

ΘΕΜΑΤΑ ΑΝΩΤΕΡΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΙΙ  
ΠΕΡΙΟΔΟΥ ΣΕΠΤΕΜΒΡΙΟΥ 2015  
ΤΜΗΜΑΤΟΣ ΝΑΥΠΗΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ Τ.Ε.

1<sup>ο</sup>

Έστω η διανυσματική συνάρτηση

$$\vec{F}(x, y, z) = 4x^3y^2z^3 \vec{i} + 2x^4yz^3 \vec{j} + 3x^4y^2z^2 \vec{k}.$$

- Δείξτε ότι η  $\vec{F}$  περιγράφει συντηρούμενο πεδίο.
- Να υπολογιστεί το επικαμπύλιο ολοκλήρωμα

$$\int_C \vec{F} \cdot d\vec{r},$$

και  $C$  το ευθύγραμμο τμήμα με αρχή το σημείο  $A(-1, 1, -2)$  και τέλος το  $B(1, -1, 3)$ .

2<sup>ο</sup>

- Να υπολογιστεί το διπλό ολοκλήρωμα

$$\iint_D xy \, dx \, dy,$$

όταν  $D$  ο τόπος που περιορίζεται από τις καμπύλες  $y = x^2$  και  $y = x$ .

- Να μελετηθεί ως προς την ύπαρξη ακρότατων η συνάρτηση

$$f(x, y) = x^2 + 2y^2 - 2x - 4y + 1.$$

3<sup>ο</sup>

- Να υπολογιστεί η μερική λύση της διαφορικής εξίσωσης

$$y'' + 4y' + 3y = 0, \quad \text{όταν } y'(0) = 1 \quad \text{και} \quad y(0) = 0.$$

Να εξεταστεί η μορφή της μερικής λύσης, όταν  $x \rightarrow +\infty$ .

- Έστω η συνάρτηση  $f = r$ , όταν  $r = |\vec{r}|$  με  $\vec{r}$  διάνυσμα θέσης. Να υπολογιστεί η κλίση της  $f$ .

Αθήνα 18 Σεπτεμβρίου 2015