



ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΟ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΟ
ΙΔΡΥΜΑ (Τ.Ε.Ι.) ΑΘΗΝΑΣ
ΣΧΟΛΗ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΩΝ ΕΦΑΡΜΟΓΩΝ
ΓΕΝΙΚΟ ΤΜΗΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ

ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ Δρ Α. Μπράτσος

URL: <http://www.math.teiath.gr/~bratsos/>

ΘΕΜΑΤΑ ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΠΕΡΙΟΔΟΥ ΙΑΝΟΥΑΡΙΟΥ 2005
ΤΜΗΜΑΤΟΣ ΙΑΤΡΙΚΩΝ ΟΡΓΑΝΩΝ

1°

i) Με τον τύπο των Gauss-Legendre για 6 σημεία να υπολογιστεί η τιμή του ολοκληρώματος $\int_0^1 x^3 e^{-x^2} dx$,
όταν $x_0 = -0.932470$, $x_1 = -0.661209$, $x_2 = -0.238619$, $A_0 = 0.171325$, $A_1 = 0.360762$ και $A_2 = 0.467914$.

ii) Έστω $f(x) = \ln(x + \sqrt{1+x^2})$. Με τον τύπο παρεμβολής του Newton να υπολογιστεί το πολυώνυμο παρεμβολής στα σημεία $x_0 = 0.15$, $x_1 = 0.23$ και $x_2 = 0.30$.

2°

i) Δώστε τον ορισμό της απόκλισης και τις ιδιότητές της χωρίς απόδειξη.

ii) Αποδείξτε ότι η απόκλιση του στροβιλισμού διανυσματικού πεδίου είναι μηδέν.

iii) Ναδειχθεί ότι η διανυσματική συνάρτηση $\vec{E} = \frac{\vec{r}}{r^2}$, όπου \vec{r} διάνυσμα θέσης, περιγράφει αστρόβιλο πεδίο.

3°

i) Να αναπτυχθεί σε σειρά Fourier η συνάρτηση $f(t) = -t$, $-1 < t \leq 1$, $f(t) = f(t+2)$ για κάθε $t \in \mathbb{R}$ και να γίνει το γραμμικό φάσμα των τεσσάρων πρώτων όρων. Τι παρατηρείτε;

ii) Περιγράψτε την επαναληπτική μέθοδο Gauss-Seidel για τη λύση του γραμμικού συστήματος $A\vec{x} = \vec{b}$ όταν $A \in \mathbb{R}^{n,n}$, $\vec{b} \in \mathbb{R}^n$ και $\vec{x} = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T$. Εφαρμόστε μία επανάληψη της μεθόδου στην περίπτωση όπου

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 4 \\ 3 & 10 & -10 \\ -2 & -4 & 11 \end{bmatrix} \text{ και } \vec{b} = \begin{bmatrix} 6 \\ -3 \\ 9 \end{bmatrix}$$

Σημείωση Σε όλους τους υπολογισμούς, όπου απαιτείται, να γίνεται στρογγυλοποίηση των αποτελεσμάτων στα 3 δεκαδικά ψηφία.

Αθήνα 1 Φεβρουαρίου 2005

Α. Μπράτσος