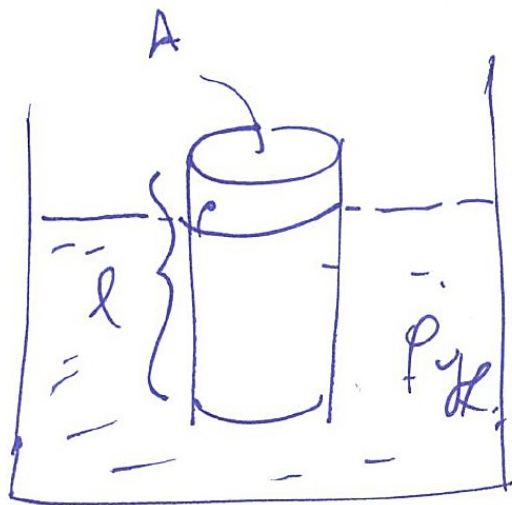


ΑΝΩΣΗ – ΑΡΧΗ ΤΟΥ ΑΡΧΙΜΗΔΗ



6x-1

Έστω σώμα βυθισμένο
σε υγρό (βλέπε σχήμα)

Βάση κυλίνδρου (επιφάνεια): A

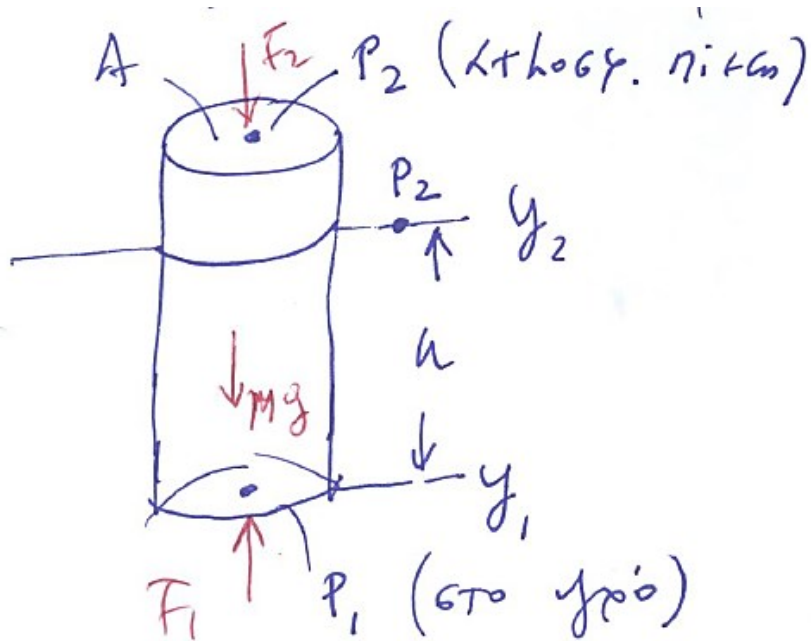
Πυκνότητα υ: ρ

Μάζα υ: M

ύψος κυλίνδρου: l

$\rho_{υγρ}$

ΑΝΩΣΗ – ΑΡΧΗ ΤΟΥ ΑΡΧΙΜΗΔΗ

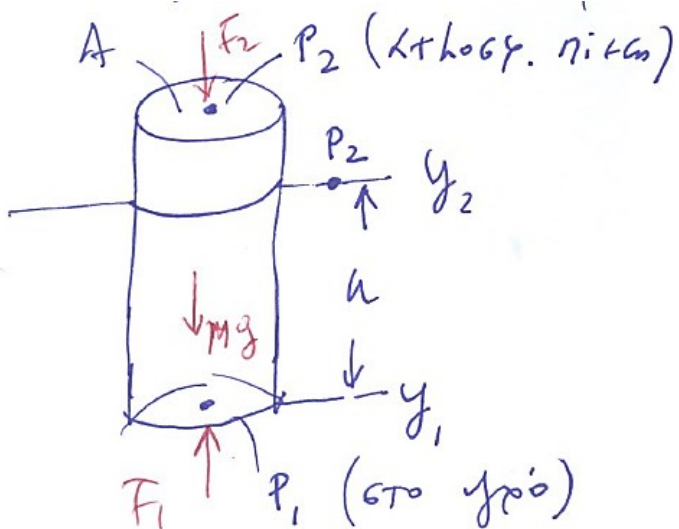


$$P_1 - P_2 = \rho_{\text{υγρ}} \cdot g (y_2 - y_1)$$

$$\Rightarrow P_1 - P_2 = \rho_{\text{υγρ}} \cdot g \cdot h$$

Για να ισορροπηθεί το σώμα (κινητό)
θα πρέπει:

ΑΝΩΣΗ – ΑΡΧΗ ΤΟΥ ΑΡΧΙΜΗΔΗ



$$F_1 - F_2 - Mg = 0$$

Αντικαθιστώντας (F_b)

$$F_b = A \cdot P_1 - A P_2 = A (\rho_{\text{υγρ}} \cdot g \cdot h)$$

ο όρος $A \rho_{\text{υγρ}} \cdot g \cdot h$ είναι το βάρος

του αντικείμενου υγρού και το βάρος (κύλινδρου)

$$\left(\begin{aligned} B_{\text{αντικεμ}} &= M \cdot g \\ \rho_{\text{υγρ}} &= \frac{M}{V} \Rightarrow M = \rho_{\text{υγρ}} \cdot V = \rho_{\text{υγρ}} \cdot A \cdot h \quad \rho \text{ ενότητα:} \\ B_{\text{αντικεμ}} &= A \rho_{\text{υγρ}} \cdot h \cdot g \end{aligned} \right)$$

ΑΝΩΣΗ – ΑΡΧΗ ΤΟΥ ΑΡΧΙΜΗΔΗ

Αυτό αποτελεί τις βασικές αρχές της
Αρχής του Αρχιμήδη που ορίζει ότι:

Όταν ένα σώμα είναι εν μέρει ή εξ
ολοκλήρου βυθισμένο σε ένα ρευστό,

το ρευστό εξασκεί στο σώμα

μία δύναμη προς τα πάνω που είναι

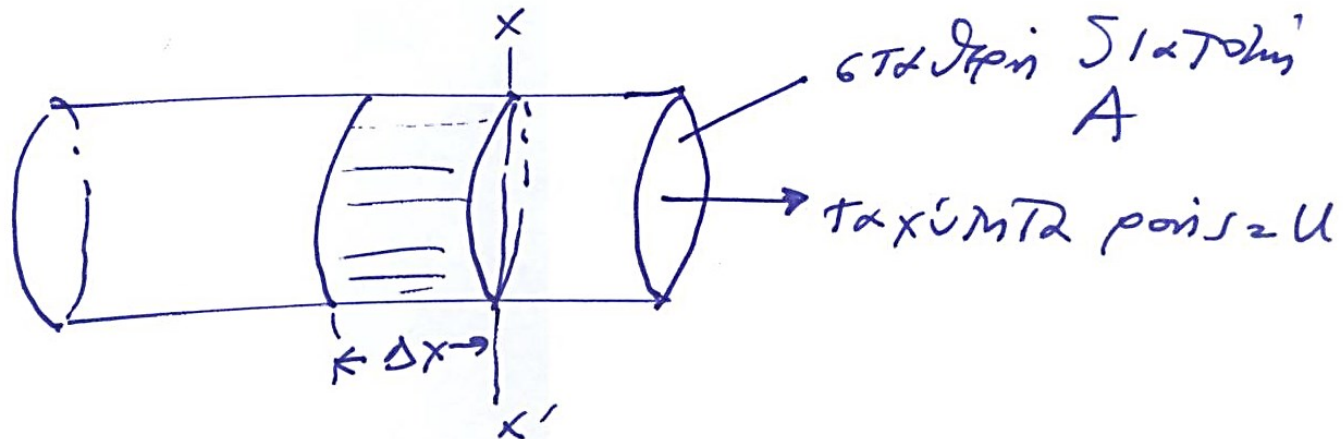
ίση με το βάρος του ρευστού που
εκτονίζεται από το σώμα.

ΔΥΝΑΜΙΚΗ (ΡΟΗ) ΤΩΝ ΡΕΥΣΤΩΝ

Εισαγωγικές έννοιες

Ρυθμός ηροοχίας όγκου

Είναι ο όγκος που ~~πεί~~
διέρχεται από έναν αγωγο
ανά δευτερόλεπτο.



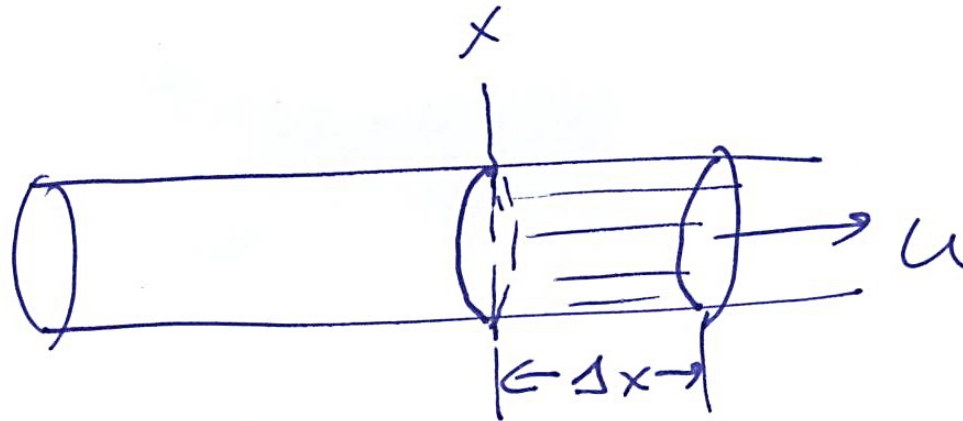
ΔΥΝΑΜΙΚΗ (ΡΟΗ) ΤΩΝ ΡΕΥΣΤΩΝ

Εισαγωγικές έννοιες

— όγκος ρημάτων στο τμήμα μήκους Δx :

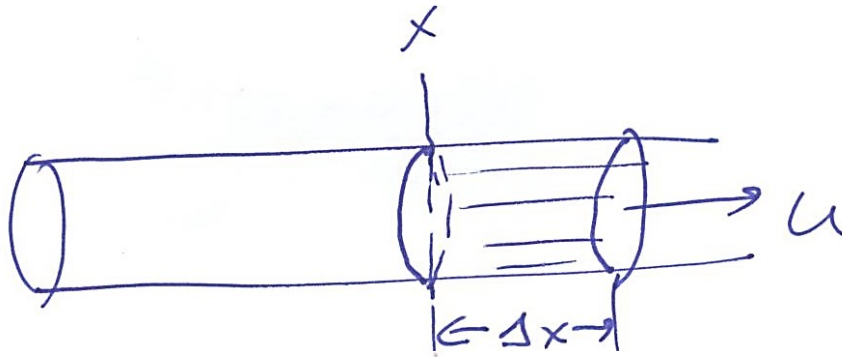
$$\text{όγκος} = V = A \cdot \Delta x$$

— ταχύτητα ρημάτων $= \frac{\Delta x}{\Delta t} = u$



ΔΥΝΑΜΙΚΗ (ΡΟΗ) ΤΩΝ ΡΕΥΣΤΩΝ

Εισαγωγικές έννοιες



Αν το ρευστό
κινείται με ταχύτητα u τότε
ο όγκος που περνάει από το Δx είναι $= \frac{\text{όγκος}}{\Delta t} =$

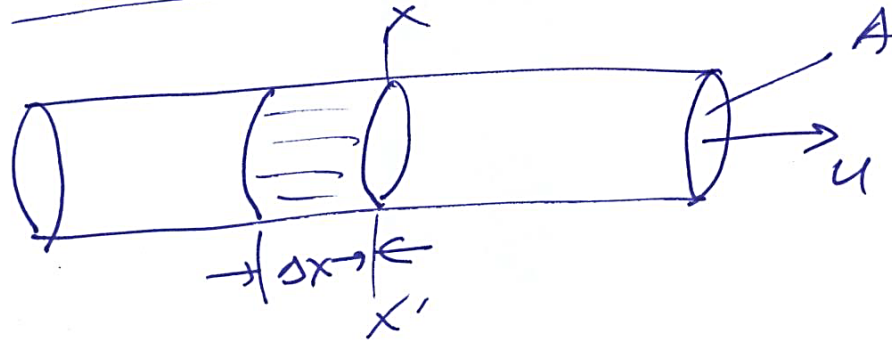
$$= A \cdot \Delta x / \Delta t = A \cdot u$$

$$\frac{dV}{dt} = A \cdot u \quad \left[\frac{\text{m}^3}{\text{sec}} \right]$$

ΔΥΝΑΜΙΚΗ (ΡΟΗ) ΤΩΝ ΡΕΥΣΤΩΝ

Εισαγωγικές έννοιες

Ρυθμός ροής μάζας



Όγκος ρευστού στο τμήμα Δx :

$$V = A \cdot \Delta x \quad (1)$$

Μάζα ρευστού στο τμήμα Δx :

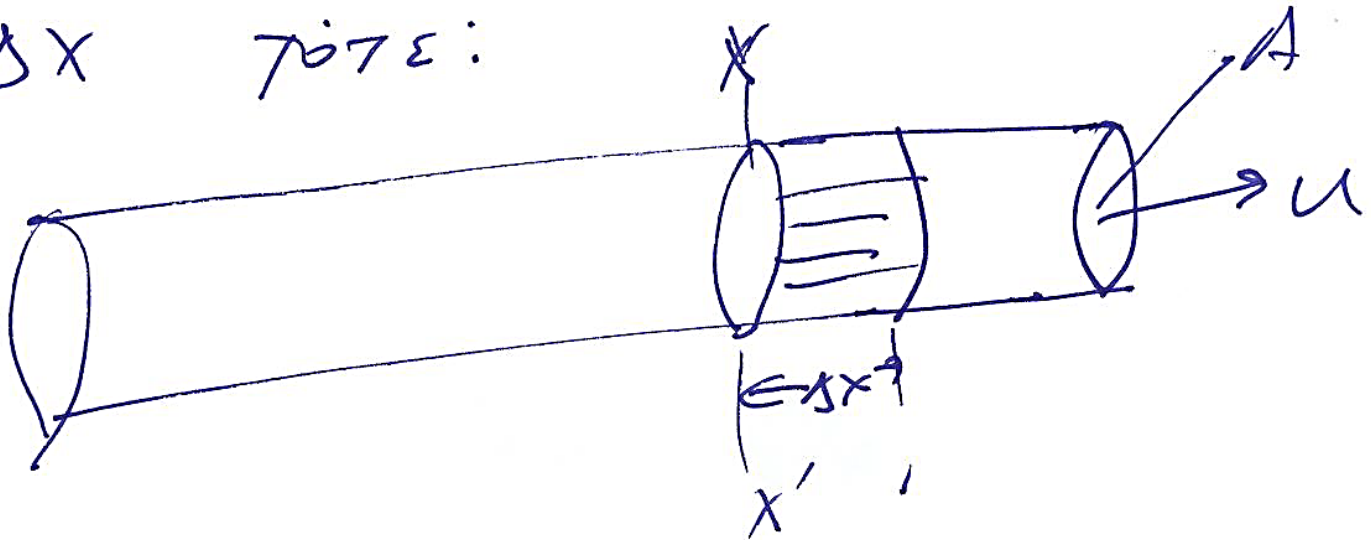
$$m = \rho \cdot V \stackrel{(1)}{=} \rho A \cdot \Delta x$$

Ταχύτητα ρευστού = $\frac{\Delta x}{\Delta t} = u \quad (2)$

ΔΥΝΑΜΙΚΗ (ΡΟΗ) ΤΩΝ ΡΕΥΣΤΩΝ

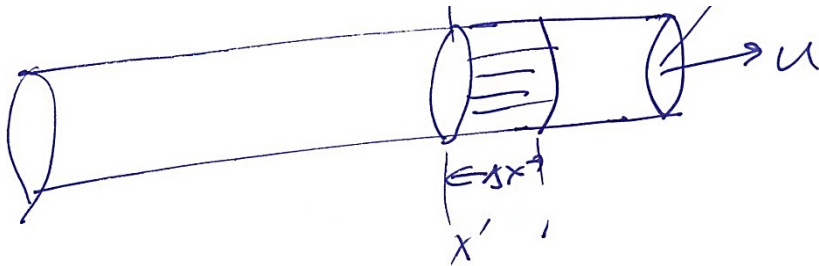
Εισαγωγικές έννοιες

Όταν το υγρό μετακινείται κατά
 Δx τότε:



ΔΥΝΑΜΙΚΗ (ΡΟΗ) ΤΩΝ ΡΕΥΣΤΩΝ

Εισαγωγικές έννοιες



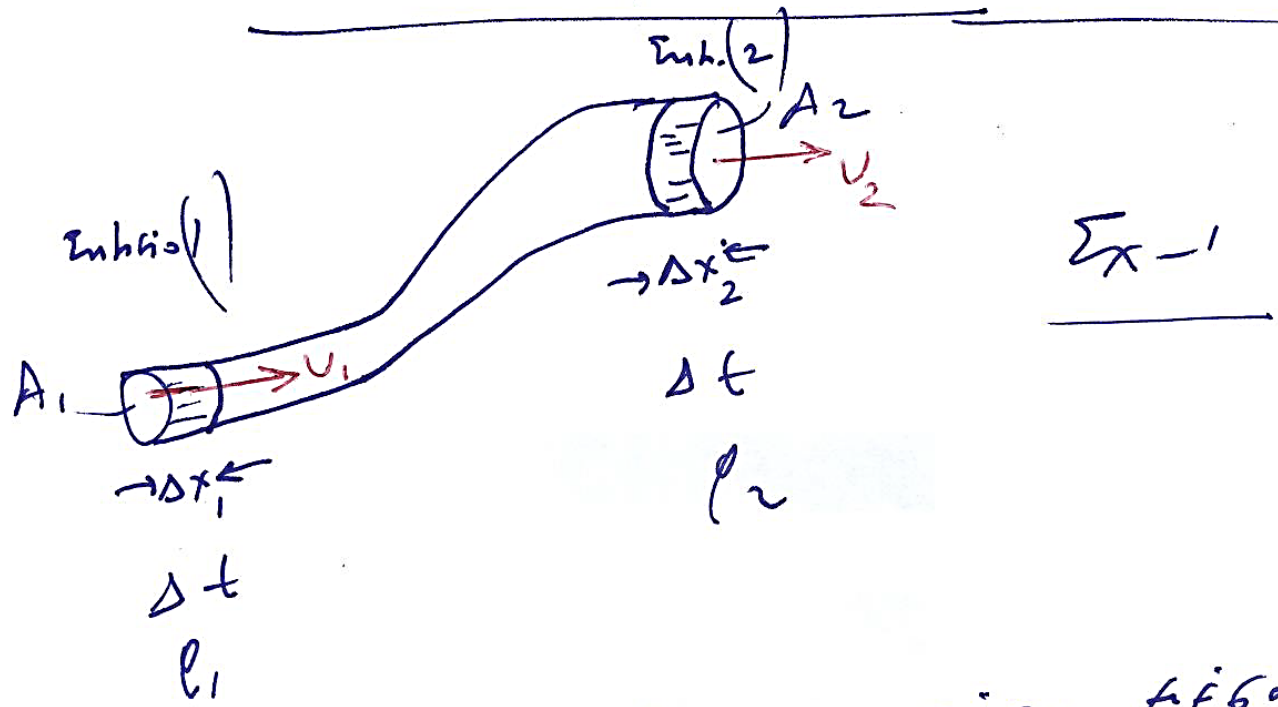
$$\frac{\Delta x}{\Delta t} = u \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \frac{\rho \Delta t \text{ ποσ } \text{μάζα}}{\Delta t} &= \\ &= \frac{\text{μάζα}}{\Delta t} = \frac{\rho \cdot A \cdot \Delta x \quad (2)}{\Delta t} = \rho \cdot A \cdot u \quad \text{m} \end{aligned}$$

$$\boxed{\frac{dm}{dt} = \rho \cdot A \cdot u} \quad [\text{kg/sec}]$$

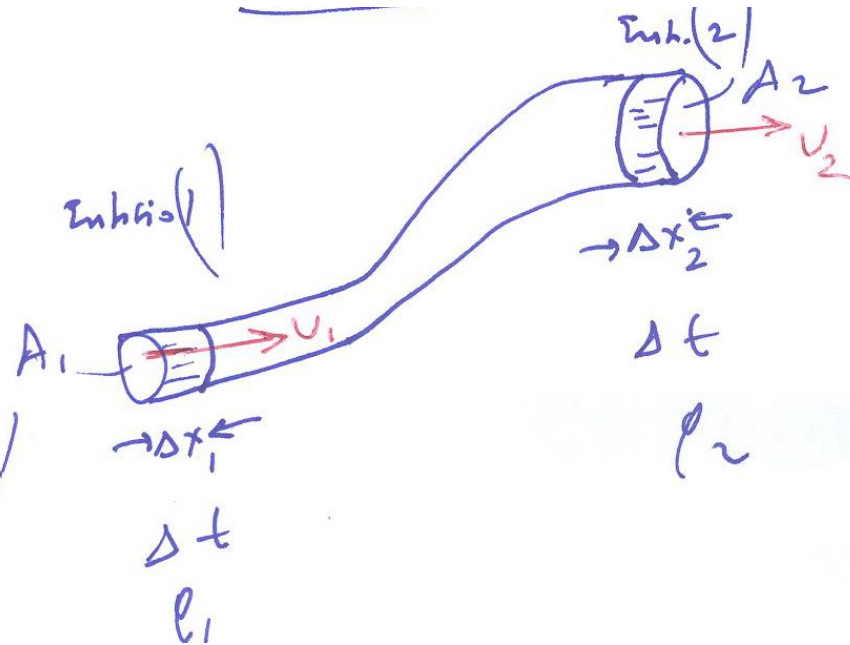
ΔΥΝΑΜΙΚΗ (ΡΟΗ) ΤΩΝ ΡΕΥΣΤΩΝ

Ροή των ρευστών - εξισώσεις συνέχειας



Έστω ένα ρευστό που ρέει μέσα στο σωλήνα του $\Sigma F_x = 1$.

ΔΥΝΑΜΙΚΗ (ΡΟΗ) ΤΩΝ ΡΕΥΣΤΩΝ

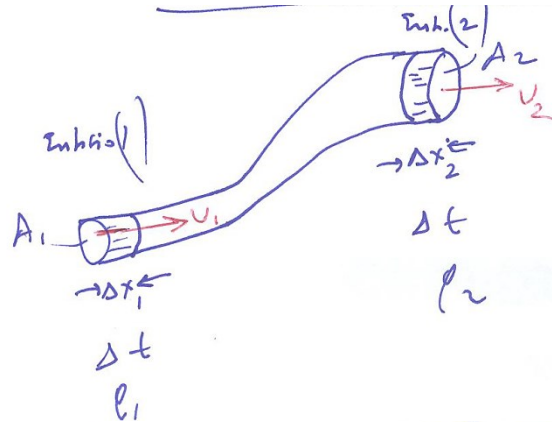


$$\Delta x_1 = v_1 \Delta t \quad (1)$$

Συνοψίζω διαστήμα Δt .

Το από πάνω στο σημείο (1) ρ στο
 μήκος διαστήμα Δx_1
 σημείο (2) διαστήμα Δx_2 .

ΔΥΝΑΜΙΚΗ (ΡΟΗ) ΤΩΝ ΡΕΥΣΤΩΝ



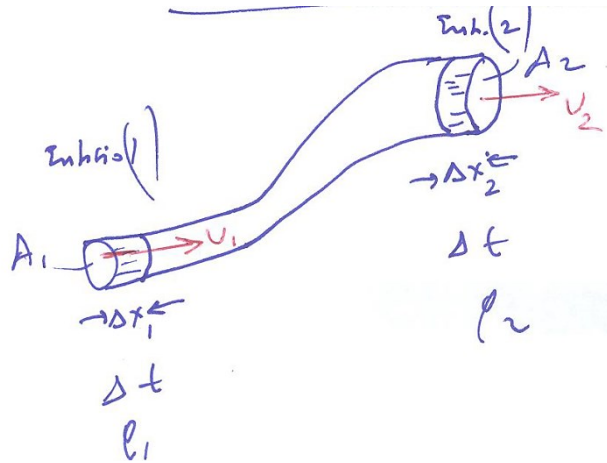
Αν A_1 η επιφάνεια στο (1)

τότε η μάζα του ρευστού που ηφικέται
στη διατομή A_2 η περιοχή του ενκ. (2)

$$\text{είναι: } \Delta M_1 = \rho_1 A_1 \Delta x_1 = \rho_1 A_1 v_1 \Delta t$$

όπου ρ_1 η πυκνότητα στο ενκ. (1)

ΔΥΝΑΜΙΚΗ (ΡΟΗ) ΤΩΝ ΡΕΥΣΤΩΝ



Στο Enth. (2) ορμή ροής:

$$\Delta M_2 = \rho_2 A_2 U_2 \cdot \Delta t$$

όμως $\Delta M_1 = \Delta M_2$ @ ροής:

$$\rho_1 A_1 U_1 = \rho_2 A_2 U_2$$

ΔΥΝΑΜΙΚΗ (ΡΟΗ) ΤΩΝ ΡΕΥΣΤΩΝ

Θεωρούμε όπως ότι το ρευστό είναι
αδρανή, ομογενές, διατμητικά ομογενές, ή ^{ηλεκτρικά} ~~αίμα~~ είναι ιδέα
λαμπτή :

$$\rho_1 = \rho_2$$

$$\therefore \boxed{A_1 v_1 = A_2 v_2}$$

$$\frac{A_1 v_1}{\text{συντελεστής}}$$

Κατά μήκος μιας φλέβας ή ενός σωλήνα η παροχή είναι σταθερή

ΔΥΝΑΜΙΚΗ (ΡΟΗ) ΤΩΝ ΡΕΥΣΤΩΝ

Το γινόμενο $A \cdot v$ είναι ο ρυθμός

ηαροχής όγκου ή ηαροχή $\frac{dv}{dt}$
ο ρυθμός δηλ. της του οαοίς

ο όγκος ηφνάνει από μια

διατομή A του σωλήνα:

$$\frac{dv}{dt} = A \cdot v$$

Κατά μήκος μιας φλέβας ή ενός σωλήνα η παροχή είναι σταθερή

ΔΥΝΑΜΙΚΗ (ΡΟΗ) ΤΩΝ ΡΕΥΣΤΩΝ

Εισαγωγικές γνώσεις

Η ενέργεια στα ρευστά

6

- Κινητική ενέργεια
(λόγω της ταχύτητας του ρευστού)

$$= \frac{1}{2} m u^2$$

- Δυναμική ενέργεια
(λόγω του ύψους στο οποίο
βρίσκεται το ρευστό)

$$= m \cdot g \cdot \text{ύψος}$$

ΔΥΝΑΜΙΚΗ (ΡΟΗ) ΤΩΝ ΡΕΥΣΤΩΝ

Εισαγωγικές γνώσεις

Ενέργεια που $\dot{W}_{\text{ροή}}$ = ενέργεια που
χρηάζεται για τη
κίνηση του ρευστού.
 $\Rightarrow P \cdot V$ (πίεση \times όγκος)

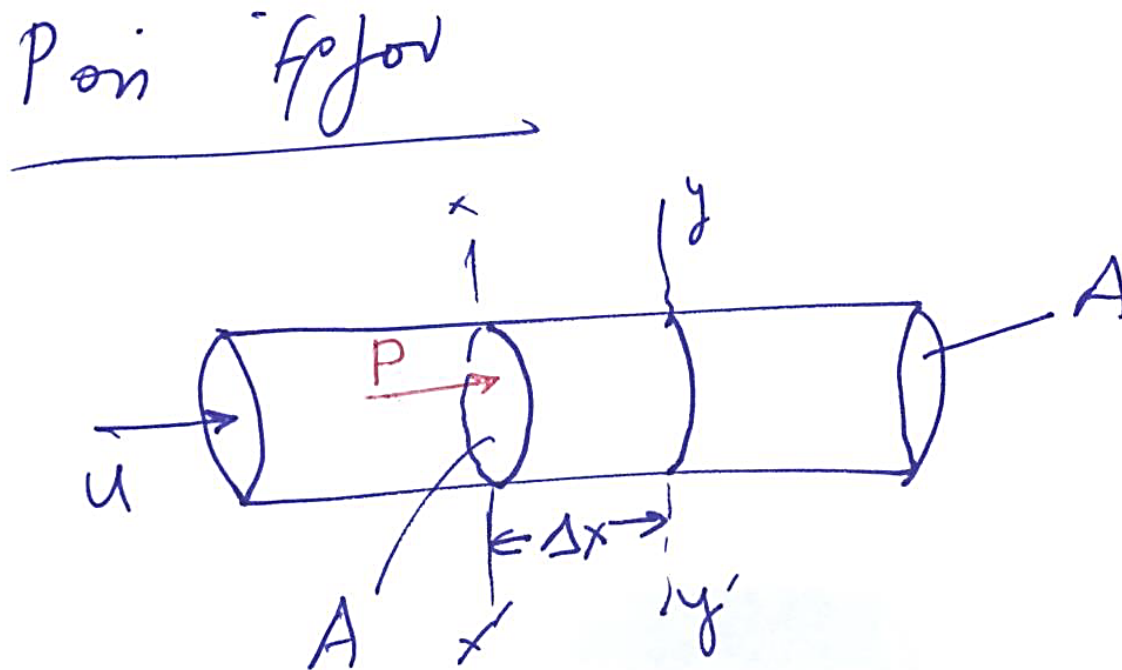
Σημειώσεις: $P = \frac{F}{A} \Rightarrow F = P \cdot A$

$W = F \cdot \Delta x$

$\Rightarrow W = P \cdot \underbrace{A \cdot \Delta x}_V \Rightarrow W = P \cdot V$

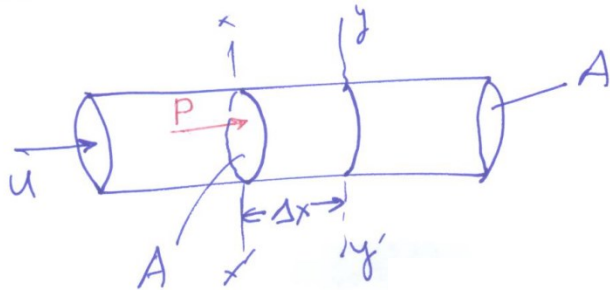
ΔΥΝΑΜΙΚΗ (ΡΟΗ) ΤΩΝ ΡΕΥΣΤΩΝ

Εισαγωγικές γνώσεις



ΔΥΝΑΜΙΚΗ (ΡΟΗ) ΤΩΝ ΡΕΥΣΤΩΝ

Εισαγωγικές γνώσεις



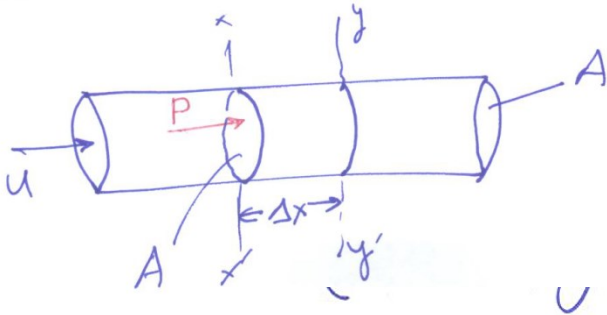
Η δύναμη που ασκείται στο ρευστό στο ενιαίο $xx' = \eta \rho g \times A = P \cdot A$

Η δύναμη όπως μετακινείται μαζί με το ρευστό μάθως το μετακινεί
ω τασίως η αράξη έργο

(το έργο είναι μια κορφή ενέργεια)

ΔΥΝΑΜΙΚΗ (ΡΟΗ) ΤΩΝ ΡΕΥΣΤΩΝ

Εισαγωγικές γνώσεις



$$W = F \cdot \Delta x = P \cdot A \cdot \Delta x$$

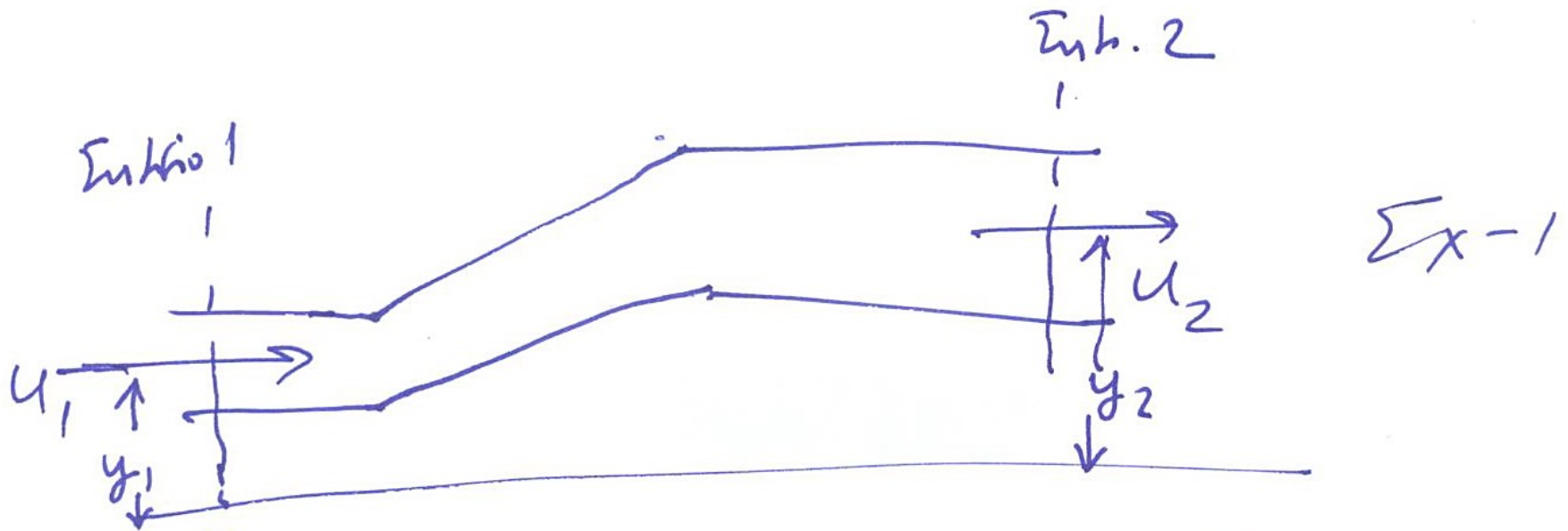
Ο όγκος του τμήματος Δx είναι

$$V = A \cdot \Delta x$$

Επομένως: $\boxed{\text{Ροή Εργασίας} = P \cdot V}$

ΔΥΝΑΜΙΚΗ (ΡΟΗ) ΤΩΝ ΡΕΥΣΤΩΝ

Εξίσωση του Bernoulli



Ισορροπία των αμυγών του $\Sigma x-1$

ΔΥΝΑΜΙΚΗ (ΡΟΗ) ΤΩΝ ΡΕΥΣΤΩΝ

Καθ. στο σύστημα — Δεν ασαφίζεται
ή προστίθεται ενέργεια.

— Ενέργεια στο σύστημα 1 = Ενέργεια στο σύστημα 2

(Αρχή διατήρησης ενέργειας)

ΔΥΝΑΜΙΚΗ (ΡΟΗ) ΤΩΝ ΡΕΥΣΤΩΝ

Μηχανική Ενέργεια

Στο σημείο 1

Στο σημείο 2

$\frac{1}{2} m u_1^2$	Κινητική ενέργεια	$\frac{1}{2} m u_2^2$
$m g y_1$	+	
	Δυναμική ενέργεια	$m g y_2$
$P_1 V_1$	≠	
	Ροή έργου	$P_2 V_2$

προσθέτουμε κατά μήκος:

$$P_1 V_1 + \frac{1}{2} m u_1^2 + m g y_1 = P_2 V_2 + \frac{1}{2} m u_2^2 + m g y_2 = \text{σταθερά}$$

ΔΥΝΑΜΙΚΗ (ΡΟΗ) ΤΩΝ ΡΕΥΣΤΩΝ

$$P_1 V_1 + \frac{1}{2} m U_1^2 + m g y_1 = P_2 V_2 + \frac{1}{2} m U_2^2 + m g y_2 = \sigma T \Delta \rho$$

Ισορροπία ρευστό ή μη συνηθισμένο.

$$\text{επιπέδων } V_1 = V_2 = V$$

Σημείωση των επιπέδων είναι η V

Έχουμε:

$$P_1 + \frac{1}{2V} m U_1^2 + \frac{m g y_1}{V} = P_2 + \frac{1}{2V} m U_2^2 + \frac{m g y_2}{V} = \sigma T \Delta \rho$$

ΔΥΝΑΜΙΚΗ (ΡΟΗ) ΤΩΝ ΡΕΥΣΤΩΝ

ρ

$$p + \frac{1}{2} \rho u^2 + \rho \cdot g \cdot h = \text{Ολίσια Πιττα}$$

Στατική πίεση

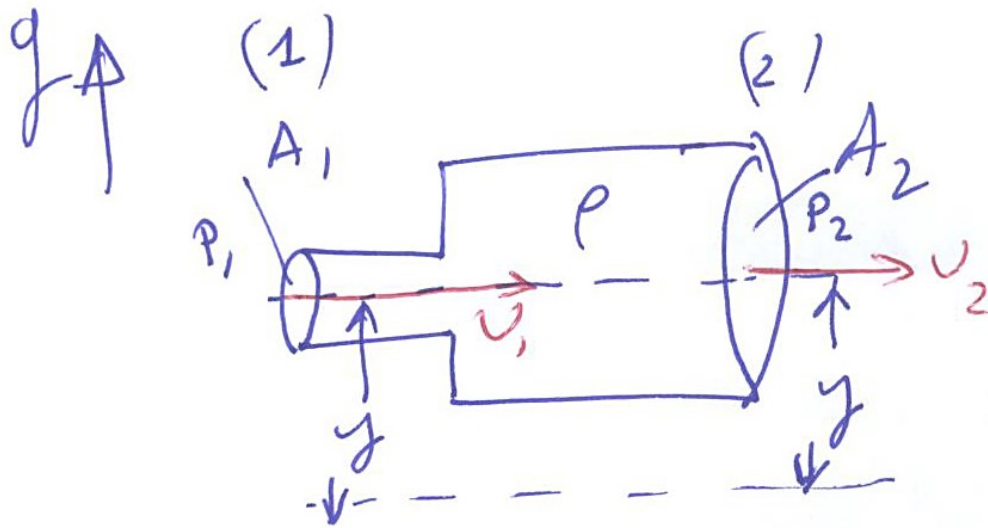
Δυναμική πίεση

Υδροστατική πίεση

ΔΥΝΑΜΙΚΗ (ΡΟΗ) ΤΩΝ ΡΕΥΣΤΩΝ

Εξίσωση Bernoulli

Εξίσωση 1



- Εδώ αμφίσημα όπως
στο Ex-1

Το ύψος είναι

το ίδιο @ $p_1 = p_2$

(2) $\rho h^2 = \gamma$

ΔΥΝΑΜΙΚΗ (ΡΟΗ) ΤΩΝ ΡΕΥΣΤΩΝ

Είναι γνωστό ότι: $v_1 \gg v_2$

Είναι:

$$A_1 \cdot v_1 = A_2 \cdot v_2 \quad \text{αφαιρώντας } A_2 \gg A_1$$

∴ είναι $v_1 \gg v_2$

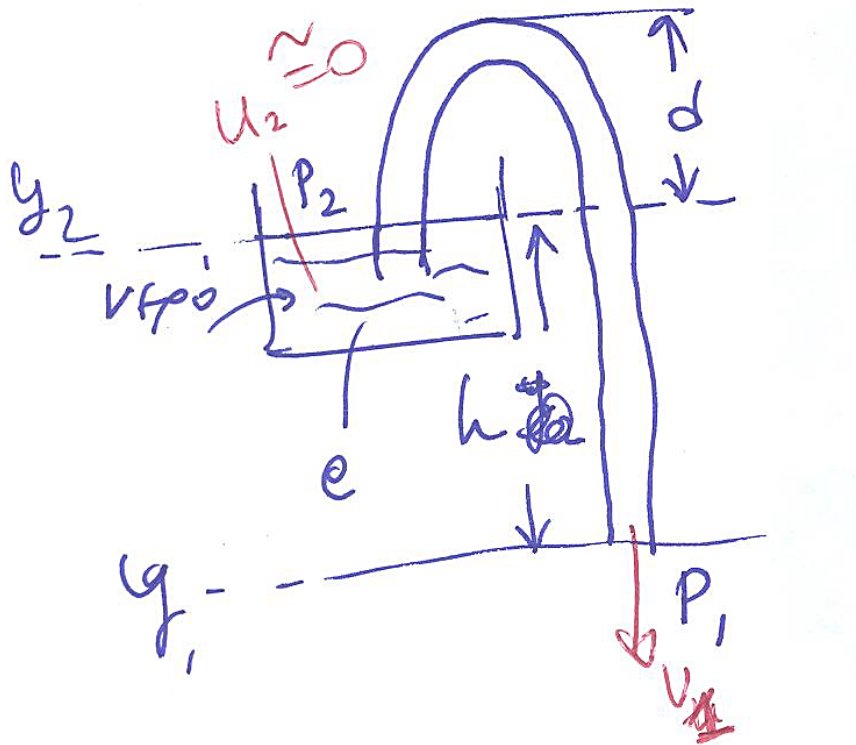
Αφαιρούμε την εξίσωση του Bernoulli

$$\frac{1}{2} \rho v_1^2 + \cancel{mgy} + P_1 = \frac{1}{2} \rho v_2^2 + \cancel{mgy} + P_2$$

$$\frac{1}{2} \rho v_1^2 + P_1 = \frac{1}{2} \rho v_2^2 + P_2$$

ΔΥΝΑΜΙΚΗ (ΡΟΗ) ΤΩΝ ΡΕΥΣΤΩΝ

Εξίσωση 2



Εάν $h \propto \sigma_1 \sigma_2 \sigma_3$
 Γιγώριου (Βαίντ Γκίσερ)

$$y_2 - y_1 = h$$

$$P_2 = 1 \text{ atm}$$

$$P_1 = 1 \text{ atm}$$

ΔΥΝΑΜΙΚΗ (ΡΟΗ) ΤΩΝ ΡΕΥΣΤΩΝ

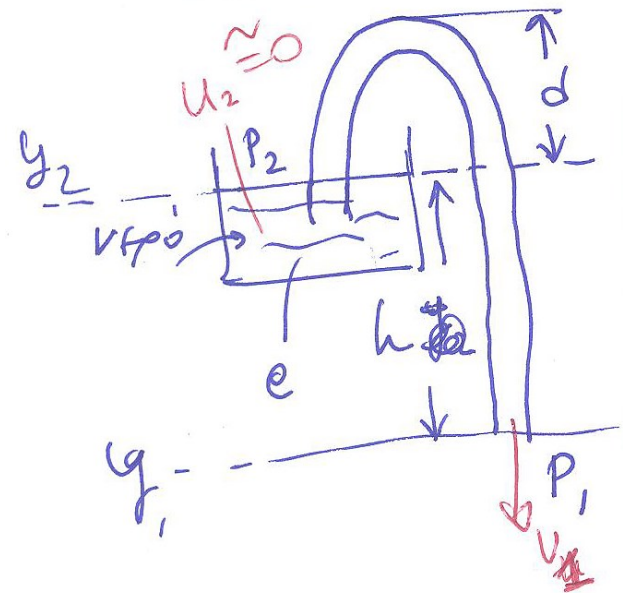
Αν ρορεύσω από το αριστερό άκρο του σωτήρα, δηλαδή προς τον δεξιό άκρο και το σωτήρα με ταχύτητα u_1 ή $u_2 \approx 0$ (η στάση του υγρού) δηλαδή βάλω νερό από αριστερά, δηλαδή ότι η ενέργεια του ρεύματος είναι από αριστερά προς δεξιά με τη διεύθυνση του σωτήρα.

ΔΥΝΑΜΙΚΗ (ΡΟΗ) ΤΩΝ ΡΕΥΣΤΩΝ

Εφαρμόζουμε το νόμο του Bernoulli:

Εάν έχουμε μια κατασκευή όπου τα
ύψη είναι διαφορετικά d_1 d_2

η ταχύτητα είναι ίση:



ΔΥΝΑΜΙΚΗ (ΡΟΗ) ΤΩΝ ΡΕΥΣΤΩΝ

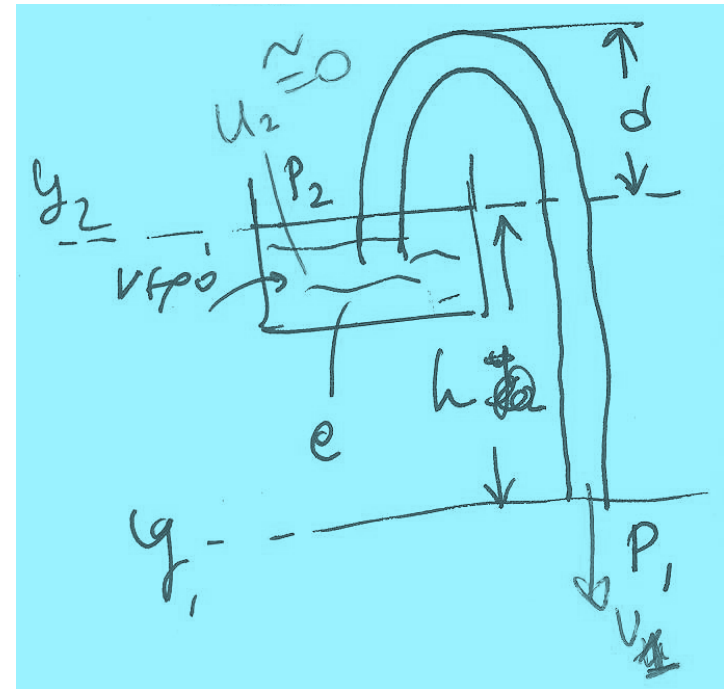
$$\frac{1}{2} \rho_{\text{υγρ}} u_1^2 + \rho_{\text{υγρ}} g y_1 + P_1 = \rho_{\text{υγρ}} g y_2 + \frac{1}{2} \rho_{\text{υγρ}} u_2^2 \neq P_2$$

- ομως $P_1 = P_2$ $\rho u_2 = 0$ ενοχλητικό

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \rho_{\text{υγρ}} u_1^2 + \rho_{\text{υγρ}} g y_1 = \rho_{\text{υγρ}} g y_2$$

$$\frac{1}{2} u_1^2 = g (y_2 - y_1) = g \cdot h \Rightarrow$$

$$\Rightarrow u_1 = \sqrt{2gh}$$



ΔΥΝΑΜΙΚΗ (ΡΟΗ) ΤΩΝ ΡΕΥΣΤΩΝ

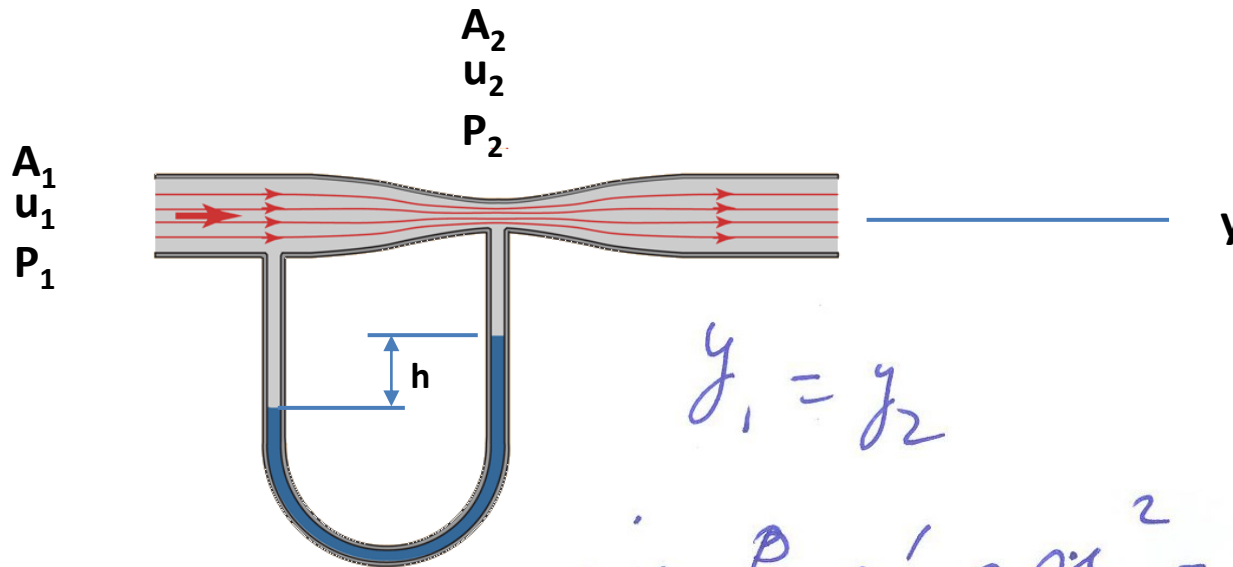
Μετρηση ~~ταχύτητας~~ ροής - Μετρησης Venturi

- Χρησιμοποιείτε των ταχυτήτων ροής u

- Bernoulli

$$P_1 + \frac{1}{2} \rho u_1^2 + \rho g y_1 = P_2 + \frac{1}{2} \rho u_2^2 + \rho g y_2$$

ΔΥΝΑΜΙΚΗ (ΡΟΗ) ΤΩΝ ΡΕΥΣΤΩΝ



Σχ. 1

$$y_1 = y_2$$

$$\therefore P_1 + \frac{1}{2} \rho u_1^2 = P_2 + \frac{1}{2} \rho u_2^2$$



Σταθμική
πίεση



Δυναμική
πίεση

ΔΥΝΑΜΙΚΗ (ΡΟΗ) ΤΩΝ ΡΕΥΣΤΩΝ

Από την τελευταία σχέση:

$$\frac{1}{2} \rho v_2^2 - \frac{1}{2} \rho v_1^2 = p_1 - p_2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left| v_2^2 - v_1^2 = \frac{2(p_1 - p_2)}{\rho} \right|$$

ΔΥΝΑΜΙΚΗ (ΡΟΗ) ΤΩΝ ΡΕΥΣΤΩΝ

Στην παρακάτω ερώτηση έχουμε 2
αγώγιμους. Χρησιμοποιήστε την αρχή διατήρησης
της μάζας και την αρχή διατήρησης της ενέργειας.

Από την
εξίσωση συνέχειας:

$$A_1 u_1 = A_2 u_2 \Rightarrow u_2 = \frac{A_1}{A_2} u_1$$

ΔΥΝΑΜΙΚΗ (ΡΟΗ) ΤΩΝ ΡΕΥΣΤΩΝ

$$\Rightarrow v_2^2 = \left(\frac{A_1}{A_2}\right)^2 v_1^2$$

© και με

η συνθήκη της εβ. $\rho v_2^2 - v_1^2 = \frac{2(P_1 - P_2)}{\rho}$

$$\Rightarrow \left(\frac{A_1}{A_2}\right)^2 v_1^2 - v_1^2 = \frac{2(P_1 - P_2)}{\rho} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v_1^2 \left[\left(\frac{A_1}{A_2}\right)^2 - 1 \right] = \frac{2(P_1 - P_2)}{\rho} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v_1^2 = \frac{2(P_1 - P_2)}{\rho \left[\left(\frac{A_1}{A_2}\right)^2 - 1 \right]}$$

$$\Rightarrow v_1 = \sqrt{\frac{2(P_1 - P_2)}{\rho \left[\left(\frac{A_1}{A_2}\right)^2 - 1 \right]}}$$

ΔΥΝΑΜΙΚΗ (ΡΟΗ) ΤΩΝ ΡΕΥΣΤΩΝ

Τώρα έχω συμπιζοντα των ταχυτητα
η οποια να υπολογισοντα το πυκνο
αποχρησισ ογρα ρ το πυκνο ποισ της
τιζος.

Εχοντα:

$$\frac{dv}{dt} = A \cdot u \Rightarrow$$

$$\frac{dv}{dt} = A_1 \sqrt{\frac{2(P_1 - P_2)}{\rho \left[\left(\frac{A_1}{A_2} \right)^2 - 1 \right]}}$$

$$\rho \frac{dm}{dt} = \rho A u$$

ΔΥΝΑΜΙΚΗ (ΡΟΗ) ΤΩΝ ΡΕΥΣΤΩΝ

$$\Rightarrow \frac{dm}{dt} = \rho A_1 \sqrt{\frac{2(p_1 - p_2)}{\rho \left[\left(\frac{A_1}{A_2} \right)^2 - 1 \right]}}$$

Συν ληφίνοντας τον $\Sigma x - 1$ (ήπιπυτις
ven tur)

$$p_1 - p_2 = \rho g h \quad \rho \text{ frohfiwv}$$

$$u_1 = \sqrt{\frac{2gh}{\left(\frac{A_1}{A_2} \right)^2 - 1}}$$