



ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΟ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΟ
ΙΔΡΥΜΑ (Τ.Ε.Ι.) ΑΘΗΝΑΣ
ΣΧΟΛΗ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΩΝ ΕΦΑΡΜΟΓΩΝ
ΓΕΝΙΚΟ ΤΜΗΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ

ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ Δρ Α. Μπράτσος

ΕΠ. ΣΥΝΕΡΓΑΤΗΣ: Δρ Μ. Μαρκάκης

URL: <http://www.math.teiath.gr/bratsos.html>

ΘΕΜΑΤΑ ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΠΕΡΙΟΔΟΥ ΣΕΠΤΕΜΒΡΙΟΥ 2004
ΤΜΗΜΑΤΟΣ ΙΑΤΡΙΚΩΝ ΟΡΓΑΝΩΝ

1°

i) Έστω το βαθμωτό πεδίο $f(x, y, z) = r$, όπου $r = |\vec{r}|$ και \vec{r} διάνυσμα θέσης. Να υπολογιστεί το $\nabla^2 \left(\frac{1}{f} \right)$.

ii) Να υπολογιστεί το επικαμπύλιο ολοκλήρωμα $\int_A^B \vec{F} d\vec{r}$, όπου A, B σημεία του επιπέδου xy με $A(0,1)$ και $B(1,2)$ όταν $\vec{F}(\vec{r}) = (x^2 - y)\vec{i} + (x + y^2)\vec{j}$.

2°

i) Να υπολογιστεί η σειρά Fourier της περιοδικής συνάρτησης

$$f(x) = -x \text{ όταν } -1 < x < 1 \text{ και } f(x) = f(x+2) \text{ για κάθε } x \in \mathbb{R}$$

και να μελετηθεί η ταχύτητα σύγκλισής της μέσω του γραμμικού της φάσματος (4 πρώτοι όροι).

ii) Περιγράψτε τη μέθοδο Gauss χωρίς διάταξη για τη λύση του γραμμικού συστήματος $A\vec{x} = \vec{b}$ όπου $A \in \mathbb{R}^{n,n}$, $\vec{b} \in \mathbb{R}^n$ και $\vec{x} = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T$. Έστω ο πίνακας

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 1 & -1 & 4 \\ 2 & 4 & -3 \end{bmatrix}$$

Υπολογίστε τους πίνακες $A + A^T$ και $A^T A$. Τι παρατηρείτε;

3°

i) Με το σύνθετο κανόνα του Simpson να υπολογιστεί το ολοκλήρωμα

$$\int_0^1 \frac{e^x}{\sqrt{1+x^4}} dx \text{ όταν } h = 0.1$$

ii) Έστω η συνάρτηση

$$f(x) = e^{\sin x}$$

Με τον τύπο παρεμβολής του Newton να υπολογιστεί η τιμή $f(\pi/6)$, όταν τα σημεία παρεμβολής είναι $x_0 = \pi/4$, $x_1 = \pi/5$ και $x_2 = \pi/7$.

Σημείωση Σε όλους τους υπολογισμούς, όπου απαιτείται, να γίνεται στρογγυλοποίηση των αποτελεσμάτων στα 6 δεκαδικά ψηφία.

Αθήνα 7 Σεπτεμβρίου 2004

Α. Μπράτσος

Μ. Μαρκάκης