

ΘΕΜΑΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΙΙΙ ΠΕΡΙΟΔΟΥ ΦΕΒΡΟΥΑΡΙΟΥ 2011
ΤΜΗΜΑΤΟΣ ΙΑΤΡΙΚΩΝ ΟΡΓΑΝΩΝ

1°

Έστω το διανυσματικό πεδίο $\vec{F} = y^2 z^3 \vec{i} + 2xyz^3 \vec{j} + 3xy^2 z^2 \vec{k}$. Να υπολογιστούν

i) η απόκλιση και ο στροβιλισμός του,

ii) το επικαμπύλιο ολοκλήρωμα $\int_C \vec{F} \cdot d\vec{r}$ όταν C το ευθύγραμμο τμήμα με αρχή το $A(-1,1,2)$ τέλος το $B(1,2,-3)$.

2°

i) Με το σύνθετο κανόνα του τραπεζίου να υπολογιστεί το ολοκλήρωμα

$$\int_0^{0.6} \frac{dx}{1+x+x^4}$$

όταν $h = 0.1$.

ii) Με τη μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων να υπολογιστεί το πολυώνυμο 1^{ου} βαθμού, που προσεγγίζει τα δεδομένα $(0,1.5)$, $(0.5,2.0)$, $(1.2,2.0)$ και $(1.5,2.4)$. Δίνεται

$$a = \frac{n \left(\sum_{i=1}^n x_i y_i \right) - \left(\sum_{i=1}^n x_i \right) \left(\sum_{i=1}^n y_i \right)}{n \left(\sum_{i=1}^n x_i^2 \right) - \left(\sum_{i=1}^n x_i \right)^2} \text{ και } b = \frac{\left(\sum_{i=1}^n x_i^2 \right) \left(\sum_{i=1}^n y_i \right) - \left(\sum_{i=1}^n x_i y_i \right) \left(\sum_{i=1}^n x_i \right)}{n \left(\sum_{i=1}^n x_i^2 \right) - \left(\sum_{i=1}^n x_i \right)^2}$$

3°

Να αναπτυχθεί σε σειρά Fourier η συνάρτηση

$$f(t) = t \text{ αν } 0 \leq t < \pi \text{ και } f(t + \pi) = f(t) \text{ για κάθε } t \in \mathbb{R}$$

να υπολογιστεί η τιμή σύγκλισής της στα σημεία ασυνέχειάς της και να μελετηθεί η ταχύτητα σύγκλισής της μέσω του γραμμικού της φάσματος (3 πρώτοι όροι).

Σημείωση Σε όλους τους υπολογισμούς, όπου απαιτείται, να γίνεται στρογγυλοποίηση στα 4 δεκαδικά ψηφία.

Αθήνα 23 Φεβρουαρίου 2011

Α. Μπράτσος