

ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΟ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΟ
ΙΔΡΥΜΑ (Τ.Ε.Ι.) ΑΘΗΝΑΣ
ΣΧΟΛΗ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΩΝ ΕΦΑΡΜΟΓΩΝ
ΓΕΝΙΚΟ ΤΜΗΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ

ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ Δρ Α. Μπράτσος

URL: <http://math.teiath.gr/link/staff/bratsos.html>

ΘΕΜΑΤΑ ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΠΕΡΙΟΔΟΥ ΣΕΠΤΕΜΒΡΙΟΥ 2008
ΤΜΗΜΑΤΟΣ ΙΑΤΡΙΚΩΝ ΟΡΓΑΝΩΝ

1^ο

i) Έστω το βαθμωτό πεδίο $f(x, y, z) = 1/r$, όπου $r = |\vec{r}|$ και \vec{r} διάνυσμα θέσης. Να υπολογιστούν τα $\vec{\nabla}f$ και $\nabla^2 f$.

ii) Έστω το διανυσματικό πεδίο $\vec{F}(\vec{r}) = \frac{2xy}{z}\vec{i} + \frac{x^2}{z}\vec{j} - \frac{x^2y}{z^2}\vec{k}$

Υπολογίστε το πεδίο $\vec{\nabla} \times \vec{F}$ και στη συνέχεια το επικαμπύλιο ολοκλήρωμα $\int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{r}$, όπου A, B σημεία με $A(1,1,1)$ και $B(2,3,1)$.

2^ο

i) Η συνάρτηση σφάλματος ορίζεται από τη σχέση

$$\operatorname{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-t^2} dt$$

Με το σύνθετο κανόνα του τραπεζίου να υπολογιστεί το ολοκλήρωμα $\operatorname{erf}(1)$ όταν $h = 0.1$

ii) Έστω η συνάρτηση $f(x) = \frac{e^x}{1+x^4}$. Με τον τύπο παρεμβολής του Newton να υπολογιστεί η τιμή $f(2.3)$ όταν τα σημεία παρεμβολής είναι $x_0 = 1.5$, $x_1 = 2$ και $x_2 = 2.5$.

3^ο

i) Έστω η περιοδική συνάρτηση $f(x) = x$ όταν $-1 < x < 1$ και $f(x) = f(x+2)$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$.

a. Να αναπτυχθεί σε σειρά Fourier.

b. Να υπολογιστεί η τιμή σύγκλισης της σειράς στα σημεία ασυνέχειάς της και να μελετηθεί η ταχύτητα σύγκλισής της μέσω του γραμμικού της φάσματος (4 πρώτοι όροι).

ii) Να οριστεί το πρόβλημα της προσέγγισης ενός συνόλου δεδομένων από ένα πολυώνυμο m -βαθμού με τη μέθοδο των ελάχιστων τετραγώνων και να γραφεί η μορφή του συστήματος των κανονικών εξισώσεων. Τι γνωρίζετε για το σύστημα;

Σημείωση Σε όλους τους υπολογισμούς, όπου απαιτείται να γίνεται στρογγυλοποίηση στα 4 δεκαδικά ψηφία.

Αθήνα 9 Σεπτεμβρίου 2008

A. Μπράτσος