



ΘΕΜΑΤΑ ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΠΕΡΙΟΔΟΥ ΣΕΠΤΕΜΒΡΙΟΥ 2003  
ΤΜΗΜΑΤΟΣ ΙΑΤΡΙΚΩΝ ΟΡΓΑΝΩΝ

1°

i) Έστω το βαθμωτό πεδίο  $f(x, y, z) = r$ , όπου  $r = |\vec{r}|$  και  $\vec{r}$  διάνυσμα θέσης. Να υπολογιστούν τα  $\vec{\nabla} f$  και  $\nabla^2 f$ .

ii) Έστω το διανυσματικό πεδίο  $\vec{F}(\vec{r}) = \frac{1+y^2}{x^3} \vec{i} - \frac{1+x^2}{x^2} y \vec{j}$

a. Υπολογίστε τα  $\vec{\nabla} \cdot \vec{F}$  και  $\vec{\nabla} \times \vec{F}$ .

b. Να υπολογιστεί το επικαμπύλιο ολοκλήρωμα  $\int_A^B \vec{F} d\vec{r}$ , όπου  $A, B$  σημεία του επιπέδου  $xy$  με  $A(1,0)$  και  $B(2,1)$ .

2°

i) Έστω η περιοδική συνάρτηση  $f(x) = \begin{cases} 1 & \text{οταν } 0 \leq x \leq 0.5 \\ -1 & \text{οταν } 0.5 < x < 1 \end{cases}$ ,  $f(x) = f(x+1)$  για κάθε  $x \in \mathbb{R}$ .

a. Να αναπτυχθεί σε σειρά Fourier.

b. Να υπολογιστεί η τιμή σύγκλισης της σειράς στα σημεία ασυνέχειάς της.

c. Να μελετηθεί η ταχύτητα σύγκλισής της μέσω του γραμμικού της φάσματος (4 πρώτοι όροι).

ii) Περιγράψτε τη μέθοδο Gauss-Seidel για τη λύση του γραμμικού συστήματος  $A\vec{x} = \vec{b}$  όταν  $A \in \mathbb{R}^{n,n}$ ,  $\vec{b} \in \mathbb{R}^n$  και  $\vec{x} = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T$ . Εφαρμόστε τη μέθοδο μία φορά όταν

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 3 & 0 \\ 3 & 4 & -1 \\ 0 & -1 & 4 \end{bmatrix}, \quad \vec{b} = \begin{bmatrix} 24 \\ 30 \\ -24 \end{bmatrix} \quad \text{και} \quad \vec{x}^{(0)} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

3°

i) Με το σύνθετο κανόνα του τραπεζίου να υπολογιστεί το ολοκλήρωμα

$$\int_0^1 \frac{\sqrt{t}}{1+t^5} dt \quad \text{όταν } h = 0.1$$

ii) Έστω η συνάρτηση  $f(x) = \frac{e^{-x}}{\sqrt{1+x^2}}$ . Με τον τύπο παρεμβολής του Langrange να υπολογιστεί η τιμή  $f(1.25)$  όταν τα σημεία παρεμβολής είναι  $x_0 = 1$ ,  $x_1 = 1.2$  και  $x_2 = 1.3$ .

**Σημείωση** Σε όλους τους υπολογισμούς, όπου απαιτείται, να γίνεται στρογγυλοποίηση των αποτελεσμάτων στα 6 δεκαδικά ψηφία.

Αθήνα 9 Σεπτεμβρίου 2003

Α. Μπράτσος

Μ. Μαρκάκης