

ΘΕΜΑΤΑ ΑΝΩΤΕΡΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΙΙ

ΠΕΡΙΟΔΟΥ ΦΕΒΡΟΥΑΡΙΟΥ 2015

ΤΜΗΜΑΤΟΣ ΝΑΥΠΗΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ Τ.Ε.

1^ο

i. Έστω το βαθμωτό πεδίο $f(x, y) = \ln(x^2 + y^2)$. Να υπολογιστούν η

κλίση $\vec{\nabla} f$ και η Laplacian $\nabla^2 f$.

ii. Να υπολογιστεί το επικαμπύλιο ολοκλήρωμα

$$\int_C \vec{F} \cdot d\vec{r}, \quad \text{όταν } \vec{F} = (x+y)\vec{i} + (x-y)\vec{j}$$

και C το ευθύγραμμο τμήμα AB με αρχή το $A(1, 1)$ και τέλος το $B(2, 3)$.

2^ο

i) Να υπολογιστεί το διπλό ολοκλήρωμα

$$\iint_D (2x + y) dx dy, \quad \text{όταν } D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq y \leq 2, y \leq x \leq 4y\}.$$

ii) Έστω η συνάρτηση

$$f(x, y) = 2x^2 + 4y^2 - 8x + 24y + 10.$$

Να μελετηθεί ως προς την ύπαρξη ακρότατων.

3^ο

i) Να υπολογιστεί η μερική λύση της διαφορικής εξίσωσης

$$y'' + 5y' + 6y = 0, \quad \text{όταν } y'(0) = 1 \quad \text{και} \quad y(0) = -1.$$

ii) Αν $\vec{F}(x, y, z) = (x+y)\vec{i} + \vec{j} + z\vec{k}$, να υπολογιστεί το πεδίο

$$\vec{\nabla} \times \vec{F}.$$

Αθήνα 16 Φεβρουαρίου 2015

Α. Μπράτσος