

ΘΕΜΑΤΑ ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΠΕΡΙΟΔΟΥ ΙΑΝΟΥΑΡΙΟΥ 2009
ΤΜΗΜΑΤΟΣ ΙΑΤΡΙΚΩΝ ΟΡΓΑΝΩΝ

1°

Διατυπώστε το θεώρημα που αναφέρεται στην ανεξαρτησία του επικαμπύλιου ολοκληρώματος από το δρόμο της ολοκλήρωσης. Έστω το διανυσματικό πεδίο

$$\vec{F} = 3x^2y^2z\vec{i} + 2x^3yz\vec{j} + x^3y^2\vec{k}$$

Υπολογίστε το πεδίο $\vec{\nabla} \times \vec{F}$ και στη συνέχεια το επικαμπύλιο ολοκλήρωμα $\int_C \vec{F} \cdot d\vec{r}$ όπου C το ευθύγραμμο τμήμα με αρχή το $A(1, -1, 2)$ και τέλος το $B(2, 4, 3)$.

2°

i) Με το σύνθετο κανόνα του τραπεζίου να υπολογιστεί το ολοκλήρωμα

$$\int_0^1 \frac{\sqrt{t}}{1+t^3} dt \quad \text{όταν } h = 0.2$$

ii) Έστω η συνάρτηση $g(x) = x e^{\sqrt{x}}$. Με τον τύπο παρεμβολής του Newton να υπολογιστεί η τιμή $g(0.5)$ όταν τα σημεία παρεμβολής είναι $x_0 = 0.2$, $x_1 = 0.7$ και $x_2 = 1.2$

3°

i) Να αναπτυχθεί σε σειρά Fourier η συνάρτηση

$$f(t) = \begin{cases} t & \alpha\nu & 0 < t < \pi \\ -t & \alpha\nu & -\pi < t < 0 \end{cases} \quad \text{και } f(t+2\pi) = f(t) \text{ για κάθε } t \in \mathbb{R}$$

ii) Να υπολογιστεί η κατευθυνόμενη παράγωγος της συνάρτησης $h(x, y, z) = x^2 + y^2 - z^2$ στο σημείο $P(-1, 2, 1)$ κατά τη διεύθυνση του διανύσματος $\vec{a} = \vec{i} - 2\vec{j} + 2\vec{k}$.

Σημείωση Σε όλους τους υπολογισμούς, όπου απαιτείται να γίνεται στρογγυλοποίηση στα 4 δεκαδικά ψηφία.

Αθήνα 10 Φεβρουαρίου 2009

Α. Μπράτσος