

ΘΕΜΑΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΙΙΙ ΠΕΡΙΟΔΟΥ ΣΕΠΤΕΜΒΡΙΟΥ 2010
ΤΜΗΜΑΤΟΣ ΙΑΤΡΙΚΩΝ ΟΡΓΑΝΩΝ

1°

- i) Έστω το βαθμωτό πεδίο $g(x, y, z) = \ln r$ όπου $r = |\vec{r}|$ και \vec{r} διάνυσμα θέσης. Να υπολογιστεί το $\nabla^2 g$.
- ii) Να υπολογιστεί το επικαμπύλιο ολοκλήρωμα $\int_C \vec{F} \cdot d\vec{r}$ όταν C το ευθύγραμμο τμήμα με αρχή το $A(1,1)$ τέλος το $B(2,3)$ και $\vec{F} = (x^2 - y)\vec{i} + (x + y^2)\vec{j}$.

2°

- i) Με το σύνθετο κανόνα του τραπεζίου να υπολογιστεί το ολοκλήρωμα

$$\int_0^{0.5} \frac{dx}{\sqrt{1+x^4}} \quad \text{όταν } h = 0.1$$

- ii) Έστω η συνάρτηση

$$\varphi(x) = e^{\sin x}$$

Με τον τύπο παρεμβολής του Newton να υπολογιστεί το πολυώνυμο που την προσεγγίζει στα σημεία $x_0 = 0$, $x_1 = \pi$ και $x_2 = 3\pi/2$.

3°

Να αναπτυχθεί σε σειρά Fourier η συνάρτηση

$$f(t) = t \text{ αν } 0 < t < 1 \text{ και } f(t+1) = f(t) \text{ για κάθε } t \in \mathbb{R}$$

να υπολογιστεί η τιμή σύγκλισής της στα σημεία ασυνέχειάς της και να μελετηθεί η ταχύτητα σύγκλισής της μέσω του γραμμικού της φάσματος (3 πρώτοι όροι).

Σημείωση Σε όλους τους υπολογισμούς, όπου απαιτείται, να γίνεται στρογγυλοποίηση στα 4 δεκαδικά ψηφία.

Αθήνα 8 Σεπτεμβρίου 2010

Α. Μπράτσος