

1 Σκοπός

Στο πείραμα αυτό θα μελετηθεί η συμπεριφορά των στάσιμων ηχητικών κυμάτων σε σωλήνα με αισθητοποίηση του φαινομένου του ηχητικού συντονισμού. Επίσης θα γίνει και ο ποσοτικός προσδιορισμός της ταχύτητας του ήχου στον αέρα.

2 Θεωρία

2.1 Μηχανικά κύματα

Κύμα γενικά ονομάζεται η διάδοση μιας διαταραχής που μεταφέρει ενέργεια και ορμή. Για το μηχανικό κύμα η διάδοση αυτή θεωρείται ότι συμβαίνει εντός κάποιου ελαστικού μέσου με σταθερή ταχύτητα.

Με τον όρο ελαστικό μέσο εννοείται κάθε υλικό μέσο που για λόγους απλότητας θεωρείται ότι έχει τις εξής τρεις ιδιότητες:

- Αποτελείται από ένα συνεχές σύνολο υλικών σημείων χωρίς διάκενα μεταξύ τους.
- Είναι ισότροπο, δηλαδή εμφανίζει τις ίδιες φυσικές ιδιότητες προς όλες τις διευθύνσεις
- Τα υλικά σημεία από τα οποία αποτελείται συνδέονται μεταξύ τους με ελαστικές δυνάμεις

Τα κύματα μπορεί να προέρχονται από κάποιο εξωτερικό αίτιο που αναγκάζει κάποια περιοχή σωματιδίων (πηγή του κύματος) του ελαστικού μέσου να ταλαντωθεί γύρω από μια θέση ισορροπίας. Η διαταραχή αυτή φαίνεται να διαδίδεται μέσα στο ελαστικό μέσο με σταθερή ταχύτητα.

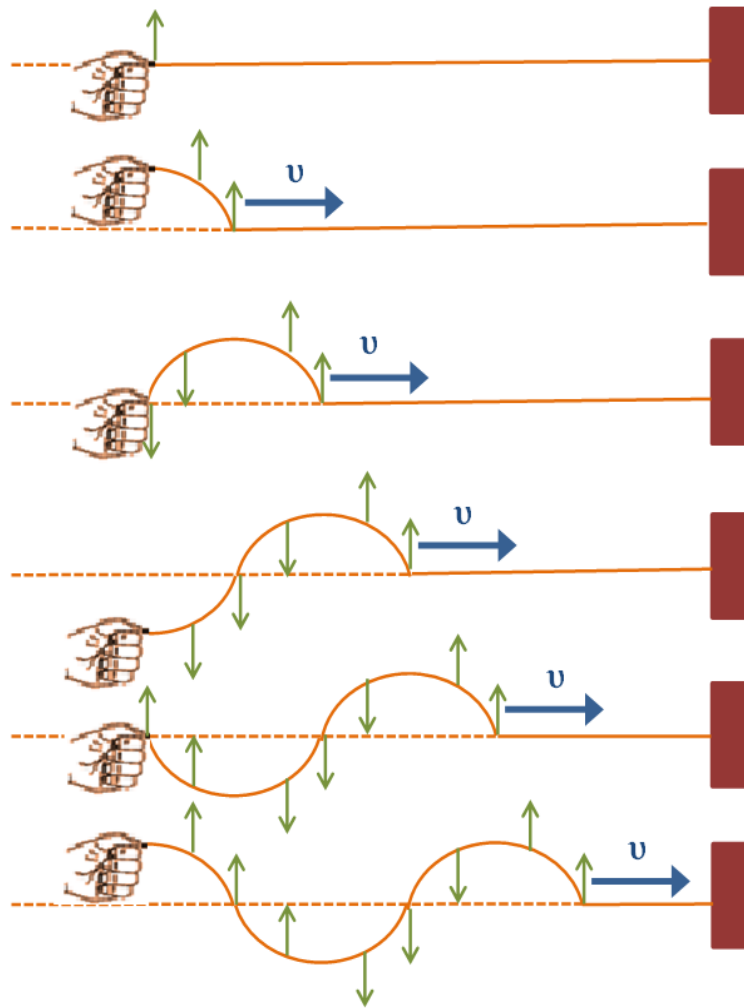
Η διάδοση της διαταραχής οφείλεται ακριβώς στις ελαστικές δυνάμεις που υπάρχουν μεταξύ των σωματιδίων του ελαστικού μέσου.

Εδώ πρέπει να προσέξουμε ότι το μέσον δεν κινείται σαν σύνολο μαζί με την κυματική κίνηση αλλά τα διάφορα μέρη του μέσου ταλαντώνονται σε ορισμένες διευθύνσεις. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι μεταφέρεται ενέργεια και ορμή από το ένα σημείο του μέσου στο άλλο όχι όμως και ύλη. Όταν η ταλάντωση της πηγής χαρακτηρίζεται απλή αρμονική τότε και το παραγόμενο κύμα καλείται αρμονικό κύμα.

Με κριτήριο τον μηχανισμό διάδοσης τα κύματα διακρίνονται σε εγκάρσια και διαμήκη. Στην συνέχεια γίνεται περιληπτική αναφορά σε κάθε μία κατηγορία ξεχωριστά:

2.2 Εγκάρσια κύματα

Εγκάρσια κύματα ονομάζονται τα κύματα στα οποία τα σωματίδια του ελαστικού μέσου ταλαντώνονται κάθετα στη διεύθυνση διάδοσης του κύματος. Αντίστοιχο μηχανικό υπόδειγμα εγκάρσιου κύματος θεωρείται ένα οριζόντιο νήμα το ένα άκρο του οποίου αρχίζει να ταλαντώνεται. (Σχήμα 1)



Σχήμα 2-1. Μηχανισμός διάδοσης εγκάρσιων κυμάτων.

Η διαταραχή αυτή κινείται κατά μήκος του νήματος ενώ τα σημεία αυτού ταλαντώνονται κάθετα προς την διάδοση της διαταραχής. Κατά την διάδοση των εγκάρσιων κυμάτων δημιουργούνται σχηματισμοί – μορφώματα τα οποία καλούνται όρη και κοιλάδες.

Αυτές οι παραμορφώσεις σχήματος μπορούν να διαδοθούν μόνο σε σώματα που παρουσιάζουν ελαστικότητα σχήματος, δηλαδή κυρίως στα στερεά σώματα αλλά και στις επιφάνειες των υγρών.

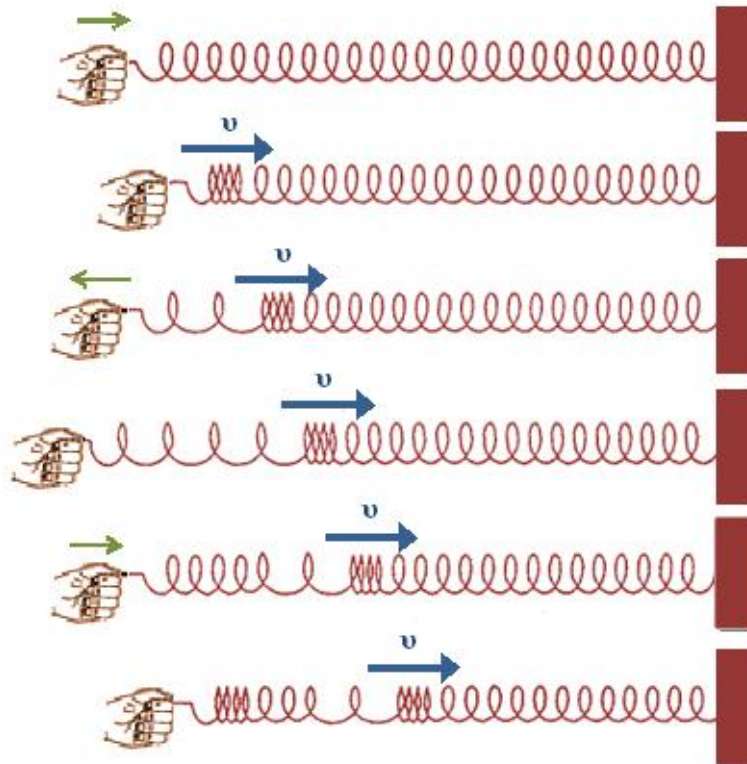
2.3 Διαμήκη κύματα.

Διαμήκη κύματα ονομάζονται τα κύματα στα οποία τα σωματίδια του ελαστικού μέσου ταλαντώνονται παράλληλα προς την διεύθυνση διάδοσης του κύματος.

Αντίστοιχο μηχανικό υπόδειγμα διαμήκους κύματος είναι ένα οριζόντιο τεντωμένο ελατήριο του οποίου το ένα άκρο τίθεται σε ταλάντωση κινούμενο αριστερά-δεξιά. Η διαταραχή αυτή κινείται κατά μήκος του ελατηρίου αλλά και οι σπείρες ταλαντώνονται κατά την ίδια διεύθυνση (Σχήμα 2).

Κατά την διάδοση διαμηκών κυμάτων δημιουργούνται πυκνώματα και αραιώματα και αυτό έχει ως αποτέλεσμα την δημιουργία τοπικών μεταβολών της πυκνότητας του ελαστικού μέσου. Οι μεταβολές αυτές οφείλονται στην ελαστικότητα του όγκου την οποία παρουσιάζουν όλα σχεδόν τα σώματα.

Επομένως τα διαμήκη κύματα διαδίδονται σε όλα τα σώματα στερεά, υγρά και αέρια.



Σχήμα 2. Μηχανισμός διάδοσης διαμήκων κυμάτων.

2.4 Μήκος κύματος

Στα κύματα γενικά η διαταραχή διαδίδεται στο ελαστικό μέσο με ορισμένη ταχύτητα. Η απόσταση στην οποία διαδίδεται το κύμα στο χρόνο της μιας περιόδου T λέγεται μήκος κύματος λ του κύματος και ισχύει $\lambda = v \cdot T$ όπου v η ταχύτητα του κύματος στο συγκεκριμένο μέσο.

Επειδή μάλιστα για την συχνότητα f ισχύει: $f = \frac{1}{T}$ προκύπτει: $v = \lambda f$.

Τονίζεται ότι η συχνότητα καθορίζεται από την πηγή και αυτήν αποκτούν όλα τα μόρια ελαστικού μέσου που διαδοχικά αρχίζουν να ταλαντώνονται κατά την διάδοση του κύματος.

Η ταχύτητα του κύματος εξαρτάται από το ελαστικό μέσο. Επομένως αν ένα κύμα ορισμένης συχνότητας μεταβεί από ένα ελαστικό μέσο σε ένα άλλο μεταβάλλεται και το μήκος κύματός του.

2.5 Εξίσωση του κύματος

Έστω ότι ένα σημείο O ενός ελαστικού μέσου αποτελεί την πηγή παραγωγής κυμάτων εκτελώντας ταλαντώσεις. Η απομάκρυνση του σημείου O από τη θέση ισορροπίας του την χρονική στιγμή t θα δίνεται από την εξίσωση: $y = f(t)$.

Την ίδια χρονική στιγμή ένα άλλο σημείο A του ελαστικού μέσου που απέχει απόσταση x από την πηγή θα έχει απομάκρυνση $y = f(t - t_1)$ όπου t_1 ο χρόνος που χρειάζεται το κύμα για να διατρέξει την απόσταση x . Δηλαδή η απομάκρυνση του A από την θέση ισορροπίας του θα είναι ακριβώς αυτή που είχε το σημείο O πριν από χρόνο t_1 .

Εάν v είναι η ταχύτητα του κύματος τότε ισχύει: $t_1 = \frac{x}{v}$ και επομένως: $y = f(t - \frac{x}{v})$.

Στην περίπτωση τώρα που το σημείο O εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση και η απομάκρυν-

ση από τη θέση ισορροπίας του δίνεται από την σχέση $y = y_0 \eta \mu \omega t$ τότε η εξίσωση του κύματος που δίνει την απομάκρυνση από την θέση ισορροπίας σε οποιαδήποτε χρονική στιγμή t και για κάθε σημείο του ελαστικού μέσου είναι: $y = y_0 \eta \mu \omega \left(t - \frac{x}{v} \right)$.

Στην εξίσωση αυτή το μέγεθος y_0 καλείται πλάτος.

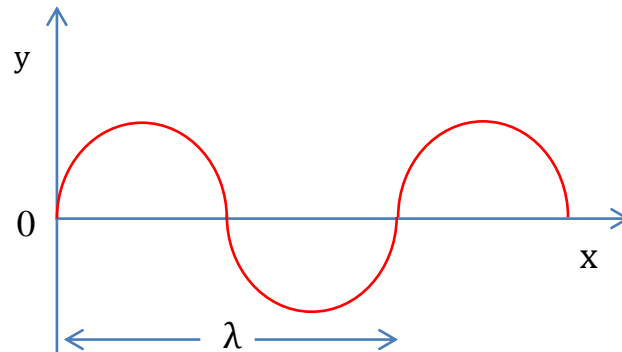
Η ποσότητα $\omega \left(t - \frac{x}{v} \right)$ ονομάζεται φάση του κύματος.

Λόγω των σχέσεων $v = \lambda f$ και $\omega = 2\pi \frac{t}{T}$ η προηγούμενη σχέση γράφεται:

$$y = y_0 \eta \mu 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) \text{ (εξίσωση αρμονικού κύματος).}$$

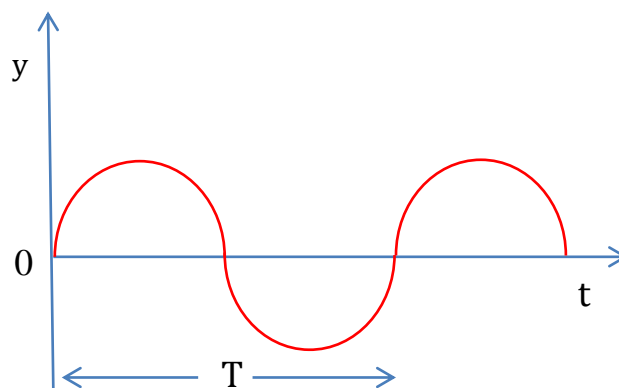
Δυο σημεία των οποίων οι φάσεις διαφέρουν κατά 2π ή ακέραια πολλαπλάσια του 2π , λέγεται ότι βρίσκονται σε συμφωνία φάσης. Η εξίσωση του αρμονικού κύματος είναι συνάρτηση δυο μεταβλητών του χρόνου t και της απόστασης x . Για να αποδοθεί γραφικά η εξίσωση του αρμονικού κύματος θεωρείται η μια από τις δυο μεταβλητές σταθερή, οπότε αποδίδεται την y σαν συνάρτηση της άλλης μεταβλητής. Για μια δεδομένη χρονική στιγμή δηλαδή για $t = ct$ (σταθερό) η εξίσωση παίρνει την μορφή: $y = y_0 \eta \mu 2\pi \left(\text{σταθ.} - \frac{x}{\lambda} \right)$

Η εξίσωση αυτή δείχνει ότι η απομάκρυνση y των διαφόρων μορίων στην διεύθυνση διάδοσης του κύματος είναι ημιτονοειδής συνάρτηση της απόστασης x . Σημεία που απέχουν μεταξύ τους κατά ακέραιο πολλαπλάσιο του μήκους κύματος έχουν την ίδια ακριβώς απομάκρυνση. Στο Σχήμα 3 φαίνεται η γραφική παράσταση μεταξύ της απομάκρυνσης y και της απόστασης x πρόκειται δηλαδή για ένα στιγμιότυπο του κύματος.



Σχήμα 3. Στιγμιότυπο του Κύματος.

Για ένα δεδομένο σημείο δηλαδή για $x = ct$ (σταθερό) η εξίσωση του κύματος παίρνει την αναλυτική μορφή: $y = y_0 \eta \mu 2\pi \left(\frac{t}{T} - \text{σταθ.} \right)$.



Σχήμα 4. Η απομάκρυνση από την θέση ισορροπίας σε συνάρτηση με τον χρόνο.

Στην περίπτωση αυτή η εξίσωση δείχνει ότι για ένα δοσμένο σημείο η απομάκρυνση y θα είναι ημιτονοειδής συνάρτηση του χρόνου. Ακόμη προκύπτει από το γεγονός ότι αν ένα δοσμένο σημείο έχει κάποια απομάκρυνση μια δεδομένη στιγμή θα έχει την ίδια ακριβώς απομάκρυνση μετά από χρόνο που είναι ακέραιο πολλαπλάσιο της περιόδου. Στο Σχήμα 4 φαίνεται η γραφική παράσταση μεταξύ απομάκρυνσης y και χρόνου t .

2.6 Συμβολή Κυμάτων

Το φαινόμενο της συμβολής των κυμάτων στηρίζεται στο αποτέλεσμα που προκύπτει από την αρχή της επαλληλίας των κυμάτων. Σύμφωνα με αυτή δυο ή περισσότερα κύματα μπορούν να διαδοθούν στον ίδιο χώρο ανεξάρτητα το ένα από το άλλο. Σε κάθε χρονική στιγμή η απομάκρυνση από τη θέση ισορροπίας του, οποιουδήποτε σημείου είναι το αλγεβρικό άθροισμα των απομακρύνσεων που προκαλούν τα δύο κύματα χωριστά.

2.7 Στάσιμα Κύματα

Έστω δυο κύματα με το ίδιο μήκος κύματος και το ίδιο πλάτος τα οποία διαδίδονται στην ίδια ευθεία αλλά κατά αντίθετη φορά. Είναι φανερό ότι τα δύο αυτά κύματα θα συμβάλλουν. Κάθε σημείο του μέσου θα εκτελεί ταλάντωση εξ αιτίας των κυμάτων αυτών και οι απομακρύνσεις από την θέση ισορροπίας του λόγω του κάθε κύματος θα είναι:

$$y_1 = y_0 \eta \mu 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) \text{ και } y_2 = y_0 \eta \mu 2\pi \left(\frac{t}{T} + \frac{x}{\lambda} \right)$$

Το συνιστάμενο κύμα θα είναι:

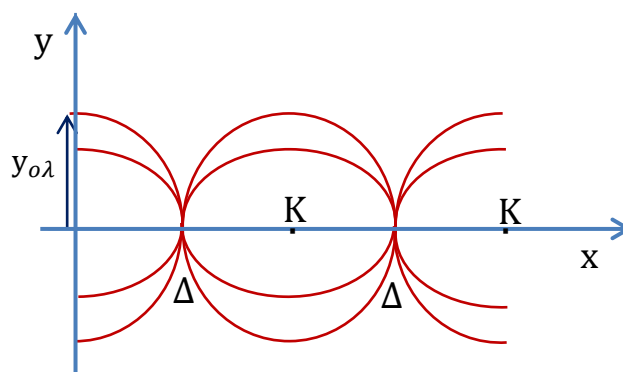
$$y_{ολ} = y_0 \eta \mu 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) + y_0 \eta \mu 2\pi \left(\frac{t}{T} + \frac{x}{\lambda} \right)$$

Χρησιμοποιώντας την τριγωνομετρική σχέση του αθροίσματος των ημιτόνων:

$$\eta \mu \alpha + \eta \mu \beta = 2 \eta \mu \left(\frac{\alpha + \beta}{2} \right) \sigma \nu \nu \left(\frac{\alpha - \beta}{2} \right)$$

Προκύπτει ότι: $y_{ολ} = 2y_0 \sigma \nu \nu 2\pi \frac{x}{\lambda} \eta \mu 2\pi \frac{t}{T}$ (Εξίσωση στασίμου κύματος).

Η παραπάνω εξίσωση δεν χαρακτηρίζει ακριβώς κύμα αλλά αρμονική ταλάντωση με πλάτος:



Σχήμα 5. Διαδοχικά στιγμιότυπα στάσιμου κύματος.

$A = 2y_0 \sigma \nu \nu 2\pi \frac{x}{\lambda}$ και συχνότητα την συχνότητα των κυμάτων.

Κοιλίες ονομάζονται οι περιοχές που ταλαντώνονται με μέγιστο πλάτος πράγμα βέβαιο που ισχύει όταν: $\sigma \nu \nu 2\pi \frac{x}{\lambda} = \pm 1 \Rightarrow 2\pi \frac{x}{\lambda} = K\pi \Rightarrow x = K \frac{\lambda}{2}$ ή $x = 2K \frac{\lambda}{4}$ όπου $K = 0, 1, 2, \dots$

Δεσμοί ονομάζονται οι περιοχές που παραμένουν ακίνητες πράγμα που ισχύει όταν:

$$\text{συν}2\pi\frac{x}{\lambda} = 0 \Rightarrow 2\pi\frac{x}{\lambda} = K\pi + \frac{\pi}{2} \Rightarrow x = (2K + 1)\frac{\lambda}{4} \text{ όπου } K = 0, 1, 2, \dots$$

Όλα τα υπόλοιπα σημεία θα ταλαντώνονται με πλάτη που κυμαίνονται μεταξύ 0 και $2y_0$. (Σχήμα 5).

Η απόσταση μεταξύ δυο διαδοχικών δεσμών προκύπτει αφού αφαιρεθούν τα αντίστοιχα x για δυο διαδοχικές τιμές της σταθεράς K , δηλαδή:

$$x_2 - x_1 = \frac{[2(K + 1) + 1]\lambda}{4} - \frac{(2K + 1)\lambda}{4} \Rightarrow x_2 - x_1 = \frac{\lambda}{2}$$

Δυο διαδοχικές κοιλίες απέχουν μεταξύ τους όσο και δυο διαδοχικοί δεσμοί ήτοι: $\frac{\lambda}{2}$

Έτσι ένας δεσμός από μια διαδοχική κοιλία απέχει ακριβώς $\frac{\lambda}{4}$

Εφ' όσον υπάρχουν οι δεσμοί είναι φανερό ότι στα στάσιμα κύματα δεν έχουμε μεταφορά ενέργειας. Κάθε σημείο διατηρεί σταθερή ενέργεια (που εξαρτάται από το πλάτος) η οποία μετατρέπεται από κινητική σε δυναμική και αντίστροφα.

2.8 Ηχητικά Κύματα

Τα μηχανικά κύματα που παράγονται από σώματα που ταλαντώνονται εντός ελαστικού μέσου με συχνότητα που καθίσταται αντιληπτή από το ανθρώπινο αυτί, καλούνται ηχητικά κύματα. Τα όρια συχνοτήτων που γίνονται αντιληπτά από τον άνθρωπο είναι από 20 Hz έως 20.000 Hz.

Τα ηχητικά κύματα που διαδίδονται σε ελαστικό μέσο με συχνότητα μικρότερη των 20 Hz καλούνται υπόηχοι ενώ με συχνότητα μεγαλύτερη των 20.000 Hz υπέρηχοι.

Τα σώματα τα οποία όταν ταλαντώνονται παράγουν ήχους, καλούνται ηχητικές πηγές. Μια ηχητική πηγή μπορεί για παράδειγμα να είναι:

- ένα διαπασών
- μια τεντωμένη χορδή βιολιού
- μια μεταλλική πλάκα
- μια μεμβράνη μεγαφώνου ή ακουστικού τηλεφώνου ή ακόμη και
- μια αέρια μάζα σε ταλάντωση στο εσωτερικό ενός σωλήνα

Τα ηχητικά κύματα είναι διαμήκη κύματα τα οποία μπορούν να διαδοθούν σε όλα τα υλικά μέσα στερεά, υγρά και αέρια. Κατά την διάδοσή τους προκαλούν την σχετική μεταβολή της πίεσης του μέσου. Όταν διαδίδονται στον αέρα μεταβάλλεται η πίεση του ατμοσφαιρικού αέρα.

2.9 Ταχύτητα του ήχου

Αποδεικνύεται ότι η ταχύτητα της διάδοσης του ήχου σε ένα αέριο δίνεται από τον τύπο:

$$v = \sqrt{\frac{\gamma RT}{m_{\text{mol}}}}$$

Όπου:

γ : το πηλίκο $\frac{c_p}{c_v}$ των ειδικών θερμοτήτων του αερίου,

R : η παγκόσμιος σταθερά των τελείων αερίων,

m_{mol} : η μάζα ενός γραμμομορίου του αερίου και

T : η απόλυτη θερμοκρασία του.

Για τον αέρα στους 0°C η ταχύτητα υπολογίζεται από την προηγούμενη σχέση με αντικατάσταση των: $\gamma = 1.4$, $T = 273^\circ\text{K}$, $m_{\text{mol}} = 28.96 \times 10^3 \text{Kgr}$ και $R = 8.31 \text{Joule/}^\circ\text{K.H}$ τιμή που λαμβάνεται στην περίπτωση αυτή για την ταχύτητα του αέρα είναι: $v = 331.16 \text{ m/s}$.

Εάν στους 0°C η ταχύτητα του ήχου στον αέρα είναι v_0 , τότε στους $\theta^\circ\text{C}$ θα υπολογίζεται από τη σχέση: $v_\theta = v_0(1 + \alpha\theta)$ όπου $\alpha = \frac{1}{273} \text{grad}^{-1}$.

Η ταχύτητα του ήχου εξαρτάται και από την τιμή της υγρασίας. Ο ήχος διαδίδεται ταχύτερα στον αέρα με πολύ υγρασία απ' ό τι αντίστοιχα στον ξηρό. Στον πίνακα I που ακολουθεί παρουσιάζονται οι ταχύτητες του ήχου σε διάφορα σώματα.

Πίνακας I

Υλικό	Ταχύτητα ήχου (m/sec)
<i>Αέρια</i>	
Αέρας (20°C)	344
Ήλιο (20°C)	999
Υδρογόνο (20°C)	1330
<i>Υγρά</i>	
Υγρό Ήλιο	211
Υδράργυρος	1351
Νερό (0°C)	1402
Νερό (20°C)	1482
Νερό (100°C)	1543
<i>Στερεά</i>	
Βηρύλιο	12870
Οστό	3445
Ορείχαλκος	3450
Γυαλί Pyrex	5170
Χάλυβας	5000

2.10 Ηχητικοί σωλήνες

Ηχητικοί σωλήνες καλούνται οι σωλήνες κυλινδρικού ή πρισματικού σχήματος σταθερής κυκλικής ή και ορθογώνιας διατομής. Στο εσωτερικό τους υπάρχει αέρας ο οποίος μπορεί να διεγερθεί σε ταλάντωση με αποτέλεσμα να δημιουργηθούν μόνιμα στάσιμα κύματα της περιοχής των ακουστών συχνοτήτων. Η πηγή που προκαλεί την διάδοση των κυμάτων στην αέρια στήλη του ηχητικού σωλήνα βρίσκεται στο ένα άκρο αυτού το οποίο καλείται στόμιο του σωλήνα.

Ανοικτοί ηχητικοί σωλήνες

Ένας ηχητικός σωλήνας είναι ανοικτός όταν το άκρο αυτού που είναι απέναντι του στομίου είναι σε συνεχή επικοινωνία με την ατμόσφαιρα .

Τα δυο άκρα του σωλήνα τα οποία βρίσκονται συνεχώς σε σταθερά πίεση αποτελούν τους δεσμούς πίεσης και επομένως αντίστοιχα τις κοιλίες κινήσεως. Για να είναι δυνατή η δημιουργία μόνιμων στάσιμων κυμάτων εντός ανοικτού ηχητικού σωλήνα θα πρέπει το μήκος του σωλήνα L να καλυφθεί πλήρως από ακέραιο πολλαπλάσιο μισού μήκους κύματος, δηλαδή:

$$L = K \frac{\lambda}{2} \text{ όπου } K = 1, 2, 3, \dots \text{ και μάλιστα δεδομένου ότι } \lambda = \frac{v}{f} \text{ προκύπτει:}$$

$$L = K \frac{v}{2f} \quad (\text{Σχέση συχνοτήτων για τους ανοικτούς ηχητικούς σωλήνες}).$$

Η τιμή του $K = 1$ αντιστοιχεί στον θεμελιώδη ήχο (ή πρώτο αρμονικό) και το $K = 2, 3, \dots$ στους διαφόρους άλλους αρμονικούς. Ωστε ένας ανοικτός ηχητικός σωλήνας δύναται να εκπέμψει όλες τις συχνότητες οι τιμές των οποίων όμως είναι ακέραια πολλαπλάσια μιας θεμελιώδους ποσότητας. Από την σχέση των ανοικτών ηχητικών σωλήνων συνεπάγεται ότι η συχνότητα του εκπεμπόμενου ήχου για ορισμένη τιμή του K είναι ανεξάρτητη της διατομής του σωλήνα, ανάλογη της ταχύτητας του ήχου και αντιστρόφως ανάλογη του μήκους του σωλήνα.

Κλειστοί Ηχητικοί Σωλήνες.

Ένας ηχητικός σωλήνας είναι κλειστός όταν το άκρο αυτού που είναι απέναντι του στομίου είναι κλειστό. Αυτό επιτυγχάνεται με την παρουσία κινητού (ή ακινήτου) εμβόλου εντός του σωλήνα. Όταν διεγείρεται ηχητικά η αέρια στήλη εντός του σωλήνα και δημιουργηθούν μόλιμα στάσιμα κύματα στο κλειστό άκρο παράγεται δεσμός κινήσεως ενώ στο στόμιο αντιστοιχεί κοιλία κινήσεως. Στην περίπτωση του συντονισμού, το πλάτος της ταλάντωσης των μορίων του αέρα κοντά στο ανοικτό άκρο του σωλήνα γίνεται μέγιστο και το φαινόμενο είναι άμεσα αντιληπτό από την μεγάλη ένταση του ήχου που δημιουργείται.

Για να είναι δυνατή η δημιουργία μονίμων στάσιμων κυμάτων εντός κλειστού ηχητικού σωλήνα θα πρέπει το συνολικό του μήκος L να καλυφθεί από περιττό πολλαπλάσιο του $\frac{\lambda}{4}$

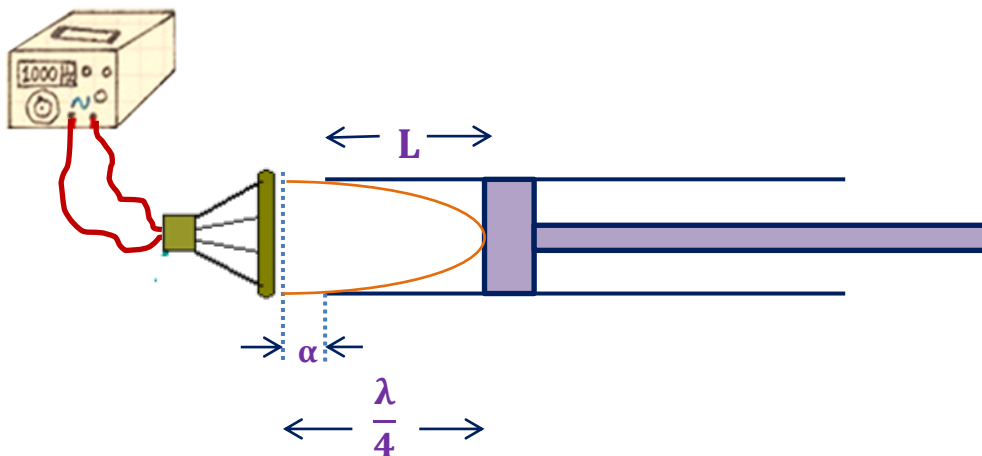
$$\text{Ήτοι: } L = (2K + 1) \frac{\lambda}{4} \quad \text{όπου } K = 0, 1, 2, \dots$$

Δεδομένου μάλιστα ότι $\lambda = \frac{v}{f}$ προκύπτει:

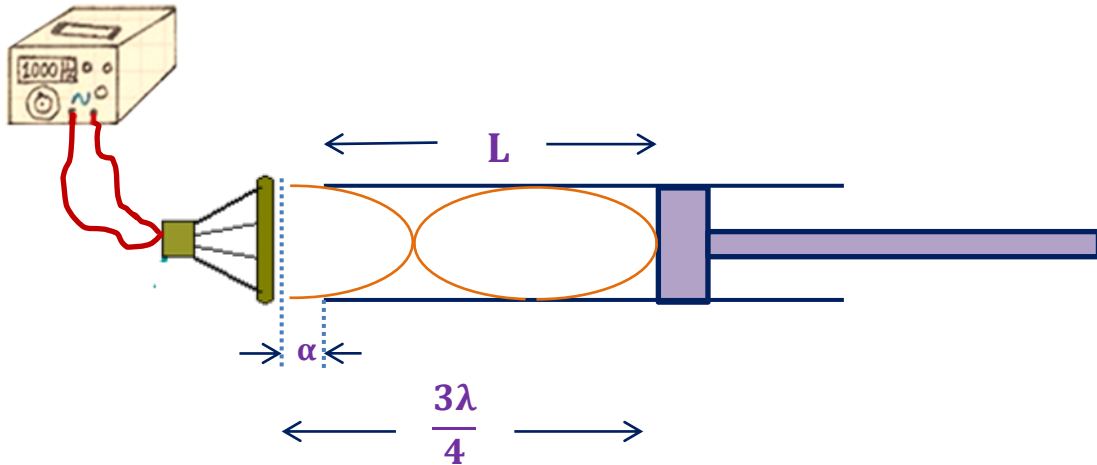
$$L = (2K + 1) \frac{v}{4f} \quad (\text{Σχέση συχνοτήτων για τους κλειστούς ηχητικούς σωλήνες}).$$

Για $K = 0$ λαμβάνεται η θεμελιώδη (ή πρώτη αρμονική) (Σχήμα 6), ενώ για $K = 1, 2, 3, \dots$ τις υπόλοιπες αρμονικές (Σχήμα 7).

Ωστε ένας κλειστός ηχητικός σωλήνας δύναται να εκπέμψει όλες τις αρμονικές που ικανοποιούν την προηγούμενη σχέση. Δηλαδή με συχνότητες που είναι περιττά πολλαπλάσια της θεμελιώδους της ποσότητας: $f = \frac{v}{4L}$



Σχήμα 6. Στάσιμα Κύματα σε κλειστό σωλήνα. Πρώτη αρμονική ($K=0$).



Σχήμα 7. Στάσιμα Κύματα σε κλειστό σωλήνα. Δεύτερη αρμονική ($K=1$).

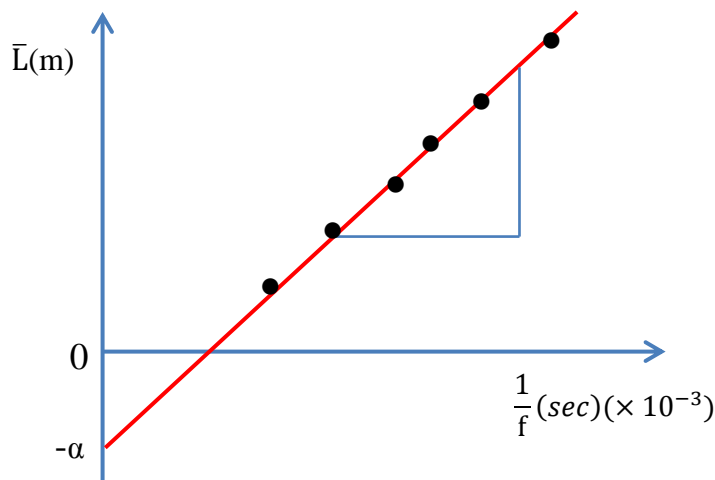
Από τον τύπο των κλειστών ηχητικών σωλήνων συνεπάγεται ότι η συχνότητα του εκπεμπόμενου ήχου για ορισμένη τιμή του K είναι ανεξάρτητη της διατομής του σωλήνα, ανάλογη της συχνότητας του ήχου και αντιστρόφως ανάλογη του μήκους του σωλήνα. Η σχέση των κλειστών ηχητικών σωλήνων για $K = 0$ γράφεται: $f = \frac{v}{4L}$

Επομένως: $L = \frac{v}{4} \cdot \frac{1}{f}$

Επειδή ισχύει $v = 4 L f$, εάν είναι γνωστή η συχνότητα f και το μήκος L , μπορεί θεωρητικά να υπολογιστεί η ταχύτητα του ήχου v . Όμως στην πράξη τα πράγματα είναι λίγο διαφορετικά. Για παράδειγμα λόγω της τριβής μεταξύ των διαφόρων στρωμάτων του αέρα μέσα στο σωλήνα, η κοιλία κινήσεως δεν φαίνεται να συμπίπτει με το χείλος του σωλήνα αλλά βρίσκεται σε κάποια απόσταση a από αυτό (Σχήμα 6,7).

Το μήκος $L + a$ είναι το φαινομενικό μήκος του σωλήνα και το μήκος a λέγεται διόρθωση μήκους. Το a εξαρτάται κυρίως από τη διάμετρο του σωλήνα και λιγότερο από τη συχνότητα με την οποία ταλαντώνονται τα μόρια του αέρα μέσα στο σωλήνα. Στη συγκεκριμένη άσκηση επειδή οι τιμές της συχνότητας που θα χρησιμοποιηθούν βρίσκονται σε μια μικρή περιοχή (400 - 900 Hz) μπορεί να θεωρηθεί ότι η τιμή του a θα είναι προσεγγιστικά σταθερή.

Επομένως η σχέση $L = \frac{v}{4} \cdot \frac{1}{f}$ γίνεται $L + a = \frac{v}{4} \cdot \frac{1}{f}$ και τελικά: $L = \frac{v}{4} \cdot \frac{1}{f} - a$



Σχήμα 8. Η γραφική παράσταση της σχέσης: $\bar{L} = f \left(\frac{1}{f} \right)$

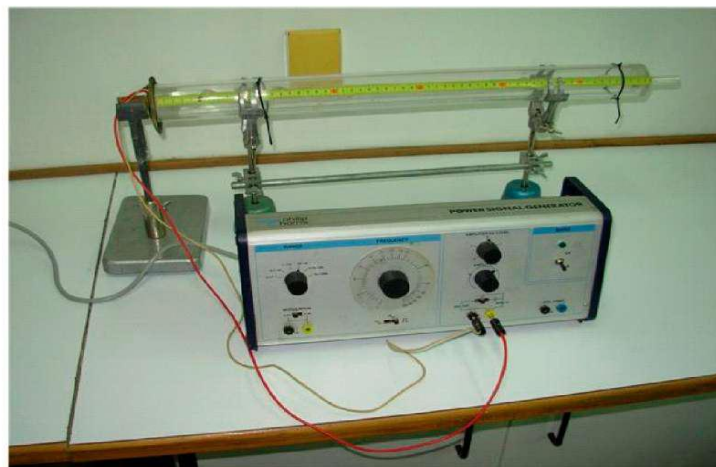
Η γραφική παράσταση της σχέσης $L = \frac{v}{4} \cdot \frac{1}{f}$ – α με άξονες L και $\frac{1}{f}$ είναι ευθεία γραμμή.

Η κλίση είναι ίση με: $\frac{v}{4}$ όπως φαίνεται και στο προηγούμενο σχήμα 8.

Έτσι υπολογίζοντας την κλίση γραφικά βρίσκεται άγνωστη ταχύτητα του ήχου στον σωλήνα από την σχέση: $v = 4 X$ (κλίση). Πρόκειται δηλαδή ουσιαστικά για το τετραπλάσιο της τιμής της κλίσης που βρέθηκε πειραματικά.

3 Πειραματική διαδικασία

Η πειραματική διάταξη για τη μέτρηση της ταχύτητας του ήχου στον αέρα αποτελείται από ένα γυάλινο κυλινδρικό σωλήνα του οποίου το ένα άκρο (στόμιο) είναι ανοικτό, ενώ το άλλο κλείνει με έμβολο που μπορεί να κινείται κατά μήκος του σωλήνα. Στο στόμιο είναι τοποθετημένο μεγάφωνο συνδεδεμένο με τον ενισχυτή γεννήτριας ακουστικών συχνοτήτων.



Εικόνα 1. Η πειραματική διάταξη που χρησιμοποιείται για την μέτρηση της ταχύτητας του ήχου.

Η απόσταση της επιφάνειας του εμβόλου από το μεγάφωνο βρίσκεται μέσω της κλίμακας που είναι χαραγμένη κατά μήκος του οριζόντιου σωλήνα (Εικόνα 1)

4 Εργασίες

1. Τίθεται σε λειτουργία η γεννήτρια και ρυθμίζεται η συχνότητα της στα 400 Hz. Ο ήχος γίνεται αντιληπτός από τους συμμετέχοντες στο πείραμα.
2. Ξεκινώντας από το ανοικτό άκρο του σωλήνα μετακινείτε το έμβολο με συνεχή τρόπο μέχρι να διαπιστωθεί το πρώτο μέγιστο της έντασης του ήχου.
3. Μετρείται το μήκος L_1 από το στόμιο του σωλήνα μέχρι το έμβολο.
4. Επαναλαμβάνεται η μέτρηση του L (για την ίδια τιμή συχνότητας) συμπληρωματικά ακόμη δυο φορές και γράφονται τα αποτελέσματα στις στήλες L_2, L_3 .
5. Υπολογίζεται η μέση τιμή:

$$\bar{L} = \frac{L_1 + L_2 + L_3}{3}$$

και γράφεται το αποτέλεσμα στη τελευταία, κατακόρυφη στήλη \bar{L} .

6. Επαναλαμβάνονται οι εργασίες 3,4,5, αυξάνοντας επιλεκτικά την συχνότητα f κατά 100 Hz μέχρι την τιμή των 900 Hz και συμπληρώνεται έτσι ο πίνακας Π που ακολουθεί.

Πίνακας II

a/a	f (Hz)	$1/f$ (Hz^{-1}) ($\times 10^{-3}$)	L_1 (m)	L_2 (m)	L_3 (m)	\bar{L} (m)
1	400	2.50				
2	500	2.00				
3	600	1.67				
2	700	1.43				
5	800	1.25				
6	900	1.11				

7. Κατασκευάζεται η γραφική παράσταση: $\bar{L} = f(1/f)$ και σχεδιάζεται η αντίστοιχη πειραματική ευθεία.

8. Υπολογίζεται γραφικά η κλίση της ευθείας και από αυτήν προσδιορίζεται η τιμή της ταχύτητας του ήχου.

9. Συγκρίνεται το αποτέλεσμα που βρέθηκε με την θεωρητική τιμή της ταχύτητας που βρίσκεται από την σχέση:

$$v_{\theta} = 331 \sqrt{1 + \frac{\theta(^{\circ}\text{C})}{273}} \text{ (m/sec)}$$

όπου θ η θερμοκρασία του περιβάλλοντος σε $^{\circ}\text{C}$.

5 Θεματολογικές ερωτήσεις κατανόησης.

5.1 Ερωτήσεις θεωρίας

1. Τι ακριβώς ονομάζεται εγκάρσιο και τι διαμήκες κύμα;
2. Διατυπώστε τη θεμελιώδη εξίσωση της κυματικής.
3. Διατυπώστε την εξίσωση του αρμονικού κύματος που διαδίδεται κατά τη θετική κατεύθυνση του άξονα των x και δεν έχει αρχική φάση.
4. Πότε δυο σημεία του αρμονικού κύματος θεωρείται ότι βρίσκονται σε συμφωνία φάσης;
5. Ποτέ εμφανίζεται ένα στάσιμο κύμα; Ποια εξίσωση φαίνεται να το περιγράφει;
6. Τι ονομάζονται δεσμοί και τι κοιλίες στο στάσιμο κύμα; Ποιά η απόστασή τους από την αρχή των αξόνων;
7. Γράψτε την σχέση που συνδέει την ταχύτητα των ηχητικών κυμάτων με την θερμοκρασία στο μέσο διάδοσης.
8. Στους ανοικτούς σωλήνες ποιες είναι οι δυνατές συχνότητες συντονισμού;
9. Στους κλειστούς σωλήνες ποιες είναι οι δυνατές συχνότητες συντονισμού;
10. Από τι εξαρτάται η ταχύτητα του ήχου που διαδίδεται εντός ποσότητας αερίου;

5.2 Ερωτήσεις πολλαπλής επιλογής

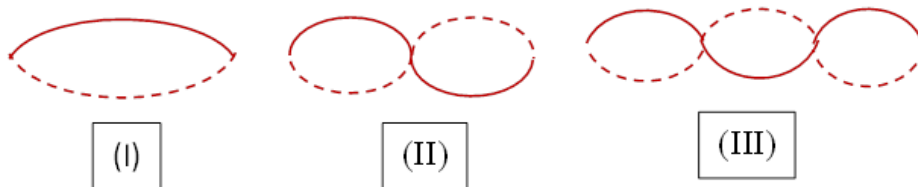
1. Σε ένα στάσιμο κύμα όλα τα σημεία του μέσον:
 - α. Έχουν την ίδια μέγιστη δυναμική ενέργεια.
 - β. Διέρχονται ταυτόχρονα από τη θέση ισορροπίας τους.
 - γ. Έχουν την ίδια μέγιστη ταχύτητα.
 - δ. Βρίσκονται ταυτόχρονα στη θέση μέγιστης θετικής απομάκρυνσης $y = +A$
2. Ποιά από τις παρακάτω προτάσεις για τα ηχητικά κύματα είναι λανθασμένη;
 - α. Τα ηχητικά κύματα είναι διαμήκη.
 - β. Τα ηχητικά κύματα μπορούν να ανακλαστούν, να συμβάλουν, να υποστούν περίθλαση, αλλά δεν πολώνονται.
 - γ. Τα ηχητικά κύματα διαδίδονται στο κενό.
 - δ. Τα ηχητικά κύματα διαδίδονται σε ελαστικά μέσα.
3. Σε ένα γραμμικό ελαστικό μέσο έχει δημιουργηθεί στάσιμο εγκάρσιο κύμα. Δύο διαδοχικές κοιλίες παρουσιάζουν διαφορά φάσης:
 - α. 0(μηδέν).
 - β. $\pi/2$
 - γ. π
 - δ. 2π
4. Εάν η ταχύτητα του ήχου στον αέρα είναι 330 m/sec τότε ο ηχητικός σωλήνας που είναι κλειστός από το ένα άκρο του και ο οποίος παράγει συχνότητα. 440 Hz πρέπει να έχει μήκος:
 - α. 19 cm
 - β. 38 cm
 - γ. 33 cm
 - δ. 67 cm
5. Ποια ή ποιες από τις παρακάτω προτάσεις είναι εσφαλμένη ως προς τις ιδιότητες των ανοικτών και κλειστών ηχητικών σωλήνων;

- α. Στα στόμια των ανοικτών και των κλειστών ηχητικών σωλήνων σχηματίζονται πάντοτε κοιλίες.
- β. Οι κλειστοί ηχητικοί σωλήνες δίνουν μόνο περιττής τάξεως αρμονικούς ενώ οι ανοικτοί δίνουν μόνο άρτιας τάξης.
- γ. Ανοικτός ηχητικός σωλήνας μήκους L παράγει ήχο διπλάσιας συχνότητας από ότι παράγει κλειστός ηχητικός σωλήνας του ίδιου ακριβώς μήκους.
- δ. Ο αριθμός των σχηματιζόμενων στάσιμων κυμάτων στους ηχητικούς σωλήνες αυξάνεται όσο αυξάνεται η ταχύτητα του εισερχόμενου αέρα.

6. Στάσιμα κύματα δημιουργούνται από δύο κύματα της ίδιας:

- α. Συχνότητας και διεύθυνσης τα οποία παρουσιάζουν διαφορά φάσεως ίση με λ .
- β. Συχνότητας και διεύθυνσης τα οποία παρουσιάζουν διαφορά φάσης ίση με $\lambda/2$.
- γ. Συχνότητα αλλά αντίθετη διεύθυνση.
- δ. Διεύθυνση αλλά διαφέρουν λίγο στην συχνότητα.

7. Ποια πρόταση είναι αληθής σχετικά με το παρακάτω σχήμα:



- α. Στο σχήμα παριστάνονται στάσιμα κύματα εντός ανοικτού ηχητικού σωλήνα.
- β. Στο σχήμα παρουσιάζονται στάσιμα κύματα εντός ηχητικού σωλήνα κλειστού κατά το ένα άκρο του.
- γ. Κάθε μορφή στάσιμου κύματος I, II, III είναι δυνατόν να παραχθεί κατά την διέγερση μιας χορδής με τυχαίο τρόπο.
- δ. Οι τρεις μορφές στάσιμων κυμάτων I, II, III δημιουργούνται συγχρόνως κατά την διέγερση μιας χορδής.

8. Αν η ταχύτητα του ήχου στον αέρα στους 20°C είναι 344 m/sec , τότε η ταχύτητα του ήχου στους 40°C θα είναι αυξημένη κατά:

- α. 2 %
- β. 3 %
- γ. 4 %
- δ. 5 %

9. Η ταχύτητα του ήχου στον αέρα (θεωρώντας τον ως ιδανικό αέριο) εξαρτάται:

- α. μόνο από τη θερμοκρασία του αέρα.
- β. από τη θερμοκρασία και την πίεση του αέρα,
- γ. από την ένταση του ηχητικού κύματος.
- δ. από την ενέργεια του ηχητικού κύματος.

10. Τα ηχητικά κύματα σε σωλήνα κλειστό στο ένα άκρο και ανοικτό στο άλλο:

- α. παρουσιάζουν δεσμούς στα δύο άκρα.
- β. παρουσιάζουν μόνιμα κοιλίες στα δύο άκρα.
- γ. παρουσιάζουν δεσμό στο κλειστό και κοιλία στο ανοικτό άκρο.
- δ. παρουσιάζουν δεσμό στο ανοικτό και κοιλία στο κλειστό άκρο.

5.3 Ερωτήσεις κρίσεως

1. Με ποια μορφή μεταφέρεται η ενέργεια στον ήχο;

Ως μηχανική ενέργεια (κινητική και δυναμική) των υλικών σημείων του μέσου τα οποία εκτελούν ταλάντωση. Η ενέργεια αυτή διαδίδεται από σημείο σε σημείο.

2. Τι γίνεται η ενέργεια ενός ηχητικού κύματος αφού παύσει να ακούγεται ο ήχος;

Μετατρέπεται σε θερμότητα η οποία και διαχέεται στο περιβάλλον.

3. Τα ηχητικά κύματα είναι διαμήκη ή εγκάρσια;

Τα ηχητικά κύματα τα οποία διαδίδονται εντός του αέρα και γενικότερα εντός αερίων ή υγρών είναι πάντοτε διαμήκη διότι εντός ρευστών παρουσιάζεται ελαστικότητα όγκου και άρα σε αυτά μόνο διαμήκη κύματα δύναται να διαδοθούν.

Εντός των στερεών που παρουσιάζουν ελαστικότητα σχήματος διαδίδονται και διαμήκη και εγκάρσια κύματα τα οποία χαρακτηρίζονται ως ήχοι αν η συχνότητα τους βρίσκεται στη περιοχή των ακουστών συχνοτήτων.

4. Η ταχύτητα του ήχου είναι μεγαλύτερη στα κατώτερα στρώματα της ατμόσφαιρας όπου η πυκνότητα της είναι μεγαλύτερη ή στα ανώτερα;

Η ταχύτητα του ήχου στον αέρα εξαρτάται μόνο από τη θερμοκρασία του και δεν εξαρτάται από την πυκνότητα και την πίεση αυτού. Άρα η ταχύτητα είναι η ίδια εάν βέβαια δεν αλλάζει η τιμή της θερμοκρασίας.

5. Ποια η διαφορά δυο ήχων της ίδιας θεμελιώδους συχνότητας οι οποίοι παράγονται από κλειστό στο ένα άκρο τους σωλήνα και από ανοικτό από τα δυο άκρα σωλήνα;

Ο ήχος που παράγεται από τον κλειστό σωλήνα θα παρέχει ανώτερους αρμονικούς περιττής τάξεως, ενώ ο παραγόμενος από τον ανοικτό σωλήνα θα παρέχει ανώτερους αρμονικούς και περιττής και άρτιας τάξεως.

6. Τι φάσμα συχνοτήτων δίνει ένας κρότος;

Το φάσμα συχνοτήτων ενός κρότου είναι συνεχές, διότι οι κρότοι δεν αποτελούν περιοδικές μεταβολές της πίεσης του αέρα.

7. Ποια πρέπει να είναι η αρχική διαφορά φάσης δυο ηχητικών κυμάτων της ίδιας συχνότητας για να έχουμε ενίσχυση όταν συμβάλουν αφού διανύσουν δρόμους $\lambda/2$ και 2λ αντιστοίχως;

Η διαφορά πορείας των δυο κυμάτων που συμβάλουν είναι $3\lambda/2$. Άρα την στιγμή που το ένα αναχωρεί από την πηγή (φάση = 0) το άλλο έχει διανύσει διάστημα $3\lambda/2$ άρα έχει φάση 3π ενώ στην αρχή είχε φάση μηδέν. Επειδή όμως για να υπάρχει ενίσχυση πρέπει η διαφορά φάσεως να είναι 4π συνεπάγεται ότι παρουσιάζει αρχική φάση ίση με π , δηλαδή η αρχική διαφορά φάσης του πρώτου ως προς το δεύτερο είναι: $\Delta\varphi_0 = \pi$.

8. Τα ηχητικά κύματα στον αέρα μπορούν να πάθουν πόλωση;

Όχι διότι πρόκειται για διαμήκη κύματα.

9. Τι σημαίνει ότι στο άκρο ενός ηχητικού σωλήνα υπάρχει δεσμός πίεσης;

Σημαίνει ότι στο άκρο αυτό του σωλήνα δεν μεταβάλλεται η πίεση του αερίου

($\Delta P = 0$ ή διαφορετικά $P = \text{σταθερά}$).

10. Ποιες οι διαφορές των ανοικτών στα δυο άκρα και των κλειστών στο ένα άκρο σωλήνων;

α) Στους κλειστούς στο ένα άκρο ηχητικούς σωλήνες όταν αυτοί παράγουν ήχο σχηματίζοντας στο μεν κλειστό άκρο δεσμός κινήσεως μορίων στο δε ανοικτό κοιλία ενώ στους ανοικτούς σχηματίζονται και στα δυο άκρα κοιλίες.

β) Οι κλειστοί ηχητικοί σωλήνες όταν διεγείρονται παράγουν τον θεμελιώδη και από τους ανώτερους αρμονικούς μόνο αυτούς που έχουν περιττή τάξη ενώ οι ανοικτοί παράγουν τον θεμελιώδη και όλους τους αρμονικούς ανωτέρας τάξης.

γ) Η συχνότητα του θεμελιώδους ήχου που παράγεται από τον ανοικτό είναι διπλάσια της συχνότητας του κλειστού σωλήνα όταν αυτοί έχουν το ίδιο ακριβώς μήκος, διότι:

$$f_{\kappa\lambda} = \frac{v_{\eta\chi}}{4L} \text{ και } f_{\alpha\nu} = \frac{v_{\eta\chi}}{2L}$$

11. Αεροπλάνο πλησιάζει προς παρατηρητή με υπερηχητική ταχύτητα. Είναι δυνατόν να το ακούσει ο παρατηρητής κατά το χρονικό διάστημα που τον πλησιάζει;

Όχι διότι ο ήχος διαδίδεται με μικρότερη ταχύτητα από αυτή του αεροπλάνου έτσι θα φθάσει στον παρατηρητή μετά το αεροπλάνο δηλαδή όταν αυτό θα έχει αρχίσει να απομακρύνεται από τη θέση του ακίνητου παρατηρητή.