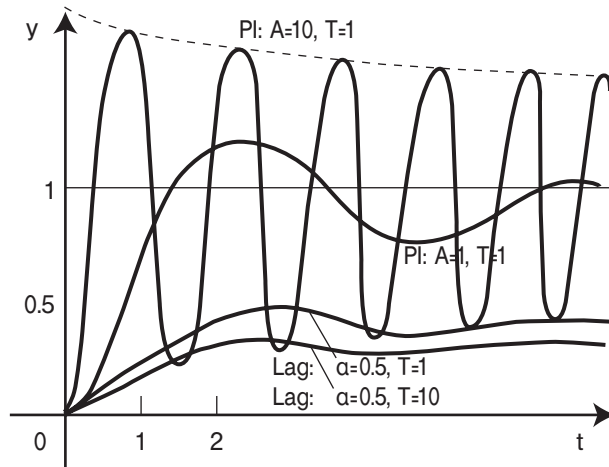
Έστω ανοιχτό σύστημα δεύτερης τάξης, με:

$$G(s) = \frac{1}{s^2+s+1}$$

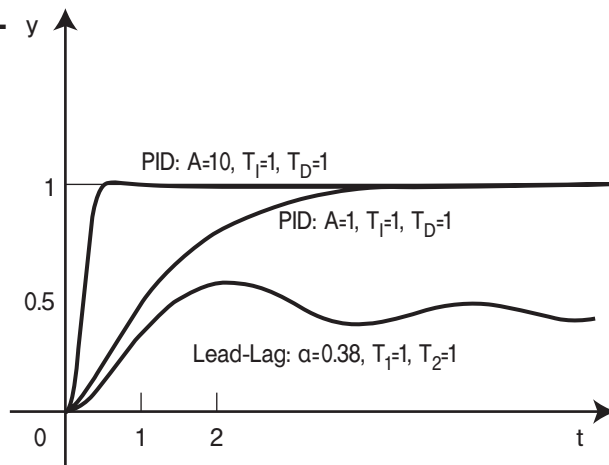
8.2.1 Έλεγχος Lead-PD



8.2.2 Έλεγχος Lag-PI



8.2.3 Έλεγχος Lead-Lag-PID



8.2 Έλεγχος συστήματος δεύτερης τάξης

Συνδέστε το αναλογικό διάγραμμα κλειστού συστήματος, με συνάρτηση μεταφοράς ανοιχτού συστήματος δεύτερης τάξης:

$$G(s) = \frac{1}{s^2+s+1}$$

και επαναλάβετε τα ζητούμενα της προηγούμενης παραγράφου 8.1 επιλέγοντας διαδοχικά:

8.2.1 Ελεγκτή Lead - PD

8.2.2 Ελεγκτή Lag - PI

8.2.3 Ελεγκτή Lead-Lag - PID.

Μελετήστε την επίδραση των ελεγκτών στο σύστημα και σημειώστε τις διαφορές.

Παράρτημα

**Αναλογική
Εξομοίωση Συστημάτων
με χρήση Ψηφιακού Υπολογιστή**

Αναλογική Εξομοίωση στον Ψηφιακό Υπολογιστή

Η ανάγκη για την όσο το δυνατόν πιο αποτελεσματική, γρήγορη και φθηνή εξομοίωση φυσικών συστημάτων και ειδικότερα αναλογικών ολοκληρωμένων κυκλωμάτων, οδήγησε στη δημιουργία ψηφιακών αλγόριθμων εξομοίωσης των μαθηματικών σχέσεων και της συμπεριφοράς αυτών των αναλογικών στοιχείων. Με τον τρόπο αυτό έγινε δυνατή η δοκιμή της λειτουργίας ενός ολοκληρωμένου κυκλώματος, πριν αυτό μπει στη διαδικασία της μαζικής παραγωγής, μειώνοντας έτσι το κόστος και αυξάνοντας την αποτελεσματικότητα. Οι αλγόριθμοι αυτοί ενσωματώθηκαν σε διάφορα εμπορικά προγράμματα ψηφιακού υπολογιστή, ήδη από τα μέσα της δεκαετίας του '80. Σχεδόν από την αρχή της χρήσης τέτοιων προγραμμάτων φάνηκε η μεγάλη τους αξία στην εκπαίδευση, καθώς ήταν πλέον δυνατή η σύζευξη της αναλογικής με την ψηφιακή τεχνολογία, η εικονική μεταφορά ενός αναλογικού εργαστηρίου στον ψηφιακό υπολογιστή, η απεριόριστη επανάληψη των πειραμάτων, ακόμα και η εικονική χρήση αναλογικών στοιχείων που δεν ήταν διαθέσιμα στο εργαστήριο. Έτσι προετοιμάστηκε το έδαφος για τη σχεδίαση και την πλατιά εφαρμογή υβριδικών συστημάτων ελέγχου, για τη συνεργασία δηλαδή των νέων ψηφιακών ελεγκτών με τα αναλογικά φυσικά συστήματα, που συναντάμε στην πραγματικότητα.

Εκτός αυτών, με τη χρήση τέτοιων προγραμμάτων μπορεί να γίνει η αποθήκευση των αποτελεσμάτων σε μορφή αρχείων, τύπου bitmap ή ASCII, και στη συνέχεια η ψηφιακή τους επεξεργασία και απεικόνιση. Σε συνδυασμό με ένα σύστημα συλλογής δεδομένων μπορεί να γίνει ακόμα σύγκριση των πραγματικών αποτελεσμάτων με αυτά της ψηφιακής εξομοίωσης. Γενικά, τα προγράμματα αυτά απελευθερώνουν τον μελετητή από οποιονδήποτε σχεδιαστικό περιορισμό και του προσφέρουν μian εύκολη, προσιτή και απεριόριστης μνήμης

εξομοίωση της εξομοίωσης.

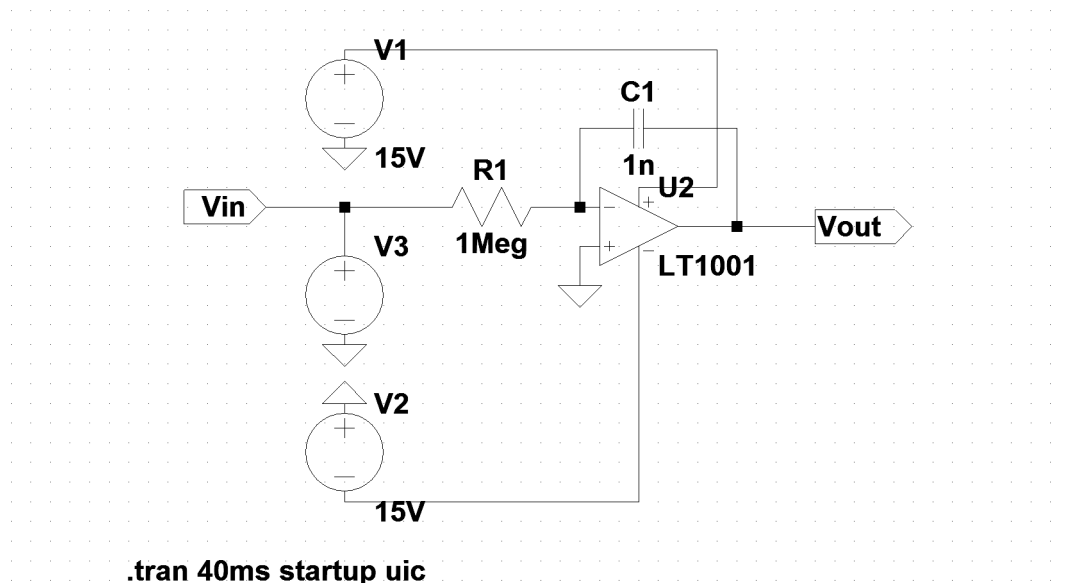
Όσο πολλά και αν είναι όμως τα πλεονεκτήματα της ψηφιακής αυτής εξομοίωσης, θα ήταν λάθος να πιστεύει κανείς, πως αυτή θα μπορούσε να αντικαταστήσει πλήρως το αναλογικό εργαστήριο. Γιατί η αναλογική εξομοίωση, με τα συνεχή αναλογικά στοιχεία, είναι πολύ πιο κοντά στα αναλογικά φυσικά συστήματα απ' ό,τι οποιαδήποτε προσεγγιστική ψηφιακή εξομοίωση. Ακόμα, οι συνθήκες ενός πραγματικού εργαστηρίου είναι πού πιο κοντά στην πραγματικότητα, και κανένας ψηφιακός αλγόριθμος δε γίνεται να τις προβλέψει και να τις προσεγγίσει απόλυτα. Σαν παράδειγμα, ο τυχαίος θόρυβος των πραγματικών διατάξεων, οι βλάβες και οι δυσλειτουργίες που μπορεί να συμβούν από λάθος συνδεσμολογία, οι υπερτάσεις του δικτύου παροχής ηλεκτρικής ενέργειας, η παλαιότητα των εξαρτημάτων, οι διακυμάνσεις των μεγεθών των στοιχείων που χρησιμοποιούνται, οι κακές κολλήσεις και άλλες τυχαίες παρενέργειες είναι πρακτικά αδύνατο να εξομοιωθούν από οποιοδήποτε ψηφιακό πρόγραμμα. Ο συνδυασμός των πλεονεκτημάτων της “καθαρής” ψηφιακής εξομοίωσης και της “πραγματικής, συνεχούς και φυσικής” αναλογικής είναι η καλύτερη λύση.

Ενδεικτικά μπορούμε να αναφέρουμε, σαν παράδειγμα, την ψηφιακή εξομοίωση της λειτουργίας ενός ολοκληρωτή, κάνοντας χρήση του προγράμματος LTspice/SwitcherCAD III της εταιρείας Linear Technology (ιστοσελίδα www.linear.com). Στο μοντέλο της ψηφιακής αυτής εξομοίωσης αντιστοιχεί το ολοκληρωμένο κύκλωμα του αναλογικού τελεστικού ενισχυτή LT1001, με τάση κόρου $\pm 14\text{V}$, αντίσταση εισόδου $1\text{M}\Omega$, με ανοχή 5% και κατανάλωση 1Watt , πυκνωτή 1nF , με ανώτερη τάση φόρτισης 16V και αντίσταση σειράς 0.007Ω .

Στο κύκλωμα ολοκλήρωσης εφαρμόζουμε ως τάση εισόδου έναν τετραγωνικό παλμό $\pm 5\text{V}$, συχνότητας 50Hz , από πηγή με αντίσταση σειράς 50Ω . Στις προδιαγραφές της εξομοίωσης θα θεωρήσουμε

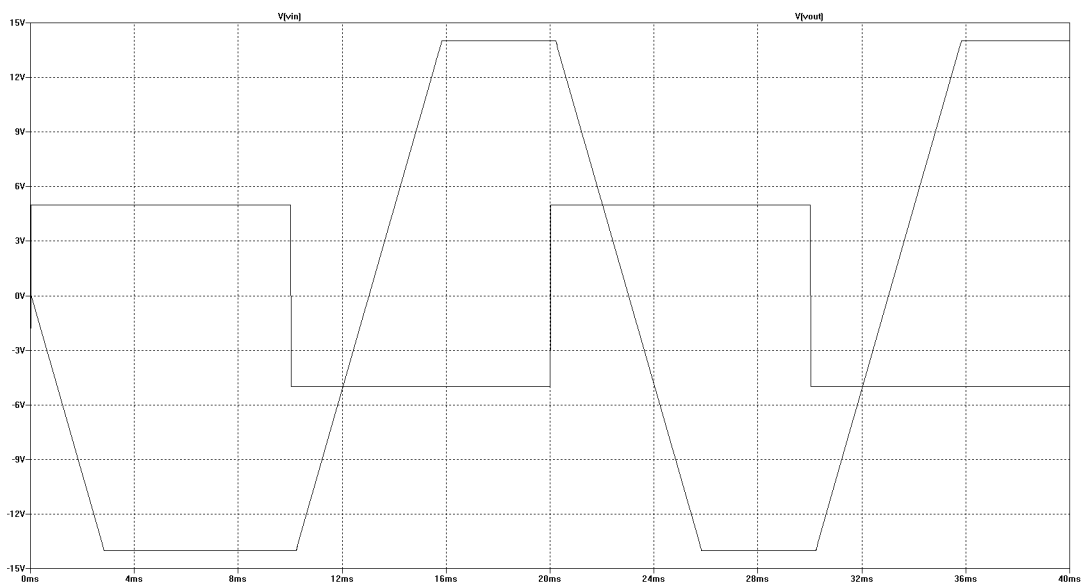
πως δεν υπάρχουν αρχικές συνθήκες, δηλαδή πως ο πυκνωτής είναι αφόρτιστος στη αρχή λειτουργίας του κυκλώματος, και πως η διάρκεια της εξομοίωσης είναι 40msec.

Το κύκλωμα της ψηφιακής εξομοίωσης είναι το εξής:



Σχήμα Π1. Ψηφιακό κύκλωμα εξομοίωσης ολοκληρωτή

Από το κύκλωμα αυτό προκύπτει η χρονική απόκριση στην έξοδο Vout, που παρατηρούμε στην οθόνη του ψηφιακού υπολογιστή.



Σχήμα Π2. Ψηφιακή χρονική απόκριση ολοκληρωτή

Λεξικό Όρων

A

- αθροιστής (summer, SUM) 38, 59, 111
αναλογική μονάδα (analog unit) 57
αναλογικό διάγραμμα (analog diagram) 55, 68
αναλογικός εξομοιωτής (analog simulator) 111
αναλογικός υπολογιστής (analog computer) 111
αναστροφέας (inverter, INV) 29, 58, 111
αναστροφή (inversion) 30
αντίσταση (resistor) 111
αντίσταση, εισόδου (input resistance) 21, 27
αντίσταση, εξόδου (output resistance) 27
αντίσταση, εσωτερική (internal resistance) 27

Γ

- γείωση (ground, GND) 111
γείωση, ουδέτερη τάση (earth, neutral) 23

Δ

- διαρέτης τάσης (voltage divider, V-div) 20, 57, 111
διαφοριστής (differentiator, DIF) 48, 66

E

- εικονική γείωση (virtual earth) 22
ελεγκτής (controller) 93
ελεγκτής ανάδρασης (feedback controller) 93
ελεγκτής πορείας (forward controller) 93
έλεγχος, αυτόματος (automatic control) 93
ενίσχυση (amplification) 71, 79

ενίσχυση (open-loop amplification)	21
ενισχυτής, τελεστικός (operational amplifier - Op-amp)	111
επαναληπτική λειτουργία (repetitive mode)	46
I	
ιδιοσυχνότητα ή φυσική συχνότητα (natural frequency)	79
K	
καταστάσεις λειτουργίας (modes)	43
κλιμάκωση εύρους (magnitude scaling)	60
κλιμάκωση χρόνου (time scaling)	64
κύκλωμα λειτουργίας (OP-circuit)	44
κύκλωμα παγώματος της εξόδου (H-circuit)	44
κύκλωμα τελεστικού ενισχυτή, αναστροφής (inverting amplifier circuit)	29
κύκλωμα τοποθέτησης αρχικών συνθηκών (IC-circuit)	44
κύκλωμα, ακολουθητή τάσης (voltage follower)	36
κύκλωμα, διαφοράς (difference circuit)	37
κύκλωμα, διαφορικού ενισχυτή (differential amplifier-circuit)	35
κύκλωμα, διαφόρισης (differentiating circuit)	48
κύκλωμα, ισοδύναμο (equivalent circuit diagram)	28
κύκλωμα, καθυστέρησης φάσης (Lag circuit)	50
κύκλωμα, μη αναστροφής (non inverting amplifier circuit)	36
κύκλωμα, ολοκλήρωσης (integrating amplifier circuit)	40
κύκλωμα, ολοκλήρωσης-άθροισης (integrating-summing amplifier circuit)	47
κύκλωμα, πραγματικής διαφόρισης (Lead circuit)	50
κύκλωμα, πραγματικής διαφόρισης-ολοκλήρωσης (Lead-Lag circuit)	50
κύκλωμα, πραγματικής ολοκλήρωσης (Lag circuit)	50

κύκλωμα, προπορείας-καθυστέρησης φάσης (Lead-Lag circuit) 50
 κύκλωμα, προπορείας φάσης (Lead circuit) 50
 κύκλωμα, τελεστικού ενισχυτή άθροισης (summing amplifier circuit)
 38

Μ

μεταβατική φάση (transient response) 73
 μόνιμη κατάσταση (steady state) 73

Ο

οδήγηση (driving) 93
 ολοκληρωτής (integrator, INT) 40, 63, 111
 ολοκληρωτής-αθροιστής (integrator-summer) 47, 65

Π

πηγές τροφοδοσίας (voltage supply) 111
 ποτενσιόμετρο (potentiometer, POT) 20, 56, 111
 πυκνωτής (capacitor) 111

Σ

σταθερά χρόνου (time constant) 41, 63
 σταθερά χρόνου, διαφόρισης (differentiating time constant) 48
 σταθερά χρόνου, ολοκλήρωσης (integrating time constant) 111
 σταθερή τάση αναφοράς (reference voltage) 57
 στοιχεία, ενεργητικά (active) 94
 στοιχεία, παθητικά (passive) 94
 συγκριτής (comparator) 57
 σύνδεση, υποθετική (virtual connection) 26
 συντελεστής απόσβεσης (damping ratio) 79
 σύστημα, ιδιόμορφο (singular system) 49

σύστημα ελέγχου, ανοιχτό (open loop control system)	93
σύστημα ελέγχου, κλειστό (closed loop control system)	93

Τ

τάξη (order)	68
τάση εισόδου, αρνητική ή αναστρέφουσα (inverting input voltage)	23
τάση εισόδου, διαφορική (differential input voltage)	23
τάση εισόδου, θετική ή μη αναστρέφουσα (non inverting input voltage)	23
τάση εξόδου (output voltage)	23
τάση κόρου, τάση τροφοδοσίας (power-supply voltage)	22, 23
τελεστικός ενισχυτής (operational amplifier, op-amp)	21
τελεστικός ενισχυτής, αναστρέφων (inverting op-amp)	26
τελεστικός ενισχυτής, ανοιχτός (open loop operational amplifier)	22
τελεστικός ενισχυτής, διαφορικός (differential op-amp)	26
τελεστικός ενισχυτής, ιδανικός (ideal voltage amplifier)	21
τελεστικός ενισχυτής, μη αναστρέφων (non inverting op-amp)	25

Φ

φυσική σταθερά χρόνου (natural time constant)	71
φυσική συχνότητα (natural frequency)	71
φυσικό σύστημα, ασταθές (unstable natural system)	75
φυσικό σύστημα, ελεύθερο (free natural system)	73

Χ

χαρακτηριστική καμπύλη (transfer curve)	25
χρονική απόκριση, εκθετική (exponential time response)	72
χρονική απόκριση, ελεύθερη (free time response)	74

Βιβλιογραφία

- [1] Βαφειάδης, Π., Μαθήματα Συστημάτων Ελέγχου, Αθήνα 1983.
- [2] Δημόπουλος, Η., Σήματα, Συστήματα και Κυκλώματα Συνεχούς Χρόνου, Unitext, Αθήνα 2003.
- [3] Καλλιγερόπουλος, Δ., Ο Αναλογικός Υπολογιστής, Ολυμπιάς, Αθήνα 1990.
- [4] Καλλιγερόπουλος, Δ., Analogrechner EAI 7800, Bochum 1970.
- [5] Παρασκευόπουλος, Π., Συστήματα Αυτομάτου Ελέγχου, τομ. Α, Ανάλυση, Αθήνα 1984.
- [6] Banks, S., Control Systems Engineering, Prentice Hall, 1986.
- [7] Carlson, B., Gisser, D., Electrical Engineering, Addison-Wesley, 1981.
- [8] D’Azzo, J.J., Houpis, C.H., Linear Control Systems, Analysis and Design, Conventional and Modern, Mc Graw Hill, 1988.
- [9] Dorf, R., Modern Control Systems, Addison-Wesley, 1986.
- [10] Hunter, R., Automated Process Control Systems, Concepts and Hardware, Prentice Hall, 1987.
- [11] Kuo, B., Automatic Control Systems, Prentice Hall, 1987.
- [12] Meador, D., Analog Signal Processing with Laplace Transform and Active Filter Design, Delmar, 2002.
- [13] Soliman, S., Srinath, M., Continuous and Discrete Signals and Systems, 2nd ed., Prentice Hall, 1998.

