“Εργαλεία” επίλυσης προβλημάτων μονοδιάστατης ασυμπίεστης ροής σε αγωγούς (ανοικτούς ή κλειστούς)

I. Ισοζύγιο Μάζας (εξίσωση συνέχειας)

II. Ισοζύγιο Ενέργειας (εξίσωση Bernoulli)

III. Ισοζύγιο Γραμμικής Ορμής

Εφαρμογές των ισοζυγίων

Τα περισσότερα τεχνικά προβλήματα που αφορούν διαστασιολογήσεις αγωγών μας υδραυλικής εγκατάστασης επιλύονται με συνδυασμένη χρήση των *Ισοζυγίων Μάζας & Ενέργειας (I & II)* (άγνωστες παροχές, πιέσεις, αντιστάσεις, υδραυλική ισχύς κλπ)

Το *Ισοζύγιο Γραμμικής Ορμής (III)* χρησιμοποιείται για την επίλυση προβλημάτων στήριξης /έδρασης αγωγών, ακροφυσίων ή/και υπολογισμού υδραυλικών φορτίων σε ανοικτούς αγωγούς, θυροφράγματα, υπερχειλιστές, αγωγούς εκτροπής κλπ.

I. ΔΙΑΤΗΡΗΣΗ ΜΑΖΑΣ (ΝΟΜΟΣ ΣΥΝΕΧΕΙΑΣ) ΑΣΥΜΠΙΕΣΤΗ ΡΟΗ

Έστω ένα υδραυλικό σύστημα το οποίο επικοινωνεί (ανταλλάσει μάζα) με το περιβάλλον διαμέσου N διατομών, που κάθε μια έχει εμβαδόν A_i, (i=1,…, N) (βλέπε σκαρίφημα).

Έστω επίσης, ότι από κάθε διατομή, το σύστημα ανταλλάσει μάζα με το περιβάλλον με ρυθμούς $\dot{m}_i$, (i=1,…, N) όπου $\dot{m}_i = \rho_i Q_i = \rho_i A_i U_i$, και ρ_i είναι η πυκνότητα του ρευστού που διαπερνά τη διατομή A_i με μέση ταχύτητα U_i. Η ογκομετρική παροχή του ρευστού από τη διατομή i είναι $Q_i = A_i U_i$

Η παροχή μάζας ορίζεται ως η ποσότητα μάζας που περνά από μια επιφάνεια στη μονάδα του χρόνου, έχει διαστάσεις $\dot{m}[=]M \cdot T^{-1}$ και μονάδες στο SI kg/s.

Η παροχή μάζας μπορεί είτε να είναι εκροή από το σύστημα είτε να είναι εισροή προς το σύστημα. Κατά σύμβαση, όταν η παροχή μάζας $\dot{m}_i$ είναι θετική δεχόμαστε ότι μάζα εκρέει ή εξέρχεται από το σύστημα, ενώ όταν είναι αρνητική δεχόμαστε ότι μάζα εισρέει ή εισέρχεται στο σύστημα.

Η μάζα που περιέχεται στο σύστημα (εντός αμετάβλητου όγκου ελέγχου) πρέπει να παραμένει σταθερή, και ισχύει

Ο νόμος διατήρησης της μάζας: $\sum_{i=1}^{N} \pm \dot{m}_i = 0$ όπου (+) εισροή μάζας προς το / (-) εκροή μάζας από το σύστημα (1)

Εάν η ροή είναι ασυμπίεστη, τότε, ρ_i=ρ=σταθερό, η πυκνότητα ρ απλοποιείται από όλους τους όρους του ισοζυγίου ροής μάζας (1) και έτσι προκύπτει η

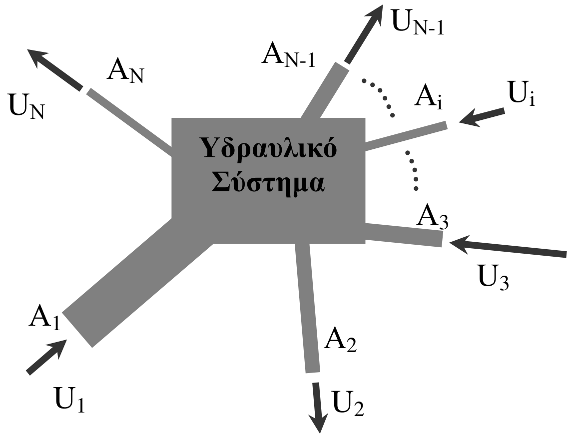
Η εξίσωση συνέχειας για ασυμπίεστη ροή: $\sum_{i=1}^{N} \pm A_i U_i = 0 \Rightarrow \pm A_1 U_1 \pm A_2 U_2 \pm ... \pm A_N U_N = 0$ (2)

Σύμφωνα με την προηγούμενη σύμβαση, γενικά **στο ισοζύγιο παροχής μάζας** (1) **ή όγκου** (2) **οι εκροές από το σύστημα έχουν αντίθετα πρόσημα από τις εισροές στο σύστημα**.

Το ισοζύγιο παροχής μάζας ή η εξίσωση συνέχειας, μπορεί να χρησιμοποιηθεί ως εξίσωση εύρεσης ενός αγνώστου από τα A_i και U_i, συναρτήσει των υπολοίπων.

Προσοχή

- Οι μέσες ταχύτητες U_i θεωρούνται πάντα κάθετες στις διατομές A_i των αγωγών.
- Για την επιλογή των προσήμων (+) ή (-) με τα οποία θα συμπεριληφθούν οι παροχές (A_iU_i) στο ισοζύγιο $\Sigma \pm A_iU_i=0$, δεν παίζει ρόλο ο προσανατολισμός της ταχύτητας ως προς κάποιο σύστημα συντεταγμένων, αλλά εάν η μάζα (ταχύτητα) εισρέει στον όγκο ελέγχου ή εκρέει από τον όγκο ελέγχου. Πρέπει πάντα οι εισροές να έχουν αντίθετα πρόσημα από τις εκροές - βλέπε και παράδειγμα.



Γενικό Παράδειγμα

Στο διπλανό υδραυλικό σύστημα (βλέπε σκαρίφημα), από τις διατομές A_1, A_3, …, A_i, όγκος (ασυμπίεστου) υγρού εισέρχεται στο σύστημα με ταχύτητες U_1, U_3, …, U_i, ενώ από τις διατομές A_2, ..., A_{N-1} και A_N όγκος υγρού εξέρχεται από το κλειστό σύστημα με ταχύτητες U_2, ..., U_{N-1} και U_N .

Έτσι, η η εξίσωση συνέχειας (2) γράφεται:

$$\sum_{i=1}^{N} \pm A_i U_i = 0 \Rightarrow$$

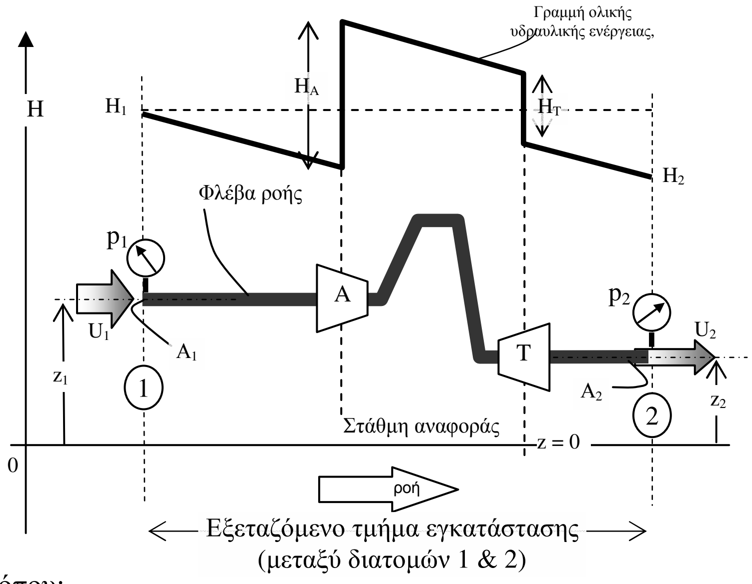
$$A_1 U_1 - A_2 U_2 + A_3 U_3 ... + A_i U_i ... - A_{N-1} U_{N-1} - A_N U_N = 0$$

Εάν για μια άγνωστη ταχύτητα, η επίλυση της εξίσωσης συνέχειας δώσει αρνητικό αποτέλεσμα, π.χ. εάν προκύψει ότι U_i= -1,2m/s, αυτό σημαίνει ότι η φορά της ταχύτητας στη διατομή A_i είναι αντίθετη από αυτήν που έχουμε υποθέσει (στο σκαρίφημα) οπότε το υγρό εξέρχεται από το σύστημα με μέση ταχύτητα 1,2 m/s.

II. ΓΕΝΙΚΗ ΕΞΙΣΩΣΗ ΔΙΑΤΗΡΗΣΗΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ (α.μ.β. υγρού) ΑΣΥΜΠΙΕΣΤΗ ΡΟΗ

Διατύπωση ισοζύγιου ενέργειας σε φλέβα ροής

(γενική περίπτωση – με ανταλλαγή ενέργειας με το περιβάλλον)



$$\underbrace{\frac{p_1}{\gamma}+z_1+C_1\frac{U_1^2}{2g}}_{\text{ολική ενέργεια στη θέση 1 ανά μονάδα βάρους υγρο}}+\underbrace{\Delta H_{1-2}}_{\text{εισ−εκ−ροή ενέργειας α.μ.β.υ.}}=\underbrace{\frac{p_2}{\gamma}+z_2+C_2\frac{U_2^2}{2g}}_{\text{ολική ενέργεια στη θέση 2 ανά μονάδα βάρους υγρο}}$$

όπου:

U_1, U_2 μέσες ταχύτητες στις θέσεις 1 & 2

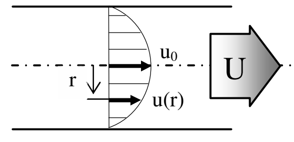
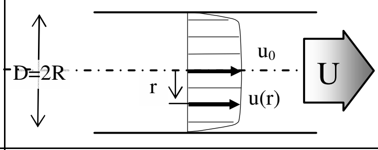
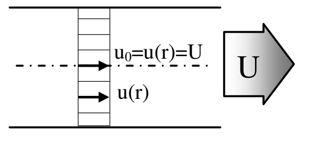
Ορισμός μέσης ταχύτητας, $$U=\frac{Q}{A}=\frac{\pi\alpha\rho o\chi\acute{\eta}\,\acute{o}\gamma\kappa o\upsilon}{\delta\iota\alpha\tau o\mu\acute{\eta}}=\frac{1}{A}\int_A u(r)dA$$

$\Delta H_{1-2}=H_A-H_T-H_L$ ={η ανταλλαγή ενέργειας μεταξύ περιβάλλοντος και φλέβας υγρού (σωλήνας) από τις θέσεις 1 έως 2, συναρτήσει των ισοδυνάμων υψών ενέργειας αντλίας, H_A, στροβίλου, H_T, και απωλειών, H_L}

$C\frac{U^2}{2g}=\frac{1}{AU}\int_A\frac{u^3(r)}{2g}dA$ = {Κινητική Ενέργεια ανά μονάδα βάρους ρευστού}

Ειδική περίπτωση: ΚΥΛΙΝΔΡΙΚΟΙ ΑΓΩΓΟΙ

Κατατομή ταχύτητας σε <u>κυλινδρικό αγωγό</u>: $u(r)=u_0\left(1-(r/R)^k\right)$ → Μέση ταχύτητα: $U=au_0$

	ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΕΣ ΡΟΕΣ		ΙΔΑΝΙΚΗ ΡΟΗ
	Στρωτή ροή (Re < 2.000)	**Τυρβώδης ροή** (Re > 4.000)	**Ομοιόμορφη** ή **Ανιξώδης** (μ→0 ή Re→∞)
Συντελεστές προσαρμογής			
k (κατανομής ταχύτητας)	2	γενικά k(Re), συνήθως k=1/7	u(r) = U
a (μέσης παροχής)	0,5	49/60 (όταν k=1/7)	1
C (κινητικής ενέργειας)	2	1,058 (όταν k=1/7)	1

Όπου: $Re=\frac{\rho UD}{\mu}=\frac{UD}{\nu}$ ο αριθμός Reynolds, ρ: πυκνότητα υγρού, μ: δυναμικό ιξώδες υγρού, ν=μ/ρ: κινηματικό ιξώδες υγρού

D=2R: η διάμετρος του αγωγού

III. ΔΙΑΤΗΡΗΣΗ (ΙΣΟΖΥΓΙΟ) ΓΡΑΜΜΙΚΗΣ ΟΡΜΗΣ

Έστω ένα υδραυλικό σύστημα το οποίο περιέχεται σε έναν όγκο ελέγχου CV, συνολικού όγκου V, και το οποίο ανταλλάσει μάζα με το περιβάλλον με ρυθμούς (παροχές μάζας) $\dot{m}_i$, (i=1,…, N), όπου $\dot{m}_i = \rho_i Q_i = \rho_i A_i U_i$ και ρ_i είναι η πυκνότητα του ρευστού που διαπερνά τη διατομή A_i με μέση ταχύτητα U_i. Όπως είναι γνωστό, η ογκομετρική παροχή του ρευστού από τη διατομή i είναι $Q_i = A_i U_i$.

Επίσης, εκτός από μάζα, διαμέσου των N διατομών το σύστημα ανταλλάσει και γραμμική ορμή με το περιβάλλον.

Η **παροχή γραμμικής ορμής** ορίζεται ως η ποσότητα γραμμικής ορμής [{μικρή μάζα}×{ταχύτητα της} = Δm·U] που περνά από μια επιφάνεια στη μονάδα του χρόνου, η οποία έχει διαστάσεις

$\frac{U\Delta m}{\Delta t} = U\dot{m} = U\rho UA[=]\frac{L}{T}\frac{M}{L^3}\frac{L}{T}L^2 = M\cdot LT^{-2}$ και μονάδες στο SI, kgm/s^2 ή N.

Η παροχή γραμμικής ορμής μπορεί είτε να είναι εκροή γραμμικής ορμής από το σύστημα είτε να είναι εισροή γραμμικής ορμής προς το σύστημα.

Η συνολική γραμμική ορμή που περιέχεται στο σύστημα (εντός αμετάβλητου όγκου ελέγχου) πρέπει να παραμένει σταθερή, και ισχύει

Ο νόμος διατήρησης της γραμμικής ορμής (Ισοζύγιο γραμμικής ορμής):

$$\left\{\begin{array}{l}\text{Ρυθμός αλλαγής}\\ \text{της γραμμικής ορμής}\\ \text{που περιέχεται στον όγκο ελέγχου}\end{array}\right\} + \left\{\begin{array}{l}\text{Ρυθμός εκροής}\\ \text{γραμμικής ορμής}\\ \text{μέσω της επιφάνειας ελέγχου}\end{array}\right\} = \left\{\begin{array}{c}\text{Συνισταμένη}\\ \text{σωματικών δυνάμεων}\\ \text{στον όγκο ελέγχου}\end{array}\right\} + \left\{\begin{array}{c}\text{Συνισταμένη}\\ \text{επιφανειακών δυνάμεων}\\ \text{στην επιφάνεια ελέγχου}\end{array}\right\} \quad (1)$$

Το ισοζύγιο γραμμικής ορμής διατυπώνεται συμβολικά με την παρακάτω διανυσματική εξίσωση

$$\frac{d}{dt}\left(\int_{V_{CV}} \mathbf{u}\rho dV\right) + \int_{A_{CV}} \mathbf{u}\rho\mathbf{u}\cdot\hat{\mathbf{n}}dA = \int_{V_{CV}} \mathbf{f}\rho dV + \int_{A_{CV}} \left[\left(p\tilde{I} - \tilde{\boldsymbol{\tau}}\right)\cdot\hat{\mathbf{n}}\right]dA$$

$$\frac{d}{dt}\left(\mathbf{U_{CM}}\rho V_{CV}\right) + \sum_{i=1}^{N}\left(\mathbf{U}_i\rho\mathbf{U}_i\cdot\hat{\mathbf{n}}_i A_i\right) = \mathbf{F}_B + \sum_{i=1}^{N}\left[\left(p\hat{\mathbf{n}}_i - \tilde{\boldsymbol{\tau}}\cdot\hat{\mathbf{n}}_i\right)A_i\right]$$

όπου $\mathbf{U_{CM}}$ είναι το διάνυσμα της ταχύτητας του κέντρου μάζας του όγκου ελέγχου.

Στις περιπτώσεις που στον όγκο ελέγχου δεν αλλάζει η γραμμική ορμή (π.χ. όγκος ελέγχου ακίνητος ή κινούμενος με σταθερή ταχύτητα και ασυμπίεστη ροή) τότε, η ποσότητα στην πρώτη αγκύλη του αριστερού σκέλους του ισοζυγίου μηδενίζεται και το ισοζύγιο γραμμικής ορμής γίνεται:

Ισοζύγιο γραμμικής ορμής – Ασυμπίεστη ροή – σταθερός όγκος ελέγχου:

$$\left\{\begin{array}{l}\text{Ρυθμός εκροής}\\ \text{γραμμικής ορμής}\\ \text{μέσω της επιφάνειας ελέγχου}\end{array}\right\} = \left\{\begin{array}{c}\text{συνισταμένη}\\ \text{σωματικών δυνάμεων}\\ \text{στον όγκο ελέγχου}\end{array}\right\} + \left\{\begin{array}{c}\text{συνισταμένη}\\ \text{επιφανειακών δυνάμεων}\\ \text{στην επιφάνεια ελέγχου}\end{array}\right\} \quad (2)$$

που διατυπώνεται συμβολικά στην παρακάτω διανυσματική εξίσωση

$$\sum_{i=1}^{N}\left(\mathbf{U}_i\rho\mathbf{U}_i\cdot\hat{\mathbf{n}}_i A_i\right) = \mathbf{F}_B + \sum_{i=1}^{N}\left[\left(p\hat{\mathbf{n}}_i - \boldsymbol{\tau}\cdot\hat{\mathbf{n}}_i\right)A_i\right] \quad (3)$$

Αναλυτικές διατυπώσεις του Ισοζυγίου Γραμμικής Ορμής

Θεωρούμε έναν όγκο ελέγχου CV που καθορίζεται από τις επιφάνειες ελέγχου A_i, i=1,N. Θεωρούμε την ‘απλή’ περίπτωση όπου όλες οι επιφάνειες είναι κάθετες στο επίπεδο του σκαριφήματος (πρόβλημα 2 διαστάσεων).

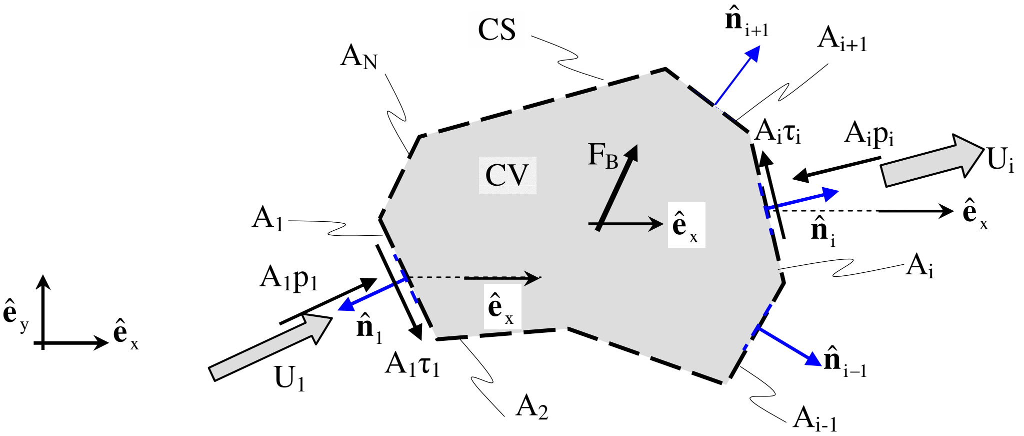
Σε κάθε επιφάνεια A_i ορίζεται ένα *μοναδιαίο κάθετο διάνυσμα*, $\hat{\mathbf{n}}_i$, κάθετο σε αυτήν, που έχει μήκος $\left|\hat{\mathbf{n}}_i\right| = 1$ και φορά από τον όγκο ελέγχου “προς τα έξω”.

Ορίζουμε τους άξονες ενός συστήματος συντεταγμένων Oxy με τη βοήθεια δύο άλλων μοναδιαίων διανυσμάτων, $\hat{\mathbf{e}}_x$ & $\hat{\mathbf{e}}_y$, που καθένα έχει φορά τη φορά των αξόνων. Ισχύει $\left|\hat{\mathbf{e}}_x\right| = \left|\hat{\mathbf{e}}_y\right| = 1$ & $\hat{\mathbf{e}}_x \perp \hat{\mathbf{e}}_y$ άρα

$$\hat{\mathbf{e}}_x \cdot \hat{\mathbf{e}}_y = \cos\left\langle \hat{\mathbf{e}}_x, \hat{\mathbf{e}}_y \right\rangle = 0$$

Σε κάθε επιφάνεια A_i, θεωρούμε μια ενιαία (σταθερή σε όλη την επιφάνεια) ταχύτητα, U_i. Για το διάνυσμα της ταχύτητεας ισχύει $\mathbf{U}_i = \hat{\mathbf{n}}_i U_i$. Οι μέσες ταχύτητες U_i θεωρούνται πάντα κάθετες στις διατομές A_i.

Επίσης, σε κάθε επιφάνεια A_i, θεωρούμε επιφανειακή δύναμη, $\mathbf{t}_i(\hat{\mathbf{n}}_i)$. Αυτή αποτελείται από δύο συνιστώσες, μια δύναμη πίεσης p_iA_i και μια διατμητική δύναμη τ_iA_i. Οι συνιστώσες της δύναμης προκύπτουν από την εφαρμογή μιας μέσης ενιαίας πίεσης (ορθής τάσης), p_i, και μιας μέσης ενιαίας διατμητικής τάσης, τ_i, σε κάθε επιφάνεια εμβαδού A_i. Η (p_iA_i) είναι πάντα κάθετη προς την επιφάνεια (ορθή) και κατά σύμβαση με φορά αντίθετη του $\hat{\mathbf{n}}_i$, ενώ η (τ_iA_i) είναι παράλληλη στην επιφάνεια (διατμητική) και θεωρείται ότι έχει ως θετική φορά τη φορά του αντίστοιχου που θα πάρει το $\hat{\mathbf{n}}_i$ της επιφάνειας εάν αυτό περιστραφεί ανθωρολογιακά ( ) κατά 90^o.



Η αρχή διατήρησης της παροχής γραμμικής ορμής σε έναν όγκο ελέγχου (το ισοζύγιο γραμμικής ορμής) αποτελεί μια διανυσματική εξίσωση (ενώ το ισοζύγιο μάζας ή το ισοζύγιο όγκου σε ασυμπίεστη ροή αποτελεί μια βαθμωτή εξίσωση). Η συμβολική διατύπωση αυτού του ισοζυγίου απαιτεί ανώτερες γνώσεις διανυσματικού λογισμού.

Εάν αναλύσουμε τη διανυσματική εξίσωση του ισοζυγίου γραμμικής ορμής για ασυμπίεστη ροή και σταθερό όγκο ελέγχου, δηλαδή την εξίσωση (2), στις συνιστώσες της σε ένα καρτεσιανό σύστημα συντεταγμένων Oxy θα πάρουμε 2 βαθμωτές εξίσώσεις, 1 στη διεύθυνση Ox και 1 στη διεύθυνση Oy:

Διεύθυνση Ox

$$\sum_{i=1}^{N}\left(\rho U_i A_i U_i \cos\left\langle \hat{\mathbf{n}}_i, \mathbf{U}_i \right\rangle \cos\left\langle \hat{\mathbf{e}}_x, \mathbf{U}_i \right\rangle\right) = F_B \cos\left\langle \hat{\mathbf{e}}_x, \mathbf{F}_B \right\rangle + \sum_{i=1}^{N}\left[\left(-p_i A_i \cos\left\langle \hat{\mathbf{e}}_x, \hat{\mathbf{n}}_i \right\rangle - \tau_i A_i \sin\left\langle \hat{\mathbf{e}}_x, \hat{\mathbf{n}}_i \right\rangle\right)\right] \quad (4)$$

Διεύθυνση Oy

$$\sum_{i=1}^{N}\left(\rho U_i A_i U_i \cos\left\langle \hat{\mathbf{n}}_i, \mathbf{U}_i \right\rangle \cos\left\langle \hat{\mathbf{e}}_y, \mathbf{U}_i \right\rangle\right) = F_B \cos\left\langle \hat{\mathbf{e}}_y, \mathbf{F}_B \right\rangle + \sum_{i=1}^{N}\left[\left(-p_i A_i \cos\left\langle \hat{\mathbf{e}}_y, \hat{\mathbf{n}}_i \right\rangle - \tau_i A_i \cos\left\langle \hat{\mathbf{e}}_x, \hat{\mathbf{n}}_i \right\rangle\right)\right] \quad (5)$$

όπου

$\left\langle \mathbf{a}, \mathbf{b} \right\rangle$ είναι η γωνία του τόξου που διαγράφει με ανθωρολογιακή φορά το πρώτο διάνυσμα (**a**) (γύρω από την αρχή του) μέχρι να γίνει ομόρροπο με το δεύτερο διάνυσμα (**b**).

F_B είναι η σωματική δύναμη (body force) που δρα στη μάζα που περιέχεται στον όγκο ελέγχου εξ αιτίας κάποιου εξωτερικού πεδίου π.χ. επιτάχυνσης, βαρύτητας, ηλεκτρομαγνητικού πεδίου κλπ

ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΥΔΡΑΥΛΙΚΩΝ ΑΠΩΛΕΙΩΝ – ΔΙΑΣΤΑΣΙΟΛΟΓΗΣΗ ΕΓΚΑΤΑΣΤΑΣΗΣ

Οι υδραυλικές απώλειες λόγω ιξωδών τριβών σε μια υδραυλική εγκατάσταση που αποτελείται από σωλήνες και εξαρτήματα είναι γενικά το άθροισμα των γραμμικών απωλειών στους σωλήνες και των τοπικών απωλειών στα εξαρτήματα. Οι απώλειες υδραυλικής ενέργειας ανά μονάδα βάρους υγρού (α.μ.β.υ.) μετρούνται σε ισοδύναμο ύψος στήλης του υγρού της εγκατάστασης. Παρακάτω θα περιγραφεί ο τρόπος υπολογισμού των απωλειών, πρώτα σε στοιχεία της εγκατάστασης (σωλήνες, εξαρτήματα) και ύστερα σε συνδεδεμένα εν σειρά στοιχεία.

Υδραυλικές απώλειες σε τμήμα εγκατάστασης

Για ένα τμήμα εγκατάστασης υλοποιημένο από εν σειρά συνδεδεμένους

(1) N_L σωλήνες, ο καθένας μήκους L_i, διαμέτρου D_i, με παροχή Q, και μέση ταχύτητα $U_i=4Q/(\pi D_i^2)$, και

(2) N_T εξαρτήματα (‘στραγγαλισμού της ροής’) που το καθένα έχει τοπικό συντελεστή αντίστασης k_j για επικρατούσα παροχή Q, και ‘μέση ισοδύναμη ταχύτητα’ $U_j=4Q_j/(\pi D_j^2)$,

Οι συνολικές υδραυλικές απώλειες, H_L, υπολογίζονται ως άθροισμα των γραμμικών απωλειών στους σωλήνες και των τοπικών απωλειών στα εξαρτήματα σύμφωνα με την έκφραση:

$$H_L = \underbrace{\sum_{i=1}^{N_L} h_{fi}}_{\substack{\text{Γραμμικες} \\ \text{απωλειες}}} + \underbrace{\sum_{j=1}^{N_T} h_{lj}}_{\substack{\text{Τοπικες} \\ \text{απωλειες}}}$$

Ο υπολογισμός των γραμμικών και τοπικών απωλειών, h_{fi} και h_{lj} αντίστοιχα, γίνεται σύμφωνα με την παρακάτω διαδικασία.

Υπολογισμός τοπικών απωλειών (h_l),

Οι τοπικές απώλειες, h_l, σε ένα εξάρτημα (γωνία, καμπύλη, στένωση, βάνα κλπ) υπολογίζονται με βάση το συντελεστή αντίστασης, k, του εξαρτήματος και τις τοπικά επικρατούσες ροϊκές συνθήκες δηλαδή την παροχή ή τη μέση ταχύτητα του υγρού U στο εξάρτημα. $h_l = k\dfrac{U^2}{2g}$

Οι τιμές των τοπικών συντελεστών αντίστασης, k, λαμβάνονται είτε απευθείας από τεχνικά χαρακτηριστικά του κατασκευαστή του εξαρτήματος είτε από νομογράμματα γενικής εφαρμογής.

Υπολογισμός γραμμικών απωλειών ενέργειας σε σωλήνες (h_f)

Για τον υπολογισμό των γραμμικών απωλειών ενέργειας, h_f σε ένα σωλήνα με μήκος L και διάμετρο D, εφαρμόζονται δύο εναλλακτικές μέθοδοι. Η μία χρησιμοποιεί τη σχέση Hazen-Williams και η άλλη τη σχέση Darcy-Weisbach.

Υπολογισμός γραμμικών απωλειών σε σωλήνα με βάση την εξίσωση ***Hazen-Williams***

Το ισοδύναμο μανομετρικό ύψος απωλειών, h_f, σε τμήμα ευθύγραμμου αγωγού (σωλήνα) μήκους L και διαμέτρου D, κατά τη μόνιμη ροή νερού, με παροχή Q, δίνεται από τη σχέση

Hazen-Williams → $h_f = k_1 L \left(\frac{Q}{C}\right)^{1,852} D^{-4,87}$

όπου οι τιμές των συντελεστών προσαρμογής k_1 & C δίνονται ανάλογα με τις μονάδες μέτρησης των μεγεθών και το υλικό και την κατάσταση του σωλήνα σύμφωνα με τους πίνακες που ακολουθούν:

Πίνακας XX Σταθερές μετατροπής για την εξίσωση Hazen-Williams για διάφορους συνδυασμούς μονάδων μέτρησης

h_f	L	Q	D	k_1
m	m	l/s	mm	$1,22\times10^{10}$
m	m	l/h	mm	3163
m	m	m^3/d	mm	$3,162\times10^6$
ft	ft	ft^3/s	ft	4,73
ft	ft	gpm	in	10,46

Πίνακας XX Τιμές του συντελεστή τριβής, C, της εξίσωσης Hazen-Williams για διάφορους τύπους σωλήνων (Cuenca, 1989)

Pipe Material	Values of C		
	Design	New Pipe	Corroded Pipe
Polyethylene (PE) and polyvinyl chloride (PVC)	140	150	130
Cement–Asbestos	140	150	140
Fiber	140	150	—
Bitumastic-enamel-lined iron or steel centrifugally applied	140	148	130
Cement-lined iron or steel centrifugally applied	140	150	—
Copper, brass, lead, tin, or glass pipe and tubing	130	140	120
Wood-stave	110	120	110
Welded and seamless steel	100	130	80
Interior riveted steel (no projecting rivets)	100	139	—
Wrought-iron, cast-iron	100	130	80
Tar-coated cast iron	100	130	50
Girth-riveted steel (projecting rivets in girth seams only)	100	130	—
Concrete	100	120	85
Full-riveted steel (projecting rivets in girth and horizontal seams)	100	115	—
Vitrified, spiral-riveted steel (flow with lap)	100	110	—
Spiral-riveted steel (flow against lap)	90	100	—
Corrugated steel	60	60	—

<u>Προσοχή</u>. Η εξίσωση Hazen-Williams είναι πολύ απλή στην εφαρμογή της διότι συνδέει άμεσα (σε μια σχέση) τη διάμετρο ενός αγωγού με την πτώση πίεσης και την παροχή, και αποτελεί ένα πολύ ισχυρό ‘εργαλείο’ για την άμεση διαστασιολόγηση μιας εγκατάστασης. Ισχύει για ροή νερού σε κανονικές συνθήκες θερμοκρασίας 20^0C (ή για οποιοδήποτε άλλο υγρό με σχετ. πυκνότητα ρ*=1,0 και δυναμικό ιξώδες $\mu=1,002\times10^{-3}$kg/m-s , ή κινηματικό ιξώδες $\nu=1,004\times10^{-6}m^2/s$) δηλαδή για τις πιο συνηθισμένες εφαρμογές προβλημάτων υδραυλικής. Για να μελετήσουμε είτε ροή νερού σε διαφορετικές συνθήκες είτε ροή άλλου υγρού χρησιμοποιούμε την εξίσωση Darcy-Weisbach, η οποία δίνει ακριβή αποτελέσματα, αλλά είναι πιο ‘δαπανηρή’ από άποψη υπολογισμών (ιδίως στη διαστασιολόγηση μιας εγκατάστασης). Η Darcy-Weisbach περιγράφεται παρακάτω.

Το ισοδύναμο μανομετρικό ύψος απωλειών, h_f, σε τμήμα ευθύγραμμου αγωγού (σωλήνα) μήκους L και διαμέτρου D, κατά τη μόνιμη ροή υγρού πυκνότητας, ρ, με μέση ταχύτητα, U, δίνεται από τη σχέση

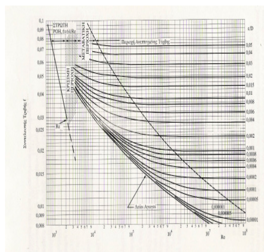
Darcy-Weisbach → $h_f = f\,\dfrac{L}{D}\,\dfrac{U^2}{2g}$

όπου f είναι ο συντελεστής τριβής της ροής στο σωλήνα, ο οποίος προσδιορίζεται με βάση τις επικρατούσες ροϊκές συνθήκες στον αγωγό (αριθμό Reynolds και τραχύτητα τοιχώματος).

Με δεδομένα τα L, D, U, για τον υπολογισμό του h_f απαιτείται να γνωρίζουμε την τιμή του συντελεστή τριβής f. Η τιμή του f προσδιορίζεται με μια διαδικασία που περιγράφεται σχηματικά στον επόμενο πίνακα, ανάλογα με τις τιμές του αριθμού Reynolds, Re, και της τραχύτητας, ε, των τοιχωμάτων του σωλήνα που εξετάζουμε. Η τιμή του f προσδιορίζεται είτε γραφικά μέσω του διαγράμματος Moody είτε αναλυτικά με αριθμητική επίλυση της εξίσωσης Colebrook.

Η εξίσωση Darcy-Weisbach είναι ακριβής για οποιαδήποτε συνθήκη ροής αλλά –στην περίπτωση διαστασιολόγησης μιας εγκατάστασης- απαιτεί περισσότερους υπολογισμούς. Σε προβλήματα διαστασιολόγησης συνήθως γίνεται μια γρήγορη εκτίμηση διαμέτρων με την εξίσωση Hazen-Williams (βλέπε παραπάνω).

<u>Αλγόριθμος υπολογισμού συντελεστή τριβής, f(Re, ε*)</u>

<table>
<tr><td colspan="2">Αριθμός Reynolds → $Re = \dfrac{\rho U D}{\mu} = \dfrac{UD}{\nu}$</td><td colspan="2">Προσδιορισμός συντελεστή τριβής, f</td></tr>
<tr><td colspan="2">Είδος ροής</td><td>Αναλυτικός</td><td>Γραφικός</td></tr>
<tr><td>$Re \le 2000$</td><td>Στρωτή (laminar)</td><td>$f = \dfrac{64}{Re}$</td><td rowspan="4">Διάγραμμα Moody
(βλέπε παρακάτω)
</td></tr>
<tr><td>$2000 < Re \le 4000$</td><td>Ασταθής /κρίσιμη /μεταβατική (unstable)</td><td>Να αποφεύγεται η λειτουργία της εγκατάστασης σε τέτοιες συνθήκες</td></tr>
<tr><td>$4000 < Re \le 10000$</td><td>Μερικώς ανεπτυγμένη τυρβώδης ροή (partially turbulent flow)</td><td>Colebrook -White→
$\dfrac{1}{\sqrt{f}} = -2\log\left(\dfrac{\varepsilon}{3{,}7D} + \dfrac{2{,}51}{Re\sqrt{f}}\right)$</td></tr>
<tr><td>$10000 < Re$</td><td>Πλήρως ανεπτυγμένη τυρβώδης ροή (Fully turbulent flow)</td><td>Απλοποιημένη Colebrook-White →
$\dfrac{1}{\sqrt{f}} = -2\log\left(\dfrac{\varepsilon}{3{,}7D}\right)$</td></tr>
</table>

μ: δυναμικό ιξώδες και ν=μ/ρ το κινηματικό ιξώδες του υγρού

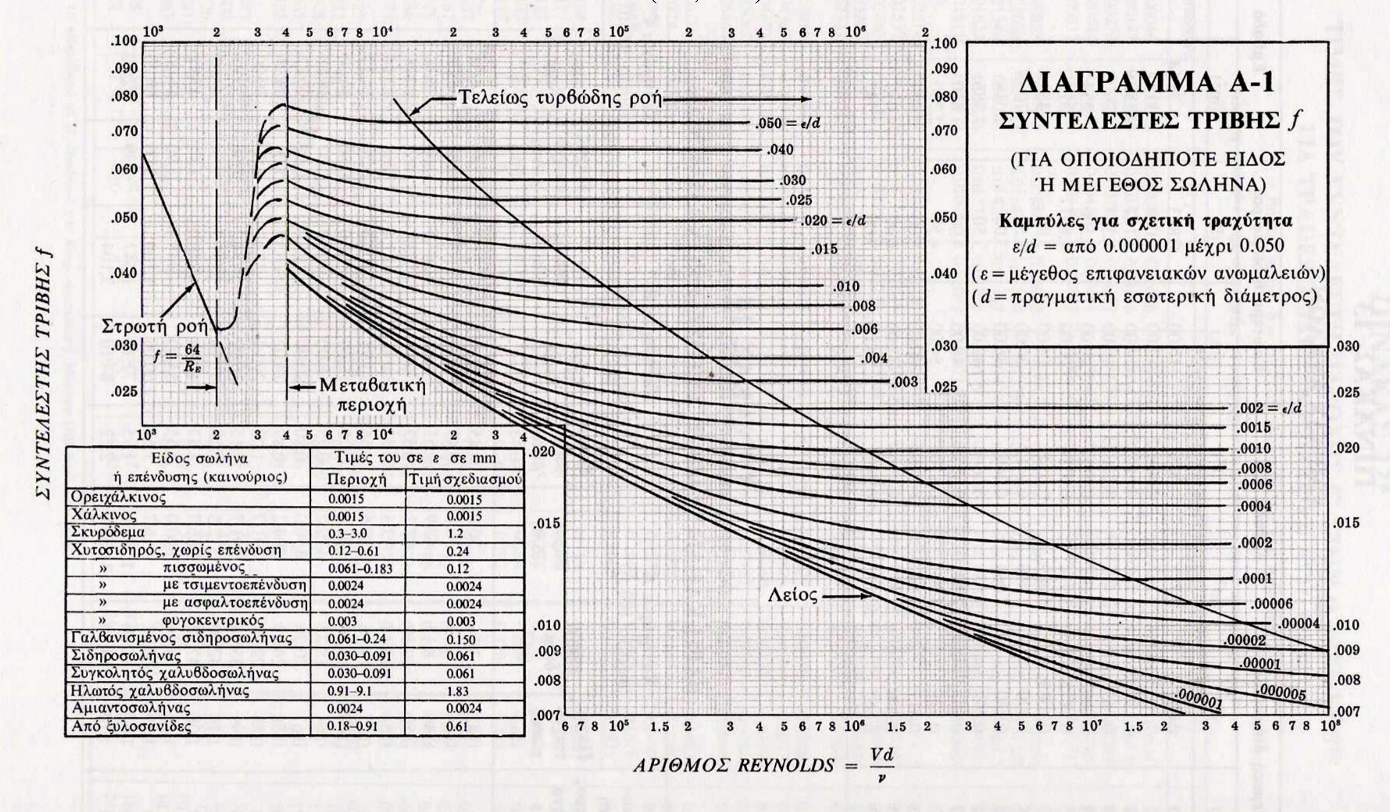
ε*=ε/D: σχετική τραχύτητα τοιχωμάτων αγωγού ε: απόλυτη τραχύτητα

Διάγραμμα Moody

για γραφικό προσδιορισμό συντελεστή γραμμικών απωλειών f

(χρήση στη Darcy-Weisbach)

f (Re, ε/D)



Είδος σωλήνα ή επένδυσης (καινούριος)	Τιμές του σε ε σε mm	
	Περιοχή	Τιμή σχεδιασμού
Ορειχάλκινος	0.0015	0.0015
Χάλκινος	0.0015	0.0015
Σκυρόδεμα	0.3–3.0	1.2
Χυτοσιδηρός, χωρίς επένδυση	0.12–0.61	0.24
» πισσωμένος	0.061–0.183	0.12
» με τσιμεντοεπένδυση	0.0024	0.0024
» με ασφαλτοεπένδυση	0.0024	0.0024
» φυγοκεντρικός	0.003	0.003
Γαλβανισμένος σιδηροσωλήνας	0.061–0.24	0.150
Σιδηροσωλήνας	0.030–0.091	0.061
Συγκολητός χαλυβδοσωλήνας	0.030–0.091	0.061
Ηλωτός χαλυβδοσωλήνας	0.91–9.1	1.83
Αμιαντοσωλήνας	0.0024	0.0024
Από ξυλοσανίδες	0.18–0.91	0.61

Τυπικό νομόγραμμα γρήγορης διαστασιολόγησης αγωγών*

όπου

Discharge: παροχή (l/s)

Hydraulic gradient: υδραυλική κλίση απωλειών υδραυλικής ενέργειας (m/100m)

Diameter: Διάμετρος αγωγού (m)

*<u>Προσοχή</u>! Το νομόγραμμα είναι ενδεικτικό για σωλήνες από γαλβανισμένο σίδηρο. Αντίστοιχα νομογράμματα υπάρχουν για σωλήνες από διάφορα υλικά