ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΟ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΟ ΙΔΡΥΜΑ
(Τ.Ε.Ι.) ΑΘΗΝΑΣ
ΣΧΟΛΗ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΩΝ ΕΦΑΡΜΟΓΩΝ
ΤΜΗΜΑ ΝΑΥΠΗΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ Τ.Ε.
ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ Δρ Α. Μπράτσος
E-mail: bratsos@teiath.gr **URL:** http://users.teiath.gr/bratsos/

ΘΕΜΑΤΑ **ΑΝΩΤΕΡΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΙΙ**

ΠΕΡΙΟΔΟΥ *ΙΟΥΝΙΟΥ 2016*

ΤΜΗΜΑΤΟΣ **ΝΑΥΠΗΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ Τ.Ε.**

1^o

i. Έστω το βαθμωτό πεδίο $f(x,y) = \ln\left(x^2+y^2\right)$. Να υπολογιστούν

$$\text{η κλίση} \quad \overrightarrow{\nabla} f \quad \text{και η Laplacian} \quad \nabla^2 f.$$

ii. Να υπολογιστεί το επικαμπύλιο ολοκλήρωμα

$$\int_C \overrightarrow{F} \cdot d\,\overrightarrow{r}, \quad \text{όταν} \quad F = x\,\overrightarrow{i} + (x-y)\,\overrightarrow{j} + z\,\overrightarrow{k}$$

και C το ευθύγραμμο τμήμα AB με αρχή το σημείο $A(1,0,1)$ και τέλος το $B(2,1,4)$.

2^o

i) Να γραφούν οι ιδιότητες του διπλού ολοκληρώματος. Στη συνέχεια να υπολογιστεί το ολοκλήρωμα

$$\iint_D (x+y)\,dx\,dy, \quad \text{όταν} \quad D = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : \quad 0 \le x \le 1, \quad x \le y \le 2x\right\}.$$

ii) Να μελετηθεί ως προς την ύπαρξη ακρότατων η συνάρτηση

$$f(x,y) = e^{-x^2-y^2}.$$

3^o

i) Να υπολογιστεί η μερική λύση της διαφορικής εξίσωσης

$$y'' + 2y' + 10y = 0, \quad \text{όταν} \quad y = y(x), \quad y'(0) = 1 \quad \text{και} \quad y(0) = 0.$$

Τι παρατηρείτε στη μερική λύση;

ii) Να υπολογιστεί η $g(t)$, αν ο μετασχηματισμός Laplace της είναι

$$G(s) = \mathcal{L}[g(t)] = \frac{s+1}{s^2+4}.$$

Υπόδειξη: Ισχύει ότι

$$\mathcal{L}\left[e^{-at}\sin\omega\,t\right] = \frac{\omega}{(s+a)^2+\omega^2} \quad \text{και} \quad \mathcal{L}\left[e^{-at}\cos\omega\,t\right] = \frac{s+a}{(s+a)^2+\omega^2}.$$

Αθήνα 17 Ιουνίου 2016

Α. Μπράτσος