ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΟ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΟ
ΙΔΡΥΜΑ (Τ.Ε.Ι.) ΑΘΗΝΑΣ
ΣΧΟΛΗ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΩΝ ΕΦΑΡΜΟΓΩΝ
ΓΕΝΙΚΟ ΤΜΗΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ
ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ Δρ Α. Μπράτσος
URL: http://math.teiath.gr/bratsos

ΘΕΜΑΤΑ **ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΠΕΡΙΟΔΟΥ ΦΕΒΡΟΥΑΡΙΟΥ 2009**

ΤΜΗΜΑΤΟΣ **ΙΑΤΡΙΚΩΝ ΟΡΓΑΝΩΝ**

1ο

Αν η συνάρτηση $f = f(x, y, z)$ έχει παραγώγους δευτέρας τάξης συνεχείς συναρτήσεις, δείξτε ότι

$$\vec{\nabla} \times \left(\vec{\nabla} f\right) = \vec{0}$$

Έστω το διανυσματικό πεδίο $\vec{F} = \left(x^2 + y\right)\vec{i} + \left(x + y^2\right)\vec{j}$ Υπολογίστε το επικαμπύλιο ολοκλήρωμα $\int_C \vec{F} \bullet d\vec{r}$ όπου C το ευθύγραμμο τμήμα με i) αρχή το $A(1,2)$ και τέλος το $B(3,-1)$ ii) το άνω μέρος του ημικυκλίου με κέντρο την αρχή των αξόνων και ακτίνα $R = 1$.

2ο

i) Με το σύνθετο κανόνα του Simpson να υπολογιστεί το ολοκλήρωμα

$$\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{1+x^4}} \quad \text{όταν} \quad h = 0.1$$

ii) Με τη μέθοδο των ελάχιστων τετραγώνων να υπολογιστεί το πολυώνυμο 1ου βαθμού, που προσεγγίζει τα δεδομένα $(0.3, 1.5)$, $(0.5, 2.0)$, $(0.9, 2.5)$ και $(1.4, 2.9)$. Δίνεται

$$a = \frac{n\left(\sum_{i=1}^n x_i y_i\right) - \left(\sum_{i=1}^n x_i\right)\left(\sum_{i=1}^n y_i\right)}{n\left(\sum_{i=1}^n x_i^2\right) - \left(\sum_{i=1}^n x_i\right)^2} \quad \text{και} \quad b = \frac{\left(\sum_{i=1}^n x_i^2\right)\left(\sum_{i=1}^n y_i\right) - \left(\sum_{i=1}^n x_i y_i\right)\left(\sum_{i=1}^n x_i\right)}{n\left(\sum_{i=1}^n x_i^2\right) - \left(\sum_{i=1}^n x_i\right)^2}$$

3ο

i) Έστω η περιοδική συνάρτηση $f(t) = t$ όταν $0 < t < 1$ και $f(t) = f(t+1)$ για κάθε $t \in \mathbb{R}$.

a. Να αναπτυχθεί σε σειρά Fourier.

b. Να υπολογιστεί η τιμή σύγκλισης της σειράς στα σημεία ασυνέχειάς της.

ii) Ο υπολογισμός μια πολλαπλής ρίζας της εξίσωσης $g(x) = 0$ είναι δυνατόν να γίνει από την επαναληπτική σχέση

$$x_{i+1} = x_i - p\frac{g(x_i)}{g'(x_i)}$$

όταν p η πολλαπλότητα της ρίζας (μέθοδος Schrôder). Εφαρμόστε τη μέθοδο αυτή στον υπολογισμό της ρίζας της εξίσωσης $g(x) = \left(x + e^x\right)^3 = 0$ όταν $i = 0,1,2,3$ και $x_0 = 0$. Τι παρατηρείτε;

__Σημείωση__ Σε όλους τους υπολογισμούς, όπου απαιτείται να γίνεται στρογγυλοποίηση στα 4 δεκαδικά ψηφία.

Αθήνα 24 Φεβρουαρίου 2009

Α. Μπράτσος