ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΟ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΟ
ΙΔΡΥΜΑ (Τ.Ε.Ι.) ΑΘΗΝΑΣ
ΣΧΟΛΗ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΩΝ ΕΦΑΡΜΟΓΩΝ
ΓΕΝΙΚΟ ΤΜΗΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ

ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ Δρ Α. Μπράτσος **ΕΠ. ΣΥΝΕΡΓΑΤΗΣ: Δρ Μ. Μαρκάκης**
URL: http://www.math.teiath.gr/bratsos.html/

ΘΕΜΑΤΑ **ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ** ΠΕΡΙΟΔΟΥ **ΙΑΝΟΥΑΡΙΟΥ 2004**

ΤΜΗΜΑΤΟΣ **ΙΑΤΡΙΚΩΝ ΟΡΓΑΝΩΝ**

1°

i) Μετασχηματίστε κατά Fourier τη διαφορική εξίσωση Legendre

$$\left(1-x^2\right)\frac{d^2y(x)}{dx^2}-2x\frac{dy(x)}{dx}+\nu\left(\nu+1\right)y(x)=0 \ ; \ \nu=0,1,2,...$$

διατυπώνοντας αναλυτικά τις ιδιότητες του μετασχηματισμού Fourier που χρησιμοποιήσατε.

ii) Ο υπολογισμός μια πολλαπλής ρίζας της εξίσωσης $f\left(x\right)=0$ είναι δυνατόν να γίνει από την επαναληπτική σχέση

$$x_{i+1}=x_i-p\frac{f\left(x_i\right)}{f'\left(x_i\right)}$$

όταν p η πολλαπλότητα της ρίζας (μέθοδος Schrôder). Εφαρμόστε τη μέθοδο αυτή στον υπολογισμό της ρίζας της εξίσωσης $f\left(x\right)=\left(x+e^{2x}\right)^2=0$ όταν $i=0,1,2,3$ και $x_0=0$.

2°

i) Με το σύνθετο κανόνα του Simpson να υπολογιστεί το ολοκλήρωμα

$$\int_0^1 xe^{-x^2}dx \ \text{ όταν } \ h = 0.1$$

και να γίνει σύγκριση του αποτελέσματος με τη θεωρητική τιμή.

ii) Έστω η συνάρτηση $f\left(x\right)=\sin\left(\sqrt{\pi}x^2\right)$. Με τον τύπο παρεμβολής του Newton να υπολογιστεί η τιμή $f\left(\pi/5\right)$ όταν τα σημεία παρεμβολής είναι $x_0=\pi/6$, $x_1=\pi/3$ και $x_2=\pi/2$.

3°

Έστω το διανυσματικό πεδίο $\vec{F}=\sin\left(yz\right)\vec{i}+xz\cos\left(yz\right)\vec{j}+xy\cos\left(yz\right)\vec{k}$. Υπολογίστε τα

i) $\vec{\nabla}\bullet\vec{F}$ και $\vec{\nabla}\times\vec{F}$,

ii) επικαμπύλιο ολοκλήρωμα $\int_A^B \vec{F}\bullet d\vec{r}$ όπου $A\left(1,0,0\right)$ και $B\left(1,0,2\pi\right)$.

Σημείωση Σε όλους τους υπολογισμούς, όπου απαιτείται, να γίνεται στρογγυλοποίηση των αποτελεσμάτων στα 6 δεκαδικά ψηφία.

Αθήνα 10 Φεβρουαρίου 2004

Α. Μπράτσος

Μ. Μαρκάκης