ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΟ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΟ
ΙΔΡΥΜΑ (Τ.Ε.Ι.) ΑΘΗΝΑΣ
ΣΧΟΛΗ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΩΝ ΕΦΑΡΜΟΓΩΝ
ΓΕΝΙΚΟ ΤΜΗΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ
ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ Δρ Α. Μπράτσος
URL: http://math.teiath.gr/bratsos/

ΘΕΜΑΤΑ **ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ III ΠΕΡΙΟΔΟΥ ΙΟΥΝΙΟΥ 2010**
ΤΜΗΜΑΤΟΣ **ΙΑΤΡΙΚΩΝ ΟΡΓΑΝΩΝ**

1ο
Δώστε τους ορισμούς της κλίσης και του συντηρούμενου διανυσματικού πεδίου. Αν $\overline{F} = y^4 z^2 \overline{i} + 4xy^3 z^2 \overline{j} + 2xy^4 z\overline{k}$ να υπολογιστούν τα $\vec{\nabla} \cdot \vec{F}$ και $\vec{\nabla} \times \vec{F}$. Στη συνέχεια να υπολογιστεί το επικαμπύλιο ολοκλήρωμα $\int_C \vec{F} \bullet d\vec{r}$ όταν C το ευθύγραμμο τμήμα με αρχή το $A(1,1,-1)$ και τέλος το $B(2,1,-3)$.

2ο
i) Το ημιτονικό ολοκλήρωμα ορίζεται από τη σχέση $Si(x) = \int_0^x \frac{\sin t}{t} dt$. Με τον τύπο των Gauss-Legendre για 6 σημεία να υπολογιστεί η τιμή $Si(1)$. Δίνονται: $x_0 = -0.9325$, $x_1 = -0.6612$, $x_2 = -0.2386$, $A_0 = 0.1713$, $A_1 = 0.3608$ και $A_2 = 0.4679$.
ii) Θεωρώντας την εξίσωση $g(x) = x^3 - 2 = 0$, με την επαναληπτική μέθοδο του Newton όταν η αρχική τιμή είναι $x_0 = 1.3$, να υπολογιστεί η κυβική ρίζα του 2. Η διαδικασία να σταματήσει στην 4η επανάληψη.

3ο
i) Να αναπτυχθεί σε σειρά Fourier η συνάρτηση

$$f(t) = t \text{ αν } -\pi < t < \pi \text{ και } f(t+2\pi) = f(t) \text{ για κάθε } t \in \mathbb{R}$$

και να υπολογιστεί η τιμή σύγκλισής της στα σημεία ασυνέχειάς της.
ii) Με τη διακριτή μέθοδο των ελάχιστων τετραγώνων να υπολογιστεί το πολυώνυμο $P_1(x) = ax + b$, που προσεγγίζει τη συνάρτηση $h(x) = x - e^x$ στα σημεία $x_1 = 1.0$, $x_2 = 1.2$, $x_3 = 1.5$ και $x_4 = 1.7$. Στη συνέχεια να γίνει σύγκριση των τιμών $P_1(1.4)$ και $h(1.4)$. Δίνεται ότι

$$a = \frac{n\left(\sum_{i=1}^n x_i y_i\right) - \left(\sum_{i=1}^n x_i\right)\left(\sum_{i=1}^n y_i\right)}{n\left(\sum_{i=1}^n x_i^2\right) - \left(\sum_{i=1}^n x_i\right)^2} \quad \text{και} \quad b = \frac{\left(\sum_{i=1}^n x_i^2\right)\left(\sum_{i=1}^n y_i\right) - \left(\sum_{i=1}^n x_i y_i\right)\left(\sum_{i=1}^n x_i\right)}{n\left(\sum_{i=1}^n x_i^2\right) - \left(\sum_{i=1}^n x_i\right)^2}$$

<u>Σημείωση</u> Σε όλους τους υπολογισμούς, όπου απαιτείται, να γίνεται στρογγυλοποίηση στα 4 δεκαδικά ψηφία.

Αθήνα 30 Ιουνίου 2010

Α. Μπράτσος