

ΘΕΜΑΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΙΙΙ ΠΕΡΙΟΔΟΥ ΙΑΝΟΥΑΡΙΟΥ 2011  
ΤΜΗΜΑΤΟΣ ΙΑΤΡΙΚΩΝ ΟΡΓΑΝΩΝ

1°

Έστω το διανυσματικό πεδίο  $\vec{F} = x\vec{i} + y\vec{j} + (xz - y)\vec{k}$ . Να υπολογιστούν

i) η απόκλιση και ο στροβιλισμός του,

ii) το επικαμπύλιο ολοκλήρωμα  $\int_C \vec{F} \cdot d\vec{r}$  όταν  $C$  το ευθύγραμμο τμήμα με αρχή το  $A(1, -1, 2)$  τέλος το  $B(3, 4, 4)$ .

2°

i) Με τον κανόνα του Gauss για 6 σημεία να υπολογιστεί το ολοκλήρωμα

$$\int_0^1 \frac{dx}{1+x^3}$$

Δίνονται:  $x_0 = -0.9325$ ,  $x_1 = -0.6612$ ,  $x_2 = -0.2386$ ,  $A_0 = 0.1713$ ,  $A_1 = 0.3608$  και  $A_2 = 0.4679$ .

ii) Με την επαναληπτική μέθοδο του Newton και αρχική τιμή  $x_0 = -1.5$ , να υπολογιστεί μια ρίζα της εξίσωσης

$$f(x) = x^3 - x + 1 = 0$$

Η διαδικασία να σταματήσει στην 4<sup>η</sup> επανάληψη. Τι παρατηρείτε;

3°

Να αναπτυχθεί σε σειρά Fourier η συνάρτηση

$$f(t) = -t \text{ αν } -\pi \leq t < \pi \text{ και } f(t + 2\pi) = f(t) \text{ για κάθε } t \in \mathbb{R}$$

να υπολογιστεί η τιμή σύγκλισής της στα σημεία ασυνέχειάς της και να μελετηθεί η ταχύτητα σύγκλισής της μέσω του γραμμικού της φάσματος (3 πρώτοι όροι).

**Σημείωση** Σε όλους τους υπολογισμούς, όπου απαιτείται, να γίνεται στρογγυλοποίηση στα 4 δεκαδικά ψηφία.

Αθήνα 9 Φεβρουαρίου 2011

Α. Μπράτσος