

ΘΕΜΑΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΙΙΙ ΠΕΡΙΟΔΟΥ ΦΕΒΡΟΥΑΡΙΟΥ 2010
ΤΜΗΜΑΤΟΣ ΙΑΤΡΙΚΩΝ ΟΡΓΑΝΩΝ

1°

i) Ναδειχθεί ότι η συνάρτηση $f = r^{-1}$ όταν \vec{r} διάνυσμα θέσης είναι αρμονική.

ii) Να υπολογιστεί το επικαμπύλιο ολοκλήρωμα $\int_C \vec{F} \cdot d\vec{r}$ όταν $\vec{F} = y\vec{i} + (x-y)\vec{j}$ και C το ευθύγραμμο τμήμα με αρχή το $A(1,1)$ και τέλος το $B(3,3)$.

2°

i) Με το σύνθετο κανόνα του τραπεζίου να υπολογιστεί το ολοκλήρωμα

$$\int_0^1 \frac{dx}{1+2x^4}$$

όταν $h = 0.1$.

ii) Δώστε τον ορισμό των διαιρεμένων διαφορών. Στη συνέχεια με τον τύπο παρεμβολής του Lagrange να υπολογιστεί το πολυώνυμο που προσεγγίζει τα δεδομένα $(-1, 2.5)$, $(0, 3.8)$ και $(0.5, 4.0)$.

3°

i) Να αναπτυχθεί σε σειρά Fourier η συνάρτηση

$$f(t) = t \text{ αν } 0 < t < 1 \text{ και } f(t+1) = f(t) \text{ για κάθε } t \in \mathbb{R}$$

και να υπολογιστεί η τιμή σύγκλισής της στα σημεία ασυνέχειάς της.

ii) Έστω η συνάρτηση $g(x) = e^{x^2}$. Με τον κεντρικό τύπο διαφορών να υπολογιστεί η $g^{(2)}(1)$ όταν $h = 0.001$ και να συγκριθεί με την αντίστοιχη θεωρητική τιμή.

Σημείωση Σε όλους τους υπολογισμούς, όπου απαιτείται, να γίνεται στρογγυλοποίηση στα 4 δεκαδικά ψηφία.

Αθήνα 24 Φεβρουαρίου 2010

Α. Μπράτσος