

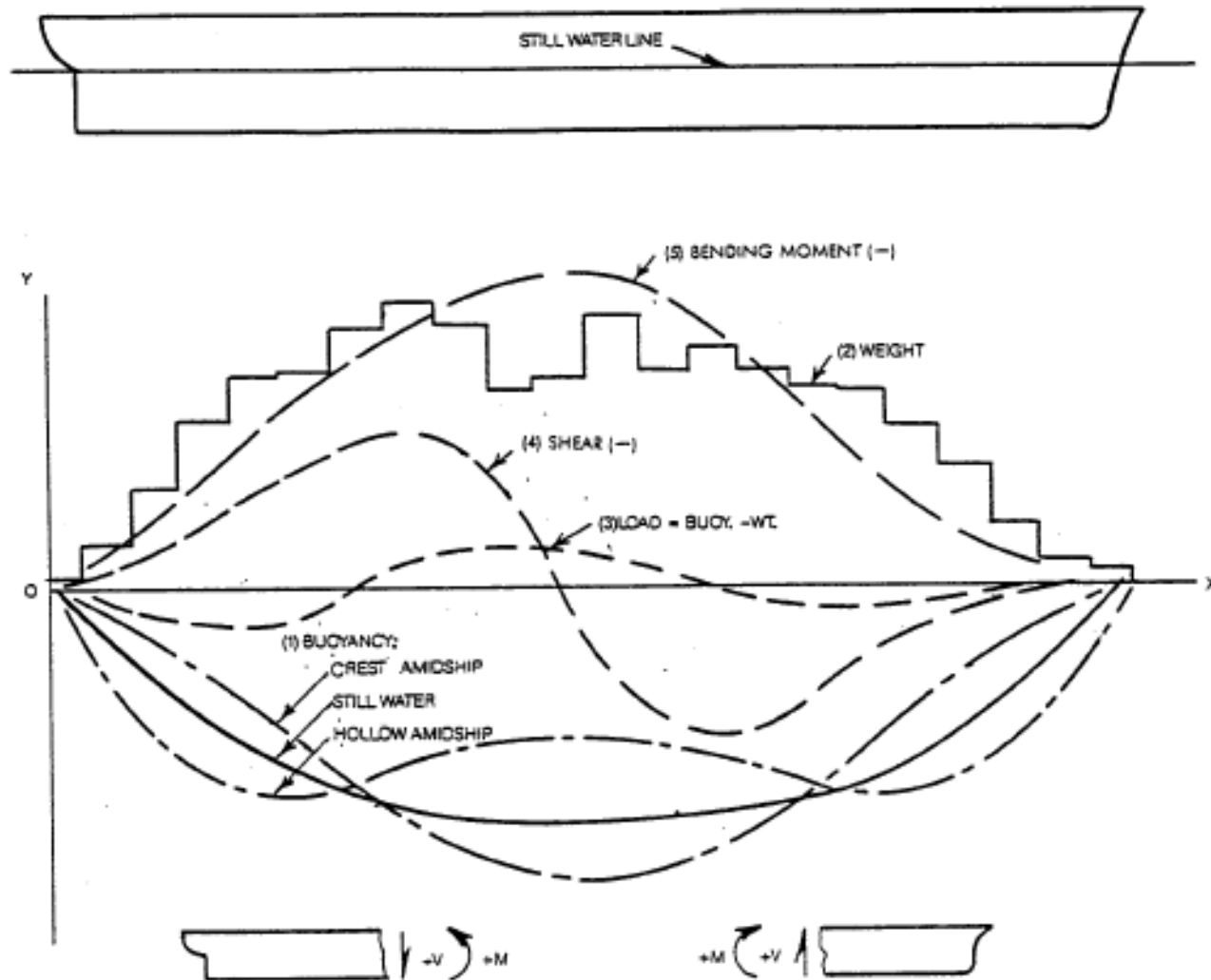
ΔΙΑΜΗΚΗΣ ΑΝΤΟΧΗ ΠΛΟΙΟΥ

Ενότητα: Υπολογισμός διατμητικών τάσεων

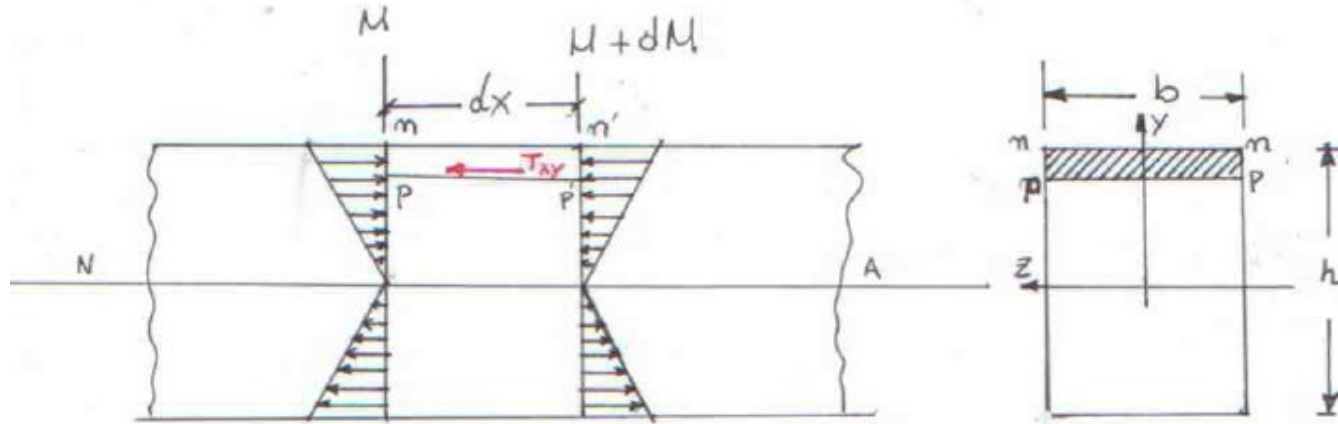
A. Θεοδουλίδης

Υπολογισμός διατμητικών τάσεων

Η ύπαρξη διατμητικών τάσεων οφείλεται στην διατμητική δύναμη $Q(x)$:



Κατανομή διατμητικών τάσεων σε δοκό με ορθογωνική συμπαγή διατομή

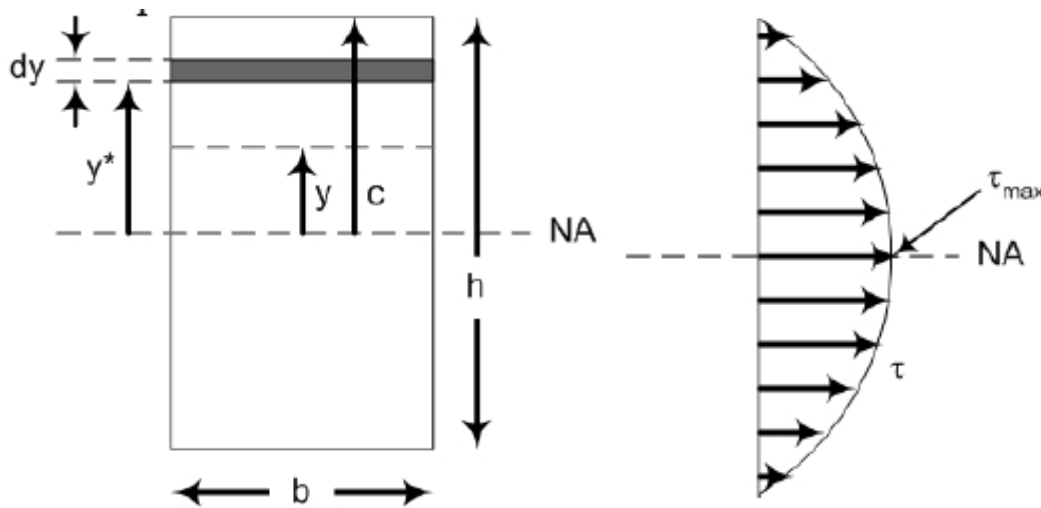


$$\sigma_x \cdot dA = \frac{M \cdot y}{I} \cdot dA$$

$$\tau_{yx} \cdot b \cdot dx = \int_{y_1}^{h/2} \frac{(M + dM) \cdot y}{I} \cdot dA - \int_{y_1}^{h/2} \frac{M \cdot y}{I} \cdot dA$$

$$\tau_{xy} = \tau_{yx} = \frac{Q}{b \cdot I} \cdot \int_{y_1}^{h/2} y \cdot dA$$

Κατανομή διατμητικών τάσεων σε δοκό με ορθωγωνική συμπαγή διατομή



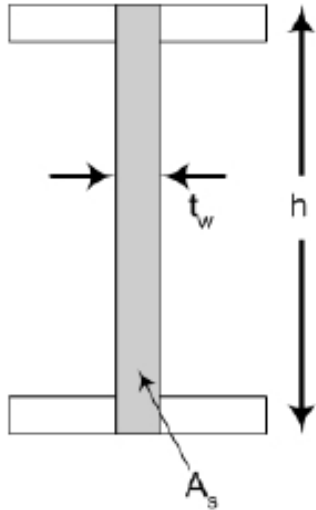
$$\tau(y) = \frac{Q(x) \cdot m(y)}{b \cdot I}$$

$$m(y) = \int_y^c y^* \cdot dA = \int_y^c y^* \cdot b \cdot dy$$

$$\tau_{\max} = \frac{3}{2} \cdot \frac{Q}{b \cdot h} = \frac{3}{2} \cdot \frac{Q}{A_S}$$

$m \rightarrow 0$ όταν $y \rightarrow c$ και $m \rightarrow \max$ όταν $y \rightarrow 0$

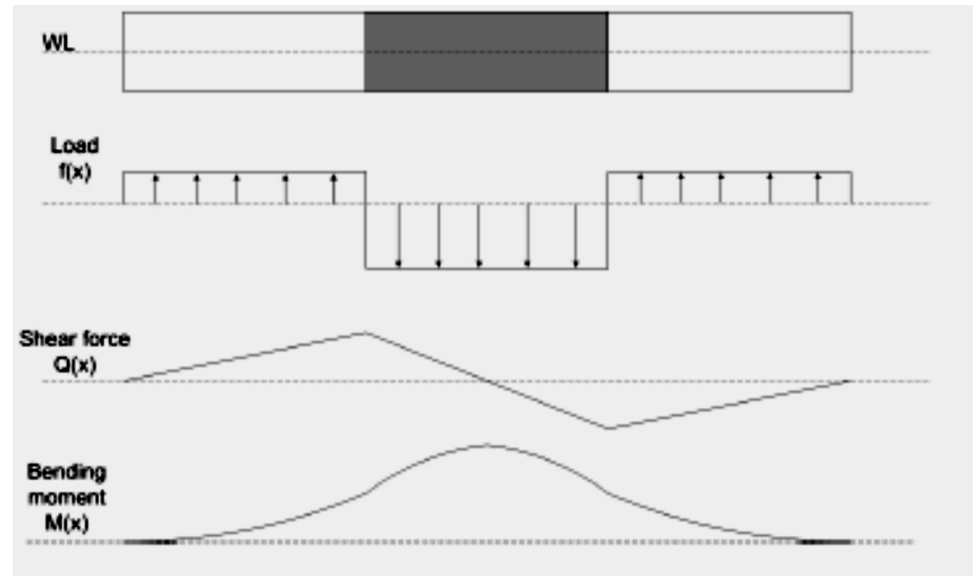
Κατανομή διατμητικών τάσεων σε δοκό με ορθογωνική συμπαγή διατομή



Στην πράξη όταν έχουμε δοκάρια I, L, T (δηλ. 'σχήματα με σημαντικά κατακόρυφα στοιχεία) για τον υπολογισμό των διατμητικών τάσεων λαμβάνονται υπ' όψη στον υπολογισμό του εμβαδού A_s μόνο τα κατακόρυφα στοιχεία (webs).

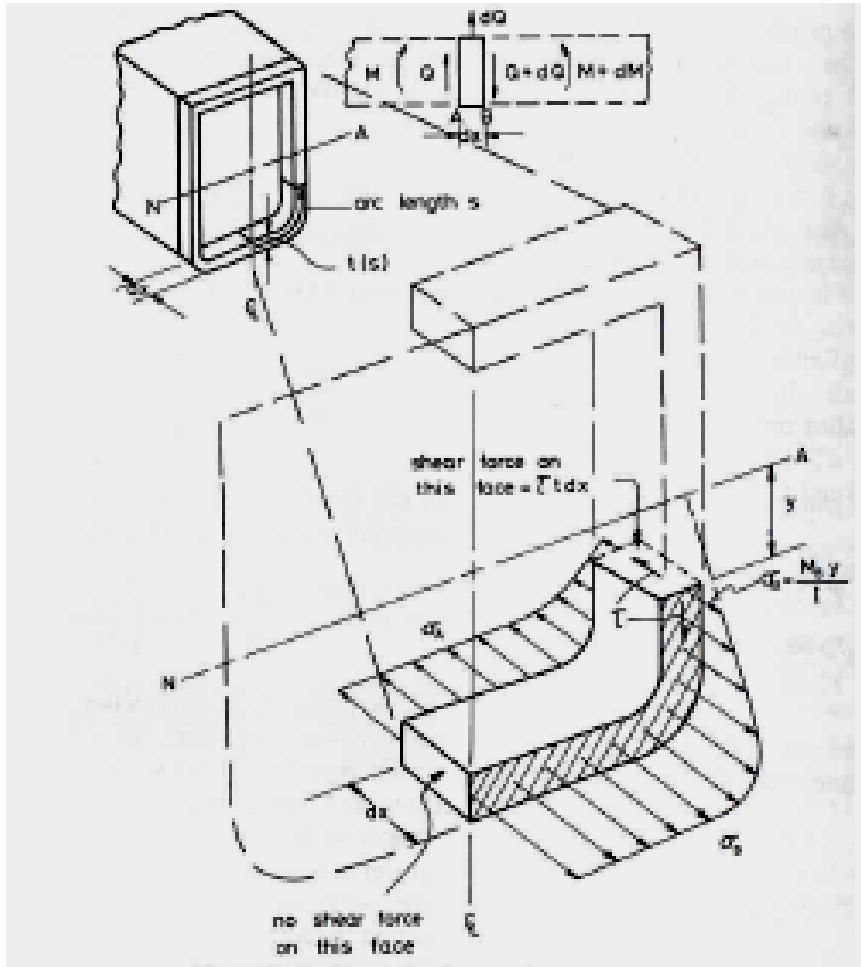
$$A_s = t_w \cdot h$$

Κατανομή διατμητικών τάσεων



Όπως και στη συμπαγή δοκό οι διατμητικές τάσεις δεν κατανέμονται εξ' ίσου σε όλα τα στοιχεία της διατομής. Για την ακριβή κατανομή των τάσεων πρέπει να γίνει ειδικός υπολογισμός.

Κατανομή διατμητικών τάσεων



Από την ισορροπία δυνάμεων κατά τη διαμήκη κατεύθυνση προκύπτει ότι:

$$\tau \cdot t \cdot dx = \int_0^s \sigma_B \cdot t \cdot ds - \int_0^s \sigma_A \cdot t \cdot ds$$

$$\tau \cdot t \cdot dx = \frac{M_B - M_A}{I} \int_0^s y \cdot t \cdot ds = \frac{dM}{I} \int_0^s y \cdot t \cdot ds$$

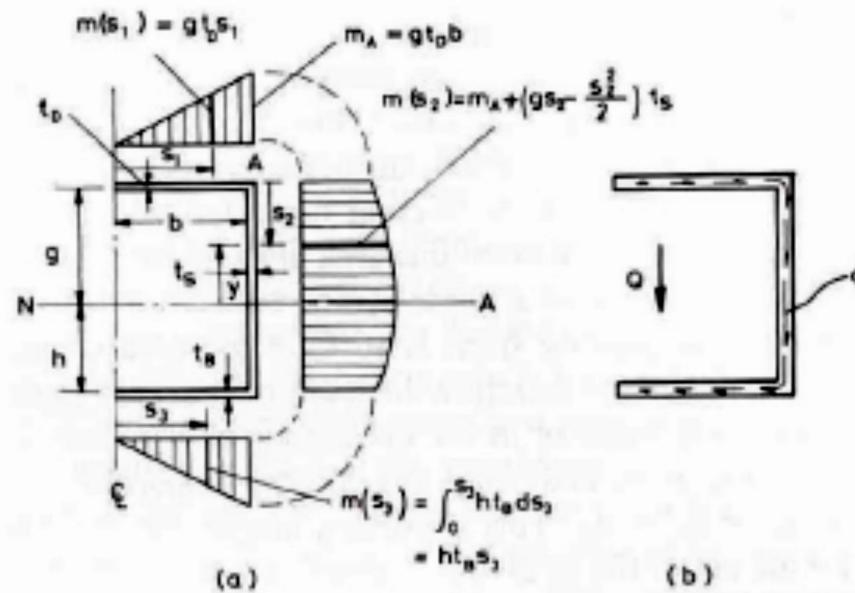
$$\tau \cdot t = \frac{Q}{I} \int_0^s y \cdot t \cdot ds$$

$$\tau(s) = \frac{Q \cdot m(s)}{t(s) \cdot I} \quad m(s) \equiv \int_0^s y \cdot t(s) \cdot ds$$

Κατανομή διατμητικών τάσεων

- $m(s)$ είναι η στατική ροπή ως προς τον ουδέτερο άξονα του τμήματος της διατομής από το ανοικτό άκρο έως το σημείο υπολογισμού της διατμητικής τάσης
- Το ολοκλήρωμα $m(s)$ γίνεται μέγιστο στον ουδέτερο άξονα και μηδενίζεται στα ανοικτά άκρα
- Τα μεγέθη Q και I είναι σταθερά και αφορούν ολόκληρη τη διατομή ενώ τα μεγέθη m και t εξαρτώνται από τη μεταβλητή s (απόσταση από το ανοικτό άκρο)
- Το γινόμενο $τt$ ονομάζεται διατμητική ροή

Κατανομή διατμητικών τάσεων – Παράδειγμα



Κατάστρωμα και πυθμένας:

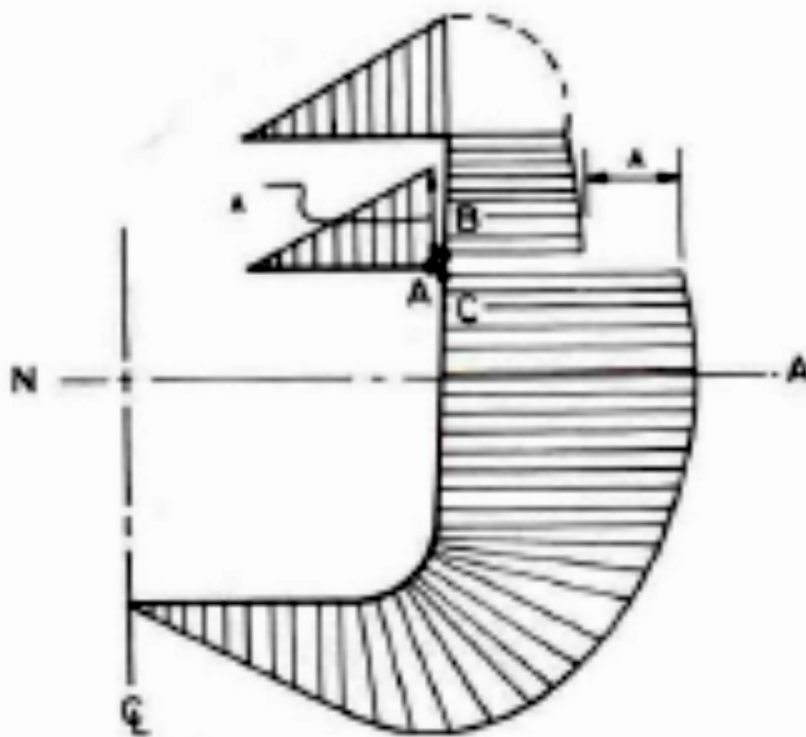
$$m(s_1) = \int_0^{s_1} y \cdot t \cdot ds_1 = g t s_1 \quad \rightarrow \quad \tau(s_1) = \frac{Q \cdot g \cdot t \cdot s_1}{t \cdot I} = \frac{Q \cdot g}{I} s_1$$

Πλευρικό έλασμα:

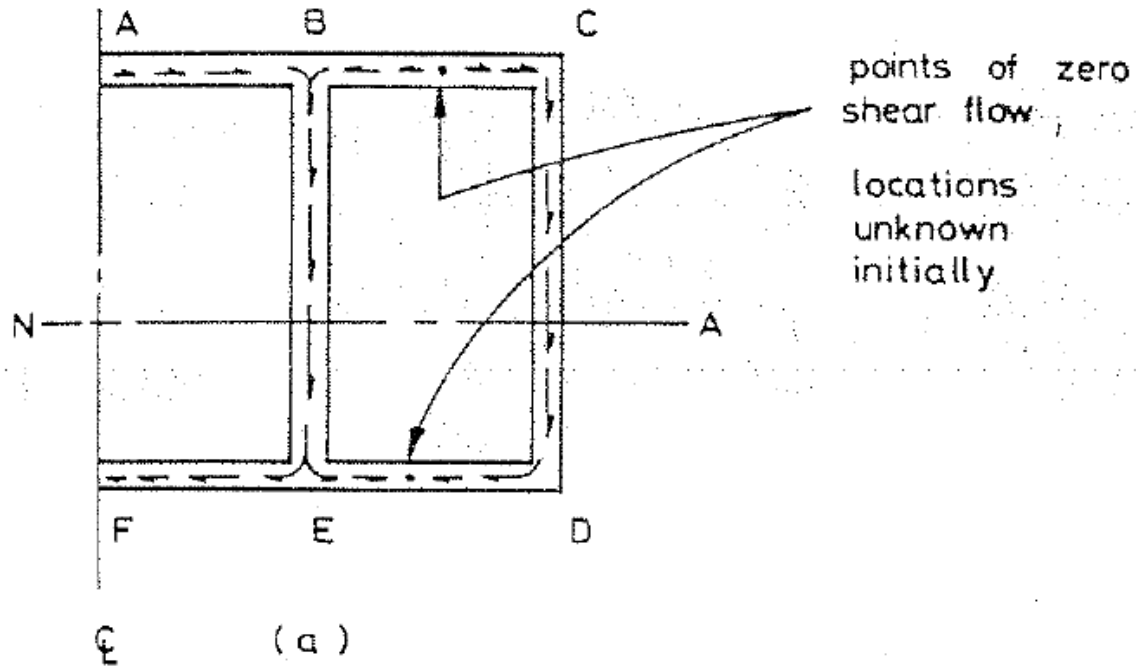
$$m(s_2) = m_A + \int_0^{s_2} y \cdot t \cdot ds_2 = m_A + \left(g \cdot s_2 - \frac{1}{2} s_2^2 \right) t$$

$$\tau(s_2) = \tau_A + \frac{Q}{I} \left(g \cdot s_2 - \frac{1}{2} s_2^2 \right)$$

Κατανομή διατμητικών τάσεων – Παράδειγμα



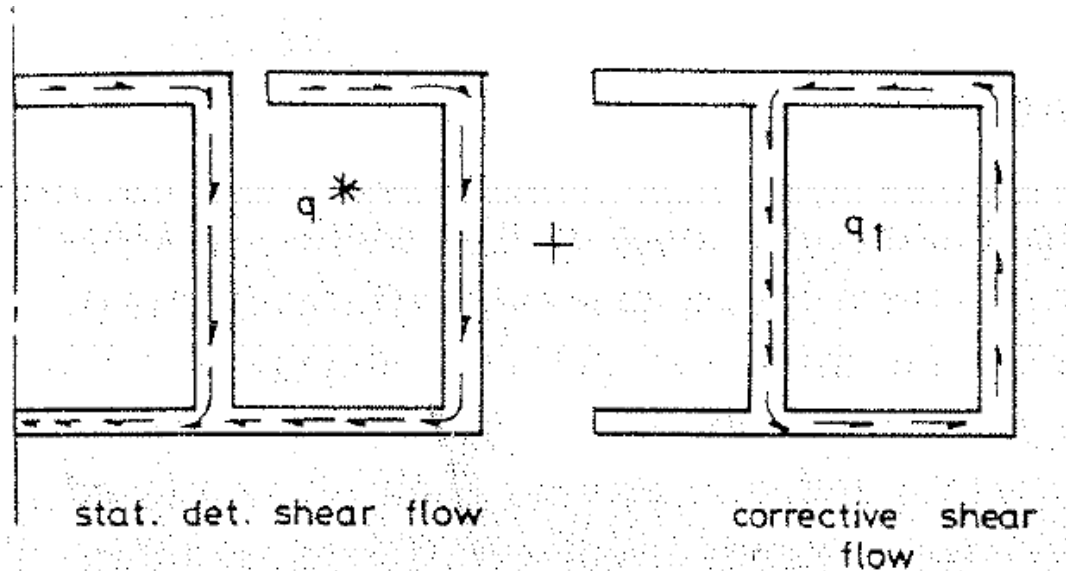
Κατανομή διατμητικών τάσεων – Διατομή με κλειστά κελιά



Στην περίπτωση αυτή το πρόβλημα είναι στατικά απροσδιόριστο, καθ' όσον δεν γνωρίζουμε στον κόμβο B τι ποσοστό της διατμητικής ροής ακολουθεί τον κλάδο BC και τι ποσοστό τον κλάδο BE.

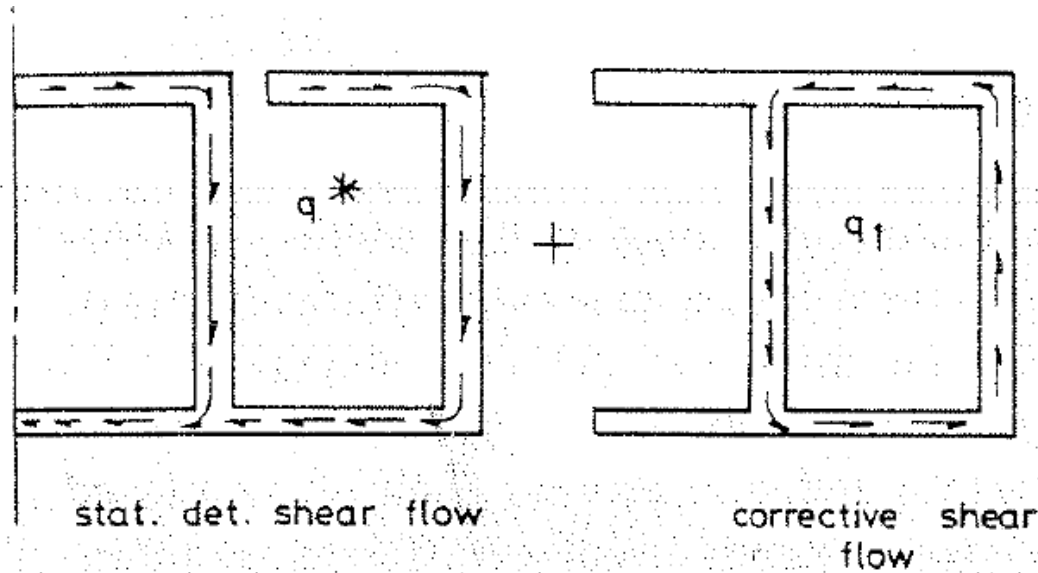
Για την επίλυση του προβλήματος θα πρέπει να γίνει χρήση του συμβιβαστού των παραμορφώσεων.

Κατανομή διατμητικών τάσεων – Διατομή με N κλειστά κελιά



- Για το σκοπό αυτό σε κάθε κλειστό κελί εισάγεται τεχνητό άνοιγμα. Κατ' αυτό τον τρόπο η διατομή μετατρέπεται σε «ανοικτή», στατικά προσδιορισμένη διατομή με διατμητική ροή q^* .
- Η διατμητική ροή q^* δεν είναι σωστή και για το λόγο αυτό θα πρέπει να διορθωθεί, προσθέτοντας σε αυτή τις σταθερές διατμητικές ροές $q_1, q_2, q_3, \dots, q_N$ των N κλειστών κελιών .
- Ο υπολογισμός των $q_1, q_2, q_3, \dots, q_N$ γίνεται με χρήση του συμβιβαστού των παραμορφώσεων, το οποίο επιβάλλει σε όλα τα θεωρηθέντα τεχνητά ανοίγματα μηδενική ολίσθηση, δηλ. παράλληλη σχετική μετακίνηση των δύο πλευρών του ανοίγματος.

Κατανομή διατμητικών τάσεων – Διατομή με N κλειστά κελιά



- Η συνολική διατμητική ροή δίνεται από τη σχέση:

$$q = q^* + \sum_{i=1}^N q_i$$

Η διατμητική ροή q^* υπολογίζεται με τη διαδικασία που προαναφερθηκε για τις ανοικτές διατομές.

Κατανομή διατμητικών τάσεων – Διατομή με N κλειστά κελιά

- Η ολίσθηση σε μια κλειστή λεπτότοιχη διατομή υποκείμενη σε διάτμηση δίνεται από τη σχέση:

$$slip = \oint \gamma \cdot ds = \frac{1}{G} \oint \tau \cdot ds = \frac{1}{G} \oint \frac{q}{t} ds$$

Η σχέση αυτή αν εφαρμοσθεί στα N κελιά προκύπτουν οι ακόλουθες N εξισώσεις:

$$\oint_{cell_j} \frac{q}{t} ds = 0, \quad (j = 1, 2, \dots, N)$$

Οι οποίες γράφονται στη μορφή:

Κατανομή διατμητικών τάσεων – Διατομή με N κλειστά κελιά

$$\oint_{cell_1} \frac{q_1}{t} ds + \oint_{cell_1} \frac{q_2}{t} ds + \dots \dots \oint_{cell_1} \frac{q_N}{t} ds = - \oint_{cell_1} \frac{q^*}{t} ds$$

$$\oint_{cell_2} \frac{q_1}{t} ds + \oint_{cell_2} \frac{q_2}{t} ds + \dots \dots \oint_{cell_2} \frac{q_N}{t} ds = - \oint_{cell_2} \frac{q^*}{t} ds$$

•
•
•

$$\oint_{cell_N} \frac{q_1}{t} ds + \oint_{cell_N} \frac{q_2}{t} ds + \dots \dots \oint_{cell_N} \frac{q_N}{t} ds = - \oint_{cell_N} \frac{q^*}{t} ds$$

Κατανομή διατμητικών τάσεων – Διατομή με N κλειστά κελιά

Οι όροι:

$$\oint_{cell_j} \frac{q_i}{t} ds$$

είναι μηδενικοί αν τα κελιά j και i δεν έχουν κοινά σύνορα.

Από την επίλυση του ανωτέρω συστήματος μπορούν να υπολογισθούν οι διατμητικές ροές $q_1, q_2, q_3, \dots, q_N$.

Η συνολική διατμητική ροή προκύπτει από τη σχέση:

$$q = q^* + \sum_{i=1}^N q_i$$

Από την διατμητική ροή q υπολογίζονται στη συνέχεια οι διατμητικές τάσεις τ.

Κατανομή διατμητικών τάσεων – Διατομή με N κλειστά κελιά

Υπόδειξη:

Όλες οι κυκλικές ολοκληρώσεις να γίνονται κατά την ίδια φορά (π.χ. δεξιόστροφα) και οι ροές να θεωρούνται θετικές όταν η φορά τους ταυτίζεται με τη φορά της ολοκλήρωσης (δεξιόστροφες).

Υστέρηση σε διάτμηση

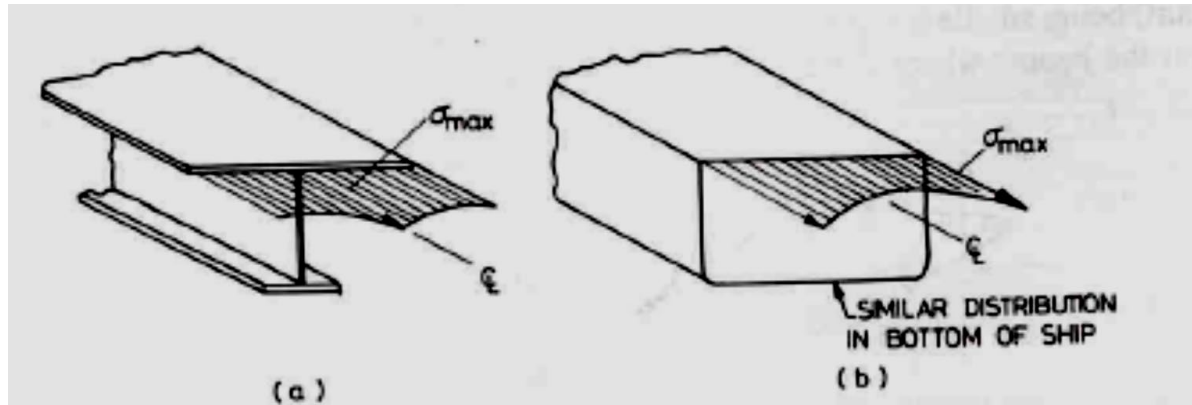
Η απλή θεωρία της κάμψης υποθέτει ότι «οι επίπεδες τομές παραμένουν επίπεδες και κατά συνέπεια η κατανομή των ορθών τάσεων λόγω κάμψης είναι γραμμική με σημείο μηδενισμού τον ουδέτερο άξονα

Στα πλοία ποτέ δεν υπάρχει καθαρή κάμψη (δήλ. Μόνο καμπτική ροπή) αλλά πάντα η κάμψη οφείλεται στην κατανομή κατακορύφων φορτίων κατά μήκος του πλοίου δοκού.

Αυτές οι κατακόρυφες φορτίσεις παραλαμβάνονται κυρίως από τα κατακόρυφα (webs) στοιχεία.

Αν και τα κατακόρυφα φορτία ασκούνται κυρίως στο κατάστρωμα και τον πυθμένα εν τούτοις μεταφέρονται αυτόματα και παραλαμβάνονται από τα κατακόρυφα ελάσματα (πλευρές και διαμήκεις φρακτές)

Υστέρηση λόγω διάτμησης

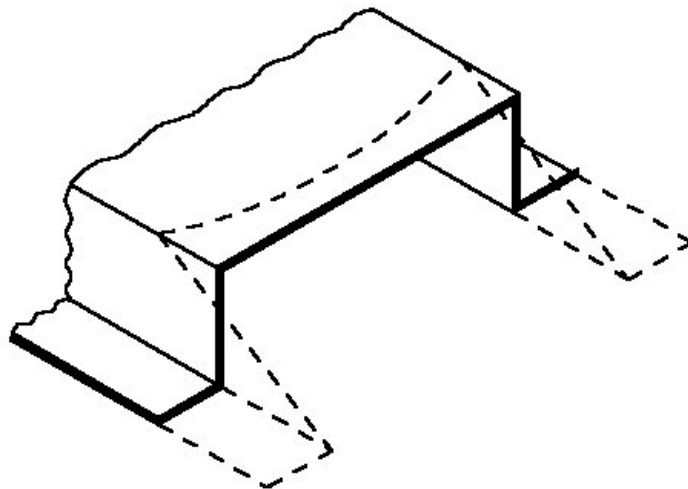


Εφ' όσον τα κατακόρυφα στοιχεία είναι αυτά που κυρίως παραλαμβάνουν τις κατακόρυφες φορτίσεις είναι και αυτά που καμπυλώνονται αλλά λόγω της διάτμησης συμπαρασύρουν και τα οριζόντια (Flanges), τα οποία παραμορφώνονται λόγω αυτής της διάτμησης.

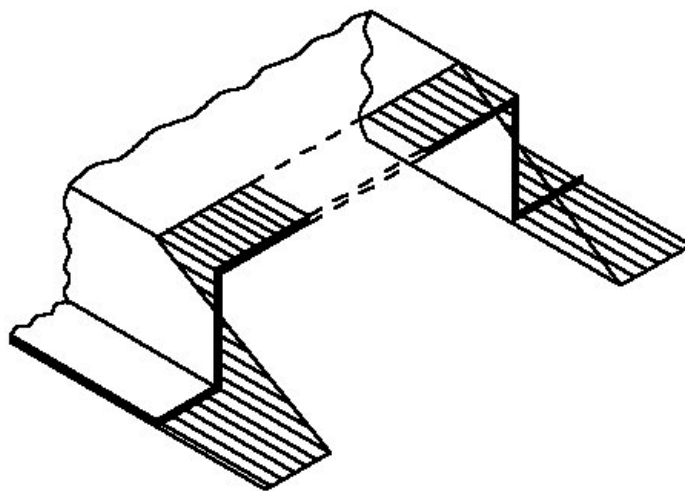
Η παραμόρφωση αυτή των οριζοντίων στοιχείων είναι τόσο μικρότερη όσο απομακρυνόμαστε από το σημείο τομής με τα κατακόρυφα. Λόγω αυτού του φαινομένου η κατανομή των ορθών τάσεων στις φλάντζες δεν είναι ομοιόμορφη αλλά «υστερεί» (υπολείπεται) στα σημεία που βρίσκονται μακριά από το σημείο επαφής με τα κατακόρυφα στοιχεία.

Αυτό το φαινόμενο ονομάζεται «υστέρηση λόγω διάτμησης»

Υστέρηση λόγω διάτμησης



A) πραγματική κατανομή ορθών τάσεων



B) ιδεατή κατανομή ορθών τάσεων

Ισοδύναμο πλάτος λόγω υστέρησης



Το πλάτος του ελάσματος το οποίο όταν χρησιμοποιηθεί στον υπολογισμό της ροπής αδράνειας δίνει τη σωστή τάση στο σημείο τομής της φλάντζας με το κατακόρυφο έλασμα, σύμφωνα με την απλή θεωρία της κάμψης, ονομάζεται ισοδύναμο πλάτος b_e .

$$b_e = \frac{1}{\sigma_{max}} \cdot \int_0^b \sigma_x \cdot dz$$

Ισοδύναμο πλάτος λόγω υστέρησης

Το ισοδύναμο πλάτος υπολογίζεται από διαγράμματα (Schade, 1951) (Hughes 1983).

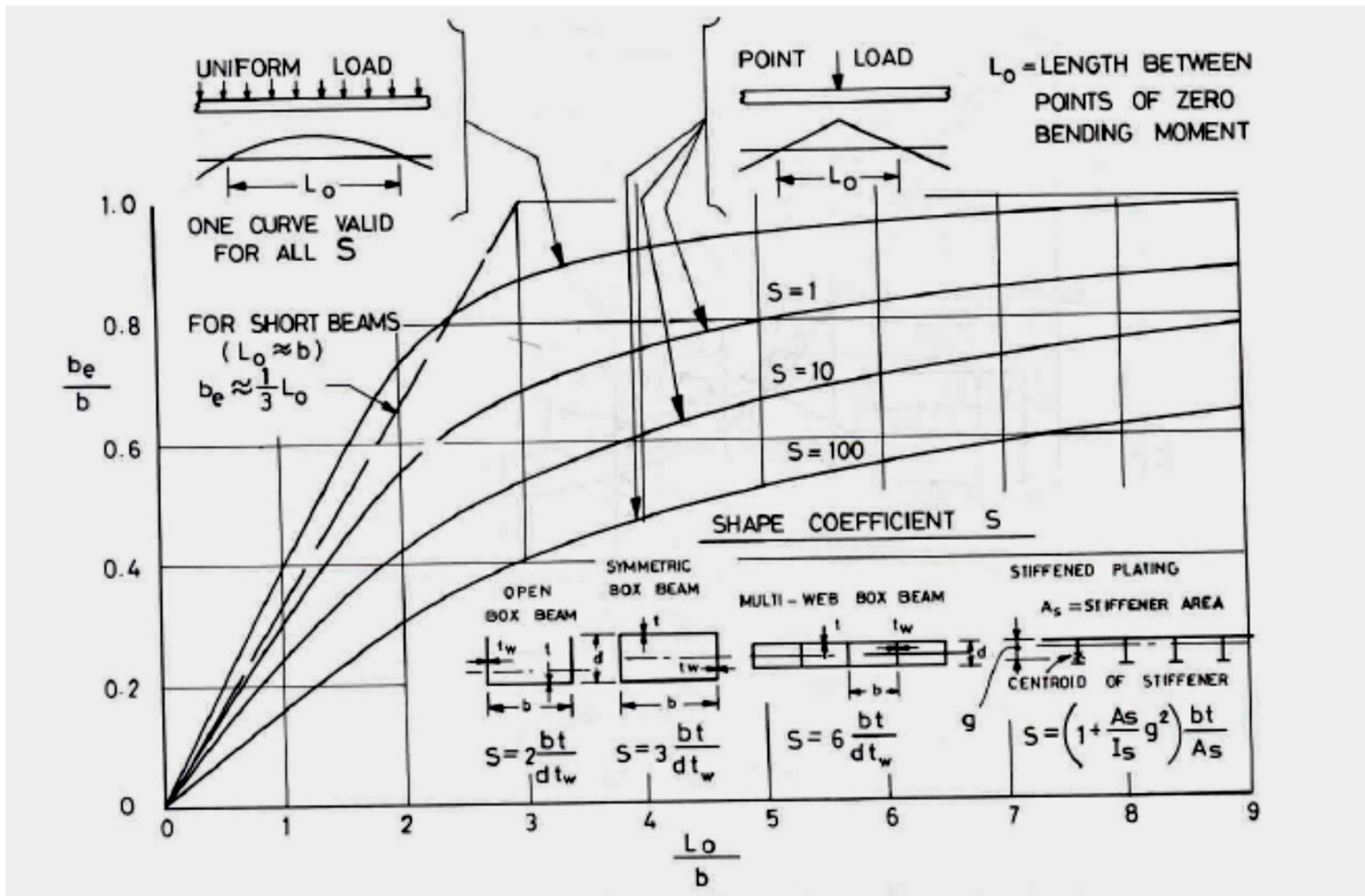
Τα διαγράμματα αυτά χρησιμοποιούν ως δεδομένα:

(α) το λόγο b/L_0 όπου b το πλάτος της φλάντζας και L_0 η απόσταση μεταξύ των διαδοχικών σημείων μηδενισμού της καμπύλης των καμπτικών ροπών.

(β) Συντελεστές σχήματος που εξαρτώνται από τη γεωμετρία του δοκαριού ή του ενισχυμένου ελάσματος

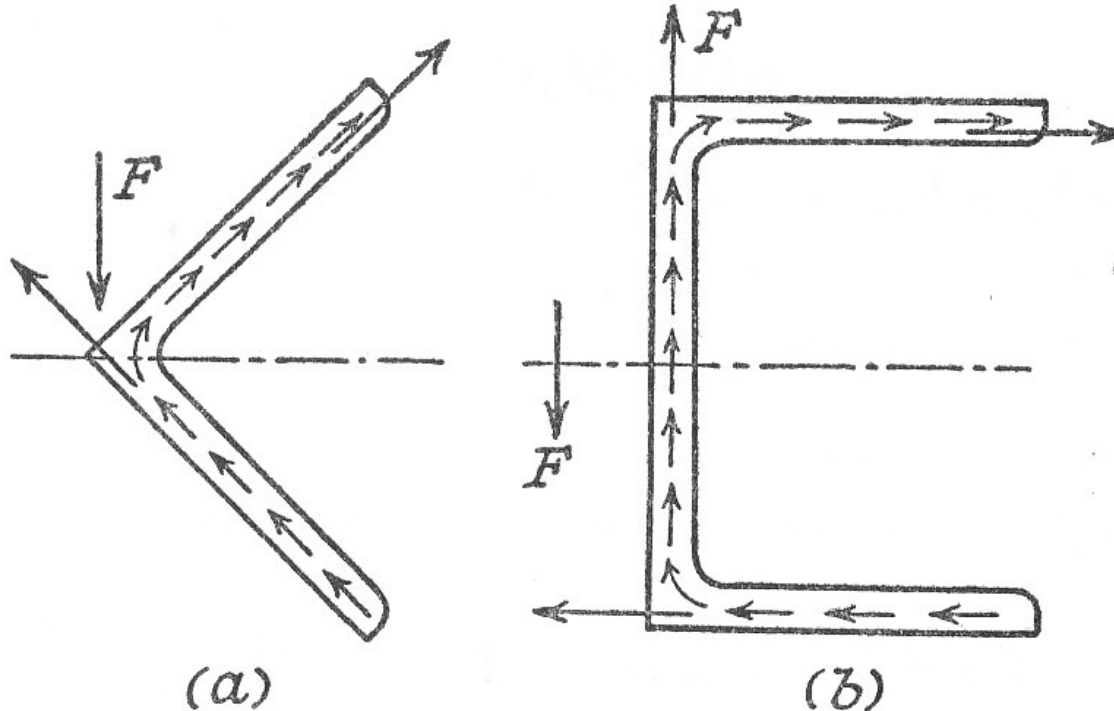
Από τα διαγράμματα προκύπτει ο λόγος b_e/b .

Ισοδύναμο πλάτος λόγω υστέρησης



Κέντρο διάτμησης

Ως κέντρο διάτμησης μιας διατομής ορίζεται εκείνο το σημείο ως προς το οποίο η ροπή στρέψης η οποία οφείλεται στην τέμνουσα δύναμη Q εξισορροπείται από τη ροπή της δύναμης που προκύπτει ως συνισταμένη των διατμητικών τάσεων που αναπτύσσονται στη διατομή λόγω της Q . Με άλλα λόγια, είναι εκείνο το σημείο στο οποίο αν ασκηθεί η τέμνουσα δύναμη Q δεν προκαλεί στρεπτική ροπή στη διατομή.



Κέντρο διάτμησης

- Στην περίπτωση διατομών με δύο άξονες συμμετρίας, το κέντρο διάτμησης ταυτίζεται με το κέντρο επιφανείας της διατομής.
- Στην περίπτωση διατομών με έναν άξονα συμμετρίας, το κέντρο διάτμησης δεν ταυτίζεται με το κέντρο επιφανείας της διατομής αλλά βρίσκεται πάνω στον άξονα συμμετρίας.

