

ΘΕΜΑΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΙΙΙ ΠΕΡΙΟΔΟΥ ΙΟΥΝΙΟΥ 2011
ΤΜΗΜΑΤΟΣ ΙΑΤΡΙΚΩΝ ΟΡΓΑΝΩΝ

1°

Έστω το διανυσματικό πεδίο $\vec{F} = x\vec{i} + y\vec{j} + (xz - y)\vec{k}$. Να υπολογιστούν:

i) η απόκλιση $\nabla \cdot \vec{F}$ και,

ii) το επικαμπύλιο ολοκλήρωμα της $\int_C \vec{F} \cdot d\vec{r}$, όταν C το ευθύγραμμο τμήμα AB με $A(1, -1, 2)$ και $B(3, 4, 4)$.

2°

i) Με τον τύπο των Gauss-Legendre για 4 σημεία να υπολογιστεί το ολοκλήρωμα

$$\int_0^1 x^3 e^{-x^2} dx$$

Δίνεται $x_0 = -0.86114$, $x_1 = -0.33998$, $A_0 = 0.34785$ και $A_1 = 0.65214$.

ii) Δώστε τον ορισμό των διαιρεμένων διαφορών. Με τον τύπο παρεμβολής του Newton να υπολογιστεί να υπολογιστεί το πολυώνυμο που προσεγγίζει τα δεδομένα $(1, 2.8)$, $(1.5, 3.5)$ και $(2.3, 4.0)$.

3°

Να αναπτυχθεί σε σειρά Fourier η συνάρτηση

$$f(t) = t \text{ αν } -\pi \leq t < \pi \text{ και } f(t + 2\pi) = f(t) \text{ για κάθε } t \in \mathbb{R}$$

και,

i) να υπολογιστεί η τιμή σύγκλισής της στα σημεία ασυνέχειάς της,

ii) να γίνει το διάγραμμα του γραμμικού φάσματος των τεσσάρων πρώτων όρων. Τι παρατηρείτε;

Σημείωση Σε όλους τους υπολογισμούς, όπου απαιτείται, να γίνεται στρογγυλοποίηση στα 4 δεκαδικά ψηφία.

Αθήνα 5 Ιουλίου 2011

Α. Μπράτσος