

ΘΕΜΑΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΙΙΙ ΠΕΡΙΟΔΟΥ ΙΑΝΟΥΑΡΙΟΥ 2010
ΤΜΗΜΑΤΟΣ ΙΑΤΡΙΚΩΝ ΟΡΓΑΝΩΝ

1°

Δείξτε ότι το διανυσματικό πεδίο

$$\vec{F} = 6xy\vec{i} + 3(x^2 - y^2z^2)\vec{j} - 2y^3z\vec{k}$$

είναι αστρόβιλο. Στη συνέχεια να υπολογιστούν το δυναμικό του και το επικαμπύλιο ολοκλήρωμα

$\int_C \vec{F} \cdot d\vec{r}$ όπου C το ευθύγραμμο τμήμα με αρχή το $A(-1, 2, -1)$ και τέλος το $B(1, 1, 2)$.

2°

i) Με τον κανόνα του Gauss για 6 σημεία να υπολογιστεί το ολοκλήρωμα

$$\int_{-1}^1 \frac{dx}{1+x^4}$$

Δίνονται: $x_0 = -0.9325$, $x_1 = -0.6612$, $x_2 = -0.2386$, $A_0 = 0.1713$, $A_1 = 0.3608$ και $A_2 = 0.4679$.

ii) Διατυπώστε το θεώρημα παρεμβολής του Lagrange. Με τον τύπο παρεμβολής του Newton να υπολογιστεί το πολυώνυμο που προσεγγίζει τα δεδομένα $(0, 1.5)$, $(0.5, 2.0)$ και $(1.0, 3.2)$.

3°

i) Να αναπτυχθεί σε σειρά Fourier η συνάρτηση

$$f(t) = \begin{cases} 0 & \alpha\nu & -2 < t < -1 \\ 1 & " & -1 < t < 1 \\ 0 & " & 1 < t < 2 \end{cases} \quad \text{και } f(t+4) = f(t) \text{ για κάθε } t \in \mathbb{R}$$

και να υπολογιστεί η τιμή σύγκλισης της σειράς στα σημεία ασυνεχειάς της.

ii) Έστω η συνάρτηση $g(x, y, z) = \ln(x^2 + y^2 + z^2)$. Να υπολογιστεί η κλίση της στο σημείο $P(-1, 1, 3)$.

Σημείωση Σε όλους τους υπολογισμούς, όπου απαιτείται, να γίνεται στρογγυλοποίηση στα 4 δεκαδικά ψηφία.

Α. Μπράτσος