ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΟ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΟ ΙΔΡΥΜΑ (Τ.Ε.Ι.) ΑΘΗΝΑΣ
ΣΧΟΛΗ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΩΝ ΕΦΑΡΜΟΓΩΝ
ΓΕΝΙΚΟ ΤΜΗΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ

ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ Δρ Α. Μπράτσος **ΕΠ. ΣΥΝΕΡΓΑΤΗΣ: Δρ Μ. Μαρκάκης**
URL: http://www.math.teiath.gr/~bratsos /

ΘΕΜΑΤΑ **ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ** ΠΕΡΙΟΔΟΥ **ΙΟΥΝΙΟΥ 2003**
ΤΜΗΜΑΤΟΣ **ΙΑΤΡΙΚΩΝ ΟΡΓΑΝΩΝ**

1ο

i) Έστω το διανυσματικό πεδίο $\vec{F} = yz\vec{i} - xy\vec{k}$.

a. Υπολογίστε τα $\vec{\nabla}\bullet\vec{F}$ και $\vec{\nabla}\times\vec{F}$.

b. Αν το πεδίο $\vec{F}$ είναι ορισμένο σε μία κλειστή περιοχή του $\mathbb{R}^3$, που περιβάλλεται από μία κλειστή επιφάνεια S, υπολογίστε το επιφανειακό ολοκλήρωμα του στροβιλισμού της $\vec{F}$ στην επιφάνεια S.

ii) Υπολογίστε το επικαμπύλιο ολοκλήρωμα της διανυσματικής συνάρτησης $\vec{G} = y\vec{i} + x\vec{j} + (yz+1)\vec{k}$ κατά μήκος της κλειστής καμπύλης $O.ABO$, όπου O η αρχή των αξόνων, $A\left(a/\sqrt{2}, a/\sqrt{2}, 0\right)$, $B(0,0,a)$, OA, BO ευθύγραμμα τμήματα και AB το τόξο κύκλου με κέντρο O και ακτίνα OA.

2ο

i) Αφού αναπτύξετε σε σειρές Fourier τις συναρτήσεις $f(x) = x$, $-\pi < x \le \pi$, $f(x) = f(x+2\pi)$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$ και $g(x) = |x|$, $-\pi < x \le \pi$, $g(x) = g(x+2\pi)$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$, συγκρίνατε τις ταχύτητες σύγκλισης των σειρών μέσω των γραμμικών τους φασμάτων (4 πρώτοι όροι).

ii) Περιγράψτε τη μέθοδο Gauss χωρίς διάταξη για τη λύση του γραμμικού συστήματος $A\vec{x} = \vec{b}$ όταν $A \in \mathbb{R}^{n,n}$, $\vec{b} \in \mathbb{R}^n$ και $\vec{x} = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T$. Εφαρμόστε τη μέθοδο όταν

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 4 \\ 3 & 10 & -10 \\ -2 & -4 & 11 \end{bmatrix} \text{ και } \vec{b} = \begin{bmatrix} 6 \\ -3 \\ 9 \end{bmatrix}.$$ Στη συνέχεια υπολογίστε τον πίνακα A^{-1}.

3ο

i) Η συνάρτηση σφάλματος ορίζεται από τη σχέση $erf(x) = \frac{1}{\sqrt{\pi}}\int_0^x e^{-t^2}dt$. Με τον τύπο των Gauss-Legendre για 6 σημεία να υπολογιστεί η τιμή $erf(1)$. Δίνεται $x_0 = -0.932470$, $x_1 = -0.661209$, $x_2 = 0.238619$, $A_0 = 0.171325$, $A_1 = 0.360762$ και $A_2 = 0.467914$.

ii) Εστω η συνάρτηση $f(x) = x^2 e^{\sqrt{x}}$. Με τον τύπο παρεμβολής του Newton να υπολογιστεί η τιμή $f(0.25)$ όταν τα σημεία παρεμβολής είναι $x_0 = 0.1$, $x_1 = 0.2$ και $x_2 = 0.3$.

<u>Σημείωση</u> Σε όλους τους υπολογισμούς, όπου απαιτείται, να γίνεται στρογγυλοποίηση των αποτελεσμάτων στα 6 δεκαδικά ψηφία.

Αθήνα 1 Ιουλίου 2003

Α. Μπράτσος

Μ. Μαρκάκης