Ασκήσεις Υδροστατικής

Πυκνότητα

#1 Ένα ~~ρεζερβουάρ~~ φράγμα νερού έχει επιφάνεια $A = 50.0\,km^2$ & μέσο ύψος $h = 40.0\,m$. Να βρεθεί η μάζα του νερού που βρίσκεται στο φράγμα.

Λύση

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho \cdot V$$

$$V = A \cdot h = (50.0\,km^2) \cdot (40.0\,m) =$$

$$= \left[(50.0\,km^2)\left(\frac{10^3\,m}{1\,km}\right)\right] \cdot (40.0\,m) =$$

$$= 2.00 \times 10^9\,m^3$$

όμως $\rho_{νερού} = 1.000 \times 10^3\,kg/m^3$

επομένως: $m = (1.000 \times 10^3\,kg/m^3) \cdot (2.00 \times 10^9\,m^3)$

$$\Rightarrow \boxed{m = 2.00 \times 10^{12}\,kg}$$

Πίεση

#2. Να υπολογισθεί η μέση πυκνότητα της ατμόσφαιρας, αν θεωρήσουμε ότι επεκτείνεται μέχρι 120 km ύψος.

Λύση

$$\bar{P} = \rho \cdot g \cdot h \Rightarrow \bar{\rho} = \frac{P}{h \cdot g}$$

όπου P = ατμοσφαιρική πίεση.

$$\bar{\rho} = \frac{1.01 \times 10^{5} N/m^{2}}{(120 \times 10^{3} m)(9.80 \, m/sec^{2})} =$$

$$= 8.59 \times 10^{-2} \, kg/m^{3}.$$

Σημείωση: Η πυκνότητα του αέρα στο επίπεδο της θάλασσας είναι $1.29 \, kgr/m^{3}$

③

#3. Να υπολογιστεί το βάθος κάτω από την επιφάνεια του νερού, στο οποίο η πίεση, λόγω του βάρους του νερού είναι 1 atm.

Λύση

$$P = \rho \cdot g \cdot h \Rightarrow h = \frac{P}{\rho \cdot g} = \frac{1.01 \times 10^5 \, N/m^2}{(1.00 \times 10^3 \, kg/m^3)(9.80 \, m/s^2)} =$$

$$\Rightarrow \boxed{h = 10.3 \, m}$$

Παρατήρηση: - Η πίεση αυξάνει κατά 1 atm για κάθε 10 m βάθος από την επιφάνεια του νερού.

- Μόνο 10.3 m νερού δημιουργεί την ίδια πίεση, όσο 120 km αέρα.

Αρχή Pascal:

\# 4. Να υπολογισθεί η συνολική δύναμη που επενεργεί στο τύμπανο του αυτιού μας λόγω του νερού, όταν βρισκόμαστε στο βυθό μιας πισίνας βάθους 5.0 m.
(δίνεται A τυμπάνου $= 1 \times 10^{-4}\, m^2$)

Λύση

$$\Delta P = P - P_0 = \rho g h = \left(1.00 \times 10^{3}\, kg/m^3\right) \cdot \left(9.80\, m/s^2\right)\left(5.0\, m\right)$$

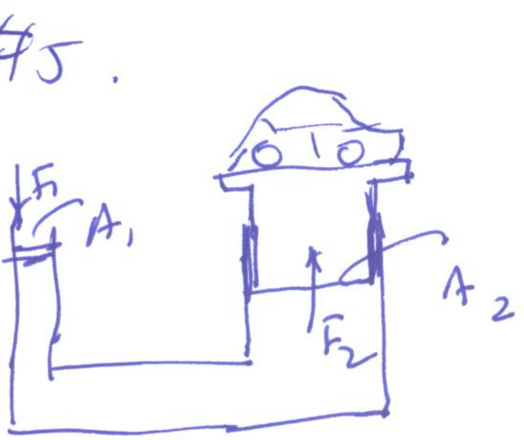
$$= 4.9 \times 10^{4}\, Pa.$$

$$F_{ολ} = A \cdot \Delta P \simeq \left(1 \times 10^{-4}\, m^2\right)\left(4.9 \times 10^{4}\, Pa\right)$$

$$\boxed{F_{ολ} \simeq 5\, N}$$

(~~[illegible]~~

Α5.



Σχ-1

Ζητείται η σχεδίαση μιας υδραυλικής διάταξης όπως στο Σχ-1. Θα πρέπει η διάταξη να μπορεί να σηκώσει ένα SUV μάζας $m = 2.000kg$, όταν λειτουργεί με μια δύναμη $F_1 = 750N$. Τα δύο έμβολα είναι κυλινδρικά. Αν το έμβολο που σηκώνει το SUV έχει ακτίνα $0.50m$ να βρεθεί η ακτίνα του άλλου εμβόλου.

<u>Λύση</u>

$$\frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2} \Rightarrow \frac{F_2}{F_1} = \frac{A_2}{A_1} = \frac{m_{SUV} \cdot g}{750N} = \frac{(2000kg)(9.8\,m/s^2)}{750N}$$

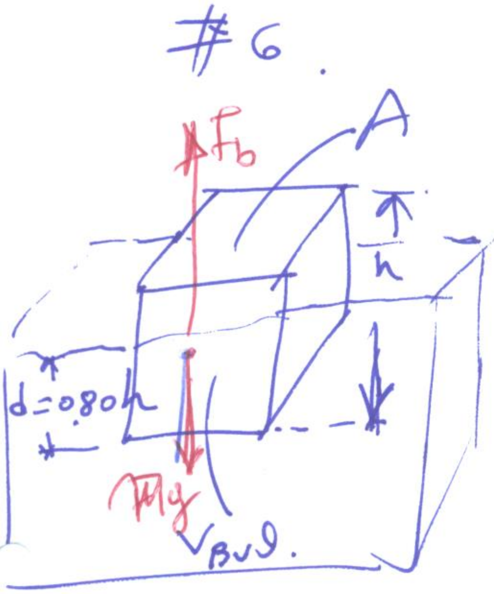
$$\Rightarrow \frac{F_2}{F_1} = \frac{A_2}{A_1} = 26$$

Για κάθε έμβολο $A = \pi r^2$ ως επομένως:

$$\frac{A_2}{A_1} = \frac{\pi r_2^2}{\pi r_1^2} = \frac{r_2^2}{r_1^2} = 26 \Rightarrow r_1 = \frac{r_2}{\sqrt{26}} \Rightarrow r_1 = \frac{0.50m}{\sqrt{26}} = 0.098m$$

Άνωση - Αρχή Αρχιμήδη

#6.



Ξύλινος κύβος επιπλέει στην επιφάνεια δοχείου που περιέχει νερό, όπως φαίνεται στο ΣΧ-1. Παρατηρείστε ότι το 80% του κύβου είναι κάτω από το νερό, ενώ το υπόλοιπο επάνω από την επιφάνειά του.

Να βρεθεί η πυκνότητα του ξύλου.

Λύση

Σύμφωνα με την Αρχή του Αρχιμήδη, η άνωση ισούται με το βάρος του νερού που εκτοπίστηκε από τον κύβο.

~~Το~~ Ο κύβος έχει ύψος $h \Rightarrow d = 0.80h$

d · A

~~$V_{βυθ} =$~~ $F_b = \rho_{νερού} \cdot V_{βυθισ.} \, g = \rho_{νερού} (d \cdot A) \cdot g$

$F_{βαρύτ} = m_{ξύλου} \, g = \rho_{ξύλου} V_{ολικό} \, g$

όπου $V_{ολ} = h \cdot A$

Επομένως:

$$F_{\beta\alpha\rho\acute{\upsilon}\tau.} = F_b = \rho_{\nu\varepsilon\rho o\acute{\upsilon}}\, d \cdot A \cdot g = \rho_{\xi\acute{\upsilon}\lambda o\upsilon} V_{o\lambda} \cdot g =$$

$$= \rho_{\xi\acute{\upsilon}\lambda o\upsilon}\, h \cdot g A$$

$$\rho_{\nu\varepsilon\rho o\acute{\upsilon}} \cdot d = \rho_{\xi\acute{\upsilon}\lambda o\upsilon} \cdot h \Rightarrow \rho_{\xi\acute{\upsilon}\lambda o\upsilon} = \rho_{\nu\varepsilon\rho o\acute{\upsilon}} \frac{d}{h}$$

$$\Rightarrow \rho_{\xi\acute{\upsilon}\lambda o\upsilon} = (1000\, kg/m^3) \cdot (0.80) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{\rho_{\xi\acute{\upsilon}\lambda o\upsilon} = 800\, kg/m^3}$$