

Άσκηση 2: “Υδροστατικές Δυνάμεις σε Επιφάνειες – Κέντρο Πίεσης”**Αντικείμενο:** Προδιορισμός υδροστατικών δυνάμεων σε βυθισμένες καμπύλες επιφάνειες**Αντικείμενο**

Αντικείμενο της εργαστηριακής άσκησης είναι ο προσδιορισμός των δυνάμεων που εξασκούνται εξ αιτίας υδροστατικών πιέσεων σε κεκλιμένες επίπεδες και καμπύλες επιφάνειες ως προς το μέτρο και το σημείο εφαρμογής τους.

Ζητούμενα

Να προσδιορισθεί το μέγεθος, η διεύθυνση /φορά και το σημείο εφαρμογής (κέντρο πίεσης) της συνισταμένης των υδροστατικών δυνάμεων που αναπτύσσονται στο τμήμα κυλινδρικού σώματος δεδομένης γεωμετρίας, που βυθίζεται σε νερό. Το σώμα, η γεωμετρία του και η εργαστηριακή διάταξη (συσκευή) απεικονίζεται στην Εικόνα 1. Ο προσδιορισμός του κέντρου πίεσης της συνισταμένης δύναμης θα γίνει με δύο τρόπους:

(α) με απευθείας εφαρμογή των γνωστών εκφράσεων της υδροστατικής

(β) με εξέταση της στατικής ισορροπίας του βυθισμένου σώματος με κατάλληλη, μηχανική εργαστηριακή διάταξη.

Εργαστηριακή διάταξη & διαδικασία

Η εργαστηριακή διάταξη αποτελείται από ένα ζυγό ισορροπίας με άξονα περιστροφής το Ο (Εικόνα 1). Στο ένα σκέλος του ζυγού προσαρμόζεται ένα τοροειδές σώμα (δηλαδή το 1/4 από ένα κυλινδρικό δακτύλιο) ορθογωνικής διατομής $b \times (R_1 - R_2)$, όπου $b = 75 \text{ mm}$ είναι η αξονική διάσταση του κυλίνδρου (το μήκος του κυλίνδρου), $R_1 = 200 \text{ mm}$ και $R_2 = 100 \text{ mm}$ η εξωτερική & εσωτερική ακτίνα του κυλινδρικού δακτυλίου, και Ο το κέντρο του κυλίνδρου που συμπίπτει με την ακμή της στήριξης του ζυγού. Αυτό το τοροειδές σώμα βυθίζεται σε νερό που ηρεμεί σε διαφορετικές κάθε φορά τελικές στάθμες. Το ύψος κάθε στάθμης μετριέται από το κατώτερο μέρος του σώματος με την απόσταση d_1 .

Η διαδικασία έχει ως εξής:

Αρχικά η δεξαμενή γεμίζεται με νερό μέχρι το κατώτερο σημείο του τοροειδούς σώματος.

Γίνεται εξισορρόπηση του ζυγού με τη βοήθεια των αντιβάρων (του κινητού αντίβαρου και της λεπτής ρύθμισης) που ευρίσκονται στο δεξιό βραχίονα του ζυγού. Η εξισορρόπηση ελέγχεται με τη βοήθεια ενός αλφαδειού προσαρμοσμένου στο πάνω μέρος του ζυγού.

Στη συνέχεια, προστίθεται νερό στη δεξαμενή και η τελική στάθμη της επιφάνειας του νερού ανέρχεται σε κάποιο ύψος d_1 ως προς την αρχική στάθμη. Ο ζυγός χάνει την ισορροπία του εξ αιτίας των υδροστατικών πιέσεων που εξασκούνται στη βυθισμένη επιφάνεια του σώματος. Η ισορροπία του ζυγού επανέρχεται τοποθετώντας κατάλληλη μάζα, m , στο δίσκο στον αριστερό βραχίονα του ζυγού. Μετριέται το ύψος της στάθμης του νερού, d_1 , με τη βοήθεια μιας άντιγας¹. Καταγράφουμε το ύψος, d_1 , της στάθμης και την αντίστοιχη μάζα στις αντίστοιχες στήλες του Πίνακα 1.

Η τιμή της συνισταμένης υδροστατικής δύναμης F υπολογίζεται από την έκφραση

$$F = \rho g y_{\kappa\beta} \quad (1)$$

όπου ρ είναι η πυκνότητα του νερού και $y_{\kappa\beta}$ είναι το βάθος του κέντρου βάρους της βρεχόμενης επιφάνειας του τόρου.

¹ **Αντιγα:** μεταλλική ντίζα που συνδέεται με ένα μέτρο (μετροταινία) και καταλήγει σε ένα μυτερό γάντζο – σαν τσιγγέλι ή αγγίστρι. Η μύτη μόλις ακουμπήσει στην επιφάνεια του νερού της δίνει μια ελαστική παραμόρφωση (η επιφάνεια μεταξύ νερού και αέρα μοιάζει με ελαστική μεμβράνη) η οποία είναι μικρή μεν αλλά φαίνεται έντονα με το ιδιαίτερο σχήμα (παραμόρφωση) που εμφανίζει η ανάκλαση του φωτός στην επιφάνεια του νερού.

Από την ισορροπία του ζυγού ως προς την ακμή στήριξης Ο, υπολογίζονται οι δύο ίσες και αντίθετες ροπές, αυτή που οφείλεται στη μάζα m:

$$M_{OW} = WL = mgL \quad (2)$$

όπου g η επιτάχυνση της βαρύτητας,

και αυτή που οφείλεται στην υδροστατική δύναμη F

$$M_{OF} = Fy_1 = F(\gamma_{κΠ} + d_2) \quad (3)$$

Έτσι, με επίλυση της εξίσωσης ισορροπίας $M_{OF} = M_{OW}$, προκύπτει η θέση του κέντρου πίεσης (κ.π.) της υδροστατικής δύναμης

$$y_{κΠ} = \frac{mgL}{F} - (R_1 - d_1) \quad (4)$$

Στον Πίνακα 1 καταγράφουμε στην πρώτη σειρά τις μετρήσεις, m και d_1 , στις αντίστοιχες γκρί στήλες και διαδοχικά υπολογίζουμε αριθμητικά τις τιμές στα υπόλοιπα κελιά της 1^{ης} σειράς μέχρι τη θέση του κέντρου πίεσης (ΚΠ) – βλέπε προτελευταία στήλη. Η ίδια διαδικασία επαναλαμβάνεται για διαφορετικές τελικές στάθμες του νερού, κι έτσι συμπληρώνεται ο Πίνακας 1, ώστε για κάθε στάθμη νερού (μία διαφορετική σε κάθε σειρά του πίνακα) να προσδιορισθεί η αντίστοιχη θέση του κέντρου πίεσης (ΚΠ).

Όπως προαναφέρθηκε, το μέτρο της συνισταμένης υδροστατικής δύναμης, F, και η θέση του κέντρου πίεσης, $y_{κΠ}$, μπορούν να προσδιορισθούν και αναλυτικά απευθείας από την έκφραση (βλέπε και τελευταία στήλη Πίνακα 1)

$$y_{κΠ} = I_{xx} / (y_{κβ} A) \quad (5)$$

όπου I_{xx} η δευτεροβάθμια ροπή αδράνειας της επιφάνειας E ως προς άξονα X πάνω στην τελική στάθμη του νερού και παράλληλο στον άξονα στήριξης Ο. Η I_{xx} μπορεί να υπολογισθεί από την έκφραση

$$I_{xx} = I_{x_0x_0} + y_{κβ}^2 A \quad (6)$$

όπου $I_{x_0x_0}$ η δευτεροβάθμια ροπή αδράνειας της επιφάνειας ως προς κεντροβαρικό άξονα, παράλληλο στον άξονα στήριξης Ο.

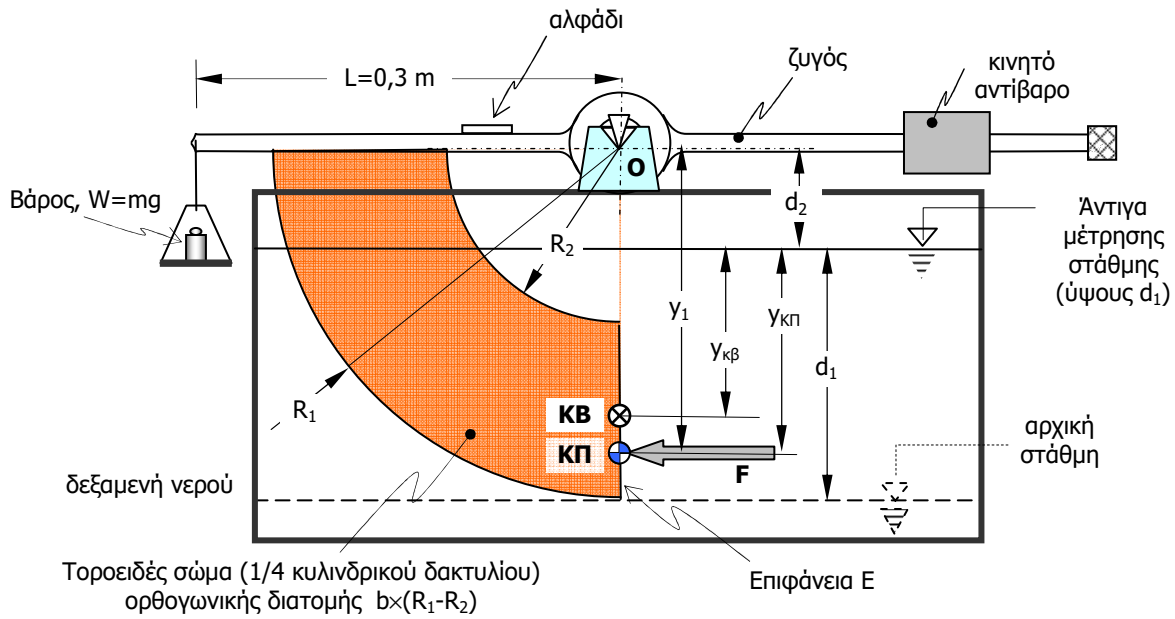
ΠΡΟΣΟΧΗ! Όλες οι διαστάσεις και μεγέθη θα πρέπει να υπολογίζονται για το βρεχόμενο τμήμα της ορθογώνιας επίπεδης επιφάνειας E (βλέπε και Εικόνες 2 & 3).

Λεπτομέρειες για τους τύπους (1), (5) & (6) παρουσιάζονται στο αντίστοιχο τυπολόγιο στα Έγγραφα του e-class του μαθήματος (https://eclass.teiath.gr/modules/document/file.php/PEY133/PressureInclinedSurf_moments.pdf)

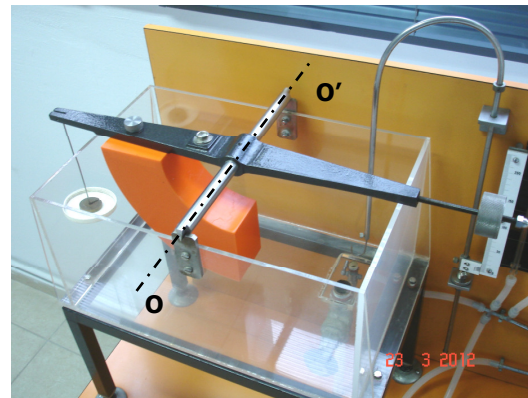
Οδηγίες εκπόνησης της γραπτής εργασίας

Δώστε σε ένα φύλλο εργασίας μια περιγραφή της διαδικασίας που ακολουθήσατε. Μπορείτε να σχεδιάσετε και χρησιμοποιήσετε και δικούς σας βοηθητικούς /ενδιάμεσους πίνακες. Σχεδιάστε τα διαγράμματα κατανομής της υδροστατικής πίεσης στις βρεχόμενες επιφάνειες του τόρου. Στη συνέχεια συγκρίνετε τα αποτελέσματα μεταξύ των εκφράσεων (4) και (5).

ΠΡΟΣΟΧΗ - Κάθε εργασία θα παραδοθεί στο εργαστήριο και αφού σφραγισθεί θα επιστραφεί. Κάθε σφραγισμένη εργασία θα φυλαχθεί σε φάκελο μέχρι το τέλος του εξαμήνου οπότε και θα την υποβληθεί μαζί με το τεστ του Εργαστηρίου. Το Εξώφυλλο της εργασίας υπάρχει στα Έγγραφα (https://eclass.teiath.gr/modules/document/file.php/PEY134/Hydraulics_I_Lab_CoverPage.doc)

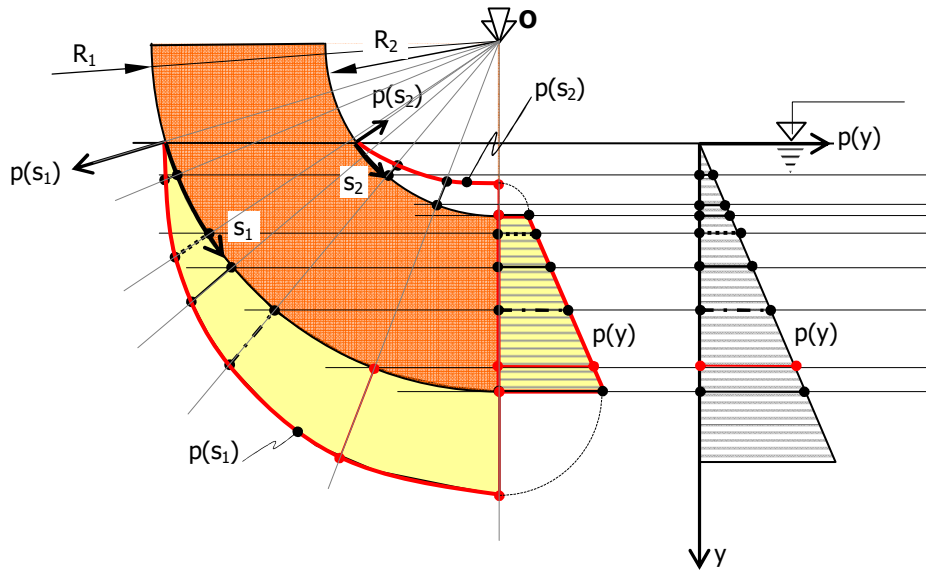


Εικόνα 1 Η πειραματική διάταξη για τον προσδιορισμό (α) της υδροστατικής δύναμης, F , που ενεργεί στο βρεχόμενο τμήμα της ορθογώνιας επίπεδης επιφάνεια E (που είναι κάθετη στην F) και (β) της θέσης του Κέντρου Πίεσης (ΚΠ) αυτής, $\gamma_{κπ}$.

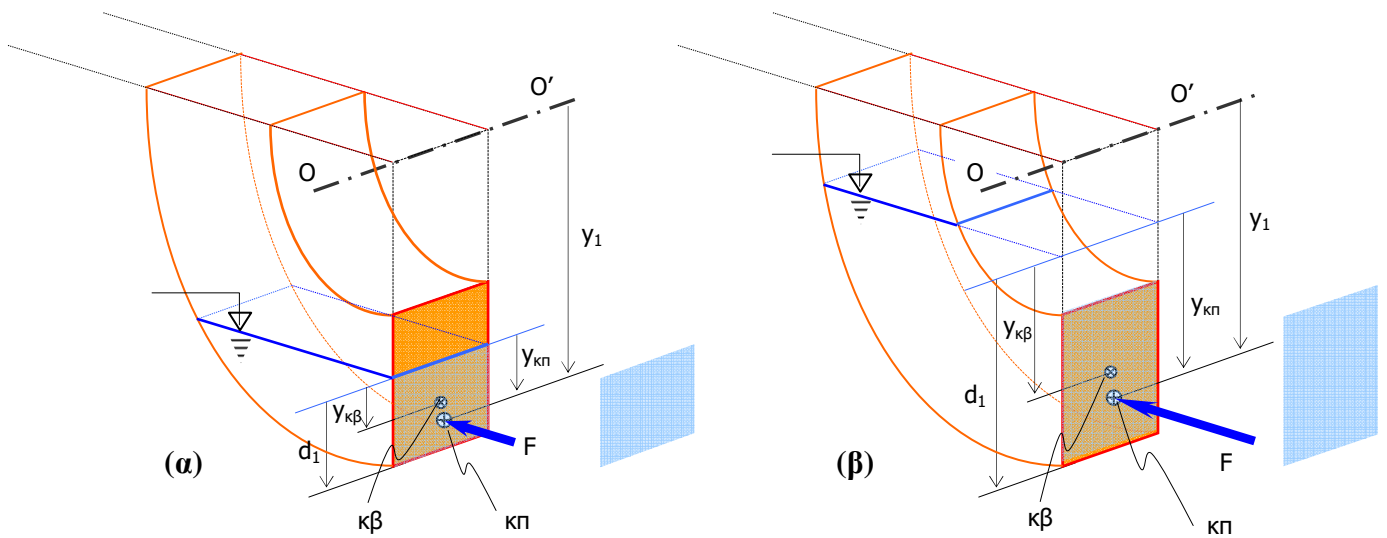


Πίνακας 1

α/α μέτρησης	Βάθος νερού, d_1 (mm)	Θέση κέντρου βάρους βρεχόμενου τμήματος επιφάνειας, $\gamma_{κβ}$ (mm)	Συνολική δύναμη στην επιφάνεια E, $F=A\rho g\gamma_{κβ}$ (Nt)	Μάζα εξισορρόπησης του ζυγού στο δίσκο m (gr)	Ροπή εξισορρόπησης, $M_{Ow}=Lmg$ (Nt.m)	Βάθος Κέντρου Πίεσης, (πειραματικά) $\gamma_{κπ} = (M_{OF}/F) - (R_1 - d_1)$ $M_{OF} = M_{Ow}$ (mm)	Βάθος Κέντρου Πίεσης, (θεωρητικά) $\gamma_{κπ} = I_{xx} / (\gamma_{κβ} A)$ (mm)
1							
2							
3							
4							
5							
6							
7							



Εικόνα 2 Διάγραμμα της κατανομής της πίεσης του νερού επί της βυθισμένης επιφάνειας του σώματος. Απεικονίζονται τα χαρακτηριστικά των διαγραμμάτων πίεσης τόσο στην κατακόρυφη επίπεδη επιφάνεια, $p(y)$, όσο και στις δύο κυλινδρικές επιφάνειες (σε ακτίνες R_1 & R_2), $p(s_1)$ & $p(s_2)$. Επίσης, απεικονίζεται ο συσχετισμός των χαρακτηριστικών των διαγραμμάτων κατανομής πίεσης που βοηθά στο γραφικό σχεδιασμό της κατανομής της πίεσης στις βυθισμένες επιφάνειες του σώματος, $p(s_1)$ & $p(s_2)$, με βάση τη βαθμομετρική κατανομή της πίεσης, $p(y)$.



Εικόνα 3 Τρισδιάστατη απεικόνιση δύο διαφορετικών περιπτώσεων βύθισης του τορειδούς δακτυλίου στο νερό. (α) Μερική βύθιση της κατακόρυφης επιφάνεια του δακτυλίου (β) Πλήρης βύθιση της κατακόρυφης επιφάνεια του δακτυλίου. Δεξιά σε κάθε σκαρίφημα εμφανίζεται (με γαλάζιο χρώμα) η βρεχόμενη κατακόρυφη επιφάνεια του δακτυλίου. Σε όλες τις περιπτώσεις οι θέσεις του γεωμετρικού κέντρου βάρους ($\kappa\beta$) της βρεχόμενης επιφάνειας και του κέντρου πίεσης ($\kappa\pi$) στο οποίο εφαρμόζεται η συνισταμένη υδροστατική δύναμη δίνονται ως βάθη από την εκάστοτε στάθμη του νερού.