

ΘΕΜΑΤΑ ΑΝΩΤΕΡΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΙΙ

ΠΕΡΙΟΔΟΥ ΙΟΥΝΙΟΥ 2015

ΤΜΗΜΑΤΟΣ ΝΑΥΠΗΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ Τ.Ε.

1^ο

- i. Έστω η συνάρτηση $f(x, y) = e^{-x^2-y^2}$. Να υπολογιστεί η κατευθυνόμενη παράγωγος της f στο σημείο $P(1, 1)$ κατά τη διεύθυνση του διανύσματος

$$\vec{d} = -\vec{i} + \vec{j}.$$

- ii. Να υπολογιστεί το επικαμπύλιο ολοκλήρωμα

$$\int_C \vec{F} \cdot d\vec{r}, \quad \text{όταν} \quad \vec{F} = -x\vec{i} + y\vec{j}$$

και C το 1ο τεταρτημόριο της περιφέρειας $x^2 + y^2 = 4$.

2^ο

- i) Να υπολογιστεί το διπλό ολοκλήρωμα

$$\iint_D (x - y) dx dy,$$

όταν D ο τόπος που περιορίζεται από τις καμπύλες $y = x^2$ και $y = 2 - x^2$.

- ii) Να υπολογιστεί η μερική λύση της διαφορικής εξίσωσης

$$y'' + 2y' + 5y = 0, \quad \text{όταν} \quad y'(0) = 1 \quad \text{και} \quad y(0) = 0.$$

Να εξεταστεί η μορφή της μερικής λύσης, όταν $x \rightarrow +\infty$.

3^ο

- i) Να μελετηθεί ως προς την ύπαρξη ακρότατων η συνάρτηση

$$f(x, y) = x^3 - 12x + y^2 + 1.$$

- ii) Αν η συνάρτηση $f(x, y, z)|_S \subseteq \mathbb{R}^3$, όταν S ανοικτό σύνολο, έχει συνεχείς 2ης τάξης μερικές παραγώγους στο S , δείξτε ότι

$$\vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} f) = \vec{0}.$$

Αθήνα 6 Ιουλίου 2015