



ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΟ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΟ
ΙΔΡΥΜΑ (Τ.Ε.Ι.) ΑΘΗΝΑΣ
ΣΧΟΛΗ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΩΝ ΕΦΑΡΜΟΓΩΝ
ΓΕΝΙΚΟ ΤΜΗΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ

ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ Δρ Α. Μπράτσος

URL: <http://www.math.teiath.gr/~bratsos/>

ΘΕΜΑΤΑ ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΠΕΡΙΟΔΟΥ ΙΟΥΝΙΟΥ 2005
ΤΜΗΜΑΤΟΣ ΙΑΤΡΙΚΩΝ ΟΡΓΑΝΩΝ

1°

i) Η συνάρτηση σφάλματος ορίζεται από τη σχέση $\operatorname{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-t^2} dt$. Με τον τύπο των Gauss-Legendre για 6 σημεία να υπολογιστεί η τιμή $\operatorname{erf}(1)$. Δίνεται $x_0 = -0.9325$, $x_1 = -0.6612$, $x_2 = -0.2386$, $A_0 = 0.1713$, $A_1 = 0.3608$, $A_2 = 0.4679$ και θεωρητική τιμή $\operatorname{erf}(1) = 0.8427$. Τι παρατηρείτε;

ii) Έστω η συνάρτηση

$$f(x) = x + e^{-x}$$

Με τον τύπο παρεμβολής του Newton να υπολογιστεί η τιμή $f(3.5)$ όταν τα σημεία παρεμβολής είναι $x_0 = 2.9$, $x_1 = 3.2$ και $x_2 = 4.0$

2°

i) Έστω η περιοδική συνάρτηση

$$f(t) = -t \text{ όταν } -1 < t < 1 \text{ και } f(t) = f(t+2) \text{ για κάθε } t \in \mathbb{R}$$

Να αναπτυχθεί σε σειρά Fourier και να μελετηθεί η ταχύτητα σύγκλισής της μέσω του γραμμικού της φάσματος (4 πρώτοι όροι).

ii) Έστω ο πίνακας

$$A = \begin{bmatrix} 3 & -2 & 1 \\ 1 & -2 & 4 \\ -1 & 5 & 0 \end{bmatrix}$$

Υπολογίστε τους πίνακες $A + A^T$ και $A^T A$. Τι παρατηρείτε;

3°

i) Να υπολογιστεί η κλίση του βαθμωτού πεδίου $g(x, y, z) = 1/r$, όπου $r = |\vec{r}|$ και \vec{r} διάνυσμα θέσης.

ii) Διατυπώστε χωρίς απόδειξη το θεώρημα που εκφράζει την ιδιότητα της ανεξαρτησίας του επικαμπύλιου ολοκληρώματος από το δρόμο της ολοκλήρωσης. Εφαρμόστε το θεώρημα αυτό για τον υπολογισμό του επικαμπύλιου ολοκληρώματος $\int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{r}$, όπου $A(3, 0, -1)$, $B(4, 3, 1)$ και

$$\vec{F} = y^4 z^2 \vec{i} + 4x y^3 z^2 \vec{j} + 2x y^4 z \vec{k}.$$

Σημείωση Σε όλους τους υπολογισμούς, όπου απαιτείται, να γίνεται στρογγυλοποίηση των αποτελεσμάτων στα 4 δεκαδικά ψηφία.

Αθήνα 29 Ιουνίου 2005

Α. Μπράτσος