

ΘΕΜΑΤΑ ΑΝΩΤΕΡΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΙΙ

ΠΕΡΙΟΔΟΥ ΙΟΥΝΙΟΥ 2014

ΤΜΗΜΑΤΟΣ ΝΑΥΠΗΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ Τ.Ε.

1^ο

- i. Να οριστεί η κατευθυνόμενη παράγωγος της συνάρτησης $f|S \subseteq \mathbb{R}^3$ στο σημείο $P \in S$ κατά τη διεύθυνση \vec{a} και να δοθεί χωρίς απόδειξη ο τύπος υπολογισμού της.

Έστω το βαθμωτό πεδίο $f(x, y, z) = x^2yz^3$. Να υπολογιστούν τα πεδία

$$\vec{\nabla} f \quad \text{και} \quad \vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} f).$$

- ii. Να υπολογιστεί το επικαμπύλιο ολοκλήρωμα

$$\int_C \vec{F} \cdot d\vec{r}, \quad \text{όταν} \quad \vec{F} = y\vec{i} + (x - y)\vec{j}$$

και C το ευθύγραμμο τμήμα AB με αρχή το $A(0, 1)$ και τέλος το $B(1, 2)$.

2^ο

- i) Να υπολογιστεί το διπλό ολοκλήρωμα

$$\iint_D (x + 3y) dx dy, \quad \text{όταν} \quad D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq x \leq 3, -x \leq y \leq x\}.$$

- ii) Να μελετηθεί ως προς την ύπαρξη ακρότατων η συνάρτηση

$$f(x, y) = x^2 + 2y^2 + 2x + 4y - 10.$$

3^ο

- i) Να υπολογιστεί η μερική λύση της διαφορικής εξίσωσης

$$y'' + 2y' + 2y = 0, \quad \text{όταν} \quad y'(0) = -1 \quad \text{και} \quad y(0) = 0.$$

- ii) Να υπολογιστεί η παράγωγος df/dt , όταν

$$f(x, y, z) = \ln(x^2 + y^2 + z^2) \quad \text{και} \quad x = \cos t, \quad y = \sin t, \quad z = t.$$

Αθήνα 30 Ιουνίου 2014