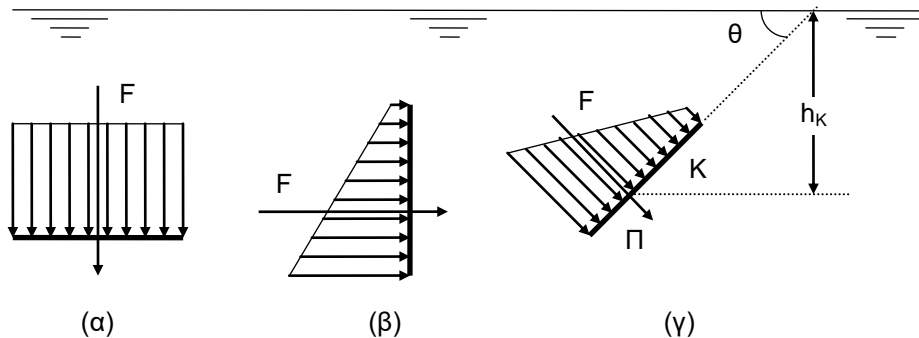


Εργαστηριακή άσκηση: Υδροστατική δύναμη σε επίπεδη επιφάνεια

Αντικείμενο της άσκησης είναι ο προσδιορισμός του μέτρου της υδροστατικής δύναμης F και του κέντρου πίεσης (ΚΠ), δηλαδή του σημείου εφαρμογής της υδροστατικής δύναμης που εξασκεί το νερό δεξαμενής πάνω στην ορθογωνική κατακόρυφη επιφάνεια ενός κλειστού σώματος σχήματος τεταρτοκυκλίου (τοροειδές), που είναι στερεωμένο στον ισοθαμηστικό βραχίονα της συσκευής.

Θεωρητική ανάλυση

Η στατική πίεση σ' ένα υγρό που ηρεμεί, μεταβάλλεται ανάλογα με το βάθος. Η πίεση ορίζεται ως η δύναμη ανά μονάδα επιφάνειας. Έτσι σε κάθε στερεή επιφάνεια που βρίσκεται μέσα σε ακίνητο ρευστό θα εξασκούνται πιεστικές δυνάμεις, κάθετες στην επιφάνεια αυτή.

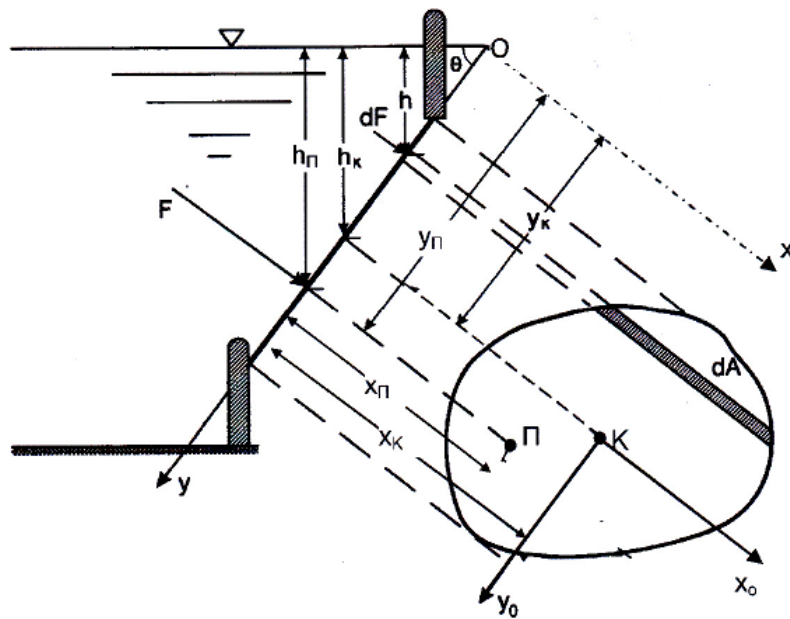


Σχήμα 1. Δυνάμεις στην πλευρά επίπεδης επιφάνειας

Στο παρακάτω σχήμα, δίνεται η γενική εικόνα της επίδρασης του νερού πάνω σε τυχαία κεκλιμένη επιφάνεια A , που σχηματίζει γωνία θ με το οριζόντιο επίπεδο. Η επιφάνεια βρίσκεται στο επίπεδο xOy , ενώ η δύναμη F είναι κάθετη στο επίπεδο xOy . Το ορθογώνιο σύστημα συντεταγμένων K_{xOyO} , είναι ορθογώνιο σύστημα συντεταγμένων με αρχή το κέντρο βάρους (κ.β.) K της επιφάνειας και άξονες παράλληλους στους άξονες του συστήματος xOy που ορίζουν το επίπεδο στο οποίο βρίσκεται η επιφάνεια.

Οι συμβολισμοί:

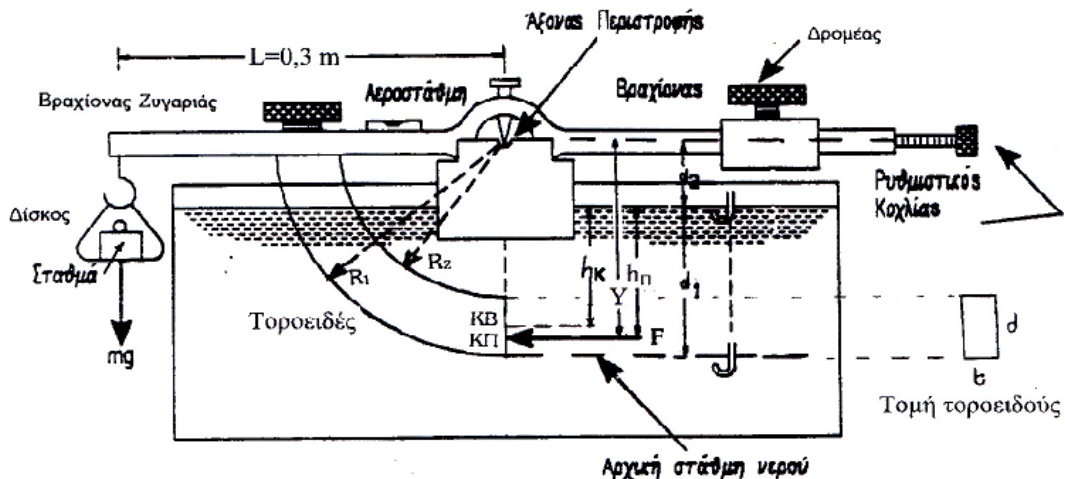
b	Το πλάτος της επιφάνειας.
d	Το ύψος της επιφάνειας.
A	Το εμβαδό της επιφάνειας.
F	Το μέτρο της συνισταμένης υδροστατικής δύναμης.
Κ.Β.	Το κέντρο βάρους της επιφάνειας A .
Κ.Π.	Το κέντρο πίεσης της επιφάνειας A (το σημείο εφαρμογής της συνισταμένης F).
$h = y \cdot \sin \theta$	Το βάθος του νερού σε απόσταση y από τον άξονα x .
h_k	Το βάθος του Κ.Β. ως προς σύστημα αξόνων x, y .
h_p	Το βάθος του Κ.Π. ως προς σύστημα αξόνων x, y .
dA	Στοιχειώδης επιφάνεια της A .
dF	Η στοιχειώδης υδροστατική δύναμη που δρα στην dA .
p	Η υδροστατική πίεση πάνω στην dA σε βάθος h .



Σχήμα 2. Διάταξη της επιφάνειας

Περιγραφή και χρήση της συσκευής

Ο πειραματικός προσδιορισμός του κέντρου πίεσης θα γίνει με μια ζυγαριά ειδικά κατασκευασμένη για το σκοπό αυτό. Η συσκευή αποτελείται από ένα κλειστό τεταρτοκύκλιο δοχείο (τοροειδές), πλάτους $b=0.075\text{m}$, ύψους $d=0.10\text{m}$, ακτίνας $R=20.3\text{ cm}$, στερεωμένο στο αριστερό σκέλος ενός μεταλλικού βραχίονα, οποίος με την σειρά του εδράζεται πάνω σε μεταλλικές βάσεις που βρίσκονται στα πλάγια της δεξαμενής. Στο δεξί μέρος του βραχίονα υπάρχει ένας δρομέας (μετακινούμενο βάρος), που χρησιμεύει για την οριζοντίωση του βραχίονα. Στο άκρο του ίδιου σκέλους υπάρχει ρυθμιστικός κοχλίας για την τελική οριζοντίωση.



Σχήμα 3. Πειραματική διάταξη για τον προσδιορισμό του ΚΠ.

Υπολογισμός υδροστατικής δύναμης

Η συνολική υδροστατική δύναμη που ασκεί ακίνητο υγρό σε επίπεδη επιφάνεια, που είναι βυθισμένη στο υγρό αυτό, είναι κάθετη στην επιφάνεια και το μέτρο της είναι:

$$P = \frac{F}{A}, P = \rho \cdot g \cdot h_{\kappa} \Rightarrow F = \rho \cdot g \cdot y_{\kappa} \cdot A$$

y_{κ} = η τεταγμένη πειραματικά (το βάθος) του κέντρου βάρους.

$y_{\kappa} = h_{\kappa}$ όταν είναι κάθετη η επιφάνεια

A το εμβαδό της κάθετης επιφάνειας $A = d \cdot b$

Άρα η υδροστατική δύναμη υπολογίζεται $F = \rho \cdot g \cdot y_{\kappa} \cdot b \cdot d$ (Nt)

Από το σχήμα ισχύει ότι:

$$R = d_1 + d_2 \Rightarrow d_2 = R - d_1 \text{ (m)}$$

$$y_{\kappa} = d_1 - d/2 = d_1 - 0.05 \text{ (m)}$$

Πειραματικός προσδιορισμός του βάθους του κέντρου πίεσης.

Όταν η διάταξη ισορροπεί, το αλγεβρικό άθροισμα των ροπών ως προς τον άξονα περιστροφής θα είναι μηδέν. Η ροπή της υδροστατικής δύναμης εξισορροπείται από τη ροπή του βάρους.

Αν ($h_{\pi} + d_2$) η απόσταση του κέντρου πίεσης από την ακμή της ζυγαριάς, τότε:

$$\Sigma M = 0 \Rightarrow B \cdot L = F \cdot (h_{\pi \text{πειρ}} + d_2) \Rightarrow h_{\pi \text{πειρ}} = \frac{m \cdot g \cdot L}{F} - d_2$$

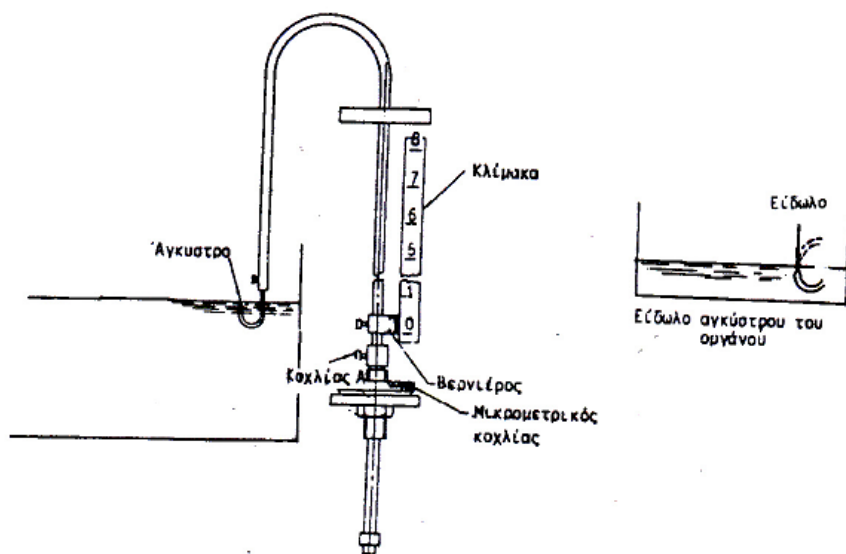
Θεωρητική τιμή του βάθους του κέντρου πίεσης.

Από το θεώρημα ροπών αδράνειας ισχύει ότι:

$$h_{\pi \text{θεωρ}} = \frac{d^2}{12 \cdot y_{\kappa}} + y_{\kappa}$$

Πειραματική διαδικασία

- 1) Οριζοντιώνουμε τον βραχίονα με την δεξαμενή άδεια και χωρίς βάρος στη ζυγαριά.
- 2) Ανοίγουμε την βαλβίδα της δεξαμενής και με την βοήθεια της αντλίας γεμίζουμε την δεξαμενή με νερό μέχρι την κάτω επιφάνεια του τοροειδούς και κλείνουμε την βαλβίδα.
- 3) Μηδενίζουμε τον βερνιέρο στην μετρική κλίμακα (βλ. παρακάτω σχήμα)
- 4) Ανοίγουμε πάλι την βαλβίδα και γεμίζουμε την δεξαμενή με νερό μέχρι την στάθμη d_1 . Κλείνουμε την βαλβίδα.
- 5) Χρησιμοποιούμε τα σταθμά για να επαναφέρουμε την συσκευή σε ισορροπία, χωρίς να μετακινήσουμε τον δρομέα ή τον δυθμιστικό κοχλία. Σημειώνουμε την μάζα (m) και μετράμε το βάθος της επιφάνειας (d_1).
- 6) Στην συνέχεια ανοίγουμε πάλι την βαλβίδα για να κατέβει η στάθμη του νερού και παίρνουμε τις ίδιες μετρήσεις. Επαναλαμβάνουμε την ίδια διαδικασία συμπληρώνοντας τον πίνακα.



Σχήμα 4. Μετρητής στάθμης υγρού με άγκιστρο.

Πίνακας 1. Πειραματικές και θεωρητικές τιμές βάθους ΚΠ.

a/a	m (kg)	d_1 (m)	$y_k=d_1-0.05$ (m)	$F=\rho g b d y_k$ (N)	$d_2=R_1-d_1$ (m)	$h_{ρπειρ}$ (m)	$h_{ρθεωρ}$ (m)	Διαφορά $h_{ρπειρ}-h_{ρθεωρ}$ (m)
1								
2								
3								
4								
5								
6								

Ζητείται:

- 1) Να συμπληρωθεί ο παραπάνω πίνακας.
- 2) Να γράψετε ένα αναλυτικό παράδειγμα πράξεων.
- 3) Να απεικονιστούν στο ίδιο διάγραμμα (ίδιο σύστημα αξόνων) οι γραφικές παραστάσεις των $h_{ρπειρ}$, $h_{ρθεωρ}$ ως προς το y_k . Να μελετηθούν οι γραφικές παραστάσεις και να γίνει σχολιασμός για την διαφορά των $h_{ρπειρ}$ και $h_{ρθεωρ}$.