

ΘΕΜΑΤΑ ΑΝΩΤΕΡΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΙΙ

ΠΕΡΙΟΔΟΥ ΣΕΠΤΕΜΒΡΙΟΥ 2014

ΤΜΗΜΑΤΟΣ ΝΑΥΠΗΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ Τ.Ε.

1<sup>ο</sup>

i. Έστω το βαθμωτό πεδίο  $f(x, y, z) = x^2 + yz^3$ . Να υπολογιστεί η κλίση

$$\vec{\nabla} f \text{ στο σημείο } P(0, 1, -1).$$

ii. Να υπολογιστεί το επικαμπύλιο ολοκλήρωμα

$$\int_C \vec{F} \cdot d\vec{r}, \quad \text{όταν } \vec{F} = y\vec{i} + (x - y)\vec{j} + z\vec{k}$$

και  $C$  το ευθύγραμμο τμήμα  $AB$  με αρχή το  $A(1, -1, 1)$  και τέλος το  $B(2, 0, 4)$ .

2<sup>ο</sup>

i) Να υπολογιστεί το διπλό ολοκλήρωμα

$$\iint_D (x - y) dx dy, \quad \text{όταν } D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq x \leq 4, x \leq y \leq 2x\}.$$

ii) Έστω η συνάρτηση

$$f(x, y) = x^2 + 3y^2 - 2x - 6y + 1.$$

Να μελετηθεί ως προς την ύπαρξη ακρότατων.

3<sup>ο</sup>

i) Να υπολογιστεί η μερική λύση της διαφορικής εξίσωσης

$$y'' - y' - 2y = 0, \quad \text{όταν } y'(0) = 1 \text{ και } y(0) = -1.$$

ii) Αν η συνάρτηση  $f(x, y, z) | S \subseteq \mathbb{R}^3$  όπου  $S$  ανοικτό σύνολο έχει τουλάχιστον 1ης τάξης μερικές παραγώγους στο  $S$ , δείξτε ότι

$$\vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} f) = \vec{0}.$$

Αθήνα 15 Σεπτεμβρίου 2014